

Carstensen, Peter

Working Paper — Digitized Version

Das Economic Lot Scheduling Problem: Überblick und LP-basiertes Verfahren

Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel, No. 465

Provided in Cooperation with:

Christian-Albrechts-University of Kiel, Institute of Business Administration

Suggested Citation: Carstensen, Peter (1997) : Das Economic Lot Scheduling Problem: Überblick und LP-basiertes Verfahren, Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel, No. 465, Universität Kiel, Institut für Betriebswirtschaftslehre, Kiel

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/177323>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

Nr. 465

**Das Economic Lot Scheduling Problem -
Überblick und LP-basiertes Verfahren**

Carstensen, P.

Dezember 1997

Peter Carstensen

Lehrstuhl für Produktion und Logistik, Institut für Betriebswirtschaftslehre,
Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, Olshausenstraße 40, 24118 Kiel, Germany
email: Carstensen@bwl.uni-Kiel.de

Zusammenfassung

Zur Lösung des Economic Lot Scheduling Problems (ELSP) finden sich in der Literatur drei Ansätze mit unterschiedlich einschränkenden Annahmen:

- Ansatz des gemeinsamen Produktzyklus (Common-Cycle-Approach)
- Ansatz der gemeinsamen Basisperiode (Basic-Period-Approach)
- Ansatz der variierenden Losgrößen

Im vorliegenden Beitrag wird im Anschluß an die Beschreibung der drei Ansätze das ELSP als lineares, gemischt-binäres Modell formuliert. Mit diesem Modell lassen sich alle drei Ansätze mit und ohne Kombination einer 2^x -Politik abbilden und für kleine Instanzen lösen. Grundlage hierfür ist eine Lagerungskostenapproximation mit einem maximalen Fehler von 0,3% sowie eine fakultative Zuweisung der Produktauflagen zu Positionen, um die Anzahl der Variablen und Nebenbedingungen zu reduzieren. Bei größeren Instanzen werden der Lösung der eigentlichen Modellformulierung zwei Verfahrensschritte vorgeschaltet, die Auflagehäufigkeiten und Reihenfolge aufeinander abstimmen, so daß mit diesem Input nur noch die Bestimmung der kontinuierlichen Losgrößen sowie eine Gesamtzykluslängen Anpassung zu erfolgen hat.

Schlüsselwörter: Prozeßfertigung, ELSP, kapazitierte Losgrößen- und Reihenfolgeplanung, Rüstzeiten, zyklische Planung, obere und untere Schranken

1 Einführung

Die in der Praxis verbreiteten PPS-Systeme beinhalten ein sukzessives Planungskonzept, bei dem Kapazitäten und Interdependenzen der Erzeugnisse nicht bzw. zu spät berücksichtigt werden, woraus hohe Bestände und lange Durchlaufzeiten resultieren [11], [14], [17]. Deshalb ist die simultane Losgrößen- und Reihenfolgeplanung Gegenstand intensiver Forschung. Von dem Erfolg dieser Forschung profitiert besonders die Prozeßindustrie, z.B. die chemische Industrie, die anlageintensiv verschiedene Sorten in Fließfertigung herstellt und sich hohen Rüstkosten und langen Rüstzeiten gegenüber sieht. Das ELSP beinhaltet eine simultane Losgrößen- und Reihenfolgeplanung unter Berücksichtigung von Rüstzeiten [13]. Einschränkend gilt die Annahme eines konstanten Nachfrageverlaufs der Produkte. Als Produktionsplan ergibt sich ein Produktionszyklus, der sich identisch wiederholt. Der Produktionszyklus fixiert die Losgrößen und die Reihenfolge - ein Produkt kann mehrmals aufgelegt werden. Zyklische Pläne bieten eine Reihe von Vorteilen:

- aus sich wiederholenden Abläufen resultieren Lerneffekte
- leichtere Abstimmung mit vor- und nachgelagerten Stufen bzw. anderen Unternehmensbereichen
- geringere Plannervosität

Um diese Vorteile auch bei leichten Bedarfsschwankungen zu erhalten, kann die Reihenfolge fixiert werden und eine Anpassung der Losgrößen an den jeweiligen Bedarfsverlauf erfolgen [6], [30]. Für Probleme mit stärkeren Bedarfsschwankungen sind aufgrund der eingeschränkten Flexibilität der starren Reihenfolge dynamische Modelle besser geeignet [12], [15], [18], [25], [26], [27].

Der vorliegende Beitrag konzentriert sich auf die Lösung des ELSP. Im folgenden Abschnitt 2 werden zunächst die Annahmen des ELSP genannt. Ein Beispieldatensatz mit den für die Prozeßindustrie typischen hohen Rüstkosten und langen Rüstzeiten bei hoher Kapazitätsbeanspruchung illustriert das weitere Vorgehen. Ausgehend von einer unteren Schranke für die Lösung [1] werden der Ansatz des gemeinsamen Produktzyklus nach Hanssmann [22], der Ansatz der gemeinsamen Basisperiode, stellvertretend nach Haessler und Hogue [20], sowie der Ansatz der variierenden Losgrößen nach Dobson [8] bzw. Zipkin [34] als obere Schranken anschaulich

entwickelt. Dabei ist der Ansatz des gemeinsamen Produktzyklus ein Spezialfall des Ansatzes der gemeinsamen Basisperiode, letzterer ein Spezialfall des Ansatzes der variierenden Losgrößen. Somit stellt sich der Ansatz von Dobson als konzeptionell überlegen dar, was im Beispieldatensatz durch einen 20% bzw. 12% niedrigeren Zielfunktionswert dokumentiert wird. Die Vor- und Nachteile der verschiedenen Ansätze werden herausgearbeitet, ferner wird die hohe Bedeutung der 2^x -Politik im Zusammenhang mit den letzten beiden Ansätzen gezeigt [21], [29], [32]. Einen Überblick über die Ansätze zur Lösung des ELSP erhält der Leser auch in [10] sowie in [30].

Abschnitt 3 beginnt mit der approximativen Linearisierung der quadratischen Lagerungskostenberechnung und einer Einsparung von Variablen und Nebenbedingungen durch eine fakultative Zuweisung der Produktauflagen zu Positionen. Dies sind die Voraussetzungen für ein lineares, gemischt-binäres Modell, das alle drei Ansätze abbilden kann und dem ELSP wesentlich mehr "Struktur" gibt als herkömmliche Formulierungen. Für kleine Instanzen lassen sich in Abhängigkeit von der Produktionszykluslänge die Lösungen der verschiedenen Ansätze mit und ohne Berücksichtigung der 2^x -Politik berechnen und vergleichen. Ferner werden untere Schranken mit und ohne Berücksichtigung der 2^x -Politik in Abhängigkeit von der Produktionszykluslänge gegenübergestellt.

Der Ansatz der variierenden Losgrößen ist in Abschnitt 4 Ausgangspunkt eines neuen Verfahrens, das das Verfahren von Dobson, in der verbesserten Version von Zipkin, weiterentwickelt. Während Zipkin in einer ersten Stufe die relativen Auflagehäufigkeiten mit einer vorläufigen Produktionszykluslänge multipliziert und gemäß der 2^x -Politik rundet, in einer zweiten Stufe für die Lose sukzessive eine Reihenfolge generiert, um in der dritten Stufe die Losgrößen und die Produktionszykluslänge als quadratisches Problem zu bestimmen, werden in dem neuen Verfahren die Auflagehäufigkeiten aus unteren Schranken abgeleitet, das Reihenfolgeproblem simultan gelöst, ferner auch andere als 2^x -Politiken zugelassen und in der letzten Stufe die Losgrößen und die Produktionszykluslänge als LP-Problem errechnet.

In Abschnitt 5 erfolgt die Anwendung des neuen Verfahrens auf zwei Literaturdatensätze [4], [23], wovon einer unter Verwendung der 2^x -Politik optimal gelöst wird, und Abschnitt 6 gibt einen Ausblick.

2 Ansätze zur Lösung des ELSP

Elmaghraby [13] beschreibt das ELSP anhand folgender Annahmen:

- mehrere Produkte $j = 1, \dots, J$
- eine Maschine
- einstufiger Produktionsprozeß
- unendlicher Planungshorizont
- konstante Fertigungsgeschwindigkeit p_j für Produkt j
- konstante Absatzgeschwindigkeit b_j für Produkt j
- reihenfolgeunabhängige Rüstkosten s_j für Produkt j
- reihenfolgeunabhängige Rüstzeiten st_j für Produkt j
- lineare Lagerungskosten h_j für Produkt j

Ziel bei der Lösung des ELSP ist die Angabe eines zulässigen Produktionszyklus, im folgenden Gesamtzyklus genannt, der die Losgrößen und die Reihenfolge der Produkte angibt und die Rüst- und Lagerungskosten je Zeiteinheit minimiert. Ein Produkt kann dabei mehrfach aufgelegt werden. Zur Illustration wird in dieser Arbeit folgender Datensatz verwendet:

	Produkt 1	Produkt 2	Produkt 3
Rüstkosten s_j [GE]	3960	2625	9375
Lagerungskosten h_j [GE/ME und ZE]	3	1	1
Fertigungsgeschwindigkeit p_j [ME/ZE]	15	10	6
Absatzgeschwindigkeit b_j [ME/ZE]	4	3	1
Rüstzeit st_j [ZE]	2	5	5

Tabelle 1: Beispieldatensatz

Um eine untere Schranke für den Beispieldatensatz zu erhalten, wird für jedes Produkt isoliert die optimale Produktionszeit pt_j^* und daraus abgeleitet der optimale Produktionszyklus des Produkts j

$$\tau_j^* = \frac{pt_j^* \cdot p_j}{b_j} \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (1)$$

ermittelt. Der Produktionszyklus des Produkts j wird im folgenden Produktzyklus τ_j genannt. Darunter wollen wir den Zeitraum zwischen zwei Losauflagen des Produkts j verstehen.

Zunächst soll die Abbildung 1 die Berechnung der Lagerungskosten veranschaulichen. Aus Vereinfachungsgründen wird der Produktindex j weggelassen.

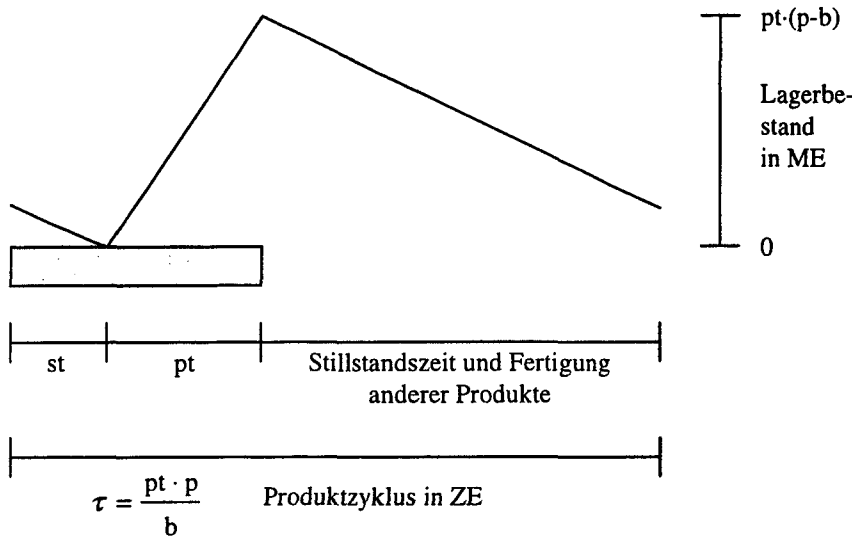


Abbildung 1: Veranschaulichung der Lagerungskostenberechnung

Für die Berechnung der Lagerungskosten wird die Zero-Inventory-Bedingung angenommen. Diese Bedingung fordert, daß erst dann mit der Fertigung eines Produkts begonnen werden darf, wenn der Bestand dieses Produkts Null beträgt. Während es sich im Einproduktfall um eine Optimalitätseigenschaft handelt, vereinfacht es im Mehrproduktfall die Lagerungskostenberechnung [28].

Die optimale Produktionszeit für jedes Produkt erhält man durch Gleichsetzen der Rüstkosten je ZE mit den Lagerungskosten je ZE.

$$\frac{s_j}{\tau_j} = \frac{0,5 \cdot h_j \cdot (p_j - b_j) \cdot \frac{p_j}{b_j} \cdot pt_j^2}{\tau_j} \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (2)$$

$$pt_j^* = \sqrt{\frac{2 \cdot s_j \cdot b_j}{h_j \cdot (p_j - b_j) \cdot p_j}} \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (3)$$

Für eine zulässige Lösung muß ferner $pt_j \geq \frac{st_j \cdot b_j}{p_j - b_j}$ gelten, damit ausreichend Zeit zum Rüsten bleibt.

Angewendet auf den Beispieldatensatz ergeben sich:

$pt_1^* = 8 \text{ ZE}$	$\tau_1^* = 30 \text{ ZE}$	264 Kosten/ZE für Produkt 1
$pt_2^* = 15 \text{ ZE}$	$\tau_2^* = 50 \text{ ZE}$	105 Kosten/ZE für Produkt 2
$pt_3^* = 25 \text{ ZE}$	$\tau_3^* = 150 \text{ ZE}$	125 Kosten/ZE für Produkt 3
494 Kosten/ZE insgesamt		

Tabelle 2: Untere Schranke für den Beispieldatensatz

Gelänge es, die Produktzyklen τ_j^* überschneidungsfrei zu einem Gesamtzyklus zusammenzusetzen, der sich identisch wiederholt, wäre der Zielfunktionswert gleich seiner unteren Schranke in Höhe von 494 GE/ZE und somit optimal. Für die Länge des Gesamtzyklus bietet sich intuitiv das KgV ($\tau_1^*, \tau_2^*, \tau_3^*$) an, da dann die optimalen Losgrößen gefertigt werden können, sofern keine Überschneidungen vorliegen. Das KgV beträgt für unser Beispiel 150 ZE, die Gesamtzykluslänge wäre damit kurz. Bei anderen Werten für τ_j^* bzw. mehr als drei Produkten käme das KgV nicht für die Gesamtzykluslänge in Frage, da letztere sehr viele Zeiteinheiten umfassen würde. Der Wunsch nach kürzeren Gesamtzykluslängen liefert somit einen Grund, von den optimalen Produktzyklen bzw. Produktionszeiten abzuweichen.

