

Haase, Knut

Working Paper — Digitized Version

Modellgestützte Personaleinsatzplanung im Einzelhandel

Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel, No. 458

Provided in Cooperation with:

Christian-Albrechts-University of Kiel, Institute of Business Administration

Suggested Citation: Haase, Knut (1997) : Modellgestützte Personaleinsatzplanung im Einzelhandel, Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel, No. 458, Universität Kiel, Institut für Betriebswirtschaftslehre, Kiel

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/177318>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

Nr. 458

**Modellgestützte Personaleinsatzplanung
im Einzelhandel**

Knut Haase

Kiel, 26. Oktober 1997

Dr. Knut Haase, Lehrstuhl für Produktion und Logistik, Institut für Betriebswirtschaftslehre,
Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, Olshausenstraße 40, D-24118 Kiel
eMail: haase@bwl.uni-kiel.de

1 Problemstellung

Neue Ladenschlußgesetze und arbeitszeitrechtliche Flexibilisierungen¹ haben die Rahmenbedingungen der Personaleinsatzplanung im Einzelhandel maßgeblich verändert.

Deutschland gehört im internationalen Vergleich zu den Spitzenreitern bei den Lohn- und Lohnnebenkosten. Nicht nur der Solidaritätszuschlag und der Anstieg der Sozialabgaben haben das netto verfügbare Realeinkommen der Verbraucher spürbar reduziert. Zunehmender Kostendruck und abnehmende Kaufkraft üben somit eine "Scherenfunktion" auf den Einzelhandel aus.

Vor diesem Hintergrund ist der effiziente Einsatz der im Einzelhandel Beschäftigten von besonderer Bedeutung. Um im Wettbewerb erfolgreich bestehen zu können, ist zum einem zur Befriedigung der Kundenwünsche ausreichend Personal bereitzustellen, zum anderen sind zur Reduzierung der Personalkosten Überkapazitäten zu vermeiden. Dies erfordert, daß bei Schwankungen des Kundenandrangs innerhalb eines Tages oder einer Woche die Personalkapazität geeignet anzupassen ist.

Zur Bestimmung der Kundenströme stehen dem Einzelhandel technische Hilfsmittel zur Verfügung. So ist zumeist beim Betreten eines Ladens eine mit einem Zählwerk ausgestattete Drehschranke zu durchlaufen, deren Zählerstand in festen Zeitabständen elektronisch abgefragt werden kann. Die Meßwerte dienen dann zur Abschätzung des von der Tageszeit und vom Wochentag abhängigen Personalbedarfs.

Während einerseits mit ausgereifter Technik der Personalbedarf² bestimmt werden kann, so ist andererseits in der Praxis zu beobachten, daß sogenannte Arbeitszeitmuster³ in arbeitsintensiver Detailarbeit konstruiert werden. Die Unterstützung durch elektronische Datenverarbeitung beschränkt sich dabei lediglich auf Datenverwaltung und -aufbereitung. Methoden des Operations Research kommen dagegen nur selten zur Anwendung. Eine Ursache hierfür mag darin liegen, daß das methodische Wissen nicht vorhanden ist. Wir wollen mit dieser Arbeit dazu beitragen, diese Lücke zu schließen.

Um dabei auch eine hohe Praxisrelevanz zu gewährleisten, stützt sich diese Arbeit auf aktuelle Arbeitszeitgesetze⁴ und auf derzeit gültige Tarifverträge des Einzelhandels. Ferner werden exemplarisch Betriebsvereinbarungen der Kieler Einzelhandelsunternehmen Plaza-SB-Warenhaus (coop Schleswig-Holstein) und C+C Großmarkt berücksichtigt⁵.

Der Aufbau der Arbeit ist wie folgt: Im nächsten Abschnitt präsentieren wir ein mathematisches Modell zur effizienten Personaleinsatzplanung im Einzelhandel. Im Abschnitt 3 erläutern wir ein auf der Methode der Spaltengenerierung basierendes Lösungsverfahren. Modell und Verfahren werden in Abschnitt 4 anhand eines praxisnahen Beispiels verdeutlicht. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick auf künftige Forschungsarbeiten.

