ECONSTOR
Make Your Publications Visible.

A Service of

ZBW Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft
Leibniz Information Centre for Economics

Bartsch, Thomas; Kröger, Stefan

Working Paper — Digitized Version

Ein Entscheidungs-Unterstützungs-System zur Erstellung von Spielplänen für die Fußballbundesliga

Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel, No. 427

Provided in Cooperation with:
Christian-Albrechts-University of Kiel, Institute of Business Administration

Suggested Citation: Bartsch, Thomas; Kröger, Stefan (1996) : Ein Entscheidungs-Unterstützungs-System zur Erstellung von Spielplänen für die Fußballbundesliga, Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel, No. 427, Universität Kiel, Institut für Betriebswirtschaftslehre, Kiel

This Version is available at:
https://hdl.handle.net/10419/177306

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

WWW.ECONSTOR.EU

Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft

Manuskripte

aus den

Instituten für Betriebswirtschaftslehre

der Universität Kiel

Nr. 427

Ein Entscheidungs-Unterstützungs-System zur Erstellung von Spielplänen für die Fußballbundesliga

T. Bartsch / S. Kröger

Dezember 1996

Thomas Bartsch, Stefan Kröger
Institut für Betriebswirtschaftslehre, Christian-Albrechts-Universität zu Kiel
Olshausenstr. 40, D - 24098 Kiel
Tel. 0431/880-3993, Fax -3349, E-mail: bartsch@bwl.uni-kiel.de

Thomas Bartsch und Stefan Kröger*

Ein Entscheidungs-Unterstützungs-System zur Erstellung von Spielplänen für die Fußballbundesliga

1 Einführung

Die Erstellung von Spielplänen[1] ist eine Thematik, die zunächst nicht als Gegenstand betriebswirtschaftlicher Forschung angesehen wird. Die zunehmende Kommerzialisierung des Sports, die in besonderer Weise im Bereich des Profi-Fußballs zu beobachten ist,[2] erfordert jedoch zunehmend die Berücksichtigung von wirtschaftlich orientierten Zielsetzungen. Die Verwendung *attraktiver* Spielpläne liegt im (wirtschaftlichen) Interesse von Vereinen, Fernsehanstalten, Sponsoren und Zuschauern. Ein weiteres Ziel bei der Erstellung eines Spielplans ist dessen *faire Gestaltung*, d. h. keine Mannschaft soll aufgrund des Spielplans gegenüber ihren Konkurrenten bevorzugt bzw. benachteiligt sein. Diesen beiden Anforderungen ist die *organisatorische Durchführbarkeit* eines Spielplans übergeordnet.

Wir zeigen im vorliegenden Beitrag, wie die drei obigen aus einer Befragung des *Deutschen Fußball-Bundes (DFB)* abgeleiteten Anforderungskategorien eines Spielplans adäquat operationalisiert werden können. Die derzeit bekannten Ansätze zur Spielplanerstellung vernachlässigen weitestgehend die Berücksichtigung von Attraktivitäts- und Fairneßaspekten, so daß ein neues mathematisches Modell formuliert werden mußte. Die Integration dieser Gesichtspunkte geschieht dabei mit Modellierungskonzepten, die ursprünglich für die ressourcenbeschränkte Projektplanung entwickelt worden sind.[3]

Der Beitrag ist wie folgt aufgebaut: In Abschnitt 2 leiten wir die bei der Spielplanerstellung relevanten Anforderungen aus einer Befragung des *DFB* ab. In Abschnitt 3 werden die Modellprämissen und das Optimierungsmodell dargestellt. Ferner wird das Planungsproblem anhand eines Beispiels illustriert. Abschnitt 4 beschreibt speziell an die Problemstruktur angepaßte heuristische Verfahrensschemata sowie ein exaktes Schema. In Abschnitt 5 wird die umfangreiche experimentelle Untersuchung vorgestellt. Ein Vergleich der Ergebnisse der computergestützten Vorgehensweise mit der manuell erzeugten *DFB*-Lösung für das Planungsproblem der Saison 1996/97 zeigt die Vorteile der Verfahren auf. In Abschnitt 6 werden kurz die Komponenten des entwickelten Entscheidungs-Unterstützungs-Systems (EUS) dargestellt.

* Dipl.-Kfm. Dipl.-Hdl. *Thomas Bartsch*, cand. sc. pol. *Stefan Kröger*, Lehrstuhl für Produktion und Logistik, Institut für Betriebswirtschaftslehre, Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, Olshausenstr. 40, 24118 Kiel.

1 Ein Spielplan legt für alle Spielpaarungen fest, wo und wann sie auszutragen sind. Die Problemstellung ist mit den Timetabling-Problemen von Schulen und Universitäten verwandt; siehe z. B. *de Werra* (1985).

2 Während die Fernsehanstalten 1975 für die Übertragungsrechte einer Bundesligasaison 4,8 Mio. DM zahlten, stieg dieser Betrag 1996 auf 180 Mio. DM an; vgl. *o.V.* (1996 a), S. 195.

3 Vgl. *Böttcher/Drexl/Kolisch/Salewski* (1996).

Abschnitt 7 zeigt die Allgemeinheit der betrachteten Problemstellung auf. Wir beschließen den vorliegenden Beitrag in Abschnitt 8 mit zusammenfassenden Hinweisen auf Ergebnisse und Perspektiven.

2 Anforderungen an Spielpläne

Ausgehend von der Überlegung, daß sich ein praxisrelevantes Planungssystem zur Erstellung von Spielplänen[4] an den Bedürfnissen der am Spielbetrieb beteiligten Interessengruppen orientieren muß, konnte der für die Planung verantwortliche *DFB* als kompetenter Gesprächspartner gewonnen werden. Die Intention der Befragung lag darin, Informationen über Anforderungen zu gewinnen, deren Integration in die Spielpläne als wünschenswert angesehen werden. Aufbauend auf den Ergebnissen sollte anschließend eine realitätsnähere Problembeschreibung als in bisherigen Ansätzen vorgenommen werden. Wesentliches Ergebnis der Befragung war der Wunsch, zukünftig vielfältige Anforderungen bei der Spielplanerstellung berücksichtigen zu können,[5] die sich wie folgt untergliedern:

2.1 Organisatorische Durchführbarkeit

Unter "organisatorischer Durchführbarkeit" eines Spielplans werden diejenigen Anforderungen zusammengefaßt, die für die regelgerechte Durchführung des Spielbetriebs zwingend notwendig sind.

2.1.1 Anzahl der Spiele / Spieltage

Jede Mannschaft muß gegen jedes andere Team im Laufe der Saison zweimal antreten, einmal im eigenen Stadion und einmal im Stadion des Gegners. Die Spiele werden an Spieltagen ausgetragen. Ein Spieltag besteht aus einer Menge von Spielen, wobei jede Mannschaft genau ein Spiel auszutragen hat. Die Spieltage sind in eine Hin- und Rückrunde aufgeteilt. In der Hinrunde spielt jede Mannschaft gegen jede andere genau einmal. Die Rückrunde wird in der gleichen Reihenfolge ausgetragen, allerdings mit komplementärem Heim- bzw. Auswärtsrecht.

2.1.2 Kalendertage

Ein Spieltag ist nicht zwangsläufig mit einem Kalendertag identisch, meist wird er an mehreren Kalendertagen ausgetragen. So gibt es Spieltage am Wochenende, die die Kalendertage Freitag bis Sonntag umfassen, sowie Spieltage in der Wochenmitte, an denen Paarungen am Dienstag und Mittwoch ausgetragen werden. An jedem Kalendertag soll eine bestimmte Mindest- und

4 Der Bedarf eines solchen Planungssystems wird bereits in *Schmaul* (1983) deutlich, der die Schwierigkeiten der manuellen Erstellung von Spielplänen beschreibt.

5 Nach der Entwicklung eines Prototypen des EUS wurde der *Österreichische Fußball-Bund (ÖFB)* befragt, der nahezu identische Anforderungen geäußert hat.

Höchstanzahl an Spielen ausgetragen werden. Der deutsche Totoblock fordert beispielsweise die Einplanung von mindestens sechs Paarungen an einem Samstag.

2.1.3 Stadionsperren

Da nur sehr wenige Mannschaften über ein eigenes Stadion verfügen, werden fast alle Spiele in städtischen Stadien ausgetragen. Da die Stadien somit auch für andere Veranstaltungen genutzt werden, stehen sie den Mannschaften i. d. R. nicht an jedem Spieltag zur Verfügung. Sofern zwei Mannschaften ein Stadion gemeinsam nutzen (d. h. ein sogenanntes Mannschaftspaar bilden), müssen Sie jeweils komplementär zueinander Heim- und Auswärtsspiele austragen.

2.1.4 Regionen

Einige Vereine sind geographisch eng beieinander angesiedelt. Damit es nicht zu einer Überlastung von Verkehrsmitteln und Sicherheitskräften kommt, darf in einer Region nur eine bestimmte Maximalanzahl von Heimspielen an einem Spieltag bzw. an einem Kalendertag eingeplant werden.

2.1.5 Sicherheitsproblematische Spiele

Bestimmte Spielpaarungen sollen aus Sicherheitsgründen nur zu genau festgelegten Tageszeiten ausgetragen werden. In der Bundesliga dürfen diese Spiele an einigen Orten nicht am Samstag (an dem grundsätzlich tagsüber gespielt wird), an anderen Orten nicht an den übrigen Wochentagen (an denen grundsätzlich abends gespielt wird) stattfinden.

2.2 Attraktivität

Unter "Attraktivität" eines Spielplans werden diejenigen Anforderungen zusammengefaßt, durch die sich für Stadionbesucher und Fernsehzuschauer, aber auch für die Mannschaften, spannende und abwechslungsreiche Spielpläne ergeben.

2.2.1 Heim- und Auswärtsspiele

Heim- und Auswärtsspiele sollen sich für jede Mannschaft möglichst abwechseln, da die Stadionbesucher i. d. R. lieber regelmäßig alle zwei Wochen ein Spiel sehen statt zwei Spiele an aufeinanderfolgenden Wochenenden. Auch die Mannschaften möchten ihre Auswärtsspiele gleichmäßig über die Saison verteilt haben. Bestreitet eine Mannschaft zwei Heim- oder Auswärtsspiele hintereinander, so liegt ein sogenanntes *Break* vor. Bei der Spielplanerstellung sollen möglichst wenige Breaks auftreten. *De Werra* zeigt, daß bei I Mannschaften mindestens I-2 Breaks innerhalb einer Halbsaison auftreten müssen.[6] Dann tritt bei genau zwei Mannschaften kein Break auf, die übrigen Teams haben genau ein Break.