In der Abbildung 2 werden die optimalen Produktzyklen τ_j^* dargestellt; die Balken repräsentieren jeweils die Summe aus Rüst- und Produktionszeit.

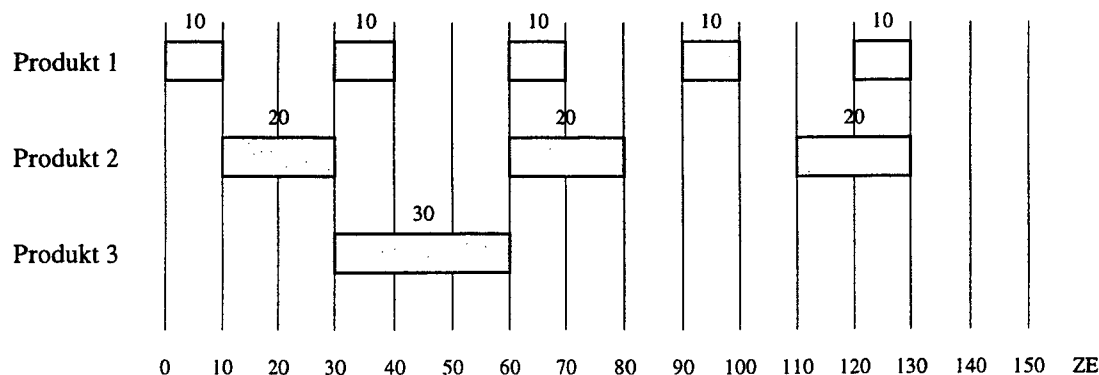


Abbildung 2: "Optimale" Produktzyklen des Beispieldatensatzes

Die Abbildung zeigt, daß sich Überschneidungen in Höhe von 30 ZE ergeben, die auch durch Verschieben nicht zu beseitigen sind. Folglich muß von den optimalen Losgrößen abgewichen werden, um eine zulässige Maschinenbelegung bzw. Reihenfolge zu erhalten.

Insgesamt kristallisieren sich vier Gründe für das Abweichen von den isoliert ermittelten, optimalen Produktionszeiten heraus:

1. Die Produktzyklen passen nicht zusammen, zwischen Produkt 1 und 2 kommt es zu Überschneidungen. Wäre $\tau_2 = 60$, folglich der ggT (τ_1, τ_2) = τ_1 , gäbe es keine Überschneidungen.
2. Die Losgrößen (einschließlich Rüstzeiten) passen nicht zusammen, zwischen Produkt 1 und 3 kommt es zu Überschneidungen. Die produzierte Menge des Produkts 1 reicht nicht aus, um die Losauflage des Produkts 3 zu überdauern.

3. Die Gesamtzykluslänge ist ungleich dem KgV der Produktzyklen, da sie sonst zu lang sein würde. In unserem Beispiel trifft dies nicht zu.
4. Aufgrund einer hohen Nettoauslastung, d.h. $\sum_{j=1}^J \frac{b_j}{p_j}$ nahe 1, bzw. langen Rüstzeiten kann die Auslastung über 100% betragen, so daß mit weniger Losauflagen zu produzieren ist. Die Nettoauslastung im Beispiel beträgt 73,33% und die Bruttoauslastung (d.h. einschließlich Rüstzeiten) $140 \text{ ZE}/150 \text{ ZE} = 93,33\%$.

2.1 Ansatz des gemeinsamen Produktzyklus

Hanssmann schlägt ein sehr einfaches, grobes Verfahren vor, das einen, für alle Produkte geltenden Produktzyklus und damit Gesamtzyklus bestimmt [22]. Jedes Produkt wird genau einmal im Gesamtzyklus aufgelegt, die Reihenfolge der Lose ist beliebig. Lediglich die Bruttoauslastung darf 100% nicht überschreiten. Im folgenden wird die Gesamtzykluslänge mit zyk bezeichnet.

Für diesen Ansatz gilt

$$zyk = \tau_j \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (4)$$

somit ist mit (1)

$$pt_j = \frac{zyk \cdot b_j}{p_j} \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (5)$$

und eingesetzt in (2) ergeben sich entsprechend umgeformt die Kosten/ZE

$$\frac{1}{zyk} \cdot \sum_{j=1}^J s_j + zyk \cdot \sum_{j=1}^J 0,5 \cdot h_j \cdot (p_j - b_j) \cdot \frac{b_j}{p_j} \quad (6)$$

und schließlich durch Ableitung die optimale Gesamtzykluslänge:

$$zyk^* = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J s_j}{\sum_{j=1}^J 0,5 \cdot h_j \cdot (p_j - b_j) \cdot \frac{b_j}{p_j}}} \quad (7)$$

Für eine zulässige Lösung muß ferner

$$zyk \cdot \left(1 - \sum_{j=1}^J \frac{b_j}{p_j}\right) \geq \sum_{j=1}^J st_j \quad (8)$$

gelten, damit die Bruttoauslastung nicht mehr als 100% beträgt.

Angewendet auf den Beispieldatensatz erhält man die in Abbildung 3 dargestellte Lösung.

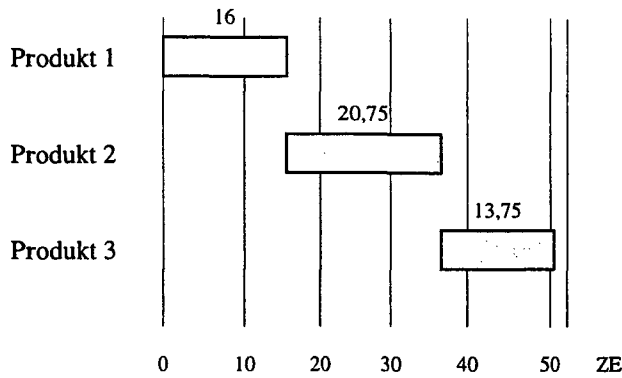


Abbildung 3: Gemeinsamer Produktzyklus für den Beispieldatensatz

Die Gesamtzykluslänge beträgt 52,16 ZE mit den dazugehörigen Kosten/ZE in Höhe von 611,99. Verglichen mit der unteren Schranke von 494 liefert dieser Ansatz aufgrund der unterschiedlichen isolierten Produktzyklen ein schlechtes Resultat.

2.2 Ansatz der gemeinsamen Basisperiode

Zahlreiche Veröffentlichungen beschäftigen sich mit dem Basisperiodenansatz [2], [4], [9], [13], [19], [20], [24], [31], [33]. Bei diesem Ansatz werden

- (i) unterschiedliche, zeitinvariante Produktzyklen zugelassen und
- (ii) die Zero-Inventory-Bedingung angenommen.

Folglich ergibt sich für jedes Produkt

- (iii) eine gleichbleibende Losgröße im Gesamtzyklus.

Dieses Problem ist NP-schwer [16].

Es werden die Bezeichnungen BP für Basisperiode und m_j für die ganzzahligen, positiven Multiplikatoren der Basisperiode verwendet und die Produktzyklen τ_j als Vielfache der Basisperiode dargestellt.

$$\tau_j = m_j \cdot BP \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (9)$$

Anschaulich: $m_j = 3$ bedeutet, daß das Produkt j in jeder dritten Basisperiode aufgelegt werden muß bzw. der Produktzyklus drei Basisperioden umfaßt.

Weiterhin gilt:

$BP = \text{ggT}$ der Produktzyklen τ_j ; somit ist BP die größtmögliche Periode, mit Hilfe derer sich die Produktzyklen τ_j als Vielfache von BP angeben lassen.

$\text{zyk} = \text{kgV}$ der Produktzyklen τ_j ; folglich ist zyk der kleinstmögliche Gesamtzyklus, der sich identisch wiederholt.

Insgesamt müssen bei diesem Ansatz die Basisperiode BP, die Multiplikatoren m_j und die Reihenfolge bestimmt werden. Hat man Werte für BP und m_j ermittelt, stellt das Auffinden einer zulässigen Reihenfolge (Maschinenbelegung) ein NP-vollständiges Problem dar [24], hierzu ein Beispiel:

Es werden die Produkte a, b und c gefertigt. Für die Basisperiode und die Multiplikatoren sind untenstehende Werte ermittelt worden:

$$BP = 7 \text{ ZE} \quad m_a = 1 \quad m_b = 2 \quad m_c = 3$$

Folglich betragen

$$\text{zyk} = 42 \text{ ZE} \quad \tau_a = 7 \text{ ZE} \quad \tau_b = 14 \text{ ZE} \quad \tau_c = 21 \text{ ZE}$$

Die Reihenfolge ergibt sich aus der Aufteilung der Lose auf den Gesamtzyklus zyk , wobei die Produktzyklen eingehalten werden müssen. Man beginnt bei der Einplanung mit dem Produkt mit der größten Auflagehäufigkeit, d.h. mit dem kleinsten Produktzyklus, und plant die Produkte mit den nächsthöheren Auflagehäufigkeiten sukzessive ein.

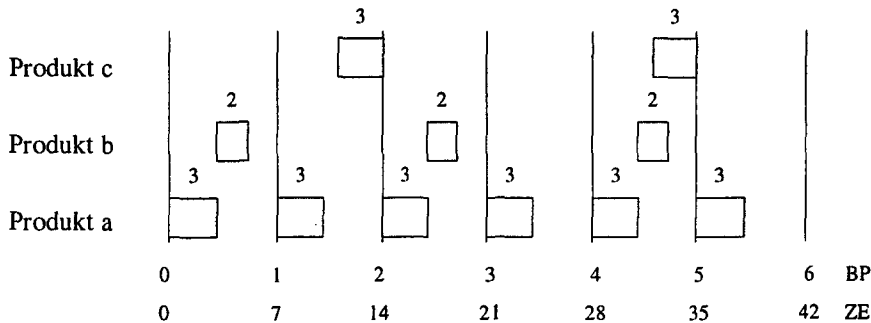


Abbildung 4: Unzulässige Basisperiodenlösung

Abbildung 4 zeigt, daß für die angegebenen Produktzyklen und durch Balken repräsentierten Rüst- und Produktionszeiten keine zulässige Maschinenbelegung existiert. In der fünften Basisperiode kommt es trotz der insgesamt nur 71,43%igen Auslastung zu einer Überschneidung. Für eine zulässige Reihenfolge müssen innerhalb jeder Basisperiode die Losgrößen der zugewiesenen Produkte samt Rüstzeiten gefertigt werden können. Folglich muß für die fünfte Basisperiode gelten:

$$BP \cdot \left(1 - \left(\frac{b_a \cdot m_a}{P_a} + \frac{b_b \cdot m_b}{P_b} + \frac{b_c \cdot m_c}{P_c}\right)\right) \geq st_a + st_b + st_c \quad (10)$$

Unzulässigkeiten sind durch eine Erhöhung der Auflagehäufigkeit eines geeigneten Produkts und/oder eine Ausweitung der Basisperiodenlänge aufzuheben. Im vorliegenden Fall bietet sich eine Erhöhung der Auflagehäufigkeit des Produkts c an, so daß dieses in der zweiten, vierten und sechsten Basisperiode gefertigt wird. Die Produktzyklen werden jetzt besser zusammengefügt, die Lösung ist zulässig und die Gesamtzykluslänge verkürzt sich auf 2 Basisperioden = 14 ZE mit $m_a = 1$, $m_b = 2$ und $m_c = 2$. Eine solche Lösung mit ausschließlich Zweierpotenzmultiplikatoren heißt 2^x -Politik [32]. Die 2^x -Politik weist eine Reihe von Vorteilen auf:

1. Die Gesamtzykluslänge zyk ($= \text{kgV}$ der Produktzyklen $\tau_j = m_j \cdot BP$) ist aufgrund der Zweierpotenzmultiplikatoren m_j gleich dem größten Produktzyklus $\max \{m_j \cdot BP | j \in J\}$ und somit kurz. Die Auflagehäufigkeiten sind ebenfalls Zweierpotenzen. Bezeichnen wir die Auflagehäufigkeit des Produkts j mit d_j , so gilt:

$$d_j = \frac{\text{zyk}}{m_j \cdot BP} \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (11)$$

2. Die Anzahl der in Frage kommenden Multiplikator- bzw. Auflagehäufigkeitskombinationen reduziert sich erheblich.
3. Die Reihenfolgebildung wird vereinfacht, da die Kapazitätsauslastung gleichmäßiger verläuft als in Fällen, bei denen Multiplikatoren von $m_b = 2$ und $m_c = 3$ in jeder sechsten Periode eine Zusammenballung der Kapazitätsbeanspruchung verursachen.
4. Der Zielfunktionswert ist um maximal 6,1% höher als bei der allgemeinen Basisperiodenpolitik [29], [32].

Haessler und Hogue [20] lösen das ELSP in zwei Stufen unter Verwendung der 2^x -Politik. In der Stufe 1 relaxieren sie die Reihenfolgeproblematik und bestimmen iterativ die Basisperiode und die

Multiplikatoren oder daraus ableitbar die Gesamtzykluslänge und die Auflagehäufigkeiten. Mit diesen Werten wird in der Stufe 2 eine zulässige Reihenfolge gesucht. Falls keine zulässige Maschinenbelegung existiert, sind BP und/oder m_j zu variieren. Die Verfahrensschritte werden erläutert und im Anschluß auf den Beispieldatensatz angewendet.