2 Formalisierung der Problemstellung

In diesem Abschnitt stellen wir ein neues Modell zur Personaleinsatzplanung⁶ im Einzelhandel vor. Zunächst geben wir die bei der Planung zu beachtenden Prämissen an. Sie resultieren aus gesetzlichen und tarifrechtlichen Regelungen sowie aus Betriebsvereinbarungen. Anschließend formulieren wir ein graphentheoretisches Problem zur Definition eines Arbeitszeitmusters, um dann ein mathematisches Modell zur Bestimmung einer kostenminimalen Auswahl von Arbeitszeitmustern zu formulieren.

¹ Vgl. Kossbiel (1992c).

² Vgl. z.B. Drumm (1995, S. 183ff.) oder Kossbiel (1992a).

³ Ein Arbeitszeitmuster regelt die Anwesenheit eines Beschäftigten; z.B. am Montag, Mittwoch und Freitag von 8.00 – 12.00 Uhr.

⁴ Vgl. Beck-Texte im dtv (1997, S. 251ff. und S. 264ff.).

⁵ Eine Übersicht rechtlicher Rahmenbedingungen liefert Salewski (1997).

⁶ Vgl. auch Kossbiel (1992b).

Prämissen:

1. Der Planungszeitraum beträgt eine Woche mit sechs Arbeitstagen (von Montag bis Samstag).
2. Die tägliche Mindestarbeitszeit beträgt drei Stunden⁷.
3. Die tägliche Arbeitszeit darf 8.5 Stunden nicht überschreiten.
4. Die Wochenarbeitszeit darf nicht 37.5 Stunden überschreiten⁸.
5. Die Wochenarbeitszeit beträgt mindestens 10 Stunden⁹.
6. Die Wochenarbeitszeit verteilt sich auf höchstens fünf Werktage¹⁰.
7. "Spätöffnungsarbeit ist die Arbeit in Verkaufsstellen, die von Montag bis Freitag in der Zeit ab 18.30 Uhr und an Samstagen in der Zeit ab 14.00 Uhr geleistet wird."¹¹
8. In einer Woche darf höchstens dreimal nach 18.30 Uhr gearbeitet werden¹².
9. Eine Pause dauert genau eine halbe Stunde.
10. Nach spätestens 4.5 Arbeitsstunden ist eine Pause zu gewähren.
11. Die Pausen müssen mindestens zwei Stunden auseinander liegen¹³.
12. Jedes Arbeitszeitmuster verursacht arbeitszeitunabhängige Fixkosten von FK DM.
13. Pro Arbeitsstunde entstehen planungsrelevante Kosten von VK DM.
14. Für Spätöffnungsarbeit wird ein Lohnzuschlag von 20% gewährt. Der Lohnzuschlag wird als Aufschlag auf die Arbeitszeit berücksichtigt, d.h. eine Stunde Arbeit nach 18.30 Uhr wird mit 1.2 Stunden verrechnet (1/5 Freizeitgutschrift)¹⁴.

Die Prämissen sind relevant bei der Konstruktion zulässiger Arbeitszeitmuster. Zur Formalisierung eines Arbeitszeitmusters bedienen wir uns eines graphentheoretischen Konzepts.