6 Vgl. *de Werra* (1980), S. 328, siehe auch *de Werra* (1982).

2.2.2 Attraktive Spiele

Fernsehanstalten legen Wert darauf, daß attraktive Spiele (z. B. Paarungen mit Mannschaften des oberen Tabellendrittels oder Lokalderbys) gleichmäßig über die Saison verteilt werden.

2.2.3 Heimspielpräferenzen

Vereine äußern den Wunsch, an einem bestimmten Spieltag, an dem eine größere Anzahl von Zuschauern z. B. aufgrund eines Volksfestes erwartet wird, ein Heimspiel abzuhalten. Darüber hinaus soll am ersten Spieltag ein Aufsteiger i. allg. mit einem Heimspiel beginnen, während bei den restlichen Mannschaften das Heimrecht zum ersten Spieltag der Vorsaison wechseln soll.

2.3 Fairneß

Unter "Fairneß" eines Spielplans werden diejenigen Anforderungen zusammengefaßt, durch die Spielpläne erzeugt werden, die keine Mannschaft gegenüber ihren Konkurrenten bevorzugen bzw. benachteiligen.

2.3.1 Spielfreie Tage

Zwischen zwei Spielen einer Mannschaft sollen mindestens zwei spielfreie Kalendertage liegen. Dabei werden nicht nur Ligaspiele, sondern auch Europapokalspiele berücksichtigt, soweit die Termine im voraus bekannt sind.

2.3.2 Spielstärke der Gegner

Schwere und leichte Gegner sollen für jede Mannschaft möglichst gleichmäßig über die Saison verteilt sein. Die Spielstärke eines Gegner ist dabei um so größer, je besser er in der Vorsaison plaziert war.

3 Präzisierung der Problemstellung

Um ein mathematisches Optimierungsmodell formulieren zu können, sind die oben dargestellten Anforderungen an einen Spielplan zu operationalisieren, d. h. entweder als Zielsetzung oder als Nebenbedingung in ein Modell zu integrieren. Die Befragung des *DFB* ergab, daß sämtliche Anforderungen mit Ausnahme von 2.2.3 und 2.3.2 eine so hohe Relevanz bei der Spielplanerstellung besitzen, daß für diese nur eine Integration als Nebenbedingung in Betracht kam. Zur Abbildung der beiden Ziele "Erfüllung von Heimspielpräferenzen" und "Wechsel der Gegnerspielstärke" wurde ein Strafkostenansatz gewählt, der jede nicht erfüllte Heimspielpräferenz und jede Spielpaarung, in der eine Mannschaft gegen einen Gegner der gleichen Spielstärke antreten muß wie am Spieltag zuvor, jeweils mit Kosten in Höhe von c bestraft. Zur Bestimmung des Zielfunktionswertes sind die Kosten der Einzelziele zu normieren und

gemäß den Präferenzen des Entscheidungsträgers zu gewichten. Weitere Operationalisierungen spiegeln sich in den Prämissen des Modells wider:

3.1 Prämissen

a) In der Liga spielen i = 1, ..., I Mannschaften. Alle Spielpaarungen einer Mannschaft i gegen eine Mannschaft j mit i, j = 1, ..., I sind bekannt.

b) Die Saison ist in $\pi = 1, ..., S$ Spieltage unterteilt; es gilt: $S = 2 \cdot (I-1)$.

c) Alle Kalendertage t = 1, ..., T, an denen Spiele stattfinden können, sind bekannt und werden durch ein Kalenderdatum beschrieben. Ein Kalendertag t stellt eine Periode dar.

d) Die Termine der Europapokalwettbewerbe und die Mannschaften aus der Liga, die daran teilnehmen, sind bekannt.

e) Es sind nur Spielpläne mit I-2 Breaks je Halbsaison erlaubt. In einer Halbsaison ist somit für jede Mannschaft maximal ein Break zulässig.

f) Um die Anforderungen aus den Abschnitten 2.1.2 - 2.1.5, 2.2.2 und 2.3.1 einfach modellieren zu können, wird das neue Konzept der *partiell erneuerbaren Ressourcen* verwendet.[7] In der klassischen Literatur zur ressourcenbeschränkten Projektplanung verwendete man bisher die zwei Typen der *erneuerbaren* und *nicht erneuerbaren* Ressourcen.[8] Bei einer erneuerbaren (nicht erneuerbaren) Ressource steht diese in jeder Periode t (in den T Perioden insgesamt) mit einer bestimmten Kapazität zur Verfügung. Im folgenden wird dieser Ansatz verallgemeinert, indem eine Ressource mit einer bestimmten Kapazität in genau definierten Teilmengen der T Perioden (daher der Name "partiell") nachgefragt werden kann. Zunächst werden $\pi = 1, ..., S, ..., S+T, ..., \Pi$ Periodenmengen gebildet. Die Periodenmengen P_π, $\pi = 1, ..., S$, enthalten jeweils diejenigen Kalendertage t, die den Spieltag π abbilden. Die Periodenmengen $P_{S+1}, ..., P_{S+T}$ beinhalten jeweils genau einen Kalendertag $t \in \{1, ..., T\}$. Die Menge P_{S+T+1} besteht aus allen t = 1, ..., T Kalendertagen. Es werden weitere Mengen P_π, $\pi = S+T+2, ..., \Pi$, gebildet, die jeweils einen Fünf-Tage-Zeitraum abbilden, in dessen Mitte ein Europapokalwettbewerb stattfindet.

g) Es existieren r = 1, ..., R partiell erneuerbare Ressourcen. Der Parameter k_{ijr}, i, j = 1, ..., I, r = 1, ..., R, gibt die Nachfrage der Spielpaarung i gegen j nach der Ressource r wieder. Der Parameter $K_{r\pi}$ bezeichnet die maximale Kapazität der Ressource r für alle in P_π enthaltenen Perioden. Ein Beispiel illustriert das Konzept: Sind in einer Liga V Regionen vorhanden, so wird jede Region durch eine Ressource r abgebildet. Für die Region v gilt somit $k_{ijv} = 1$, wenn das Spiel i gegen j in Region v stattfindet (0 sonst). Sind in dieser Region maximal drei Heimspiele je Spieltag und zwei Heimspiele je Kalendertag erlaubt, so beträgt $K_{v\pi} = 3$ ($\pi = 1, ..., S$), $K_{v\pi} = 2$ ($\pi = S+1, ..., S+T$) und $K_{v\pi} = \infty$ ($\pi = S+T+1, ..., \Pi$).

7 Vgl. *Böttcher/Drexl/Kolisch/Salewski* (1996).
8 Vgl. z. B. *Domschke/Drexl* (1991), S. 64 f.

h) Der Parameter $h_{i\pi}$ gibt an, ob Mannschaft i am Spieltag π ein Heimspiel wünscht ($h_{i\pi} = 1$) oder nicht ($h_{i\pi} = 0$).

i) Die Spielstärke einer Mannschaft wird durch die Einordnung des Teams in eine von drei etwa gleichgroßen Spielstärkegruppen G_m, m = 1, 2, 3 wiedergegeben. Damit läßt sich ein Wechsel der Gegnerspielstärke abbilden.

j) Die normierten Gewichte w_1 und w_2 für die Ziele bzw. Attribute "Erfüllung von Heimspielpräferenzen" und "Wechsel der Gegnerspielstärke" sind bekannt und lassen sich wie folgt berechnen:[9]

$$w_i = \begin{cases} \dfrac{\beta_i}{B_i^{max} - B_i^{min}}, & \text{falls } B_i^{max} > B_i^{min} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \qquad (i = 1, 2) \qquad (1)$$

mit

β_i: Präferenz des Entscheidungsträgers für das Attribut i. Es gilt $\beta_1 + \beta_2 = 1$ und $\beta_1, \beta_2 \geq 0$.

B_i^{min}: kleinste Ausprägung des Attributs i; B_i^{max}: größte Ausprägung des Attributs i[10];

Um vergleichbare und leicht interpretierbare Zielfunktionswerte im Intervall [0,1] zu erhalten, wird vom Zielfunktionswert eine Konstante $\Delta = \delta_1 + \delta_2$ mit

$$\delta_i = \begin{cases} \dfrac{\beta_i \cdot B_i^{min}}{B_i^{max} - B_i^{min}}, & \text{falls } B_i^{max} > B_i^{min} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \qquad (i = 1, 2) \qquad (2)$$

subtrahiert.

3.2 Beispiel

Die Liga umfaßt I = 4 Mannschaften[11] (Teams A, B, C, D), somit besteht die Saison aus S = 6 Spieltagen. Jedes Team soll genau zweimal gegen jede andere Mannschaft spielen, einmal in der Hinrunde (Spieltage 1 - 3) und ein zweites Mal in der Rückrunde (Spieltage 4 - 6). Alle Spieltage umfassen die drei Wochentage Freitag bis Sonntag, so daß jedes Spiel in einer der $T = 3 \cdot 6 = 18$ Perioden einzuplanen ist.

Nach den Spieltagen π = 1, 4, 5 und 6 finden Europapokalwettbewerbe statt. Team A spielt jeweils am Mittwoch (Champions League), Team B am Dienstag (UEFA-Cup), sowie Team D am Donnerstag (Pokal der Pokalsieger). Damit mindestens zwei spielfreie Tage für jeden

9 Die folgenden Formeln können bei Gültigkeit der Annahmen für additive, multiattributive Wertfunktionen einfach hergeleitet werden; vgl. dazu z. B. *Eisenführ/Weber* (1993), S. 111 ff.

10 Die Bestimmung der Intervallgrenzen für das Attribut i = 2 (fehlender Wechsel der Gegnerspielstärke) erfolgte mit Hilfe einer Simulation, da keine analytische Formel bekannt ist. Für eine Liga mit 18 Mannschaften gilt z. B. $B_i^{min} = 11$, $B_i^{max} = 187$ (minimale bzw. maximale Anzahl fehlender Wechsel der Gegnerspielstärke). Aufgrund der vorgenommenen Normierung kann der Parameter c (Höhe der Strafkosten) beliebig gesetzt werden. Im folgenden wird c = 1 gesetzt.