Stufe 1:

Zunächst sind die optimalen Produktzyklen τ_j^* bei isolierter Betrachtung gemäß (3) eingesetzt in (1) zu berechnen. Der kleinste Produktzyklus ist die vorläufige Basisperiode. Da die anderen Produktzyklen als Vielfache der Basisperiode dargestellt werden sollen, wird für jedes Produkt $\frac{\tau_j^*}{BP}$ berechnet und auf denjenigen Zweierpotenzmultiplikator m_j gerundet, der die niedrigeren Kosten/ZE aufweist. Die Kosten/ZE erhält man durch Einsetzen von (1) nach p_j aufgelöst und (9) in (2) und entsprechende Umformung.

$$\text{Kosten / ZE} = \frac{s_j}{m_j \cdot BP} + 0,5 \cdot h_j \cdot (p_j - b_j) \cdot \frac{b_j}{p_j} \cdot m_j \cdot BP \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (12)$$

Die ermittelten Multiplikatoren sind Ausgangspunkt für eine Neuberechnung der Basisperiode, in dem man die Kosten/ZE über alle Produkte aufsummiert und nach BP ableitet.

$$BP^* = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J \frac{s_j}{m_j}}{\sum_{j=1}^J 0,5 \cdot h_j \cdot (p_j - b_j) \cdot \frac{b_j}{p_j} \cdot m_j}} \quad (13)$$

Für eine zulässige Lösung muß ferner

$$BP^* \cdot \left(1 - \sum_{j=1}^J \frac{b_j}{p_j}\right) \geq \sum_{j=1}^J \frac{st_j}{m_j} \quad (14)$$

gelten, damit die Bruttoauslastung 100% nicht übersteigt; gegebenenfalls wird die Länge der Basisperiode entsprechend erhöht.

Die erhaltene Basisperiode ist Ausgangspunkt für eine erneute Bestimmung der Multiplikatoren, diese wiederum für eine neue Basisperiode usw. Die Stufe 1 endet, wenn die Multiplikatoren unverändert bleiben.

Die Anwendung auf den Beispieldatensatz ergibt:

$$\tau_1^* = 30 \text{ ZE} \quad \tau_2^* = 50 \text{ ZE} \quad \tau_3^* = 150 \text{ ZE} \quad BP = 30 \text{ ZE}$$

	Multiplikatoren	Kosten/ZE
$\frac{\tau_1^*}{BP} = 1$	$m_1 = 1$	264
	(2)	330)
$\frac{\tau_2^*}{BP} = 1,67$	$m_2 = 2$	106,75
	(1)	119)
$\frac{\tau_3^*}{BP} = 5$	$m_3 = 4$	128,13
	(8)	139,06)

Tabelle 3: Multiplikatoren der 1. Iteration

$$BP^* = 30,53 \text{ ZE}$$

BP* ist zulässig.

	Multiplikatoren	Kosten/ZE
$\frac{\tau_1^*}{BP^*} = 1,02$	$m_1 = 1$	264,04
	(2)	333,52)
$\frac{\tau_2^*}{BP^*} = 1,64$	$m_2 = 2$	107,10
	(1)	118,04)
$\frac{\tau_3^*}{BP} = 4,91$	$m_3 = 4$	127,65
	(8)	140,15)

Tabelle 4: Multiplikatoren der 2. Iteration

Die Multiplikatoren haben sich nicht verändert, somit endet die Stufe 1. Die Lösung lautet:

$$BP = 30,53 \text{ ZE} \quad m_1 = 1 \quad m_2 = 2 \quad m_3 = 4$$

Stufe 2:

Mit den ermittelten Werten versucht man eine zulässige Reihenfolge/Maschinenbelegung zu finden (siehe oben). Gelingt dies nicht, wird BP erhöht und/oder geeignete m_j werden halbiert, d.h. die Auflagehäufigkeit dieses Produkts verdoppelt sich, damit (10) erfüllt ist.

Die Anwendung auf den Beispieldatensatz ergibt:

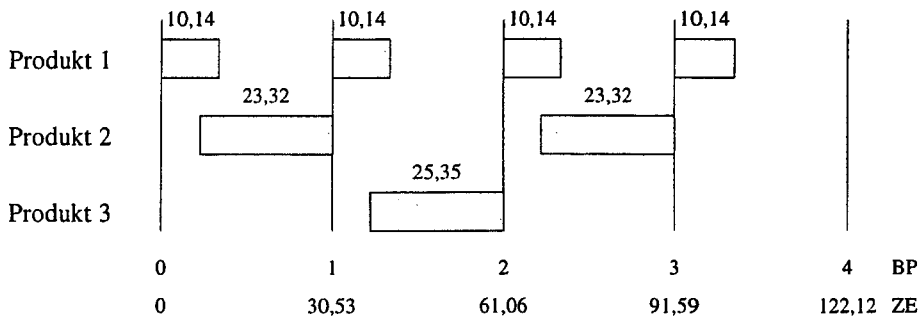


Abbildung 5: Unzulässige Basisperiodenlösung für den Beispieldatensatz

Die Maschinenbelegung ist nicht zulässig, da (10) nicht eingehalten wird. Damit bei den gegebenen Multiplikatoren die Produkte 1 und 3 in einer Basisperiode gefertigt werden können, müßte diese 105 ZE umfassen. Die Kosten/ZE würden dann 930,03 betragen (untere Schranke 494).

Eine bessere Möglichkeit ist die Halbierung von Multiplikator m_3 bzw. die Verdopplung der Auflagehäufigkeit des Produkts 3. Die beiden Losauflagen sind dann der zweiten und vierten Basisperiode zuzuweisen. Zulässig wird diese Maschinenbelegung aber erst durch die Ausdehnung der Basisperiode auf 52,5 ZE, da sonst Produkt 1 und 2 nicht in einer Basisperiode gefertigt werden könnten. Die Kosten/ZE betragen 574,72. Durch weitere Halbierungen von Multiplikatoren bzw. Veränderungen der Basisperiode sind keine Verbesserungen zu erzielen.

Die Lösung läßt sich wie folgt darstellen:

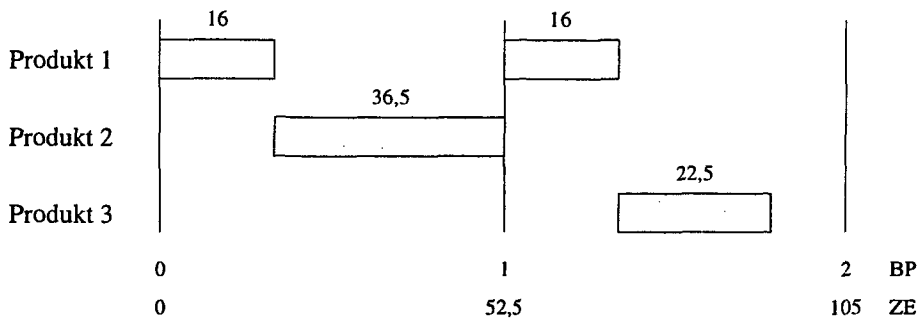


Abbildung 6: Basisperiodenlösung für den Beispieldatensatz

Hätte man alle $m_j = 1$ gesetzt, würde sich die Lösung nach dem Ansatz des gemeinsamen Produktzyklus ergeben. Da der Basisperiodenansatz verschiedene Multiplikatoren zuläßt, ist er dem ersteren Ansatz überlegen. Dennoch sind 574,72 Kosten/ZE bei einer unteren Schranke von 494 Kosten/ZE kein zufriedenstellendes Ergebnis. Die Lösungsqualität wird durch folgende Punkte eingeschränkt:

1. Die Annahme des gleichbleibenden Produktzyklus bzw. der gleichbleibenden Losgröße eines Produkts im Gesamtzyklus und die daraus resultierende Starrheit bei der Maschinenbelegung verursacht häufig hohe Kosten.
2. Die Einschränkung auf eine 2¹-Politik kann Einfluß auf die Lösungsqualität haben.
3. Die sukzessive Zuweisung der Auflagen der Produkte zu Basisperioden in Stufe 2 kann schlechte Ergebnisse hervorbringen.
4. Die Anpassungsmaßnahmen in Stufe 2 bei unzulässigen Maschinenbelegungen werden z.B. bei zehn Produkten und acht Basisperioden unübersichtlich, so daß die Qualität der gefundenen Lösung zufälliger Natur ist.

2.3 Ansatz der variierenden Losgrößen

Der Ansatz von Dobson [8] fordert keine gleichbleibenden Produktzyklen und somit bei Gültigkeit der Zero-Inventory-Bedingung keine gleichbleibenden Losgrößen eines Produkts im Gesamtzyklus, sondern erlaubt variierende Losgrößen eines Produkts. Dadurch gewinnen die Lösungen an Flexibilität, die Lösungsqualität steigt und das Auffinden einer zulässigen Reihenfolge stellt kein Problem mehr dar. Sind die Gesamtzykluslänge zyk sowie die Auflagehäufigkeiten der Produkte d_j gegeben und gilt ferner

$$zyk \cdot \left(1 - \sum_{j=1}^J \frac{b_j}{p_j}\right) \geq \sum_{j=1}^J d_j \cdot st_j \quad (15)$$

d.h. es bleibt genug Zeit für das Rüsten, so ist jede Reihenfolge zulässig.

Allerdings resultiert aus den unterschiedlichen Losgrößen eines Produkts im Gesamtzyklus der Nachteil, daß sich die variierenden Produktionszeiten eines Produkts nicht mehr in Abhängigkeit von zyk oder BP ausdrücken lassen und somit die Lagerungskosten/ZE quadratisch von den einzelnen Produktionszeiten abhängen.

Dobsons Ansatz der variierenden Losgrößen basiert auf Ideen von Maxwell [28] und vor allem von Delporte und Thomas [7], der Ansatz wird von Zipkin [34] verbessert. Die Werte für die Auflagehäufigkeiten der Produkte d_j werden auf Zweierpotenzen gerundet und es gilt die Zero-Inventory-Bedingung. Delporte und Thomas berichten in [7] von der Schwierigkeit, ein Beispiel zu konstruieren, bei dem die Zero-Inventory-Bedingung die Lösungsqualität des Ansatzes der

variierenden Losgrößen beeinträchtigt. Ob die Zero-Inventory-Bedingung eine Optimalitätseigenschaft für diesen Ansatz darstellt oder wie viel die maximale Kostenerhöhung/ZE betragen könnte, ist nicht bekannt. Ohne diese Bedingung wären die Lagerungskosten jeweils von der Produktionszeit und dem dazugehörigen Produktzyklus abhängig und somit schwieriger zu berechnen.

Das ELSP ist auch bei diesem Ansatz NP-schwer [16]. Dobson löst das ELSP sukzessive in drei Stufen:

Stufe 1: Bestimmung der Auflagehäufigkeiten d_j und der Gesamtzykluslänge zyk

Stufe 2: Reihenfolgefixierung

Stufe 3: Festlegung der Produktions- und Stillstandszeiten

Zipkin erweitert das Verfahren, in dem er in Stufe 3 die Gesamtzykluslänge zyk erneut als Variable sieht.

Zunächst wird die ELSP-Formulierung von Dobson [8] in abgeänderter Form vorgestellt. Im Gegensatz zur Originalquelle sind im untenstehenden Modell DOB sowohl die Auflagehäufigkeiten als auch die Reihenfolge bereits Parameter und nicht Variablen; somit entspricht die Lösung des Modells DOB der Stufe 3 des Verfahrens von Dobson, der Auflagehäufigkeiten und Reihenfolge außerhalb des Modells in den ersten beiden Stufen bestimmt.

Die fixierte Reihenfolge aus Stufe 2 besteht aus I Positionen. In jeder Position $i = 1, \dots, I$ wird ein Produkt gefertigt, so daß die entsprechende Rüstzeit, der Rüst- und Lagerungskostensatz sowie die Fertigungs- und Absatzgeschwindigkeit dieses Produkts der Position zugeordnet werden können. Weiterhin umfaßt jede Position i t_i Zeiteinheiten, im folgenden auch Positionslänge genannt; ihre Länge setzt sich aus der Rüstzeit st_i des der Position i zugeordneten Produkts, der zu bestimmenden Produktionszeit pt_i des zugeordneten Produkts in der Position i sowie der sich anschließenden, zu bestimmenden Stillstandszeit ut_i in der Position i zusammen.

Modell DOB

Indizes

$j = 1, \dots, J$ Produkte

$i = 1, \dots, I$ Positionen

$i'(i)$ = nächste Position, in der das der Position i zugeordnete Produkt erneut aufgelegt wird

I_j = Indexmenge der Positionen, in denen Produkt j gefertigt wird

Parameter

p_i = Fertigungsgeschwindigkeit des der Position i zugeordneten Produkts [ME/ZE]

b_i = Absatzgeschwindigkeit des der Position i zugeordneten Produkts [ME/ZE]

s_i = Rüstkosten des der Position i zugeordneten Produkts [GE]

h_i = Lagerungskosten des der Position i zugeordneten Produkts [GE/ME und ZE]

st_i = Rüstzeit des der Position i zugeordneten Produkts [ZE]

zyk = Gesamtzykluslänge

Entscheidungsvariablen

pt_i = Produktionszeit in Position i des zugeordneten Produkts

ut_i = Stillstandszeit in Position i

t_i = Summe aus Rüst-, Produktions- und Stillstandszeit in Position i

$$\text{Min} = \frac{1}{\text{zyk}} \cdot \sum_{i=1}^I (s_i + 0,5 \cdot h_i \cdot (p_i - b_i) \cdot \frac{p_i}{b_i} \cdot \text{pt}_i^2) \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^I t_i = \text{zyk} \quad (17)$$

$$st_i + pt_i + ut_i = t_i \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I \quad (18)$$

$$p_i \cdot pt_i = b_i \cdot (pt_i + ut_i + \sum_{k=i+1}^{i'(i)-1} t_k + st_{i'(i)}) \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I \quad (19)$$

$$\sum_{i \in I_j} \frac{pt_i \cdot p_i}{b_i} = \text{zyk} \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (20)$$

$$pt_i, ut_i, t_i \geq 0 \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I \quad (21)$$

$$\text{zyk} \geq 0 \quad (22)$$

In der Zielfunktion (16) werden die Rüst- und Lagerungskosten/ZE minimiert. Die Lagerungskosten/ZE sind allerdings quadratisch von den einzelnen, zu bestimmenden Produktionszeiten pt_i abhängig. Die in Stufe 1 ermittelte Gesamtzykluslänge zyk kann durch "Probieren" geeignet variiert und die Modellformulierung mehrfach mit verschiedenen Werten für zyk gelöst werden.