Arbeitszeitmuster als graphentheoretisches Problem: Gegeben seien die mit Perioden korrespondierenden Knoten $t = 1, \dots, T$. Ferner sei $Z_t = \{(z_{t,1}, \dots, z_{t,9}) \in [z_{t,1}, \bar{z}_{t,1}] \times \dots \times [z_{t,9}, \bar{z}_{t,9}]\}$ die Zustandsmenge des Knoten t , wobei

$z_{t,1}$	die bis zur Periode t kumulierte Anzahl von Arbeitstagen,
$z_{t,2}$	die bis zur Periode t kumulierte Anzahl von Tagen, an denen nach 18.30 Uhr zu arbeiten ist,
$z_{t,3}$	die bis zur Periode t kumulierte Anzahl von Arbeitsstunden,
$z_{t,3+d}$	die bis zur Periode t kumulierte Anzahl von Arbeitsstunden des d -ten Arbeitstages,
$\underline{z}_{t,j}$	der minimal zulässige Wert von $z_{t,j} > 0$ und
$\bar{z}_{t,j}$	der maximal zulässige Wert von $z_{t,j} > 0$

bedeutet. Sei weiterhin $p_i = (t_i, t'_i; k_i, v_{i,1}, \dots, v_{i,9})$ ein Pfeil vom Knoten t zum Knoten t' , der Personalkosten in Höhe von k_i verursacht und für den gilt $z_{t',j} = z_{t,j} + v_{i,j}$, so korrespondiert der Weg $(p_1, \dots, p_n)$ mit $t_1 = 1$ und $t_n = T$ mit einem zulässigen Arbeitszeitmuster, wenn

$$\underline{z}_{t_s,j} \leq \sum_{r=1}^s v_{i_r,j} \leq \bar{z}_{t_s,j} \vee \sum_{r=1}^s v_{i_r,j} = 0 \quad j = 1, \dots, 9; s = 1, \dots, n \quad (1)$$

gilt.

⁷ Vgl. §4 Abs. 2 Manteltarifvertrag (MTV) für den Einzelhandel von Schleswig-Holstein.

⁸ Vgl. MTV §6 Abs. 1.

⁹ In Kombination mit Prämisse drei verteilt sich dadurch die Wochenarbeitszeit auf mindestens zwei Arbeitstage.

¹⁰ Betriebsvereinbarung der coop Schleswig-Holstein e.G.; vgl. auch MTV §4 Abs.3.

¹¹ MTV §6 Abs. 5.

¹² Vgl. MTV §6 Abs. 5.

¹³ In Kombination mit Prämisse drei wird dadurch auch gewährleistet, daß pro Tag maximal drei Pausen eingeplant werden.

¹⁴ Vgl. MTV §7 Abs. 4.

Erläuterungen:

- Die Zustände $z_{t,4}, \dots, z_{t,9}$ korrespondieren dabei mit den Arbeitstagen Montag, ..., Samstag.
- $v_{i,j}$ ist implizit definiert. Betrachten wir beispielsweise einen Pfeil i von Montag nach Mittwoch, d.h. es ist keine Anwesenheit am Dienstag erforderlich, so ist $v_{i,5} = 0$. Damit wird zugleich die Oder-Verknüpfung in (1) einsichtig. So wird die linke Bedingung nicht erfüllt sein, da die Mindestarbeitszeit am Dienstag nicht eingehalten wird. Die Mindestarbeitszeit ist aber nur bei Anwesenheit relevant. Dies wird durch die rechte Bedingung gewährleistet.
- Zur Abbildung arbeitsrechtlicher Restriktionen kann angenommen werden, daß $v_{i,j}$ und daher auch $z_{t,j}$ diskrete Werte (Minute, Tag) annehmen. Ein zulässiger Weg in dem Zustandsraum des Graphens läßt sich dann mit polynomialem Aufwand bestimmen¹⁵.
- Zwischen zwei Knoten können parallele Pfeile existieren, die sich lediglich in der Bewertung unterscheiden.
- Die Menge aller zulässigen Wege entspricht zugleich der Menge aller zulässigen Arbeitszeitmuster.

Definition (Arbeitszeitmustergraph): AMG bezeichnet den zur Beschreibung von Arbeitszeitmustern zugrundeliegenden Graphen.