11 Die Ligagröße wurde in diesem Beispiel aus Gründen der Nachvollziehbarkeit unrealistisch klein gewählt.

Europapokalteilnehmer berücksichtigt werden, darf Team A nicht am Freitag und Team D nur am Sonntag nach den Europapokalwettbewerben spielen. Mannschaft B darf vor den Europapokalspielen nicht am Sonntag eingeplant werden.

Am Freitag und Sonntag darf jeweils maximal ein Spiel stattfinden, am Samstag dürfen zwei Spiele ausgetragen werden. Eine Mindestanzahl an Spielen besteht nur für den Samstag, an dem mindestens ein Spiel stattfinden muß.

Die Mannschaften können aufgrund von Stadionsperren an den folgenden Spieltagen kein Heimspiel abhalten: Team A am Spieltag 6, Team C am Spieltag 2 und Team D am Spieltag 3. Die Mannschaften C und D bilden die einzige Region der Liga. In dieser Region darf nur eine der beiden Mannschaften an einem Spieltag ein Heimspiel austragen. Die Spielpaarung D – C ist ein sicherheitsproblematisches Spiel und darf nicht tagsüber (also nicht am Samstag) ausgetragen werden.

Mannschaft A wünscht am fünften Spieltag, Mannschaft C am ersten Spieltag ein Heimspiel. Die Spielstärkegruppen sind wie folgt gebildet: $G_1 = \{A\}$, $G_2 = \{B, C\}$ und $G_3 = \{D\}$. Die normierten Zielgewichte der vom Entscheider als gleichwertig angesehenen Einzelziele betragen $w_1 = 0.5$ und $w_2 = 0.25$.[12]

Ein optimaler Spielplan ist ein Plan, der nicht nur zulässig ist, also die zahlreichen Kapazitätsrestriktionen berücksichtigt, sondern darüber hinaus das gewichtete Zielkriterium optimiert. Der für das Beispiel optimale Spielplan ist in *Tabelle 1* wiedergegeben.

Tabelle 1: Optimaler Spielplan

	Spieltage					
Wochentage	1	2	3	4	5	6
Freitag	C – A		A – B	D – B		
Samstag	B – D	B – C	C – D	A – C	C – B	B – A
Sonntag		D – A			A – D	D – C

Insbesondere ist aus *Tabelle 1* zu erkennen, daß

- das Problemspiel D – C am Sonntag und damit nicht tagsüber stattfindet,
- an jedem Spieltag nur eines der beiden Regionenteams C und D ein Heimspiel ausrichtet,
- Mannschaft D an den auf ein Europapokalspiel folgenden Wochenenden (dies sind die Spieltage 2, 5 und 6) grundsätzlich sonntags spielt und
- Mannschaft B vor einem Europapokalspiel (also an den Spieltagen 1, 4, 5 und 6) nie sonntags spielt, um mindestens zwei spielfreie Tage zu haben.

12 Herleitung: $\beta_1 = \beta_2 = 0.5$; $B_{min,1} = 0$, $B_{max,1} = 2$; $B_{min,2} = 0$, $B_{max,2} = 2$; $\Rightarrow w_1 = 0.5$, $w_2 = 0.25$, $\Delta = 0$.

Der Zielfunktionswert beträgt 0, da die Heimspielwünsche der Mannschaften A und C erfüllt werden und kein Team an zwei aufeinanderfolgenden Spieltagen gegen einen Gegner der gleichen Spielstärkegruppe spielt.[13]

3.3 Modellformulierung

Definiert man Binärvariablen x_{ijt} mit der Bedeutung

$$x_{ijt} = \begin{cases} 1, & \text{wenn Mannschaft j bei Mannschaft i am Kalendertag t spielt} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

so kann die Problemstellung durch das folgende binäre Optimierungsproblem abgebildet werden:

$$\text{Min } Z(x) = w_1 \sum_i \sum_j \sum_{\pi=1}^{S} \sum_{t \in P_\pi} h_{i\pi} \cdot x_{jit} + w_2 \sum_i \sum_m \sum_{j \in G_m} \sum_{j' \in G_m} \sum_{\pi=1}^{S/2-1} \left(\sum_{t \in P_\pi} (x_{ijt} + x_{jit}) \cdot \sum_{t \in P_{\pi+1}} (x_{ij't} + x_{j'it}) \right) - \Delta \qquad (3)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\sum_{\pi=1}^{S/2} \sum_{t \in P_\pi} (x_{ijt} + x_{jit}) = 1 \qquad (1 \le i \le I;\ 1 \le j \le I;\ i \ne j) \qquad (4)$$

$$\sum_{\substack{j \\ j \ne i}} \sum_{t \in P_\pi} (x_{ijt} + x_{jit}) = 1 \qquad (1 \le i \le I;\ 1 \le \pi \le S/2) \qquad (5)$$

$$\sum_i \sum_j \sum_{j'} \sum_{\pi=1}^{S/2-1} \left(\left(\sum_{t \in P_\pi} x_{ijt} \cdot \sum_{t \in P_{\pi+1}} x_{ij't} \right) + \left(\sum_{t \in P_\pi} x_{jit} \cdot \sum_{t \in P_{\pi+1}} x_{j'it} \right) \right) = I - 2 \qquad (6)$$

$$\sum_{t \in P_\pi} x_{ijt} - \sum_{t \in P_{\pi+S/2}} x_{jit} = 0 \qquad (1 \le i \le I;\ 1 \le j \le I;\ 1 \le \pi \le S/2) \qquad (7)$$

$$\sum_i \sum_j \left(k_{ijr} \cdot \sum_{t \in P_\pi} x_{ijt} \right) \le K_{r\pi} \qquad (1 \le r \le R;\ 1 \le \pi \le \Pi) \qquad (8)$$

$$x_{ijt} \in \{0,1\} \qquad (1 \le i \le I;\ 1 \le j \le I;\ 1 \le t \le T) \qquad (9)$$

13 Die Lösung wurde mit Hilfe des in Abschnitt 4.3 beschriebenen exakten Branch-and-Bound-Verfahrens ermittelt.

In (3) stellt **x** den Vektor aller Binärvariablen dar; Z(x) ist der Zielfunktionswert für jeden zulässigen Vektor **x**, der die Nebenbedingungen (4) - (9) erfüllt. Der erste Term von (3) berechnet die Anzahl nicht erfüllter Heimspielwünsche. Strafkosten fallen genau dann an, wenn Mannschaft i am Spieltag π ein Heimspiel wünscht ($h_{i\pi} = 1$), jedoch auswärts ($x_{jit} = 1$) eingeplant wird. Der zweite Term summiert über die Anzahl der Spieltage, an denen eine Mannschaft i gegen einen Gegner aus der gleichen Spielstärkegruppe G_m antritt wie am Spieltag zuvor. Die Zielgewichte w_1, w_2 und die Konstante Δ nehmen eine Normierung vor und geben die Präferenzen des Entscheidungsträgers wieder.

(4) stellt sicher, daß in der Hinrunde jede Mannschaft gegen jede andere Mannschaft genau ein Spiel austrägt. Dazu muß der Wert x_{ijt} oder der Wert x_{jit} genau einmal den Wert 1 annehmen.

(5) garantiert, daß jede Mannschaft in der Hinrunde an einem Spieltag genau ein Spiel austrägt. Pro Spieltag werden somit I/2 Spiele ausgetragen.

(6) sorgt für die Einhaltung der minimalen Breakanzahl in der Hinrunde.

(7) erzwingt die Komplementarität der Saisonhälften. Daraus folgt, daß die Nebenbedingungen (4) - (6) auch in der Rückrunde gelten.

(8) gewährleistet die Einhaltung der Kapazitätsrestriktionen. Dabei werden die Ressourcentypen Mindest- und Höchstanzahl durchzuführender Spiele an einem Kalendertag, Stadionverfügbarkeiten, Spiele in einer Region, sicherheitsproblematische Spiele, attraktive Spiele sowie spielfreie Tage berücksichtigt.

(9) definiert die Variablen x_{ijt} als binär.

4 Verfahren

Die Zielsetzung bei der Verfahrensentwicklung für das in Abschnitt 3 dargestellte Problem besteht darin, praxisrelevante Instanzen mit vertretbarem Aufwand möglichst optimal lösen zu können. Standardsolver wie LINDO oder CPLEX sind aufgrund der Größe und der Komplexität des Problems hierzu ungeeignet. Bei der Erstellung des Spielplans für die Fußballbundesliga sind 306 Spiele auf die ca. 100 zur Verfügung stehenden Kalendertage zu datieren, so daß die Problemgröße durch rund 30.600 Binärvariablen charakterisiert werden kann. Zudem läßt sich mit Hilfe der Komplexitätstheorie[14] zeigen, daß das Zulässigkeits- bzw. das Optimierungsproblem in die Problemklasse NP-vollständig bzw. NP-schwer einzuordnen ist.[15] Für die Lösung des Spielplanproblems der deutschen Fußballbundesliga wurde daher zunächst ein heuristisches Eröffnungsverfahren entwickelt.
Aufbauend auf der Eröffnungsheuristik wurden ein heuristisches Branch-and-Bound-Verfahren sowie schließlich ein exaktes Branch-and-Bound-Verfahren implementiert.

14 Vgl. z. B. *Garey/Johnson* (1979), *Bachem* (1980), *Papadimitriou/Steiglitz* (1982).
15 Es ist somit kein Verfahren bekannt, das das Problem mit polynomialem Zeitaufwand zulässig bzw. optimal löst; vgl. *Garey/Johnson* (1979), S. 243.

4.1 Heuristisches Eröffnungsverfahren

Für das im folgenden dargestellte Verfahrensschema wird das Gesamtproblem in drei Teilprobleme zerlegt, die anschließend separat gelöst werden.