Nebenbedingung (17) stellt sicher, daß die Summe der Positionslängen t_i [ZE] der Gesamtzykluslänge zyk entspricht. Die Positionslängen t_i sind kontinuierlich definiert (21) und setzen sich aus Rüst-, Produktions- und Stillstandszeit der jeweiligen Position i zusammen (18). Nebenbedingung (19) gewährleistet die ausreichende Produktion eines Produkts bis zu seiner erneuten Auflage, Nebenbedingung (20) die ausreichende Produktion im Gesamtzyklus. Alle Variablen sind nichtnegativ, kontinuierlich definiert (21), (22).

Die beschriebene Stufe 3 des Verfahrens von Dobson/Zipkin läßt sich auch mit dem Basisperiodenansatz kombinieren. Hat man beispielsweise mit dem Verfahren von Haessler und Hogue die Basisperiode BP und die Multiplikatoren m_j aufeinander abgestimmt, allerdings keine zulässige Reihenfolge gefunden, so kann bei Gültigkeit von (15) die Verwendung des Modells DOB gute Resultate hervorbringen. Dabei ist die Gesamtzykluslänge zyk gleich dem größten Produktzyklus $\max\{m_j \cdot BP | j \in J\}$, die Auflagehäufigkeiten d_j errechnen sich aus (11), die Positionsanzahl I ist durch die Summe der Auflagehäufigkeiten gegeben und als Reihenfolge wird diejenige mit der gleichmäßigsten Kapazitätsbeanspruchung übernommen.

Im folgenden werden die ersten beiden Stufen des Verfahrens von Dobson beschrieben:

Stufe 1:

Dobson errechnet unter Vernachlässigung der Reihenfolgeproblematik die optimalen, kontinuierlichen, sogenannten relativen Auflagehäufigkeiten d_j^{*rel} , die er anschließend mit der gewünschten Gesamtzykluslänge zyk multipliziert. Setzt man in (12) für $m_j \cdot BP$ den Term $\frac{\text{zyk}}{d_j}$

und leitet nach d_j ab, ergibt sich ein Produkt aus der Gesamtzykluslänge zyk und der relativen Auflagehäufigkeit d_j^{*rel}

$$\text{zyk} \cdot d_j^{*rel} \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (23)$$

mit

$$d_j^{*rel} = \sqrt{\frac{0,5 \cdot h_j \cdot (p_j - b_j) \cdot \frac{b_j}{p_j}}{s_j}}$$

für alle $j = 1, \dots, J$

(24)

Für die Gesamtzykluslänge zyk ist ein Wert vorzugeben, um anschließend die Auflagehäufigkeiten $zyk \cdot d_j^{*rel}$ auf Zweierpotenzen d_j zu runden. Eine genaue Beschreibung des Vorgehens fehlt in der Originalquelle. Beträgt die Bruttoauslastung über 100%, werden zur Bestimmung der relativen Auflagehäufigkeiten die jeweiligen Rüstzeiten s_j berücksichtigt [8]. Produkte mit hohen Rüstzeiten haben dann eine geringere Auflagehäufigkeit.

Angewendet auf den Beispieldatensatz ergeben sich:

$d_1^{*rel} = 0,03 \quad d_2^{*rel} = 0,02 \quad d_3^{*rel} = 0,006$

Nun ist ein geeignetes zyk vorzugeben, mit denen die d_j^{*rel} multipliziert und im Anschluß daran auf Zweierpotenzen für die Auflagehäufigkeiten d_j gerundet werden. Zu diesen Auflagehäufigkeiten d_j wird die optimale Gesamtzykluslänge errechnet. Setzt man in (12) für $m_j \cdot BP$ den Term $\frac{zyk}{d_j}$, summiert über alle Produkte auf und leitet nach zyk ab, ergibt sich

$$zyk^* = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J s_j \cdot d_j}{\sum_{j=1}^J 0,5 \cdot h_j \cdot (p_j - b_j) \cdot \frac{b_j}{p_j} \cdot \frac{1}{d_j}}}$$

(25)

Den folgenden Tabellen sind die jeweiligen Auflagehäufigkeiten und die optimale Gesamtzykluslänge für drei unterschiedliche Gesamtzykluslängenvorgaben zu entnehmen.

Vorgabe $zyk = 110$	
$zyk \cdot d_1^{*rel} = 3,67$	gerundet $d_1 = 4$
$zyk \cdot d_2^{*rel} = 2,20$	$d_2 = 2$
$zyk \cdot d_3^{*rel} = 0,73$	$d_3 = 1$
$zyk^* = 122,15$	

Tabelle 5: Auflagehäufigkeiten der ersten Vorgabe

Vorgabe $zyk = 160$	
$zyk \cdot d_1^{*rel} = 5,33$	gerundet $d_1 = 4$
$zyk \cdot d_2^{*rel} = 3,20$	$d_2 = 4$
$zyk \cdot d_3^{*rel} = 1,06$	$d_3 = 1$
$zyk^* = 141,68$	

Tabelle 6: Auflagehäufigkeiten der zweiten Vorgabe

Vorgabe zykl = 210	
$\text{zykl} \cdot d_1^{*rel} = 7,00$	gerundet $d_1 = 8$
$\text{zykl} \cdot d_2^{*rel} = 4,20$	$d_2 = 4$
$\text{zykl} \cdot d_3^{*rel} = 1,40$	$d_3 = 1$
$\text{zykl}^* = 204,80$	

Tabelle 7: Auflagehäufigkeiten der dritten Vorgabe

Die Zulässigkeitsbedingung (15) ist bei allen drei Vorgaben erfüllt. Allerdings stehen auch drei Tupel für die Auflagehäufigkeiten (d_1, d_2, d_3) zur Verfügung, nämlich (4, 2, 1), (4, 4, 1) und (8, 4, 1).

Nach Dobson könnte eine beliebige Gesamtzykluslänge vorgegeben und daraus die Auflagehäufigkeiten abgeleitet werden. Am Ende seines Artikels [8] räumt Dobson jedoch ein, daß er die Lösungsqualität einiger seiner Datensätze durch Probieren, d.h. sukzessives Verändern der Auflagehäufigkeiten, verbessert hat, wenn die Werte weit von der unteren Schranke abwichen.

Während Dobson die Gesamtzykluslänge in Stufe 1 fixiert, ist sie für Zipkin in Stufe 3 erneut Variable, wodurch nahezu immer die Lösungsqualität gesteigert werden kann, da bei der Bestimmung der Gesamtzykluslänge die Reihenfolgeproblematik außer achtgelassen, d.h. idealerweise von gleichen Losgrößen eines Produkts ausgegangen wird. Anders formuliert: Eine Verbesserung der Lösungsqualität ist genau dann nicht zu erreichen, wenn zu dem Auflagehäufigkeitstupel und der Gesamtzykluslänge eine Lösung nach dem Basisperiodenansatz existiert. Da dieser Fall sehr selten auftritt, lohnt sich eine Variation der Gesamtzykluslänge in Stufe 3.

Stufe 2:

Für die Reihenfolgeplanung wird die Gesamtzykluslänge fiktiv in d_j^{max} gleichgroße Abschnitte unterteilt mit

$$d_j^{max} = \max \{d_j | j \in J\} \quad (26)$$

Die Lose eines Produkts werden gleichmäßig auf die Abschnitte verteilt, z.B. 1, 3, 5, 7 oder 2, 4, 6, 8 oder z.B. 1, 5, oder 2, 6 oder 3, 7 oder 4, 8, da die angestrebten gleichgroßen Lose eines Produkts die Lagerungskosten/ZE bei gegebener Auflagehäufigkeit minimieren. Die Einplanung der Produkte, d.h. die Zuweisung zu Abschnitten, erfolgt sukzessive mit dem Ziel einer gleichmäßigen Kapazitätsauslastung der Abschnitte. Die Produkte werden in der Reihenfolge der größten Auflagehäufigkeit und bei Gleichheit der längeren Belegungszeit den Abschnitten linksbündig zugeordnet. Aus den Zuweisungen ergibt sich eine eindeutige Reihenfolge. Die Reihenfolgebildung stimmt mit der Stufe 2 des Ansatzes der gemeinsamen Basisperiode überein. Anders als beim Basisperiodenansatz bedeutet die Nichteinhaltung der Kapazitätsrestriktion eines Abschnitts (10) nicht die Unzulässigkeit der Reihenfolge, sondern gibt lediglich einen Hinweis auf variierende Losgrößen mindestens eines Produkts in der Lösung der Stufe 3.

Die Stufe 2 ergibt für den Beispieldatensatz mit dem Auflagehäufigkeitstupel (4, 2, 1) die Produktreihenfolge

$$P_1 P_2 P_1 P_1 P_2 P_1 P_3$$

Löst man die Modellformulierung der Stufe 3 mit dieser Reihenfolge und der Gesamtzykluslänge von 122,15 ZE, resultieren Kosten in Höhe von 514,96 GE/ZE. Wird die Gesamtzykluslänge auf 133 ZE variiert, sinken die Kosten/ZE auf einen Wert von 513,51 GE/ZE. Die folgenden Tabellen geben eine Übersicht der Kosten/ZE der verschiedenen Auflagehäufigkeitstupel.

Auflagehäufigkeitstupel	(4, 2, 1)
Produktreihenfolge	$P_1 P_2 P_1 P_1 P_2 P_1 P_3$
Vorgegebene zykl. aus Stufe 1: 110 ZE	522,68 Kosten/ZE
Optimierte zykl. aus Stufe 1: 122,15 ZE	514,96 Kosten/ZE
Angepaßte zykl. aus Stufe 3: 133 ZE	513,51 Kosten/ZE

Tabelle 8: Kosten für das erste Auflagehäufigkeitstupel

Auflagehäufigkeitstupel	(4, 4, 1)
Produktreihenfolge	$P_1 P_2 P_1 P_2 P_3 P_1 P_2 P_1 P_2$
Vorgegebene zykl. aus Stufe 1: 160 ZE	570,14 Kosten/ZE
Optimierte zykl. aus Stufe 2: 141,68 ZE	568,19 Kosten/ZE
Angepaßte zykl. aus Stufe 3: 149 ZE	567,56 Kosten/ZE

Tabelle 9: Kosten für das zweite Auflagehäufigkeitstupel

Auflagehäufigkeitstupel	(8, 4, 1)
Produktreihenfolge	$P_1 P_2 P_1 P_1 P_2 P_1 P_3 P_1 P_2 P_1 P_1 P_2 P_1$
Vorgegebene zykl. aus Stufe 1: 210 ZE	570,30 Kosten/ZE
Optimierte zykl. aus Stufe 1: 204,80 ZE	570,37 Kosten/ZE
Angepaßte zykl. aus Stufe 3: 208 ZE	570,26 Kosten/ZE

Tabelle 10: Kosten für das dritte Auflagehäufigkeitstupel

Der Beispieldatensatz bestätigt die bessere Lösungsqualität des Ansatzes der variierenden Losgrößen gegenüber der des Ansatzes der gemeinsamen Basisperiode (574,72 Kosten/ZE). Weiterhin ist die Bedeutung der Festlegung der Auflagehäufigkeiten hervorzuheben. Zipkins Anpassung der Gesamtzykluslänge in Stufe 3 erscheint weniger wichtig. - Für welches Auflagehäufigkeitstupel sich Dobson aufgrund seiner gewünschten Gesamtzykluslänge in Stufe 1 entschieden hätte, ist seinem Artikel nicht zu entnehmen. In der untenstehenden Tabelle wird die beste gefundene Lösung genauer dargestellt (513,51 Kosten/ZE).

Position i	1	2	3	4	5	6	7
Zugeordnetes Produkt	P_1	P_2	P_1	P_1	P_2	P_1	P_3
st_i	2	5	2	2	5	2	5
pt_i	8,45	16,23	5,26	11,15	23,67	10,61	22,17
ut_i			12,47				

Tabelle 11: Beste Lösung für den Beispieldatensatz mit der 2^{te}-Politik

Zwar ist der Ansatz von Dobson/Zipkin den anderen konzeptionell überlegen, da letztere lediglich Spezialfälle dieses Ansatzes sind, dennoch existieren eine Reihe von Kritikpunkten:

1. Die mangelnde Präzision bei der Festlegung der Auflagehäufigkeiten erschwert Vergleiche mit anderen Ansätzen.
2. Die Einschränkung auf eine 2^x -Politik kann Einfluß auf die Lösungsqualität haben.
3. Die sukzessive Zuweisung der Losauflagen der Produkte zu Abschnitten in Stufe 2 beeinträchtigt die Lösungsqualität.
4. In Stufe 3 ist ein quadratisches Problem zu lösen mit entsprechend hoher Rechenzeit.

In Abschnitt 4 wird ein neues Verfahren entwickelt, das bezüglich aller Kritikpunkte Verbesserungen erzielt. Zunächst soll aber im folgenden Abschnitt 3 ein lineares, gemischt-binäres Modell LOTSEQ vorgestellt werden, das alle drei Ansätze abbilden kann. Das Modell LOTSEQ dient dem Vergleich der Ansätze, der Ideengenerierung für Sukzessivverfahren im Hinblick auf größere Datensätze durch exaktes Lösen von kleinen Datensätzen und ist Basis für das neue Verfahren des Abschnitts 4.