Unter Verwendung der obigen Definition eines Arbeitszeitmusters können wir nun die Problemstellung der Personaleinsatzplanung im Einzelhandel einfach als allgemeines Überdeckungsproblem modellieren:

$$\text{Minimiere } \left\{ \sum_{m \in M} c_m y_m \mid \sum_{m \in M} a_{t,m} y_m \geq b_t; y_t \geq 0 \text{ und ganzzahlig; } t = 1, \dots, T; \right\} \quad (2)$$

wobei

M Menge aller Arbeitszeitmuster

$a_{t,m} = 1$, falls gemäß Arbeitszeitmuster m in der Periode t zu arbeiten ist (0, sonst)

b_t Personalbedarf in Periode t

c_m Kosten des Arbeitszeitmusters m und

y_m ganzzahlige Variable, die angibt, wieviele Beschäftigte entsprechend dem Arbeitszeitmuster m einzusetzen sind

gilt.

Erläuterung: Gemäß der Zielfunktion $\sum_{m \in M} c_m y_m$ sind die Gesamtkosten zu minimieren. Die Nebendingung $\sum_{m \in M} a_{t,m} y_m \geq b_t$ gewährleistet, daß in Periode t ausreichend Personal zur Verfügung steht. Ganzzahligkeit der Entscheidungsvariablen ist zu fordern, da Beschäftigte nicht "fraktioniert" eingesetzt werden können.

Anmerkungen:

- $\sum_{m \in M} y_m$ entspricht der Anzahl der insgesamt erforderlichen Beschäftigten.
- Die Anzahl zulässiger Arbeitszeitmuster ist sehr groß, so daß aus Speicherplatzgründen die vollständige Menge in dem nachfolgend beschriebenen Lösungsverfahren nicht explizit generiert, sondern implizit betrachtet wird.

¹⁵ Vgl. Desrochers/Soumis (1989).

3 Lösungsverfahren

Die Anzahl möglicher Arbeitszeitmuster wächst exponentiell mit der Anzahl der Perioden, so daß es unzweckmäßig ist, die Menge M explizit zu betrachten. Wir werden daher nur eine Teilmenge $M' \subseteq M$ unter Verwendung der Methode der Spaltengenerierung¹⁶ bestimmen und darauf aufbauend eine ganzzahlige Lösung bestimmen.

Definition (Hauptproblem): $HP(M')$ ist die LP-Relaxation des eingeschränkten Problems (2) auf der Basis von $M' \subseteq M$.

Sei eine Teilmenge $M' \subseteq M$ gegeben, so können wir $HP(M')$ mit dem Simplex-Algorithmus lösen. Alle Variablen y_m mit $m \in M - M'$ sind automatisch Nichtbasisvariablen, d.h. für sie gilt $y_m = 0$. Lösen wir $HP(M')$ mit einem Standardsolver wie CPLEX¹⁷, so erhalten wir zugleich die Opportunitätskosten π_t der Nebenbedingungen $t = 1, \dots, T$. Mit

$$\bar{c}_m = c_m - \sum_{t=1}^T a_{t,m} \pi_t, \quad m \in M, \quad (3)$$

bestimmen wir die Opportunitätskosten der (Nicht-)Basisvariablen y_m . Kann gezeigt werden, daß

$$\bar{c}_m \geq 0 \quad \forall m \in M \quad (4)$$

gilt, so ist die Basislösung von $HP(M')$ zugleich eine optimale Basislösung von $HP(M)$, d.h. der Zielfunktionswert von $HP(M')$ ist eine untere Schranke für unsere Problemstellung (2). Die Optimalitätsbedingung (4) ist offensichtlich erfüllt, wenn

$$\bar{c}^* = \min\{\bar{c}_m | m \in M\} \geq 0 \quad (5)$$

gezeigt werden kann.

Sei

- P_i Teilmenge von Perioden, die durch den Pfeil p_i in AMG abgedeckt werden und
- az_i Anzahl zu leistender Arbeitsstunden – unter Beachtung von Spätarbeitszuschlägen –, die mit dem Pfeil p_i in AMG verbunden sind,

so definieren wir mit

$$\bar{k}_i = az_i VK - \sum_{\tau \in P_i} \pi_\tau \quad (6)$$

die Opportunitätskosten des Pfeiles p_i . Mit

$$\bar{c}_m = FK + \sum_{i=1}^n \bar{k}_{m_i} \quad (7)$$

erhalten wir dann die Opportunitätskosten des Weges $W_m = (p_{m_1}, \dots, p_{m_n})$ bzw. der dazu korrespondierenden Variablen y_m .