4.1.1 Algorithmisches Grundschema

In Phase I des Verfahrens wird ein vorläufiger Spielplan erzeugt, der die Restriktionen (4) - (7) einhält. Sofern man einen solchen Plan erzeugt hat, würden auch alle Permutationen dieses Plans wieder zulässige Spielpläne ergeben, d. h. die Mannschaften *könnten* beliebig vertauscht werden, ohne daß eine der Nebenbedingungen (4) - (7) verletzt würde. Diesen Zusammenhang nutzt man aus, indem man bei der Erzeugung eines solchen Plans nicht die I Mannschaften der Liga, sondern I sogenannte Dummy-Mannschaften verwendet, die durch einen Schlüssel eindeutig gekennzeichnet sind.

In Phase II des Algorithmus werden nun die Schlüssel den Mannschaften unter Beachtung der Kapazitätsrestriktionen (8), die sich auf Spieltage beziehen, zugeordnet. Somit sind jeweils zwei Entscheidungen zu treffen: die Auswahl einer Mannschaft und die eines Schlüssels. Die als nächstes zu bearbeitende Mannschaft wird zufällig ermittelt, wobei jede Mannschaft die gleiche Auswahlwahrscheinlichkeit besitzt. Hierdurch können die bekannten konzeptionellen Schwächen deterministischer Heuristiken überwunden werden.[16] Wegen dieses Nichtdeterminismus liefert das Verfahren bei mehrfacher Anwendung auf dieselbe Probleminstanz mehrere unterschiedliche Lösungen, unter denen sich üblicherweise mindestens eine befindet, die besser als die von einer deterministischen Heuristik gefundene Lösung ist. Die Auswahl des Schlüssels hingegen wird mit Hilfe deterministischer Regeln durchgeführt.

Die Aufteilung der Spiele eines Spieltages auf die Kalendertage erfolgt in Phase III der Heuristik. Dadurch werden auch die Kapazitätsnebenbedingungen (8), die sich auf die Kalendertage beziehen, beachtet.

Um eine ggf. vorhandene Unlösbarkeit des Problems möglichst schnell zu erkennen, überprüft der Algorithmus noch vor Ausführung der Phase I, ob eine Spielplanerstellung mit minimaler Breakanzahl sowie komplementärer Hin- und Rückrunde unter Beachtung der Stadionsperren überhaupt möglich ist. Ist dies nicht der Fall, weil z. B. eine Mannschaft an drei aufeinanderfolgenden Spieltagen kein Heimspiel abhalten kann, so wird das Verfahren vorzeitig beendet.

4.1.2 Generierung eines vorläufigen Spielplans (Phase I)

Ein *vorläufiger Spielplan* läßt sich durch einen sogenannten *Heim-Auswärts-Plan* (HAP) und einen dazugehörigen *Gegnerplan* beschreiben. Aus dem Heim-Auswärts-Plan geht hervor, an welchen Spieltagen eine Mannschaft Heim- bzw. Auswärtsspiele zu bestreiten hat. Der

16 Zu den Nachteilen deterministischer gegenüber randomisierter Verfahren vgl. z. B. *Drexl* (1990), S. 190 f.

Gegnerplan bestimmt, gegen welche Mannschaft an jedem Spieltag zu spielen ist. Die *Tabelle 2* gibt für eine Liga mit vier Mannschaften einen zulässigen HAP und einen dazugehörigen Gegnerplan für eine Halbsaison an. Die Mannschaft, der (in Phase II des Verfahrens) z. B. der Schlüssel M2 zugeordnet wird, muß also demnach am zweiten Spieltag auswärts gegen die Mannschaft, die den Schlüssel M4 zugewiesen bekommt, antreten.

Tabelle 2: Vorläufiger Spielplan

Heim-Auswärts-Plan:

	Spieltage		
Schlüssel	1	2	3
M1	H	A	H
M2	H	A	A
M3	A	H	H
M4	A	H	A

Gegnerplan:

	Spieltage		
Schlüssel	1	2	3
M1	M4	M3	M2
M2	M3	M4	M1
M3	M2	M1	M4
M4	M1	M2	M3

Legende: A = Auswärtsspiel, H = Heimspiel, M1-M4: Schlüssel

Zur Erzeugung eines HAP und eines Gegnerplans, der die Nebenbedingungen (4) - (7) einhält, wird der Algorithmus von *Schreuder* (1980) verwendet, der aus der Graphentheorie abgeleitet wurde.[17]

4.1.3 Zuweisung von Schlüsseln zu Mannschaften (Phase II)

In der zweiten Phase der Heuristik werden die Schlüssel den Mannschaften sukzessiv unter Beachtung der Kapazitätsrestriktionen (8), die sich auf die Spieltage beziehen, zugewiesen. Ist dies möglich, so wird unter der Voraussetzung, daß noch nicht alle Teams bearbeitet sind, die Zuordnungsprozedur rekursiv aufgerufen, um für die nächste Mannschaft einen Schlüssel zu finden. Ist der ausgewählte Schlüssel mit einer der Restriktionen nicht vereinbar, so wird versucht, einen anderen Schlüssel zuzuweisen, sofern noch freie Schlüssel vorhanden sind. Erst wenn feststeht, daß der Mannschaft keiner dieser Schlüssel ohne eine Verletzung von Nebenbedingungen zugeordnet werden kann, erfolgt ein Rücksprung in der Rekursionshierarchie, und für die zuvor bearbeitete Mannschaft wird ein anderer zulässiger freier Schlüssel gesucht.

17 Der Algorithmus basiert auf folgenden Überlegungen: Jeder der I-1 Spieltage einer Halbsaison läßt sich durch einen gerichteten Graphen mit I Knoten und I/2 orientierten Kanten darstellen. Die Knoten stellen die Mannschaften dar und jede Kante symbolisiert eine Spielpaarung. Durch die Orientierung der Kanten wird das Heimrecht festgelegt. Um einen vorläufigen Spielplan zu erhalten, sind jeweils zwei Knoten eines Graphen mit einer Kante zu verbinden, so daß jeder Knoten mit genau einer Kante inzidiert und daß die Vereingungsmenge aller Graphen einen vollständigen Graph ergibt. Der Graph des Spieltags i enthält dabei die folgenden Kanten: $\{[I,i] \cup [a = (i+k) \bmod (I-1),\ b = (i-k) \bmod (I-1):\ k \in \{1, ..., I/2-1\}]\}$, wobei ausnahmsweise (I-1) mod (I-1) = (I-1) gilt. Das Heimrecht wird anschließend wie folgt bestimmt: Bei der durch die Kante [I,i] repräsentierten Spielpaarung spielt Team i zu Hause gegen Team I, wenn i ungerade ist, sonst spielt i auswärts. Bei den übrigen Kanten spielt Mannschaft a zu Hause gegen Mannschaft b, wenn k ungerade ist, sonst spielt a auswärts.

Die Festlegung des Schlüssels erfolgt mit einer deterministischen Regel, nachdem eine noch nicht bearbeitete Mannschaft zufällig ermittelt wurde.[18] Für diese Mannschaft wird zunächst bestimmt, welche noch nicht verwendeten Schlüssel mit den Stadionsperren dieses Teams vereinbar sind. Für jeden dieser Schlüssel wird anschließend festgestellt, für wie viele der noch nicht bearbeiteten Mannschaften er - wiederum unter Beachtung der Stadionsperren - prinzipiell benutzt werden könnte. Der Mannschaft wird schließlich derjenige Schlüssel, der den wenigsten Mannschaften zuweisbar ist, zugeordnet. Damit werden Schlüssel, die nur für wenige Teams verwendet werden können, bevorzugt ausgewählt, so daß das Auffinden einer zulässigen Lösung wahrscheinlicher wird.

Sofern die gerade bearbeitete Mannschaft mit einer anderen Mannschaft ein Mannschaftspaar bildet oder in einer Region[19] liegt, wird das nächste Team nicht zufällig bestimmt. Statt dessen wird zunächst die zweite Paarmannschaft bzw. eine weitere Mannschaft aus der Region bearbeitet. Dieses Team erhält denjenigen Schlüssel, bei dem Heim- und Auswärtsspiele komplementär zum ersten Schlüssel auftreten. Sollte dies nicht möglich sein, wird bei der gemeinsamen Stadionnutzung auch die Zuordnung für das zuerst bearbeitete Team rückgängig gemacht; bei Vorliegen einer Region wird zuvor eine andere Mannschaft aus der Region für diesen Schlüssel gesucht.[20]

In allen Fällen wird abschließend überprüft, ob der somit teilweise erstellte Spielplan die Kapazitätsrestriktionen bezüglich der Verteilung von Problemspielen und attraktiven Spielen erfüllt. Ist dies nicht der Fall, sind die erfolgten Zuweisungen nicht möglich und müssen rückgängig gemacht werden.

Durch die Wahl einer rekursiven Vorgehensweise wird sichergestellt, daß einer Mannschaft nur dann ein Schlüssel endgültig zugeordnet wird, wenn für jede der noch nicht bearbeiteten Mannschaften anschließend ein verbleibender Schlüssel unter Beachtung der Restriktionen verwendet werden kann. Daher wird vom rekursiven Verfahren für den Fall, daß das Problem lösbar ist, grundsätzlich auch eine zulässige Lösung gefunden.

4.1.4 Aufteilung der Spielpaarungen auf die Kalendertage (Phase III)

Nach der Zuweisung je eines Schlüssels zu den Mannschaften muß in der dritten Phase des Algorithmus die Verteilung der Spielpaarungen eines Spieltages auf die entsprechenden

18 Verschiedene randomisierte Prioritätsregeln (zur Begriffsdefinition vgl. *Drexl* (1991)), wie z. B. "Wähle die Mannschaft mit den meisten Stadionsperren" oder "Wähle Mannschaften, die einer Region zugeordnet sind", haben keine besseren Rechenergebnisse erbracht.

19 Sofern die ausgewählte Mannschaft einem Mannschaftspaar *und* einer Region zugeordnet ist, wird wie für die Paarmannschaften beschrieben fortgefahren.

20 Eine an allen Spieltagen gleichmäßige Aufteilung der Spieltage in einer Region läßt sich nur dadurch erreichen, daß den Mannschaften einer Region möglichst viele komplementäre Schlüssel zugeordnet werden. In einer Region mit einer geraden (ungeraden) Anzahl von Mannschaften darf dann für kein (ein) Team ein Schlüssel verwendet werden, dessen Komplement einer regionenfremden Mannschaft zugewiesen wurde.