3 Das ELSP als lineares, gemischt-binäres Modell

Voraussetzung für die Formulierung des ELSP als lineares, gemischt-binäres Problem ist zum einen die approximative Linearisierung der quadratischen Lagerungskostenberechnung und zum anderen die fakultative Zuweisung der Produktauflagen zu Positionen, um Variablen und Nebenbedingungen einzusparen.

In der Zielfunktion (16) des Modells DOB soll pt_i^2 durch einen linearen Term approximiert werden, so daß der relative Fehler maximal 0,3% beträgt. Dazu definieren wir:

$ptapl_a$ = Stützstelle a für die Approximation der quadrierten Produktionszeit im Lagerungskostenterm

$ptap_a$ = Approximationsvariable der quadrierten Produktionszeit im Lagerungskostenterm zwischen den Stützstellen $a-1$ und a .

Aus Vereinfachungsgründen wird zunächst der Positionsindex i weggelassen. Abbildung 7 veranschaulicht die Approximation.

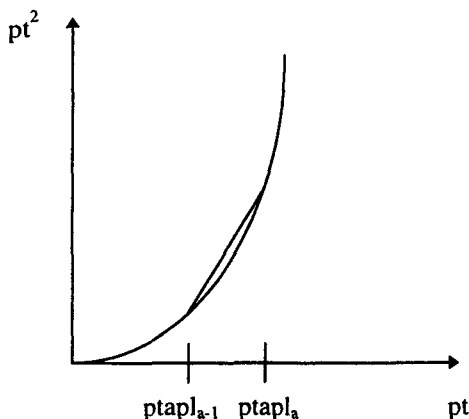


Abbildung 7: Approximation der quadrierten Produktionszeit

Die zu bestimmende Produktionszeit pt setzt sich aus der Summe der Approximationsvariablen $ptap_a$ über alle $a = 1, \dots, A$ zusammen, wobei mit steigendem Index a die Approximationsvariablen stärker gewichtet werden [5], entsprechend dem quadratischen Kurvenverlauf. Die Approximation bildet eine obere Schranke für die Lagerungskostenberechnung.

Der relative Fehler beträgt

$$\frac{ptapl_{a-1}^2 + \frac{ptapl_a^2 - ptapl_{a-1}^2}{ptapl_a - ptapl_{a-1}} \cdot ptap_a - (ptapl_{a-1} + ptap_a)^2}{(ptapl_{a-1} + ptap_a)^2} \quad (27)$$

mit

$$ptap_a \in [0, ptapl_a - ptapl_{a-1}] \quad (28)$$

Durch Ableitung nach $ptap_a$ erhält man

$$ptap_a^* = \frac{ptapl_{a-1} \cdot (ptapl_a - ptapl_{a-1})}{ptapl_a + ptapl_{a-1}} \quad (29)$$

An der Stelle $ptapl_{a-1} + ptap_a^*$ ist die Abweichung zwischen den Stützstellen $a-1$ und a am größten. Nun wird (29) in (27) eingesetzt und der relative Fehler auf 0,003 beschränkt. Es ergeben sich rekursiv definierte Stützstellen mit

$$ptapl_a = ptapl_{a-1} \cdot (1 + 2 \cdot (0,003 + \sqrt{0,003 \cdot (1 + 0,003)})) \quad (30)$$

Als Wert für die erste Stützstelle könnten zwei Drittel der optimalen Produktionszeit gemäß (3) gewählt werden. Beträgt die optimale Produktionszeit z.B. 9 ZE, ergeben sich folgende Stützstellen:

6 6,69 7,47 8,33 9,30 10,37 11,57 12,91 14,41 16,07 17,93

Die Gewichtung der Approximationsvariablen entspricht der Steigung der Sekante des jeweiligen Abschnitts und beträgt für die Approximationsvariable $ptap_a$ nach dem dritten Binomi

$$ptapl_{a-1} + ptapl_a \cdot$$

Der Fehler bei der Berechnung der Kosten/ZE beträgt deutlich weniger als 0,3%, da zum einen die Lagerungskostenapproximation nur im ungünstigsten Fall um diesen Wert abweicht und zum anderen die Lagerungskosten lediglich ungefähr die Hälfte der gesamten Kosten ausmachen.

Die fakultative Zuweisung der Produktauflagen zu Positionen spart Variablen und Nebenbedingungen ein. Im Dreiproduktfall mit einer Positionsanzahlvorgabe $I = 12$ könnte eine Zuweisung derart erfolgen, daß

Produkt 1 den Positionen 1 4 7 10

Produkt 2 den Positionen 2 5 8 11

Produkt 3 den Positionen 3 6 9 12

zugeordnet wird. In den einzelnen Positionen kann das zugeordnete Produkt gefertigt werden oder nicht. Diese Zuordnung ist nicht mit einer Vorabbestimmung der Reihenfolge zu verwechseln. Die Produktreihenfolge

$P_1 P_2 P_1 P_1 P_2 P_1 P_3$

kann auf diese Art und Weise mit $I = 12$ Positionen und somit 12 binären Rüstvariablen x_i dargestellt werden.

Position i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Zugeordnetes Produkt	P_1	P_2	P_3	P_1	P_2	P_3	P_1	P_2	P_3	P_1	P_2	P_3
Rüstvariable x_i	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1

Tabelle 12: Darstellung der Produktreihenfolge zur Einsparung von Variablen

Bei Vorgabe von $I = 7$ und der Möglichkeit, jedes Produkt in einer Position aufzulegen, benötigt man 21 binäre Rüstvariablen. Letztere, herkömmliche Modellierung ist der obigen stets unterlegen. Weiterhin gewinnt die Modellformulierung an Struktur, insbesondere die Lagerbilanzgleichung.

Im Modell LOTSEQ (31) - (45) wird das ELSP nach dem Ansatz der variierenden Losgrößen formuliert.

Modell LOTSEQ

Die Indizes j und i , die Parameter p_i , b_i , s_i , h_i , st_i und zyk sowie die Entscheidungsvariablen pt_i , ut_i , t_i werden aus dem Modell DOB übernommen, weiterhin gilt:

Indizes

$a = 1, \dots, A$ Stützstellen für die Approximation

Parameter

$ptapl_{i,a}$ = Stützstelle a für die Approximation der quadrierten Produktionszeit im Lagerungskostenterm des der Position i zugeordneten Produkts

Entscheidungsvariablen

x_i = Rüstvariable der Position i des zugeordneten Produkts

y_i = Lagerbestand in Position i des zugeordneten Produkts nach dem Rüstvorgang (bei Auflage des Produkts)

$lotc_i$ = Rüst- und Lagerungskosten des in Position i aufgelegten Loses

$ptap_{i,a}$ = Approximationsvariable der quadrierten Produktionszeit im Lagerungskostenterm der Position i des zugeordneten Produkts zwischen den Stützstellen $a-1$ und a

$$\text{Min} = \frac{1}{zyk} \cdot \sum_{i=1}^I lotc_i \quad (31)$$

$$\sum_{i=1}^I t_i = zyk \quad (32)$$

$$st_i \cdot x_i + pt_i + ut_i = t_i \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I \quad (33)$$

$$pt_i + ut_i - M \cdot x_i \leq 0 \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I \quad (34)$$

$$x_i + M^{-1} \cdot y_i \leq 1 \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I \quad (35)$$

$$y_i + p_i \cdot pt_i - b_i \cdot (pt_i + ut_i + \sum_{k=i+1}^{i+J-1} t_k + st_{i+J} \cdot x_{i+J}) = y_{i+J} \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I-J \quad (36)$$

$$y_i + p_i \cdot pt_i - b_i \cdot (pt_i + ut_i + \sum_{k=i+1}^I t_k + \sum_{l=1}^{i+J-1-I} t_l + st_{i+J-1} \cdot x_{i+J-1}) = y_{i+J-1} \quad \text{für alle } i = I-J+1, \dots, I \quad (37)$$

$$p_i \cdot \sum_{k=1}^{I/J} pt_{(k-1)J+i} = b_i \cdot zyk \quad \text{für alle } i = 1, \dots, J \quad (38)$$

$$pt_i = \sum_{a=1}^A ptap_{i,a} \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I \quad (39)$$

$$ptap_{i,a} \leq ptapl_{i,a} \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I; a = 1 \quad (40)$$

$$ptap_{i,a} \leq ptapl_{i,a} - ptapl_{i,a-1} \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I; a = 2, \dots, A \quad (41)$$

$$\text{lotc}_i = s_i \cdot x_i + 0,5 \cdot h_i \cdot (p_i - b_i) \cdot \frac{p_i}{b_i} \cdot [\text{ptapl}_{i,1} \cdot \text{ptap}_{i,1} + \sum_{a=2}^A ((\text{ptapl}_{i,a-1} + \text{ptapl}_{i,a}) \cdot \text{ptap}_{i,a})] \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I \quad (42)$$

$$y_i, t_i, \text{pt}_i, \text{ut}_i, \text{lotc}_i \geq 0 \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I \quad (43)$$

$$\text{ptap}_{i,a} \geq 0 \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I; a = 1, \dots, A \quad (44)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I \quad (45)$$

In der Zielfunktion (31) wird die Summe der Kosten der in den Positionen aufgelegten Lose je ZE minimiert. Die Loskosten setzen sich aus Rüst- und approximierten Lagerungskosten zusammen (42). Die Produktionszeit ist die Summe der entsprechenden Approximationsvariablen (39). Letztere sind durch die dazugehörigen Stützstellenabstände (40), (41) limitiert und werden in (42), wie oben beschrieben, unterschiedlich gewichtet. In (32) müssen die Summe aller Positionslängen und die Gesamtzykluslänge übereinstimmen. Die Positionslänge ist die Summe aus Rüst-, Produktions- und Stillstandszeit dieser Position (33). Jede Produktauflage löst einen Rüstvorgang aus (34). Für eine Stillstandszeit bedarf es zwar keines Rüstvorgangs, aus Gründen der Übersichtlichkeit der Lösung wird eine Stillstandszeit aber nur in Positionen mit einer Losauflage im Anschluß an die Fertigung zugelassen (34). Nebenbedingung (35) stellt die Zero-Inventory-Bedingung dar, (36) und (37) gewährleisten eine ausreichende Produktion bis zur erneuten Losauflage und (38) die ausreichende Produktion im Gesamtzyklus. Bis auf die binären Rüstvariablen (45) sind alle anderen Variablen nichtnegativ, kontinuierlich definiert (43), (44).

Wird das Modell LOTSEQ um die Nebenbedingungen (46) und (47) ergänzt, sind die Produktionszeiten eines Produkts gleich, d.h. man erhält eine Lösung nach dem Basisperiodenansatz.

Erweiterungen für den Ansatz der gemeinsamen Basisperiode:

Entscheidungsvariablen

$\overline{\text{pt}}_j$ = Produktionszeit des Produkts j

$$\overline{\text{pt}}_j \geq \text{pt}_{(i-1)J+j} \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J; i = 1, \dots, I / J \quad (46)$$

$$\overline{\text{pt}}_j \leq \text{pt}_{(i-1)J+j} + M \cdot (1 - x_{(i-1)J+j}) \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J; i = 1, \dots, I / J \quad (47)$$

Eine Erweiterung des Modells um (48) ergibt eine Lösung nach dem Ansatz des gemeinsamen Produktzyklus.

Erweiterungen für den Ansatz des gemeinsamen Produktzyklus

$$\sum_{i=1}^I x_i = J \quad (48)$$

Kombiniert man das Modell LOTSEQ oder das um (46) und (47) ergänzte Modell mit (49) bis (51), werden 2^x -Politiken abgebildet.

Erweiterungen für 2^x -Politiken

Indizes

$z = 1, \dots, Z$ Zweierpotenzen für die 2^x -Politik

Entscheidungsvariablen

$\text{num}x_{j,z}$ = Variable für die Beschränkung der Auflagehäufigkeit des Produkts j auf 2^{z-1}

$$\sum_{i=1}^{I/J} x_{(i-1) \cdot J + j} = \sum_{z=1}^Z 2^{z-1} \cdot \text{num}x_{j,z}$$

für alle $j = 1, \dots, J$

(49)

$$\sum_{z=1}^Z \text{num}x_{j,z} = 1$$

für alle $j = 1, \dots, J$

(50)

$$\text{num}x_{j,z} \in \{0,1\}$$

für alle $j = 1, \dots, J; z = 1, \dots, Z$

(51)

Bevor die Anwendung auf den Beispieldatensatz erfolgt, um die Lösung der drei Ansätze in Abhängigkeit von der Gesamtzykluslänge mit und ohne 2^x-Politik zu vergleichen, soll zunächst auf das Modell LOW zur Generierung unterer Schranken mit und ohne 2^x-Politik verwiesen werden, das in Abschnitt 4 vorgestellt wird. Das Modell LOW relaxiert das Reihenfolgeproblem, woraus gleiche Losgrößen eines Produkts in der Optimallösung resultieren, und bestimmt unter dieser Einschränkung für gegebene Gesamtzykluslängen und unter Berücksichtigung der Bruttoauslastung die optimalen Auflagehäufigkeiten und die dazugehörigen Kosten/ZE. Wählt man für die Gesamtzykluslänge das KgV der optimalen Produktzyklen bei isolierter Betrachtung τ_j^* , sind die Kosten/ZE offensichtlich minimal, sie betragen 494 GE/ZE. Das Modell LOW wäre wertlos. Da das KgV der optimalen Produktzyklen je nach Datenkonstellation sehr groß werden kann, sind kleinere Gesamtzykluslängen von Interesse und dadurch steigt die Qualität der unteren Schranke. Man wird feststellen, daß die Kurve der Kosten/ZE mit zunehmender Gesamtzykluslänge immer flacher verläuft. Die unteren Schranken unter Verwendung der 2^x-Politik lassen eine hohe Qualität und eine Regelmäßigkeit ihres Kostenkurvenverlaufs vermuten, da sich die wenigen Auflagehäufigkeitstupel mit wachsender Gesamtzykluslänge von z.B. (4, 2, 1) über (4, 4, 1) über (8, 4, 1) auf (8, 4, 2) = (4, 2, 1) wiederholen. Diese Veränderung der Tupel gleicht einer "Regenwurmbeziehung". In Tabelle 13 werden für verschiedene Ansätze die Kosten/ZE und die dazugehörigen Auflagehäufigkeitstupel für Gesamtzykluslängen aus dem Intervall von 45 ZE bis 175 ZE angegeben. Als obere Schranken sind die Lösungen nach dem Basisperiodenansatz mit und ohne 2^x-Politik sowie die Lösungen nach dem Ansatz der variierenden Losgrößen mit und ohne 2^x-Politik enthalten. Als untere Schranken werden die Lösungen der Modellformulierung LOW mit und ohne 2^x-Politik aufgeführt.