Zur Bestimmung von $\bar{c}^*$ müssen wir somit lediglich den kürzesten Weg unter Verwendung der Pfeilbewertung $\bar{k}_i$ in dem Zustandsraum von AMG bestimmen. Dabei ist anzumerken, daß zu jedem zulässigen Zustand des Knoten T ein kürzester Weg zu berechnen ist. Wir haben somit zugleich die Möglichkeit, eine Menge von Wegen mit negativen Opportunitätskosten zu bestimmen.

¹⁶ Vgl. z.B. Bradley u. a. (1974, S. 540ff.).

¹⁷ Vgl. Bixby/Boyd (1996).

Tabelle 1 gibt einen Überblick über den Ablauf der Spaltengenerierung zur Bestimmung einer unteren Schranke: In *Schritt 1* wird eine sehr "teure" fiktive Spalte initialisiert. Hierbei handelt es sich um eine allgemein bekannte Vorgehensweise, die sicherstellt, daß stets eine zulässige Lösung existiert. Die hohe Bewertung führt dazu, daß die korrespondierende Variable y_1 nicht zur optimalen Basislösung von $HP(M)$ gehören wird¹⁸. In *Schritt 2* lösen wir (mit CPLEX) die LP-Relaxation des eingeschränkten Problems (2). Dabei werden gleichzeitig die Opportunitätskosten π_t der Nebenbedingungen $t = 1, \dots, T$ aktualisiert. In *Schritt 3* verwenden wir die aktualisierten Werte zur Bestimmung eines Weges mit minimalen Opportunitätskosten. Existieren im Knoten T mehrere Zustände mit negativen Kosten, so erweitern wir in *Schritt 4* M' auch um mehrere Spalten (Multiple-Pricing). Solange die Optimalitätsbedingung (4) nicht erfüllt ist, wird dieser Prozeß iterativ wiederholt. Die entsprechende Abbruchbedingung wird in *Schritt 5* überprüft.

Tabelle 1. Lösungsverfahren zur Bestimmung einer unteren Schranke

<i>Schritt 1:</i>	$a_{t,1} = 1 \forall t$; $c_1 = \text{große Zahl}$; $M' = \{1\}$;
<i>Schritt 2:</i>	Löse $HP(M')$; $\Rightarrow$ Aktualisierung von π_t ;
<i>Schritt 3:</i>	Bestimme kürzeste(n) Weg(e) in AMG ;
<i>Schritt 4:</i>	Erweitere M' um alle Spalten mit negativen reduzierten Kosten;
<i>Schritt 5:</i>	Falls M' in <i>Schritt 4</i> nicht erweitert wurde, gehe zu <i>Schritt 7</i> ;
<i>Schritt 6:</i>	Gehe zu <i>Schritt 2</i> ;
<i>Schritt 7:</i>	Abbruch.

Obere Schranke: Die optimale Basislösung von $HP(M')$ kann nicht-ganzzahlige Basisvariablen enthalten. Zur Bestimmung einer oberen Schranke wählen wir eine einfache iterative Vorgehensweise. Dabei wird in jeder Iteration die untere Schranke einer nicht-ganzzahligen Basisvariable auf die nächste ganze Zahl angehoben. Sei

y_i^* der optimale Werte einer nicht-ganzzahligen Basisvariablen i

Wir erweitern (2) um die Restriktion

$$y_i \geq \lceil y_i^* \rceil$$

wobei $\lceil x \rceil$ die kleinste ganze Zahl größer gleich x bedeutet. Wir wählen stets die Variable für die

$$\lceil y_i^* \rceil - y_i^* = \min\{\lceil y_j^* \rceil - y_j^* \mid j \in M' \text{ und } y_j \text{ ist nicht-ganzzahlige Basisvariable}\}$$

gilt. Anschließend lösen wir die LP-Relaxation erneut. Nach einer endlichen Anzahl von zusätzlich eingefügten Restriktionen zur Anhebung der unteren Schranken von nicht-ganzzahligen Basisvariablen erhalten wir eine ganzzahlige Lösung.