Kalendertage erfolgen. Dabei darf keine Verletzung der Kapazitätsnebenbedingungen, die sich auf einzelne Kalendertage beziehen, auftreten.

Das Verfahren zur Lösung dieses Teilproblems läßt sich in drei Stufen unterteilen. Die Spielpaarungen werden dabei mit deterministischen Regeln auf die Kalendertage aufgeteilt.

In der ersten Stufe werden diejenigen Spiele terminiert, die unabhängig von anderen Ligaspielen nur an bestimmten Kalendertagen stattfinden können. Dies sind sicherheitsproblematische Spiele sowie Begegnungen von Mannschaften, die unmittelbar vor oder nach dem Ligaspieltag internationale Spiele bestreiten müssen.

Die zweite Stufe nimmt die Verteilung der übrigen Spiele auf die Kalendertage vor. Dabei werden zunächst die Paarungen bearbeitet, die unter Beachtung der einzuhaltenden spielfreien Tage nicht beliebig festgelegt werden können. Anschließend werden dann alle noch nicht festgelegten Spiele, die in Regionen stattfinden, so terminiert, daß die Höchstanzahl erlaubter Spiele je Kalendertag in keiner Region überschritten wird. Abschließend werden alle verbleibenden Spielpaarungen unter Beachtung der Minimal- bzw. Maximalanzahl der Spiele je Kalendertag datiert.

In der dritten Stufe wird nach der Terminierung aller Spiele die Einhaltung sämtlicher Kapazitätsrestriktionen (8) überprüft, und es werden, falls erforderlich, einzelne Spiele verschoben. Sollte durch die Spielverschiebungen eine Verletzung der Nebenbedingungen nicht beseitigt werden können, so endet das Verfahren ergebnislos.[21]

4.2 Heuristisches Branch-and-Bound-Verfahren

Branch-and-Bound-Verfahren[22] (abgekürzt B&B-Verfahren) spielen im Rahmen exakter Methoden insbesondere zur Lösung ganzzahliger und kombinatorischer Optimierungsprobleme eine wesentliche Rolle.[23] Da das im folgenden dargestellte Verfahrensschema nur einen vorläufigen Spielplan verwendet, wird der Lösungsraum nicht vollständig durchsucht. Man spricht daher auch von einem unvollständig exakten bzw. heuristischen B&B-Verfahren. Trotz der Einschränkung des Problems auf einen einzigen vorläufigen Spielplan existieren jedoch noch I! Zuordnungsmöglichkeiten von Schlüsseln zu Mannschaften.

21 Dieser Fall tritt z. B. auf, wenn zwei sicherheitsproblematische Spiele einer Region, in der nur ein Spiel je Kalendertag stattfinden darf, auf einen Samstag gelegt werden müssen.

22 Ein zu lösendes Problem wird dabei derart in k Teilprobleme zerlegt (Branching), daß die Vereinigung der Lösungsmengen der k Teilprobleme diejenige des Ausgangsproblems ergibt und daß zudem die paarweisen Durchschnitte der Lösungsmengen leer sind. Für jedes Teilproblem werden anschließend Schranken für Zielfunktionswerte berechnet (Bounding), mit deren Hilfe man entscheiden kann, ob das betrachtete Teilproblem weiter verzweigt werden muß. Wenn kein weiteres Branching stattfinden muß, erhält man die optimale Lösung durch Vereinigung der Lösungsmengen; vgl. z. B. *Domschke/Drexl* (1995), S. 120 ff.

23 Vgl. *Domschke/Scholl/Voß* (1993), S. 43.

4.2.1 Algorithmisches Grundschema

Ebenso wie beim in Abschnitt 4.1 dargestellten Verfahren wird auch hier eine Zerlegung des Gesamtproblems in drei Teilprobleme vorgenommen. Die Phase I unterscheidet sich nicht von der Eröffnungsheuristik. In Phase II bricht das B&B-Verfahren allerdings nicht nach der ersten für das zweite Teilproblem generierten Lösung ab, sondern sucht, solange eine bessere Lösung nicht ausgeschlossen ist, den kompletten Lösungsraum dieses Teilproblems ab. Phase III ist wieder mit der Eröffnungsheuristik identisch. Als Ergebnis erhält man den optimalen Spielplan für den vorgegebenen HAP und Gegnerplan.

4.2.2 Verzweigungsprozeß (Branching)

Das Zuweisungsproblem der Phase II wird in der Art verzweigt, daß einer ausgewählten Mannschaft jeder Schlüssel zugeordnet wird, der mit den Stadionsperren vereinbar ist. Das Verfahren geht dabei nach der LIFO- (Last In - First Out-) Regel vor, d. h. das Teilproblem, das als letztes generiert wurde, wird als erstes weiter verzweigt. Die Anwendung der LIFO-Regel hat den Vorteil, daß die Kandidatenliste der Probleme, die als nächstes zur Verzweigung ausgewählt werden können, so klein wie möglich gehalten wird. Dadurch benötigt das Verfahren möglichst wenig Platz zur Speicherung der Kandidatenliste. Außerdem werden relativ schnell zulässige Lösungen gefunden, die die ermittelten Schranken ggf. verbessern.

Das dem B&B-Verfahren zugrundeliegende Rekursionsprinzip ist bereits im Eröffnungsverfahren realisiert. Der Algorithmus aus Abschnitt 4.1 muß allerdings leicht modifiziert werden. Da das Verfahren nur einmal ausgeführt wird und dabei sämtliche zulässigen Lösungen, sofern diese nicht durch das Prinzip des Bounding weggeschnitten werden, generieren muß, ist eine stochastische Teamauswahl nicht notwendig. Es wird deterministisch diejenige Mannschaft ermittelt, für die die wenigsten Schlüssel unter Beachtung der Stadionsperren verwendet werden können. Mit dieser Auswahlregel, die Engpaßteams bevorzugt, soll der entstehende Lösungsbaum möglichst klein gehalten werden.[24] Des weiteren muß bei der Zuweisung eines Schlüssels zu einer Mannschaft, die in einer Region liegt, jeder noch nicht bearbeiteten Mannschaft dieser Region nacheinander der komplementäre Schlüssel zugeordnet werden.

4.2.3 Einschränkung des Suchraumes (Bounding)

Nach jeder Ermittlung einer Lösung für das zweite Teilproblem werden das dritte Teilproblem gelöst sowie der dazugehörige Zielfunktionswert errechnet und mit dem besten bekannten Wert (obere Schranke) verglichen. Ist der neue Zielfunktionswert besser als der Wert der oberen Schranke, erhält man eine neue obere Schranke.

24 Werden zunächst die Mannschaften bearbeitet, denen relativ viele Schlüssel zugewiesen werden können, so ist es möglich, daß in tieferen Verzweigungsebenen für die Engpaßteams kein zulässiger Schlüssel mehr zur Verfügung steht und die vorgenommenen Verzweigungen nicht zu einer Lösung führen.

Im Rahmen des Verfahrens werden für noch nicht komplett verzweigte Unterprobleme untere Schranken berechnet. Ist die untere Schranke größer als die obere Schranke, muß das Problem nicht weiter verzweigt werden. Eine frühzeitige Ermittlung möglichst guter unterer Schranken hält den zu durchsuchenden Lösungsbaum relativ klein.

a) Untere Schranke für die Anzahl unerfüllter Heimpräferenzen
   Für die bereits bearbeiteten Mannschaften kann die Anzahl der unerfüllten Heimpräferenzen ermittelt werden. Diese Anzahl kann sich durch die Bearbeitung weiterer Mannschaften nicht mehr verringern. Für die noch nicht bearbeiteten Teams kann ermittelt werden, wie viele unerfüllte Präferenzen sich mindestens durch die Zuweisung von Schlüsseln ergeben müssen, indem für jede Mannschaft angenommen wird, daß sie den Schlüssel zugeordnet bekommt, der zu den wenigsten unerfüllten Präferenzen führt. Die Summe aus dieser Mindestanzahl sowie den bereits feststehenden unerfüllten Heimspielwünschen ergibt die untere Schranke für die Anzahl unerfüllter Präferenzen.

b) Untere Schranke für die Anzahl fehlender Spielstärkewechsel
   Sofern in einem nicht komplett fertiggestellten Spielplan (Torso) für eine Mannschaft die Gegner an zwei aufeinanderfolgenden Spieltagen bestimmt sind, kann ermittelt werden, ob zwischen diesen Spieltagen ein Spielstärkewechsel stattfindet. Auf diese Weise kann für den Torso des Spielplans eine Mindestanzahl fehlender Wechsel ermittelt werden. Sofern lediglich Teams aus einer einzigen Spielstärkegruppe unbearbeitet sind, kann die Anzahl fehlender Wechsel genau berechnet werden, da dann sämtliche noch nicht bestimmten Gegner jeder Mannschaft aus dieser Gruppe kommen müssen.

c) Die Summe der Schranken a) und b) stellt die untere Schranke für das gesamte Teilproblem dar.

4.3 Exaktes Branch-and-Bound-Verfahren

Zur Erzeugung von Referenzlösungen wird das heuristische B&B-Verfahren zu einem exakten Verfahren erweitert.

4.3.1 Algorithmisches Grundschema

Das im folgenden dargestellte Verfahrensschema unterscheidet sich vom heuristischen B&B-Verfahren nur in der Phase I. Es wird nicht nur *ein* vorläufiger Spielplan generiert, sondern es werden sämtliche HAP und zugehörige Gegnerpläne erzeugt. Auf jeden dieser vorläufigen Spielpläne werden die Phasen II und III des Algorithmus unverändert angewandt. Damit wird der Lösungsraum vollständig abgesucht und die Optimallösung gefunden.

4.3.2 Generierung aller vorläufigen Spielpläne (Phase I)

Zur Erzeugung aller vorläufigen Spielpläne werden zunächst sämtliche HAP erzeugt. Für einen HAP wiederum lassen sich ggf. mehrere Gegnerpläne generieren. Alle HAP mit zugehörigen Gegnerplänen, die die Restriktionen (4) - (7) beachten, sind vorläufige Spielpläne. Wie sich zeigen läßt, gibt es

$$\binom{I-2}{0.5\cdot(I-2)} = \frac{(I-2)!}{[0.5\cdot(I-2)]!^2} \tag{10}$$

HAP mit minimaler Breakanzahl.[25] Für eine Liga mit 18 Mannschaften gibt es somit 12.870 solcher HAP. Jedoch genügt nicht jeder dieser Pläne den Restriktionen des Modells.[26] Mit einem Verzweigungsalgorithmus werden für jeden durchführbaren HAP sämtliche Gegnerpläne erstellt. Anschließend wird überprüft, ob eine der Nebenbedingungen (4) - (7) verletzt wird.