zyk	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110
Basis	619,03	612,75	613,13	618,58	627,84	639,56	653,19	669,99	673,31	619,03	615,25	612,75	575,60	584,93
2 ^x	1,1,1	1,1,1	1,1,1	1,1,1	1,1,1	1,1,1	1,1,1	1,1,1	1,2,1	2,2,2	2,2,2	2,2,2	2,1,1	2,1,1
Basis	619,03	612,75	613,13	618,58	627,84	639,56	653,19	669,99	673,31	619,03	615,25	612,75	575,60	584,93
	1,1,1	1,1,1	1,1,1	1,1,1	1,1,1	1,1,1	1,1,1	1,1,1	1,2,1	2,2,2	2,2,2	2,2,2	2,1,1	2,1,1
Var	619,03	612,75	567,55	554,82	547,11	543,16	541,94	543,44	546,96	550,37	544,14	535,16	527,89	522,68
2 ^x	1,1,1	1,1,1	2,1,1	2,1,1	2,1,1	2,1,1	2,1,1	2,1,1	2,1,1	2,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1
Var	619,03	612,75	567,55	554,82	547,11	543,16	541,94	536,99	527,82	521,18	516,79	513,86	512,85	513,15
	1,1,1	1,1,1	2,1,1	2,1,1	2,1,1	2,1,1	2,1,1	3,2,1	3,2,1	3,2,1	3,2,1	3,2,1	3,2,1	3,2,1
LOW	618,67	612,53	563,85	552	544,79	541,24	536,23	523,98	516,53	511,25	507,79	505,88	504,52	501,54
	1,1,1	1,1,1	2,1,1	2,1,1	2,1,1	2,1,1	2,2,1	3,2,1	3,2,1	3,2,1	3,2,1	3,2,1	4,2,1	4,2,1
LOW	618,67	612,53	563,85	552	544,79	541,24	536,23	533,15	532,28	522,25	514,64	508,82	504,52	501,54
2 ^x	1,1,1	1,1,1	2,1,1	2,1,1	2,1,1	2,1,1	2,2,1	2,2,1	2,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1

zyk	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175
Basis	595,73	606,89	618,37	627,84	632,81	639,56	646,50	653,19	661,53	669,99	678,11	673,31	680,94
2 [*]	2,1,1	2,1,1	2,1,1	2,2,2	2,2,2	2,2,2	2,2,2	2,2,2	2,2,2	2,2,2	2,2,2	2,4,2	2,4,2
Basis	595,73	606,89	618,37	627,84	619,03	616,25	614,31	612,75	612,67	612,80	613,13	614,74	616,69
	2,1,1	2,1,1	2,1,1	2,2,2	3,3,3	3,3,3	3,3,3	3,3,3	3,3,3	3,3,3	3,3,3	3,3,3	3,3,3
Var	518,86	515,89	514,17	513,59	513,64	514,46	516,13	518,33	520,92	524,17	527,81	531,88	536,39
2 [*]	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1
Var	514,39	515,89	514,17	513,59	513,64	514,46	516,13	517,50	519,40	521,46	524,11	525,96	527,24
	3,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,3,1	4,3,1	4,3,1	4,3,1	5,3,1	5,3,1
LOW	499,70	498,88	498,05	497,21	496,74	495,18	494,28	494	494,27	495,03	496,05	496,24	496,53
	4,2,1	4,2,1	4,3,1	4,3,1	5,3,1	5,3,1	5,3,1	5,3,1	5,3,1	5,3,1	6,3,1	6,3,1	6,4,1
LOW	499,70	498,88	498,93	499,76	501,29	503,44	504,29	504,98	506,19	507,89	510,02	512,22	509,70
2 [*]	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,2,1	4,4,1	4,4,1	4,4,1	4,4,1	4,4,1	8,4,1	8,4,1

Tabelle 13: Obere und untere Schranken für den Beispieldatensatz

Aus der Tabelle läßt sich für den Beispieldatensatz festhalten:

1. Der Ansatz der variierenden Losgrößen ist dem Ansatz der gemeinsamen Basisperiode deutlich überlegen. Die Zulässigkeitsproblematik der Reihenfolge beim Basisperiodenansatz zeigt sich an dem Verlauf der Auflagehäufigkeitstupel. Allerdings kann nicht davon ausgegangen werden, daß mit dem Verfahren von Dobson/Zipkin immer ein gutes Auflagehäufigkeitstupel und eine gute Reihenfolge gefunden wird. Je nach Vorgabe der gewünschten Gesamtzykluslänge resultieren unterschiedliche Auflagehäufigkeiten, Reihenfolge und Kosten/ZE.
2. Die Beschränkung auf 2^{*}-Politiken hat beim Ansatz der variierenden Losgrößen keinen wesentlichen Einfluß auf die Lösungsqualität. Gegenüber der besten Lösung von 512,85 Kosten/ZE mit dem Auflagehäufigkeitstupel (3, 2, 1) sowie einer Gesamtzykluslänge von 105 ZE weicht das beste Resultat der 2^{*}-Politik mit 513,51 Kosten/ZE nur um 0,13% ab. In der folgenden Tabelle wird die beste Lösung genauer dargestellt.

Position i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Zugeordnetes Produkt	P ₁	P ₂	P ₃	P ₁	P ₂	P ₃	P ₁	P ₂	P ₃
st _i · x _i	2	5		2	5		2		5
pt _i	8,87	10,38		10,22	21,18		8,91		17,5
ut _i		7							

Tabelle 14: Beste Lösung für den Beispieldatensatz

3. Drei alternative Möglichkeiten zur Bestimmung der Auflagehäufigkeiten und der Reihenfolge sind ableitbar:
 - a) Die beste untere Schranke unter Berücksichtigung der 2^{*}-Politik wird zugrundegelegt und das dazugehörige Auflagehäufigkeitstupel fixiert, im Beispiel (4, 2, 1). Die Sukzessivplanung der Reihenfolge ist durch eine Simultanplanung zu ersetzen.
 - b) Die Auflagehäufigkeitstupel ändern sich mit zunehmender Gesamtzykluslänge nur langsam und zumeist nur in einer Position, so daß bei einer Erhöhung der Auflagehäufigkeit eines Produkts dieses lediglich in die bestehende Reihenfolge einzufügen ist. Somit könnte man die Gesamtzykluslänge sukzessive ausweiten, die Auflagehäufigkeit des Produkts mit den höchsten Lagerungs- im Verhältnis zu seinen Rüstkosten um Eins erhöhen und nach einer zu definierenden Regel in die bestehende Reihenfolge einfügen. Die folgende Tabelle zeigt ein Beispiel.

Auflagehäufigkeit	Reihenfolge
(1, 1, 1)	$P_1 P_2 P_3$
(2, 1, 1)	$P_1 P_2 P_1 P_3$
(2, 2, 1)	$P_1 P_2 P_1 P_2 P_3$
(3, 2, 1)	$P_1 P_2 P_1 P_2 P_1 P_3$

Tabelle 15: Sukzessives Einplanen der Lose in bestehende Reihenfolgen

Ein solcher Algorithmus wechselt von einer Reihenfolge zur benachbarten Reihenfolge, was Abbildung 8 veranschaulicht.

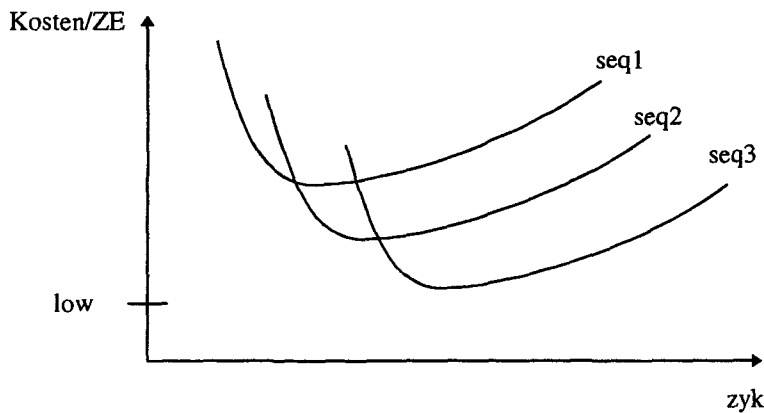


Abbildung 8: Kostenkurvenverläufe für benachbarte Sequenzen

- c) Es werden die relativen Auflagehäufigkeiten nach Dobson bestimmt und zyk so gewählt, daß die kleinste Auflagehäufigkeit nahe Eins ist. Liegt eine Auflagehäufigkeit mittig zwischen zwei Zweierpotenzen, soll sie noch nicht gerundet, sondern erst in der Stufe der Abschnittszuweisung bzw. der Reihenfolgeplanung, die das Ziel einer gleichmäßigen Kapazitätsauslastung hat, bestimmt werden.

Im folgenden Abschnitt 4 wird die Möglichkeit a) zur Festlegung des Auflagehäufigkeitstupels und der Reihenfolge ausgewählt. Mit diesem Input für das Modell LOTSEQ sollen auch größere Datensätze rechenbar werden.

4 Ein verbessertes Verfahren zur Lösung des ELSP

Für größere Datensätze ist das Modell LOTSEQ nicht rechenbar, so daß die Bestimmung eines Auflagehäufigkeitstupels und einer Reihenfolge dem Modell vorgeschaltet werden. Das Verfahren löst das ELSP sukzessive in drei Stufen und ist dem Ansatz der variierenden Losgrößen unter Verwendung der 2^x -Politik zuzuordnen.

Stufe 1: Simultane Bestimmung des Auflagehäufigkeitstupels und einer vorläufigen Gesamtzykluslänge unter Berücksichtigung der Bruttoauslastung mit dem Modell LOW.

Stufe 2: Simultane Reihenfolgefixierung mit dem Modell SEQ.

Stufe 3: Festlegung der Produktions- und Stillstandszeiten und der Gesamtzykluslänge mit der Modellformulierung LOTSEQ.

Das Modell LOW wurde bereits in Abschnitt 3 auf den Beispieldatensatz zur Generierung unterer Schranken in Kombination mit und ohne der 2^x -Politik angewandt. Die Werte für die Kosten/ZE unter Verwendung der 2^x -Politik werden sich mit zunehmender Gesamtzykluslänge wiederholen, da z.B. ein Auflagehäufigkeitstupel als das Zweifache des Auflagehäufigkeitstupels mit der halben

Gesamtzykluslänge darstellbar ist und dieselben Kosten/ZE aufweist. Sobald die kleinste Auflagehäufigkeit d_j^{\min} im Tupel von Eins auf Zwei übergeht, kann es für größere Gesamtzykluslängen keine geringeren Kosten/ZE geben. Damit besteht Gewißheit, die beste untere Schranke in einem kleinen Zeitintervall für die Gesamtzykluslänge zu finden.

Im Modell LOW wird zwar das Reihenfolgeproblem relaxiert, dafür werden aber unter Berücksichtigung der Bruttoauslastung die Produktzyklen simultan und optimal aufeinander abgestimmt. Ferner erhöht die Verwendung der 2^x-Politik die Wahrscheinlichkeit, daß die Produktzyklen ineinandergreifen und sich eine Reihenfolge bilden läßt, bei der die Losgrößen eines Produkts nicht wesentlich voneinander abweichen. Die angestrebten gleichgroßen Lose eines Produkts minimieren für ein gegebenes Auflagehäufigkeitstupel die Kosten/ZE.

Im folgenden werden die drei Stufen des Verfahrens beschrieben:

Stufe 1:

Das Modell LOW ist wie folgt definiert:

Modell LOW

Indizes

$j = 1, \dots, J$ Produkte

$k = 1, \dots, K$ Rüstvorgänge

Parameter

p_j = Fertigungsgeschwindigkeit des Produkts j [ME/ZE]

b_j = Absatzgeschwindigkeit des Produkts j [ME/ZE]

s_j = Rüstkosten des Produkts j [GE]

h_j = Lagerungskosten des Produkts j [GE/ME und ZE]

st_j = Rüstzeit des Produkts j [ZE]

zyk = Gesamtzykluslänge

Entscheidungsvariablen

$x_{j,k}$ = Variable für den k -ten Rüstvorgang des Produkts j

d_j = Auflagehäufigkeit des Produkts j

pt_j = Produktionszeit des Produkts j

$$\text{Min} = \sum_{j=1}^J \left(\frac{1}{zyk} \cdot s_j \cdot d_j + 0,5 \cdot h_j \cdot (p_j - b_j) \cdot pt_j \right) \quad (52)$$

$$\frac{p_j}{b_j} \cdot pt_j = zyk \cdot \left(x_{j,1} - \sum_{k=2}^K \frac{1}{(k-1) \cdot k} \cdot x_{j,k} \right) \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (53)$$

$$zyk \cdot \left(1 - \sum_{j=1}^J \frac{b_j}{p_j} \right) \geq \sum_{j=1}^J st_j \cdot d_j \quad (54)$$

$$\sum_{k=1}^K x_{j,k} = d_j \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (55)$$

$$x_{j,1} = 1 \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (56)$$

$$x_{j,k} \leq 1 \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J; k = 2, \dots, K \quad (57)$$

$$x_{j,k} \geq 0 \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J; k = 2, \dots, K \quad (58)$$

$$pt_j \geq 0 \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (59)$$

$$d_j \in \mathbb{IN} \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (60)$$

In der Zielfunktion (52) werden die Rüst- und Lagerungskosten/ZE minimiert. Nebenbedingung (53) gewährleistet die ausreichende Produktion jedes Produkts im Gesamtzyklus, (54) verhindert das Überschreiten einer 100%igen Bruttoauslastung. (55) bis (57) dienen der linearen Formulierung von (54). Bis auf die Auflagehäufigkeiten $d_j \in \mathbb{IN}$ (60) sind alle Variablen nichtnegativ, kontinuierlich definiert (58), (59).