4 Beispiel

Ein Einzelhandelsunternehmen hat an 6 Tagen geöffnet. Von Montag bis Freitag ist von 8.30 Uhr bis 20.00 Uhr geöffnet. Am Samstag wird bereits um 15.30 Uhr geschlossen. Vor der Öffnung und nach der Schließung benötigen die Mitarbeiter eine halbe Stunde zur Vorbereitung bzw. Nachbereitung. Tabelle 2 zeigt den damit verbundenen Personalbedarf.

Pro Arbeitshalbstunde fallen Lohnkosten in Höhe von $VK = 10,-$ DM an. Jeder Beschäftigte bzw. jedes Arbeitszeitmuster verursacht wöchentliche Fixkosten in Höhe von $FK = 50,-$ DM.

¹⁸ Vgl. auch die M-Methode z.B. in Domschke/Drexel (1995, S.27ff.)

Tabelle 2. Wöchentlicher Personalbedarf

Uhrzeit	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa
8.00	5	5	5	5	5	7
8.30	5	5	5	5	5	7
9.00	10	10	10	10	10	12
9.30	10	10	10	10	10	15
10.00	10	10	10	10	10	17
10.30	10	10	10	10	10	18
11.00	12	12	12	12	12	17
11.30	12	12	12	12	12	16
12.00	10	10	10	10	10	12
12.30	10	10	10	10	10	12
13.00	8	8	8	8	8	11
13.30	8	8	8	8	8	10
14.00	10	10	10	10	10	8
14.30	10	10	10	10	10	7
15.00	12	12	12	12	12	7
15.30	12	12	12	12	12	7
16.00	14	14	14	14	15	7
16.30	14	14	14	15	15	0
17.00	15	15	15	16	16	0
17.30	14	14	14	15	15	0
18.00	13	13	13	14	14	0
18.30	12	12	12	12	13	0
19.00	10	10	10	10	11	0
19.30	8	8	8	9	9	0
20.00	6	6	6	7	8	0
20.30	6	6	6	7	8	0

Nach Anwendung des Verfahrens aus Abschnitt 3 erhalten wir die in Tabelle 3 wie folgt wiedergegebene Lösung: Jedes Arbeitszeitmuster ist durch einen Buchstaben in alphabetischer Reihenfolge gekennzeichnet (vgl. 1. Zeile). Unterhalb des jeweiligen Buchstabens ist für jeden Werktag (vgl. 1. Spalte) und jede Periode (vgl. 2. Spalte) eine '1' für anwesend oder eine '0' für abwesend angegeben. Die Werte korrespondieren somit zu $a_{t,m}$ in (2). Jedes Arbeitszeitmuster wird genau einmal ausgewählt, d.h. $y_a = \dots y_z = 1$. Der damit periodenabhängige Personalüberhang (Puffer) $P_t = \sum_{m \in M} a_{t,m} y_m - b_t$ ist in der letzten Spalte wiedergegeben.

Die Kosten und die Anzahl der Arbeitshalbstunden des jeweiligen Arbeitszeitmusters zeigt Tabelle 4.

Die Gesamtkosten betragen 17294,- DM. Die LP-Relaxation liefert einen Zielfunktionswert von 16963.90 DM. Die obere Schranke weicht somit maximal nur um 1.95 % vom optimalen Zielfunktionswert ab.