Die Anzahl vorläufiger Spielpläne wächst mit steigender Ligagröße exponentiell (vgl. *Tabelle 3*). Optimale Lösungen können damit in akzeptabler Rechenzeit nur für Ligen mit bis zu acht Mannschaften generiert werden. Für Ligen mit mehr als zehn Mannschaften konnte die Anzahl der vorläufigen Spielpläne nicht mehr ermittelt werden.

Tabelle 3: Anzahl vorläufiger Spielpläne

Mannschaften	Anzahl vorläufiger Spielpläne
4	4
6	24
8	2.816
10	384.000

4.3.3 Generierung der Optimallösung (Phasen II + III)

Nach jeder Generierung eines vorläufigen Spielplans werden die Phasen II und III des Algorithmus angewandt. Dabei werden die jeweils besten bekannten unteren und oberen Schranken verwendet. Nach Abschluß des Verfahrens liegt der optimale Spielplan für die Probleminstanz vor bzw. die Gewähr, daß keine zulässige Lösung existiert.

25 In einer Liga mit I Teams treten in einer Halbsaison mindestens I-2 Breaks auf, außerdem sind in einem HAP mit minimaler Breakanzahl jeweils zwei Schlüssel zueinander komplementär; vgl. *de Werra* (1988), S. 61. Somit treten die Breaks immer paarweise auf und es gibt 0.5·(I-2) Spieltage mit Breaks. Da am ersten Spieltag kein Break auftreten kann, liegen die Breaktage im Intervall [Spieltag 2, ..., Spieltag I-1]. Für die Verteilung dieser 0.5·(I-2) Breaktage auf (I-2) Spieltage ergeben sich die in Formel (10) angegebenen Möglichkeiten.

26 *De Werra* (1988), S. 54, gibt ein Beispiel für einen HAP mit minimaler Breakanzahl, der nicht durchführbar ist.

5 Experimentelle Untersuchung

Um die Leistungsfähigkeit der entwickelten Verfahren bei der Lösung konkreter Spielplan-Erstellungsprobleme beurteilen zu können, wurde eine experimentelle Studie durchgeführt, in deren Rahmen das Verfahrensschema anhand des Planungsproblems der Fußballbundesligasaison 1996/97 sowie an einer Reihe weiterer praxisnaher Datensätze getestet wurde.

5.1 Testdatensätze

Eine Beurteilung des vorgestellten Modells und der enwickelten Verfahren im Hinblick auf den praktischen Nutzen erscheint nur dann sinnvoll, wenn eine entsprechende Untersuchung auf einer ausreichenden Anzahl von Datensätzen, die praktische Planungssituationen möglichst realistisch widerspiegeln, basiert. Dazu kommen grundsätzlich zwei Vorgehensweisen in Betracht.

Zum einen besteht die Möglichkeit der künstlichen Erzeugung von Datensätzen, die als Basis in dieser Untersuchung gewählt wurde. Datensätze mit unterschiedlichen Charakteristika können so in beliebiger Anzahl einfach und kostengünstig verfügbar gemacht werden.

Zum anderen können reale, bei Sportverbänden vorliegende Probleminstanzen verwendet werden. Für die vorliegende Untersuchung konnte das Planungsproblem der Fußballbundesligasaison 1996/97 erhoben werden. Die Erhebung weiterer realer Probleminstanzen war aus Kostengründen nicht möglich.

Um eine systematische und konsistente Erzeugung der Testdatensätze zu gewährleisten, wurden für jeden Modellparameter ein Wertebereich und eine Verteilungsfunktion auf diesem Wertebereich definiert. Diese Definitionen spiegeln weitgehend die Planungsprobleme in deutschen Fußballigen wider. Bei der Generierung eines Datensatzes wurden dann für die einzelnen Modellparameter - entsprechend der jeweiligen Definition - zufällig Werte erzeugt.

Zwei datensatzbezogene Faktoren sind von besonderem Interesse für die Leistungsfähigkeit von Lösungsmethoden: zum einen die Größe eines Datensatzes (gemessen an der Anzahl der Mannschaften), zum anderen die Anzahl der existierenden zulässigen Lösungen als Merkmal für den Schwierigkeitsgrad.

Im Rahmen dieser Studie werden die Datensätze ihrer Größe nach in drei Klassen unterteilt. *Kleine* Datensätze umfassen Probleme mit vier bis acht, *mittelgroße* Datensätze Probleme mit zehn bis 14 und *große* Datensätze Probleme mit 16 bis 20 Mannschaften.

Zur Bestimmung des Schwierigkeitsgrades eines Datensatzes wird in dieser Studie die Anzahl der Stadionsperren jeder Mannschaft zugrunde gelegt. *Leichte* Datensätze sind durch ständige Verfügbarkeit der Stadien aller Mannschaften charakterisiert, bei *mittelschweren* Datensätzen ist - abgesehen von den Stadien, die von zwei Mannschaften gemeinsam genutzt werden - jedes Stadion genau einmal gesperrt, bei *schweren* Datensätzen können zu den Sperrungen der mittelschweren Datensätze zufallsabhängig noch weitere Sperren hinzukommen. Während bei

den mittelschweren Datensätzen jeweils genau die Hälfte der Schlüssel mit den Stadionsperren eines Teams vereinbar ist, kann durch die Sperrung von zwei oder mehr Terminen der Fall auftreten, daß einer Mannschaft nur noch genau ein oder ggf. gar kein Schlüssel des vorgegebenen HAP zugewiesen werden kann.

Zur besseren Vergleichbarkeit der Lösungsverfahren bei unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden wurden die Datensätze so konstruiert, daß jeweils drei Datensätze unterschiedlicher Schwierigkeitsgrade bis auf die Stadionsperren identisch sind.

5.2 Statistisches Modell und Bewertungsfunktionen

Für die statistische Auswertung wird die Anwendung der Eröffnungsheuristik als ein Zufallsexperiment betrachtet. Im Eröffnungsverfahren wurden je Datensatz 1000 Iterationen durchgeführt; sofern die Heuristik innerhalb einer Iteration nach 3000 Arbeitsschritten[27] keine Lösung gefunden hatte, wurde die Iteration ohne Lösung abgebrochen. Das heuristische Branch-and-Bound-Verfahren wurde, sofern nach 1000 CPU-Minuten das Problem nicht vollständig ausgelotet war, mit der besten bis dahin ermittelten Lösung abgebrochen.

Der Ausgang eines Experiments wird durch zwei Größen beschrieben: durch den Zielfunktionswert der besten in einem Lauf gefundene Lösung und durch die Rechenzeit für 1000 Iterationen.[28] Diese Größen werden als Zufallsvariablen angesehen, wobei die jeweiligen Störgrößen als statistisch unabhängig und jeweils dergleichen kontinuierlichen Verteilung folgend angenommen werden.

Ausgehend von diesen Variablen, die die Ergebnisse eines einzelnen Laufes wiedergeben, lassen sich zu den Variablen korrespondierende Bewertungsfunktionen definieren, die die Ergebnisse des gesamten Experimentes in geeigneter Form zusammenfassen.

Die *Effizienzrate* eines Algorithmus[29] berechnet sich - als Durchschnitt über die getesteten Datensätze - als Quotient aus dem Zielfunktionswert der besten bekannten Lösung für einen Datensatz und dem Zielfunktionswert der in den Iterationen eines Laufes besten gefundenen Lösung.[30] Demzufolge liegt die Effizienzrate zwischen 0 und 1. Ein Wert von 0 bedeutet, daß der Algorithmus für keinen der in die Auswertung einbezogenen Datensätze eine (zulässige) Lösung gefunden hat; bei einem Wert von 1 sind alle gefundenen Lösungen so gut wie die beste bekannte Lösung.

27 Als ein Arbeitsschritt wird jeweils ein Zuweisungsversuch eines Schlüssels zu einer Mannschaft gezählt.

28 Ein Maß für die Zahl der in einem Lauf gefundenen zulässigen Lösungen ist für den Leistungsvergleich von untergeordnetem Interesse, da es nicht in Beziehung zu Referenzwerten der B&B-Verfahren gesetzt werden kann, die ja nur eine (beste) Lösung liefern.

29 Vgl. *Badiru* (1988), S. 84.

30 Bei einem Zielfunktionswert von 0 muß die Berechnung geringfügig modifiziert werden.

Die Rechenzeit gibt die Zeit an, die während eines Laufes für 1000 Iterationen benötigt wurde.[31]

5.3 Ergebnisse

Für jede Größe und jeden Schwierigkeitsgrad wurden zehn Datensätze erzeugt; die Verfahren werden somit anhand von 90 praxisnahen Datensätzen sowie einem realen Planungsproblem beurteilt.

5.3.1 Praxisnahe Datensätze

Während sämtliche leichten und mittelschweren Datensätze lösbar waren, ließen die Stadionsperren lediglich bei drei kleinen schweren Datensätzen eine Lösung zu. Bei allen anderen schweren Datensätzen war ein Spielplan mit minimaler Breakanzahl ausgeschlossen. Daher werden die schweren Datensätze nicht weiter betrachtet.[32]

Die Auswertung wird im folgenden nach Größenklassen getrennt durchgeführt. Die Effizienzraten und Rechenzeiten für die *kleinen* Datensätze sind nach Schwierigkeitsgraden getrennt in *Tabelle 4* wiedergegeben.