Erweitert man das Modell um (61) bis (63), werden 2^x -Politiken abgebildet.

Erweiterungen für 2^x -Politiken

Indizes

$z = 1, \dots, Z$ Zweierpotenzen für die 2^x -Politik

Entscheidungsvariablen

$\text{numx}_{j,z}$ = Variable für die Beschränkung der Auflagehäufigkeit des Produkts j auf 2^{z-1}

$$d_j = \sum_{z=1}^Z 2^{z-1} \cdot \text{numx}_{j,z} \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (61)$$

$$\sum_{z=1}^Z \text{numx}_{j,z} = 1 \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (62)$$

$$\text{numx}_{j,z} \in \{0,1\} \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J; z=1, \dots, Z \quad (63)$$

Angewendet auf den Beispieldatensatz wird in Tabelle 13 das Auflagehäufigkeitstupel (4, 2, 1) mit einer vorläufigen Gesamtzykluslänge von 120 ZE bestimmt.

Stufe 2:

Im Modell SEQ (64) - (70) erfolgt eine vorläufige, fiktive Einteilung der Gesamtzykluslänge in d_j^{\max} gleichgroße Abschnitte, denen die Losauflagen der Produkte mit Hilfe von Abschnittsabständen m_j gleichmäßig zugeordnet werden. Die Abschnittsabstände ergeben sich aus den jeweiligen Auflagehäufigkeiten und entsprechen den Multiplikatoren des Basisperiodenansatzes. Eine Überbeanspruchung der Kapazität eines Abschnitts führt nicht zur Ablehnung der ermittelten Lösung. Die ausreichende Kapazität der Summe aller Abschnitte wird in Stufe 1 sichergestellt. Die Produktionszeiten eines Produkts sind von gleicher Länge und durch die Gesamtzykluslänge und die Auflagehäufigkeit definiert.

Modell SEQ

Indizes

$j = 1, \dots, J$ Produkte

$n = 1, \dots, N$ Abschnitte

Parameter

p_j = Fertigungsgeschwindigkeit des Produkts j [ME/ZE]

b_j = Absatzgeschwindigkeit des Produkts j [ME/ZE]

st_j = Rüstzeit des Produkts j [ZE]

pt_j = Produktionszeit des Produkts j [ZE] mit $pt_j = \frac{zyk \cdot b_j}{p_j \cdot d_j}$

d_j = Auflagehäufigkeit des Produkts j

m_j = Abschnittsabstand zweier benachbarter Losauflagen des Produkts j mit $d_j \cdot m_j = d_j^{\max}$

zyk = Gesamtzykluslänge

Entscheidungsvariablen

$x_{j,n}$ = Variable für die Zuordnung des Produkts j zu Abschnitt n

cap_n = Kapazitätsbeanspruchung in Abschnitt n

cap^{\max} = Höchste Kapazitätsbeanspruchung eines Abschnitts

$$\text{Min} = cap^{\max} \quad (64)$$

$$cap_n = \sum_{j=1}^J (st_j + pt_j) \cdot x_{j,n} \quad \text{für alle } n = 1, \dots, N \quad (65)$$

$$\sum_{n=1}^{m_j} x_{j,n} = 1 \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J \quad (66)$$

$$x_{j,n} = x_{j,n+m_j} \quad \text{für alle } j \in \{j | j \in J \wedge d_j \neq 1 \wedge d_j \neq d_j^{\max}\}; n = 1, \dots, N-m_j \quad (67)$$

$$cap^{\max} \geq cap_n \quad \text{für alle } n = 1, \dots, N \quad (68)$$

$$cap_n \geq 0 \quad \text{für alle } n = 1, \dots, N \quad (69)$$

$$x_{j,n} \in \{0,1\} \quad \text{für alle } j = 1, \dots, J; n = 1, \dots, m_j \quad (70)$$

In der Zielfunktion (64) wird die höchste Kapazitätsbeanspruchung eines Abschnitts minimiert, die sich aus Nebenbedingung (68) ergibt. Jede erste Losauflage eines Produkts j ist einem der ersten m_j Abschnitte zuzuordnen (66). Für die Zuordnung der weiteren Losauflagen eines Produkts j auf die folgenden Abschnitte mit dem jeweiligen Abschnittsabstand m_j sorgt (67). Die Kapazitätsbeanspruchung eines Abschnitts errechnet sich aus der Summe der Rüst- und Produktionszeiten der zugewiesenen Losauflagen (65). Die Kapazitätsbeanspruchungsvariablen sind nichtnegativ, kontinuierlich (69), die Zuordnungsvariablen binär definiert (70).

Um die Rechenbarkeit auch bei größeren Datensätzen (fünfzehn Produkte und mehr) zu gewährleisten, besteht die Möglichkeit, Binärvariablen durch Einführung von Pseudoprodukten einzusparen. Für z.B. zwei Produkte mit der Auflagehäufigkeit Eins und ähnlicher Maschinenbelegungszeit wird ein Pseudoprodukt mit der Auflagehäufigkeit Zwei definiert und somit verringert sich die Anzahl der Binärvariablen um $2 \cdot d_j^{\max} - 0,5 \cdot d_j^{\max}$. Dies ist ein weiterer Vorteil der 2*-Politik.

Mit der Zuordnung der Losauflagen der Produkte zu den Abschnitten ist die Reihenfolge bestimmbar. Innerhalb eines Abschnitts werden die Produkte nach abnehmender Auflagehäufigkeit sortiert. Sind Produkte mit gleicher Auflagehäufigkeit einem Abschnitt zugeordnet, ist die

Reihenfolge zwischen diesen Produkten beliebig, muß aber zu den anderen Abschnitten konsistent sein.

Die Anwendung auf den Beispieldatensatz ergibt:

P ₃			
P ₂		P ₂	
P ₁	P ₁	P ₁	P ₁
Abschnitt 1	Abschnitt 2	Abschnitt 3	Abschnitt 4

Tabelle 16: Abschnittszuweisung für den Beispieldatensatz

Die Produktreihenfolge lautet:

P₁ P₂ P₁ P₃ P₁ P₂ P₁

Stufe 3:

Mit dem Modell LOTSEQ (31) - (45) und obiger Reihenfolge als Input werden die Produktions- und Stillstandszeiten optimiert. Bei der vorläufigen Gesamtzykluslänge von 120 ZE betragen die Kosten/ZE 515,89. Erhöht man die Gesamtzykluslänge sukzessive auf 133 ZE, vermindern sich die Kosten/ZE auf einen Wert in Höhe von 513,51 (s. Tabelle 13). D.h. die Modellformulierung LOTSEQ muß mehrmals, ca. fünfmal gelöst werden.

Wie bei Dobson ist auch für dieses Verfahren die Idee des Basisperiodenansatzes (gleiche Losgrößen eines Produkts) Grundlage der ersten beiden Stufen, ehe in der dritten Stufe variierende Losgrößen zugelassen werden.

Das dargestellte Verfahren weist gegenüber dem von Dobson folgende Vorteile auf:

- 1. Die Auflagehäufigkeiten werden simultan unter Berücksichtigung der Bruttoauslastung festgelegt.
- 2. Neben der 2^x-Politik sind durch eine geringe Modifikation des Modells LOW auch andere Politiken denkbar mit Auflagehäufigkeiten von z.B. 1, 2, 5 und 10 (10 Abschnitte) oder 1, 3 und 9 (9 Abschnitte) oder 1, 2, 3, 4, 6 und 12 (12 Abschnitte). Eine Politik mit den Auflagehäufigkeiten 1, 2, 5 und 10 kann günstiger als eine 2^x-Politik sein, wenn die relativen Auflagehäufigkeiten eher in dem Verhältnis 1:2:5:10 als 1:2:4:8 stehen. Allerdings ist sie besser für größere Datensätze geeignet bzw. für solche mit ausgewogenem Verhältnis zwischen den Produkten mit derselben Auflagehäufigkeit, da es bei Auflagehäufigkeiten von 2 und 5 in jeder zehnten Periode zu einer Ballung der Kapazitätsbeanspruchung kommt. Ist für diese Produkte jeweils eine gleichmäßige Verteilung auf die Abschnitte möglich, kommt es nicht zu der ungleichen Kapazitätsbeanspruchung und diese Politik kann sehr gute Ergebnisse hervorbringen.
- 3. Die Reihenfolge wird simultan geplant. Für größere Datensätze (fünfzehn Produkte und mehr) verwendet man Pseudoprodukte, um Variablen einzusparen.
- 4. Zur Bestimmung der Produktions- und Stillstandszeiten ist lediglich ein LP zu lösen. Größere Datensätze können in zwei Datensätze geeignet zerlegt, separat gelöst und anschließend wieder zusammengefügt werden.

Somit ist das Verfahren leistungsfähig und stellt eine qualitative Verbesserung dar.

5 Anwendung auf zwei Literaturdatensätze

In der Literatur messen sich nahezu alle Verfahren an dem Zehnproduktatensatz von Bomberger [4]. Die Daten sind der folgenden Tabelle zu entnehmen:

	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀
s _j	15	20	30	10	110	50	310	130	200	5
h _j	0,0065	0,1775	0,1275	0,1	2,78	0,2675	1,5	5,9	0,9	0,04
p _j	30000	8000	9500	7500	2000	6000	2400	1300	2000	15000
b _j	400	400	800	1600	80	80	24	340	340	400
st _j	0,125	0,125	0,25	0,125	0,5	0,25	1	0,5	0,75	0,125

Tabelle 17: Bomberger Datensatz

Damit für obige Angaben als ZE einheitlich Tage verwendet werden können, sind die Lagerungskostensätze jeweils durch 2400 zu dividieren [4].

Ermittelt man für jedes Produkt isoliert die optimale Produktionszeit pt_j^* gemäß (3) und daraus abgeleitet die Kosten/ZE gemäß (2), resultiert eine untere Schranke in Höhe von 31,62.

Im folgenden wird die Anwendung des Verfahrens aus Abschnitt 4 auf den Datensatz beschrieben:

Stufe 1: Bestimmung des Auflagehäufigkeitstupels

zyk	150	155	160	165	170	175	180	185	190	195	200	205	210
LOW	31,97	31,91	31,83	31,79	31,78	31,75	31,70	31,66	31,65	31,66	31,65	31,67	31,70
LOW	32,18	32,12	32,09	32,09	32,12	32,15	32,10	32,07	32,07	32,10	32,14	32,20	32,28
2 ^x													

Tabelle 18: Untere Schranken für den Bomberger Datensatz

Der niedrigste Wert für die untere Schranke unter Verwendung der 2^x-Politik beträgt sowohl für die in Tabelle 18 aufgeführten Gesamtzykluslängen als auch generell, wenn man noch größere Gesamtzykluslängen betrachtet, 32,07 Kosten/ZE. Mit der vorläufigen Gesamtzykluslänge von 190 ZE korrespondiert das Auflagehäufigkeitstupel (1, 4, 4, 8, 4, 2, 1, 8, 4, 4). Dieses Auflagehäufigkeitstupel hat in dem Intervall von 174 ZE bis 213 ZE Gültigkeit.

Stufe 2: Reihenfolgefixierung

						P ₇							
		P ₁											
					P ₆							P ₆	
		P ₉			P ₉			P ₉				P ₉	
P ₁₀			P ₁₀			P ₁₀			P ₁₀				
P ₅			P ₅			P ₅			P ₅				
P ₃			P ₃			P ₃			P ₃				
P ₂			P ₂			P ₂			P ₂				
P ₈	P ₈		P ₈	P ₈		P ₈	P ₈		P ₈	P ₈		P ₈	
P ₄	P ₄		P ₄	P ₄		P ₄	P ₄		P ₄	P ₄		P ₄	
Abschnitt 1	Abschnitt 2	Abschnitt 3	Abschnitt 4	Abschnitt 5	Abschnitt 6	Abschnitt 7	Abschnitt 8						

Tabelle 19: Abschnittszuordnung der Produkte für den Bomberger Datensatz

Die Produktreihenfolge lautet:

P₄ P₈ P₂ P₃ P₅ P₁₀ P₄ P₈ P₉ P₁ P₄ P₈ usw.

Stufe 3: Festlegung der Produktions- und Stillstandszeiten

Für eine angepaßte Gesamtzykluslänge von 187 ZE ergeben sich Kosten/ZE in Höhe von 32,07.

Somit folgt:

- 1. Diese Lösung ist unter Verwendung der 2^x-Politik optimal, da obere und untere Schranke zusammenfallen.
- 2. Es handelt sich um eine Basisperiodenlösung, weil das um das Reihenfolgeproblem relaxierte Modell LOW von gleichgroßen Losen eines Produkts ausgeht.
- 3. Die jeweiligen Produktionszeiten betragen demnach

$$pt_j = \frac{zyk \cdot b_j}{p_j \cdot d_j}$$

für alle j = 1,...,J

(71)

Dieses Ergebnis überrascht, da die Optimallösung mit dem Ansatz der gemeinsamen Basisperiode ermittelbar ist. Tendenziell gilt, daß sich mit wachsender Produktanzahl die Ergebnisse nach dem Ansatz der variierenden Losgrößen und dem Ansatz der gemeinsamen Basisperiode annähern. Ein Zusammenfallen der Ergebnisse beider Ansätze ist im allgemeinen unwahrscheinlich und hier auf die besondere Datenkonstellation des Bomberger Datensatzes zurückzuführen.