Zur Bestimmung der unteren Schranke wurden 826 Spalten in 8.56 Minuten auf einem mit 133MHz getakteten Pentium generiert. Zur Bestimmung der oberen Schranke wurden insgesamt 6633 Spalten in 70.51 Minuten und 25 zusätzliche Zeilen generiert.

Damit haben wir gezeigt, daß die Methode der Spaltengenerierung für die betrachtete Problemstellung effiziente Lösungen mit vertretbarem Zeitaufwand liefert.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Die wöchentliche Personaleinsatzplanung im Einzelhandel ist aufgrund der vielseitigen Restriktionen, die durch gesetzliche, tarifrechtliche und betrieblichen Rahmenbedingungen entstehen, eine komplexe Problemstellung.

Tabelle 3. Arbeitszeitmuster

		a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	P_i		
Mo	8.00	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0		
	8.30	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0		
	9.00	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	
	9.30	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	
	10.00	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	
	10.30	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
	11.00	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	
	11.30	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	
	12.00	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	
	12.30	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	
	13.00	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	
	13.30	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
	14.00	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
	14.30	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	
	15.00	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	
	15.30	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	
	16.00	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	
	16.30	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	
	17.00	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	
	17.30	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
	18.00	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	
	18.30	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	
	19.00	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	
	19.30	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	
	20.00	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	
	20.30	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	
Di	8.00	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0		
	8.30	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0		
	9.00	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0		
	9.30	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0		
	10.00	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0		
	10.30	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0		
	11.00	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0		
	11.30	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0		
	12.00	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0		
	12.30	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0		
	13.00	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0		
	13.30	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0		
	14.00	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1		
	14.30	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0		
	15.00	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1		
	15.30	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1		
	16.00	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1		
	16.30	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1		
	17.00	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	2		
	17.30	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1		
	18.00	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0		
	18.30	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0		
	19.00	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0		
	19.30	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0		
	20.00	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0		
	20.30	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0		

Tabelle 3. Arbeitszeitmuster (1. Fortsetzung)

		a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	P_i	
Mi	8.00	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
	8.30	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
	9.00	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	
	9.30	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	
	10.00	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	
	10.30	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	
	11.00	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	
	11.30	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	
	12.00	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
	12.30	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	
	13.00	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	
	13.30	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	
	14.00	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	
	14.30	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	
	15.00	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	
	15.30	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	
	16.00	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	
	16.30	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	
	17.00	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	
	17.30	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	
	18.00	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	
	18.30	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	
	19.00	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	
	19.30	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	
	20.00	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	
	20.30	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	
Do	8.00	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	
	8.30	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	
	9.00	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
	9.30	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
	10.00	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	
	10.30	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	
	11.00	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	
	11.30	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	
	12.00	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	
	12.30	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	
	13.00	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	
	13.30	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	
	14.00	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	
	14.30	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	
	15.00	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
	15.30	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	
	16.00	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	
	16.30	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	
	17.00	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	
	17.30	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	
	18.00	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	
	18.30	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	
	19.00	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	
	19.30	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
	20.00	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	20.30	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Tabelle 3. Arbeitszeitmuster (2. Fortsetzung)

		a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	P_i	
Fr	8.00	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	
	8.30	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	
	9.00	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	
	9.30	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	
	10.00	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
	10.30	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	
	11.00	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	
	11.30	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	
	12.00	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	
	12.30	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	
	13.00	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	
	13.30	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	
	14.00	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	
	14.30	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	
	15.00	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
	15.30	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	
	16.00	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	
	16.30	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	
	17.00	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	
	17.30	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	
	18.00	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	
	18.30	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	
	19.00	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	
	19.30	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	
	20.00	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	
	20.30	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	
Sa	8.00	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	
	8.30	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	
	9.00	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	
	9.30	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	
	10.00	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
	10.30	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	
	11.00	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	
	11.30	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	
	12.00	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
	12.30	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	
	13.00	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
	13.30	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
	14.00	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	
	14.30	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	
	15.00	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	
	15.30	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	
16.00	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0		

Wir entwickeln hierzu ein mathematisches Modell. Wir zeigen, daß die Konstruktion eines zulässigen Arbeitszeitmusters als graphentheoretisches Problem dargestellt werden kann.