Tabelle 4: Effizienzraten und Rechenzeiten für kleine Datensätze

Schwierig-keitsgrad	Verfahren	Effizienzrate	Standard-abweichung	Rechenzeit (h:min:sec)	Standard-abweichung
leicht	exaktes B&B	1.00	0.00	01:04:48	02:03.04
	heuristisches B&B	0.70	0.28	00:00:10	00:00:20
	Eröffnungsheuristik	0.68	0.30	00:00:12	00:00:10
mittelschwer	exaktes B&B	1.00	0.00	00:05:38	00:11:07
	heuristisches B&B	0.67	0.25	< 00:00:01	< 00:00:01
	Eröffnungsheuristik	0.67	0.25	00:00:12	00:00:10

Für alle kleinen Datensätze konnte die Optimallösung ermittelt werden. Die Effizienzrate des exakten Verfahrens ist bis zu 33% höher als bei den heuristischen Verfahren. Für diesen Vorteil muß jedoch eine deutlich höhere Rechenzeit, die bei den leichten Datensätzen über dreihundertmal größer ist, in Kauf genommen werden. Die beiden Heuristiken unterscheiden sich in den Effizienzraten nicht signifikant voneinander. Da die Rechenzeit im Sekundenbereich liegt, kann sie bei der Verfahrensbeurteilung vernachlässigt werden.

31 Das Verfahren wurde in der Programmiersprache C auf einem Rechner des Typs RS 6000/Mod. T 41 implementiert.

32 Zur Lösung dieser Datensätze ist die Phase I der Algorithmen in der Weise zu verändern, daß auch vorläufige Spielpläne mit nicht-minimaler Breakanzahl generiert werden können. Derartige Spielpläne haben für Sportarten eine Bedeutung, in denen die Reisekilometer jeder Mannschaft minimiert werden sollen; vgl. *Ferland/Fleurent* (1991). Diese Zielsetzung findet man auch in der deutschen Feldhockeyliga; vgl. *Bartsch/Clasen* (1997).

Für die *mittelgroßen* Datensätze, deren Effizienzraten und Rechenzeiten in *Tabelle 5* angegeben sind, konnte keine Optimallösung ermittelt werden.

Das heuristische B&B-Verfahren konnte für jeden Datensatz den Lösungsraum innerhalb des Zeitlimits von 1000 CPU-Minuten für den gegebenen vorläufigen Spielplan vollständig absuchen. Während bei den mittelschweren Datensätzen mit 1000 Iterationen der Eröffnungsheuristik nur um 8% schlechtere Lösungen gefunden werden, sind es bei den leichten Datensätzen sogar um 49% schlechtere Lösungen. Die Rechenzeit ist jedoch um den Faktor 17 geringer.

Tabelle 5: Effizienzraten und Rechenzeiten für mittelgroße Datensätze

Schwierigkeitsgrad	Verfahren	Effizienzrate	Standardabweichung	Rechenzeit (h:min:sec)	Standardabweichung
leicht	heuristisches B&B	1.00	0.00	05:30:34	06:38:29
	Eröffnungsheuristik	0.51	0.19	00:19:32	00:21:25
mittelschwer	heuristisches B&B	1.00	0.00	00:56:21	02:09:28
	Eröffnungsheuristik	0.92	0.12	00:25:28	00:29:47

Von den 20 *großen* Datensätzen (vgl. *Tabelle 6*) wurden nur noch zwei mittelschwere Datensätze innerhalb des Zeitlimits mit Hilfe des heuristischen B&B-Verfahrens suboptimal gelöst. Bei den leichten Datensätzen führt dessen Anwendung trotz des 7.3fachen Rechenaufwandes zu deutlich schlechteren Effizienzraten. Bei drei der zehn leichten Datensätze wurde keine zulässige Lösung gefunden. Bei den mittelschweren großen Datensätzen erzielt das B&B-Verfahren ca. 17% bessere Ergebnisse bei rund 2.3facher Rechenzeit. Hier ist vom Anwender abzuwägen, ob der zusätzliche Zeitaufwand gerechtfertigt ist.

Tabelle 6: Effizienzraten und Rechenzeiten für große Datensätze

Schwierigkeitsgrad	Verfahren	Effizienzrate	Standardabweichung	Rechenzeit (h:min:sec)	Standardabweichung
leicht	heuristisches B&B	0.46	0.35	16:40:00	00:00:00
	Eröffnungsheuristik	0.77	0.21	02:17:09	01:30:46
mittelschwer	heuristisches B&B	0.96	0.09	14:01:33	05:34:22
	Eröffnungsheuristik	0.82	0.16	06:02:49	04:33:46

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß jedes der drei entwickelten Verfahren für bestimmte Problemklassen am besten zur Problemlösung geeignet ist, und daß es möglich ist, auch für große Fußballigen innerhalb weniger Stunden gute Spielpläne zu erstellen.

5.3.2 Reales Planungsproblem (Fußballbundesligasaison 1996/97)

Die Planungsdaten, die dem Problem der Spielplanerstellung für die Saison 1996/97 zugrunde lagen, konnten nach der erfolgten Planung des *DFB* erhoben werden. Der Datensatz der aktuellen Saison weist zwei Charakteristika auf. Erstens waren vielen Mannschaften aufgrund von insgesamt 28 Stadionsperren nur wenige Schlüssel zuweisbar, zweitens waren vier Regionen mit je zwei Mannschaften, in denen jeweils nur ein Heimspiel je Spieltag stattfinden darf, bei der Spielplangestaltung zu berücksichtigen. Ein Vergleich der computergestützten Vorgehensweise mit der manuell vom *DFB* erzeugten Lösung zeigt die Dominanz der entwickelten Verfahren auf:

- In der Lösung des *DFB* werden nicht sämtliche Stadionsperren beachtet. So mußte Freiburg trotz des nicht endgültig fertiggestellten Stadions mit einem Heimspiel beginnen. Der Spielplan des *DFB* ist damit im Sinne des Modells nicht zulässig. Die Heuristiken haben hingegen mehrere zulässige Lösungen ermittelt.
- Relaxiert man für den *DFB*-Spielplan die Nebenbedingung mit der Freiburger Stadionsperre, so ergibt sich ein Zielfunktionswert von 0.34 (zwei der drei Heimspielwünsche[33] konnten erfüllt werden; der Spielplan enthielt 71 fehlende Wechsel der Gegnerspielstärke). Mit dem heuristischen Eröffnungsverfahren ergab sich innerhalb von 1000 Iterationen ein um ca. 35% besserer Zielfunktionswert von 0.22 (zwei von drei Heimspielwünschen; 28 fehlende Wechsel), mit dem heuristischen B&B-Verfahren wurde sogar ein um ca. 47% besserer Spielplan ermittelt (Z(x) = 0.18; zwei von drei Heimspielwünschen; 14 fehlende Wechsel).
- Die Erstellung des Spielplans zog sich beim *DFB* über mehrere Tage hin.[34] Das heuristische Eröffnungsverfahren hat bereits nach 54 Sekunden Rechenzeit[35] fünf verschiedene zulässige Lösungen gefunden (bester Zielfunktionswert: 0.22). Der Zeitaufwand für 1000 Iterationen des Eröffnungsverfahrens betrug 01:21:31 h, das heuristische B&B-Verfahren benötigte 00:03:47 h.

Die folgende Pressemeldung unterstreicht den wirtschaftlichen Nutzen, der sich aus einer zukünftigen Verwendung des Planungssystems ergeben könnte:

> "Auf Kritik ist der neue Spielplan beim SV Werder Bremen gestoßen. Nach Angaben von Präsident Franz Böhmert entgehen dem Verein Einnahmen von rund zwei Millionen Mark, weil die Bremer schon in der Hinrunde fünf 'Topspiele' im noch nicht fertig renovierten

33 Für den ersten Spieltag wurden keine Heimspielwünsche angegeben (vgl. Abschnitt 2.2.3).

34 Die genaue Planungszeit ist nicht ermittelbar, da der Spielplanersteller gleichzeitig noch andere Aufgaben wahrnimmt. Zudem wird die Aufteilung der Spiele auf die Kalendertage erst nach Rücksprache mit dem Landeskriminalamt und den Fernsehanstalten durchgeführt. Für die Saison 1995/96 wird in einer Pressemeldung eine Planungszeit von 15 Stunden genannt; vgl. *o.V.* (1995).

35 Die Rechenzeiten für den realen Datensatz wurden auf einem Pentium 100 MHz ermittelt.

Weserstadion bestreiten müssen. Das Fassungsvermögen wird erst zu Jahresbeginn 1997 von bisher 30 000 auf 42 000 Zuschauer vergrößert sein."[36]

Mit den Heuristiken wurden Spielpläne erzeugt, die drei der fünf Topspiele erst in der Rückrunde einplanen.

6 Komponenten des Entscheidungs-Unterstützungs-Systems

Neben den aus der Befragung des *DFB* abgeleiteten Anforderungskategorien an einen Spielplan wurde gleichzeitig nach gewünschten Merkmalen eines computergestützten Planungssystems gefragt. Dabei wurden die folgenden Anforderungen genannt:[37]

- einfache Bedienbarkeit,
- Windows-Benutzeroberflächen,
- Schnittstellen zu anderen Programmen (Datenimport und -export),
- Erstellung mehrerer Spielpläne.

Die Anforderungen zeigen, daß es für einen Einsatz in der Praxis nicht ausreichend ist, einem Anwender nur die Lösungsverfahren zur Verfügung zu stellen, sondern daß er darüber hinaus für die Ein- und Ausgabe der Daten einfach zu bedienende Oberflächen und als Schnittstelle zu den Algorithmen eine Datenbank mit Datenimport- und -exportfunktion wünscht. In der Literatur werden die Oberflächen unter der *D*ialogkomponente, die Datenbank unter der *D*atenkomponente und die Lösungsverfahren unter der *M*odell- und Methodenkomponente zusammengefaßt. Sofern jede dieser drei Komponenten "angemessen" in ein computergestütztes Planungssystem integriert wird, liegt gemäß dem *DDM*-Paradigma ein Entscheidungs-Unterstützungs-System (EUS) vor[38], dessen Aufbau in *Abbildung 1* dargestellt ist.[39]

Die *Dialogkomponente* ermöglicht die Interaktion zwischen dem Benutzer und dem System. Dabei werden die Eingaben des Benutzers verarbeitet und Ausgaben über Bildschirmoberflächen zur Verfügung gestellt. Die *Datenkomponente* dient zum einen als Schnittstelle zwischen der Dialog- und der Methodenkomponente, indem die Ein- und Ausgabedaten geeignet transformiert werden. Zum anderen wird zur Weiterverarbeitung der erzeugten Spielpläne ein Datenimport und -export ermöglicht.[40] Die *Modell- und Methodenkomponente* wird im vorliegenden Beitrag detailliert in den Abschnitten 3 und 4 beschrieben. Im entwickelten Prototyp wurde wegen der relativ niedrigen Rechenzeiten zunächst nur die Eröffnungsheuristik in das System eingebunden.