Die Anwendung des Modells LOW ohne 2^x-Politik ergibt bei einer Gesamtzykluslänge von 190 ZE einen Wert für die Kosten/ZE in Höhe von 31,65 (s. Tabelle 13) und das Auflagehäufigkeitstupel lautet (1, 5, 5, 9, 4, 2, 1, 9, 3, 5). Folglich empfiehlt sich auch eine Politik, die Auflagehäufigkeiten von 1, 2, 5 und 10 (10 Abschnitte) zuläßt. Führt man das Verfahren für eine solche Politik durch, lautet das Auflagehäufigkeitstupel (1, 5, 5, 10, 5, 2, 1, 10, 5, 5), der Gesamtzyklus hat eine Länge von 225 ZE und die Kosten/ZE betragen 32,10; es tritt also keine Verbesserung ein.

Ein zweiter Literaturdatensatz ist [23] entnommen. Hauth/Schneeweiß erweitern das ELSP um eine Kapazitätsanpassung und modifizieren entsprechend das Lösungsverfahren von Dobson. Die Daten sind Tabelle 20 zu entnehmen:

	P ₁	P ₂	P ₃
s _j	30	35	25
h _j	0,1	0,08	0,04
p _j	1000	200	500
b _j	250	65	200
st _j	0,04	0,12	0,02

Tabelle 20: Hauth/Schneeweiß Datensatz

Die Nettoauslastung beträgt 97,5% und die Kosten der Kapazitätsanpassung werden mit 100 GE/ZE angegeben.

In Abweichung von der Originalquelle wird die Kapazitätsanpassung nicht als Erhöhung der Produktionsrate, sondern als Zusatzkapazität modelliert. Das Modell LOW und das Modell LOTSEQ sind wie folgt zu ändern bzw. zu ergänzen:

Modell LOW

Parameter

c = Kosten der Kapazitätsanpassung [GE/ZE]

Entscheidungsvariablen

Cap^+ = Zusatzkapazität für den Gesamtzyklus [ZE]

$$\text{Min} = \sum_{j=1}^J \left(\frac{1}{\text{zyk}} \cdot s_j \cdot d_j + 0,5 \cdot h_j \cdot (p_j - b_j) \cdot pt_j + \frac{1}{\text{zyk}} \cdot c \cdot Cap^+ \right) \quad (52')$$

$$\text{zyk} \cdot \left(1 - \sum_{j=1}^J \frac{b_j}{p_j} \right) + Cap^+ \geq \sum_{j=1}^J st_j \cdot d_j \quad (54')$$

$$Cap^+ \geq 0 \quad (59a)$$

Die untere Schranke ließe sich noch verbessern, wenn man die Zusatzkapazität den jeweiligen Produkten zuweisen würde.

Modell LOTSEQ

Parameter

c = Kosten der Kapazitätsanpassung [GE/ZE]

Entscheidungsvariablen

cap_i^+ = Zusatzkapazität zur Fertigung des der Position i zugeordneten Produkts [ZE]

$$pt_i + ut_i + cap_i^+ - M \cdot x_i \leq 0 \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I \quad (34')$$

$$y_i + p_i \cdot (pt_i + cap_i^+) - b_i \cdot (pt_i + ut_i + \sum_{k=i+1}^{i+J-1} t_k + st_{i+J} \cdot x_{i+J}) = y_{i+J} \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I-J \quad (36')$$

$$y_i + p_i \cdot (pt_i + cap_i^+) - b_i \cdot (pt_i + ut_i + \sum_{k=i+1}^I t_k + \sum_{l=1}^{i+J-I-1} t_l + st_{i+J-1} \cdot x_{i+J-1}) = y_{i+J-1} \quad \text{für alle } i = I-J+1, \dots, I \quad (37')$$

$$p_i \cdot \sum_{k=1}^{I/J} pt_{(k-1) \cdot J + i} + cap_{(k-1) \cdot J + i}^+ = b_i \cdot \text{zyk} \quad \text{für alle } i = 1, \dots, J \quad (38')$$

$$pt_i + cap_i^+ = \sum_{a=1}^A ptap_{i,a} \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I \quad (39')$$

$$\text{lotc}_i = s_i \cdot x_i + c \cdot cap_i^+ + 0,5 \cdot h_i \cdot (p_i - b_i) \cdot \frac{p_i}{b_i} \cdot [ptapl_{i,1} \cdot ptap_{i,1} + \sum_{a=2}^A ((ptapl_{i,a-1} + ptapl_{i,a}) \cdot ptap_{i,a})] \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I \quad (42')$$

$$cap_i^+ \geq 0 \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I \quad (43a)$$

Die Lagerungskosten eines Loses i (42') werden systematisch um

$$0,5 \cdot h_i \cdot p_i \cdot cap_i^+ \cdot (pt_i + cap_i^+) \quad \text{für alle } i = 1, \dots, I \quad (72)$$

zu niedrig berechnet. Da die Bedeutung dieses Terms für die Optimierung eher gering und seine Linearisierung bzw. Approximation relativ aufwendig ist, wird er bei der Optimierung vernachlässigt. Die so gefundene Lösung ist um den Fehlerterm zu korrigieren.

Im folgenden wird die Anwendung des Verfahrens auf den Datensatz beschrieben:

Stufe 1: Bestimmung des Auflagehäufigkeitstupels

zyk	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0	4,25	4,5	4,75	5,0	5,25
LOW	74,53	73,45	71,36	69,93	69,02	68,53	68,37	68,49	68,85	69,12	68,50	68,09
LOW	74,53	73,45	71,36	69,93	69,02	68,53	68,37	68,49	68,85	69,38	69,51	69,81
2*												

Tabelle 21: Untere Schranken für den Hauth/Schneeweiß Datensatz

Es wird das Auflagehäufigkeitstupel (2, 1, 1) bestimmt, das im Intervall von 2,75 ZE bis 4,5 ZE Gültigkeit hat. Die vorläufige Gesamtzykluslänge beträgt 4,0 ZE mit resultierenden Kosten/ZE in Höhe von 68,37.

Stufe 2: Reihenfolgefixierung

Die Produktreihenfolge lautet:

$P_1 P_2 P_1 P_3$

Stufe 3: Festlegung der Produktions- und Stillstandszeiten

Für eine Gesamtzykluslänge von 4,0 ZE ergeben sich Kosten/ZE in Höhe von 69,20 (korrigierter Wert). In Tabelle 22 ist die Lösung dargestellt.

Position i	1	2	3	4	5	6
Zugeordnetes Produkt	P_1	P_2	P_3	P_1	P_2	P_3
$st_i \cdot x_i$	0,04	0,12		0,04		0,02
pt_i	0,46	1,3		0,42		1,6
ut_i						
cap_i^+	0,02			0,1		

Tabelle 22: Beste Lösung für den Hauth/Schneeweiß Datensatz

Hauth/Schneeweiß ermitteln mit ihrem Verfahren die Produktreihenfolge

$P_1 P_2 P_1 P_3 P_1 P_3$

und erhalten für eine Gesamtzykluslänge von 5,8 ZE 74,74 Kosten/ZE, die man durch Reduktion der Gesamtzykluslänge um 0,5 ZE auf 74,43 Kosten/ZE reduzieren kann. Die Bestimmung des Auflagehäufigkeitstupels anhand von relativen Auflagehäufigkeiten erweist sich also auch bei dem um eine Kapazitätsanpassung erweiterten ELSP als problematisch.

6 Ausblick

In dem Abschnitt 3 wird ein Modell für die Lösung von kleinen Datensätzen zur Erzeugung von Referenzlösungen und im Abschnitt 4 ein leistungsfähiges Verfahren für große Datensätze vorgestellt. Als nächster Schritt ist die Reihenfolgeabhängigkeit der Rüstzeiten und -kosten in dem Modell und Verfahren zu berücksichtigen, für den sich vor allen Dingen in Kombination mit der 2*-Politik gute Ansatzpunkte bieten.

Literaturverzeichnis

- [1] **Axsäter, S.** (1984), Lower Bounds for the ELSP Using Aggregation, *European Journal of Operational Research* 17, S. 201-206.
- [2] **Axsäter, S.** (1987) An Extension of the Extended Basic Period Approach for Economic Lot Scheduling Problem, *Journal of Optimization Theory and Applications* 52, S. 179-189.
- [3] **Bahl, H.C., Ritzman, L.P.** (1984) , A Cyclical Scheduling Heuristic for Lot Sizing with Capacity Constraints, *International Journal of Production Research* 22, S. 791-800.
- [4] **Bomberger, E.** (1966), A Dynamic Programming Approach to a Lot Size Scheduling Problem, *Management Science* 12, S. 778-784.
- [5] **Bradley, S.P., Hax, A.C., Magnanti, T.L.** (1977), *Applied Mathematical Programming*, Addison-Wesley, Reading Massachusetts u.a.
- [6] **Campbell, G.M., Mabert, V.A.** (1991), Cyclical Schedules for Capacitated Lot Sizing with Dynamic Demands, *Management Science* 37, S. 409-427.
- [7] **Delporte, C.M., Thomas, L.J.** (1977), Lot Sizing and Sequencing for N Products on One Facility, *Management Science* 23, S. 1070-1079.
- [8] **Dobson, G.** (1987), The Economic Lot-Scheduling Problem: Achieving Feasibility Using Time-Varying Lot Sizes, *Operations Research* 35, S. 764-771.
- [9] **Doll, C.L., Whybark, D.C.** (1973), An Iterative Procedure for the Single-Machine Multi-Product Lot Scheduling Problem, *Management Science* 20, S. 50-55.
- [10] **Domschke, W., Scholl, A., Voß, S.** (1997), *Produktionsplanung*, 2. Auflage, Springer, Berlin u.a.
- [11] **Drexl, A., Fleischmann, B., Günther, H. - O., Stadtler, H., Tempelmeier, H.** (1994), Konzeptionelle Grundlagen kapazitätsorientierter PPS-Systeme, *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung* 46, S. 1022-1045.
- [12] **Drexl, A., Haase, K.** (1995), Proportional Lotsizing and Scheduling, *International Journal of Production Economics* 40, S. 73-87.
- [13] **Elmaghraby, S.E.** (1978), The Economic Lot Scheduling Problem (ELSP): Review and Extensions, *Management Science* 24, S. 587-598.
- [14] **Fleischmann, B.** (1988), Operations-Research-Modelle und -Verfahren in der Produktionsplanung, *Zeitschrift für Betriebswirtschaft* 58, S. 347-372.
- [15] **Fleischmann, B.** (1990), The Discrete Lot-Sizing and Scheduling Problem, *European Journal of Operational Research* 44, S. 337-348.
- [16] **Gallego, G., Shaw, D.X.** (1997), Complexity of the ELSP with general cyclic schedules, *IIE Transactions* 29, S. 109-113.
- [17] **Günther, H. - O., Tempelmeier, H.** (1997), *Produktion und Logistik*, 3. Auflage, Springer, Berlin u.a.
- [18] **Haase, K.** (1994), Lotsizing and Scheduling for Production Planning, *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* 408, Springer, Berlin.
- [19] **Haessler, R.W.** (1979), An Improved Extended Basic Period Procedure for Solving the Economic Lot Scheduling Problem, *AIIE Transactions* 11, S. 336-340.
- [20] **Haessler, R.W., Hogue, S.L.** (1976), A Note on the Single-Machine Multi-Product Lot Scheduling Problem, *Management Science* 22, S. 909-912.
- [21] **Hahm, J., Yano, C.A.** (1995), The Economic Lot and Delivery Scheduling Problem: Powers of Two Policies, *Transportation Science* 29, S. 222-241.
- [22] **Hanssmann, F.** (1962), *Operations Research in Production and Inventory Control*, Wiley, New York.
- [23] **Hauth, M., Schneeweiß, C.** (1997), Kapazitätsanpassung bei simultaner Losgrößen- und Reihenfolgeplanung, *OR Spektrum* 19, S. 251-260.
- [24] **Hsu, W.-L.** (1983), On the General Feasibility Test of Scheduling Lot Sizes for Several Products on One Machine, *Management Science* 29, S. 93-105.

- [25] **Jordan, C.** (1996), *Batching and Scheduling - Models and Methods for Several Problem Classes*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 437, Springer, Berlin.
- [26] **Karmarkar, U.S., Schrage, L.** (1985), The Deterministic Dynamic Product Cycling Problem, *Operations Research* 33, S. 326-345.
- [27] **Kimms, A.** (1997), *Multi-Level Lot Sizing and Scheduling*, Physica, Heidelberg.
- [28] **Maxwell, W.L.** (1964) The Scheduling of Economic Lot Sizes, *Naval Research Logistics Quarterly* 11, S. 89-124.
- [29] **Maxwell, W.L., Singh, H.** (1983), The Effect of Restricting Cycle Times in the Economic Lot Scheduling Problem, *IIE Transactions* 15, S. 235-241.
- [30] **Mayr, M.** (1996), *Hierarchische Produktionsplanung mit zyklischen Auflagemustern*, Dissertation, Universität Augsburg.
- [31] **Park, K.S., Yun, D.K.** (1984), A Stepwise Partial Enumeration Algorithm for the Economic Lot Scheduling Problem, *IIE Transactions* 16, S. 363-370.
- [32] **Roundy, R.** (1989), Rounding off to Powers of Two in Continuous Relaxations of Capacitated Lot Sizing Problems, *Management Science* 35, S. 1433-1442.
- [33] **Schweitzer, P.J., Silver, E.A.** (1983), Mathematical Pitfalls in the One Machine Multiproduct Economic Lot Scheduling Problem, *Operations Research* 31, S. 401-405.
- [34] **Zipkin, P.H.** (1991), Computing Optimal Lot Sizes in the Economic Lot Scheduling Problem, *Operations Research* 39, S. 56-63.