Wie lösen die LP-Relaxation des mathematischen Modells mit der Methode der Spaltengenerierung und bestimmen somit eine untere Schranke für die betrachtete Problemstellung. Zur Generierung der Spalten bestimmen wir mit polynomialem Aufwand kürzeste Wege in dem Zustandsraum eines Graphens. Der Zustandsraum ist derart aufgebaut, daß wir als Ergebnis zulässige Arbeitszeitmuster erhalten. Eine obere Schranke erhalten wir, indem wir die untere Schranke von nicht-ganzzahligen Basisvariablen auf ganzzahlige sukzessive anheben. Dabei werden nach jeder Anhebung weitere Spalten generiert.

Anhand eines praxisnahen Beispiels zeigen wir, daß das Verfahren eine hohe Lösungsgüte

Tabelle 4. Kosten und Arbeitsinhalt der Arbeitszeitmuster

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
Kosten	550	778	652	788	658	764	772	786	688	544	768	634	792	718	758
# 30 Minuten	49	71	59	72	59	69	71	72	62	47	71	56	74	65	70
# Arbeitstage	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
# Spätschichten	2	3	2	2	3	2	1	2	3	3	1	3	1	2	3

	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
Kosten	600	780	720	738	716	516	604	738	394	588	250
# 30 Minuten	53	71	67	66	65	45	53	68	34	53	20
# Arbeitstage	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	3
# Spätschichten	3	2	0	3	3	1	3	1	1	1	0

besitzt.

Zur Bestimmung einer optimalen Lösung ist die vorgestellte Methode in ein sogenanntes Branch&Price-Verfahren einzubetten. Die vorgeschlagene Vorgehensweise ist auch auf andere Problemstellungen wie beispielsweise die Dienstplanung von Einsatzkräften einer Polizeistation oder die Besetzung von Telefonservicezentrale übertragbar. Hierzu ist der Arbeitsmustergraph geeignet zu modifizieren.

Literatur

- Beck-Texte im dtv. *Arbeitsgesetze*, 1997.
- Bixby, N./ Boyd, E. *Using the CPLEX Callable Library*. CPLEX Optimization Inc., 7710-T Cherry Park, Houston, TX, 1996.
- Bradley, S.P./Hax,A.C./Magnanti,T.L. *Applied Mathematical Programming*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading u.a., 1974.
- Desrochers, M./Soumis, F. A Column Generation Approach to the Urban Transit Crew Scheduling Problem. *Transportation Science*, 23:1-13, 1989.
- W. Domschke and A. Drexl. *Einführung in Operations Research*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 3. Aufl., 1995.
- Drumm, H. J. *Personalwirtschaftslehre*. Springer-Verlag, 1995.
- Manteltarifvertrag für den Einzelhandel von Schleswig-Holstein. Gewerkschaft Handel, Banken und Versicherungen, Bezirksverwaltung Schleswig-Holstein, Kiel. Gültig ab 01.01.1997.
- Kossbiel, H. Personalbedarfsermittlung. In E. Gaugler and W. Weber (Hrsg.), *Handwörterbuch des Personalwesens*, Sp. 1596-1608. Stuttgart, 2. Aufl., 1992a.
- Kossbiel, H. Personaleinsatz und Personaleinsatzplanung. In E. Gaugler and W. Weber (Hrsg.), *Handwörterbuch des Personalwesens*, Sp. 1654-1666. Stuttgart, 2. Aufl., 1992b.
- Kossbiel, H. Personalbereitstellung bei Arbeitszeitflexibilisierung. *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, S. 175-198, 1992c.
- Salewski, F. Arbeitszeitmodelle: Charakteristika und Durchsetzbarkeit. Arbeitsbericht, Universität Kiel, 1997.

Danksagung

Für konstruktive Unterstützung gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. A. Drexl.