36 *o.V.* (1996 b), S. 31.
37 Der *ÖFB* hat für ein derartiges Planungshilfsmittel dieselben Systemerfordernisse wie der *DFB* genannt.
38 Vgl. *Watson/Sprague* (1989), S. 108.
39 Vgl. *Werner* (1992), S. 46. Eine Bibliographie zu EUS findet man in *Eom/Lee* (1990), die Grundlagen zur Implementierung eines EUS sind z. B. in *Sprague/Carlson* (1982) enthalten.
40 Da eine ausführliche Darstellung der Dialog- und Datenkomponente zu keinem Erkenntnisgewinn führt, wird auf diese beiden Komponenten nicht näher eingegangen.

7.1 Vergleich mit bisherigen Ansätzen

Tabelle 7 enthält eine Übersicht über derzeit bekannte Ansätze zur Spielplanerstellung[43] mit den darin berücksichtigten Anforderungen[44]. Die Problemstellungen stammen dabei - mit einer Ausnahme - nicht aus einer Fußballiga, sondern aus den Sportarten Baseball, Basketball, Cricket und Eishockey.

Tabelle 7: Vergleich mit bisherigen Ansätzen

Ansatz	Modell	2.1.1	2.1.2	2.1.3	2.1.4	2.1.5	2.2.1	2.2.2	2.2.3	2.3.1	2.3.2	Reise-wege
Baseball												
Cain (1977)		•		•	•[45]		•				•	•
Russell/Leung (1994)		•					•		•	•		•
Basketball												
Campell/Chen (1976)		•	•				•					•
Bean/Birge (1980)	•	•										•
de Werra et al. (1990)		•			•[45]		•					
Cricket												
Wright (1992)		•					•					
Armstrong/Willis (1993)	•	•		•						•		
Willis/Terrill (1994)		•		•						•		
Wright (1994)		•		•	•[45]							•
Eishockey												
Ferland/Fleurant (1991)[46]	•	•		•						•		•
Fleurant/Ferland (1993)	•	•					•					
Fußball												
Schreuder (1992)	•	•		•			•					
Bartsch/Kröger (1996)	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	

Legende: • "ist enthalten"

In der ersten Spalte der Tabelle sind die Sportart und der Autor des Ansatzes wiedergegeben, während in der zweiten Spalte gekennzeichnet ist, ob ein mathematisches Modell formuliert

43 Eine Bibliographie dazu findet man in *Gerchak* (1994).

44 Aufgrund der vielen Besonderheiten in den einzelnen Ligen lassen sich einige der in den Ansätzen genannten Anforderungen keiner Kategorie zuordnen. Zum Beispiel existieren in einigen Ligen zwei Divisionen, deren Mannschaften nur zu bestimmten Terminen gegeneinander spielen dürfen. Eine Modellierung derartiger Anforderungen ist jedoch häufig mit dem Konzept der partiell erneuerbaren Ressourcen möglich.

45 Es werden nur Regionen mit genau zwei Mannschaften betrachtet, von denen immer eine zu Hause spielt.

46 Ein neues Lösungsverfahren zur darin beschriebenen Problemstellung stellt *Costa* (1995) vor.

worden ist. In mehr als der Hälfte der Fälle ist dies nicht der Fall, mit der Folge, daß genaue Operationalisierungen meist fehlen.[47] In den restlichen Spalten ist gekennzeichnet, ob eine der Anforderungen der Abschnitte 2.1.1 - 2.3.2 bzw. die Minimierung von Reisewegen bei der Gestaltung des Spielplans berücksichtigt wird.

Der einzige Ansatz, der bisher für eine Fußballiga entwickelt wurde, stammt von *Schreuder* (1992). Die praktische Verwendbarkeit ist jedoch als gering einzustufen, da nur wenige Anforderungen berücksichtigt werden.

Attraktivitäts- und Fairneßaspekte, aber auch wichtige organisatorische Anforderungen wie "Regionen" und "sicherheitsproblematische Spiele" werden auch in anderen Sportarten nur selten berücksichtigt. Die vielfach verfolgte Minimierung der Reisewege spielt in der Bundesliga keine Rolle. Eine derartige Zielsetzung ließe sich aber in das Modell (3) - (9) integrieren. Dazu müßten als notwendige Voraussetzung in der Nebenbedingung (6) auch Spielpläne mit nicht-minimaler Breakanzahl zugelassen werden. Ferner müßte die Zielfunktion (3) um einen dritten Term erweitert werden, der für jede Mannschaft die zurückgelegten Reisewege bestimmt[48].

7.2 Modellformulierung

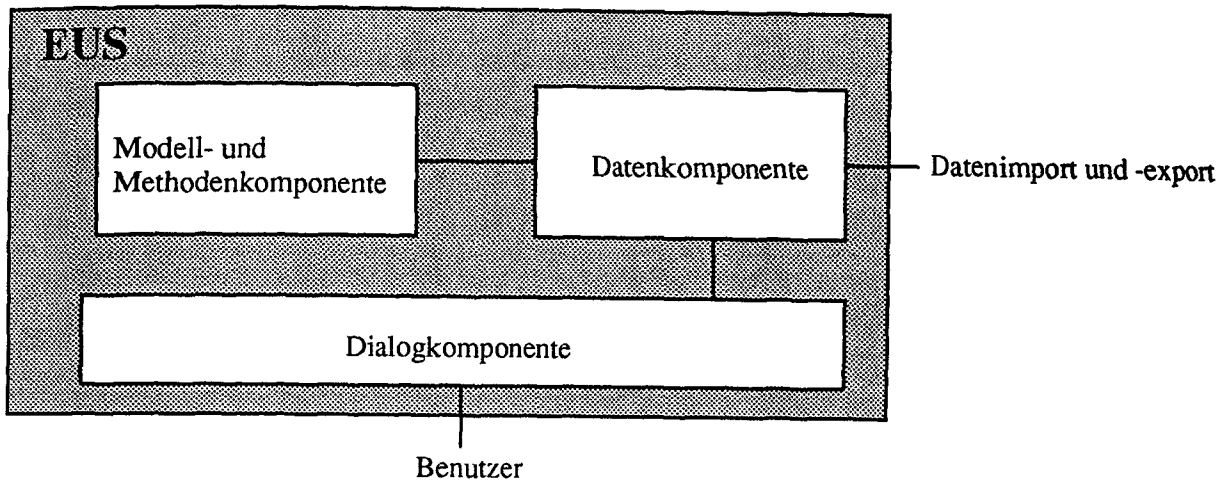
Das in Abschnitt 3 formulierte mathematische Modell ist nicht nur zur Abbildung der speziellen Problemstellung der Fußballbundesliga geeignet, sondern ist aufgrund der erst vom Anwender festzulegenden Ausprägungen der Modellparameter allgemein genug, auch die Probleme in anderen Fußballigen oder in anderen Sportarten abzubilden, wie drei Beispiele illustrieren:

- Möchte man eine Fußballiga mit einer anderen Ligagröße (z. B. die 1. Liga in England oder Spanien mit 20 bzw. 22 Mannschaften) planen, so ist für den Parameter I (Anzahl der Mannschaften) nur der entsprechende Wert einzusetzen. Da das Modell die Basis der Verfahren bildet, lösen diese prinzipiell auch die Probleminstanzen anderer europäischer Fußballigen.
- In der zweiten österreichischen Fuballiga besitzen einige Stadien kein Flutlicht, so daß dort nur tagsüber Heimspiele ausgetragen werden können. Zur Abbildung des Problems wird eine partiell erneuerbare Ressource "Flutlicht" analog zu den "sicherheitsproblematischen Spielen" definiert.
- Das Modell kann nicht nur zur Spielplanerstellung für Mannschaftswettbewerbe wie Handball oder Eishockey verwendet werden, sondern darüber hinaus prinzipiell auch für Einzelsportarten (z. B. für die Kampfsportarten Boxen oder Judo), sofern sämtliche

47 Bespielsweise fehlt bei *Cain* (1977) die Operationalisierung der Gegnerspielstärke.

48 Vgl. *Bartsch/Clasen* (1997). Um möglichst gute Lösungen zu erhalten, müssen in die Verfahren neue Regeln zur Auswahl von Schlüsseln und Mannschaften integriert werden.

Abbildung 1: Struktur des EUS



Die Ausgabe nicht nur eines (besten) Spielplans, sondern verschiedener Pläne war aus Anwendersicht aus mehreren Gründen wünschenswert. Erstens handelt es sich beim vorgestellten Ansatz um ein Modell mit Mehrfachzielsetzung. Der mit den Verfahren erstellte beste Plan entspricht aber nur dann den Präferenzen des Entscheiders, wenn dieser die Zielgewichtungen exakt vornehmen kann.[41] Dies gelingt ihm jedoch aufgrund unvollständiger Information häufig nicht.[42] Zweitens unterliegen einige der in Abschnitt 3 vorgenommenen Operationalisierungen, wie z. B. die Einteilung jeder Mannschaft in eine bestimmte Spielstärkegruppe, einem gewissen Ermessensspielraum. Drittens gibt es Anforderungen an Spielpläne, die erst kurzfristig auftauchen und damit nicht explizit in Modell und Verfahren berücksichtigt werden (z. B. Topspiele für Werder Bremen in der Rückrunde). Diese Probleme lassen sich mit Hilfe des EUS einfach lösen, indem mehrere Planungsläufe (bei vernachlässigbaren Rechenzeiten) mit verschiedenen Parameterkonstellationen durchgeführt werden.

7 Allgemeinheit der betrachteten Problemstellung

Der dargestellte Ansatz für die Spielplanerstellung der deutschen Fußballbundesliga läßt sich auch auf andere europäische Fußballigen sowie auf andere Sportarten übertragen. Der Nachweis hierfür wird auf dreifache Weise erbracht. Erstens wird ein Vergleich mit den bisher in der Literatur vorzufindenden Ansätzen vorgenommen. Zweitens wird die Allgemeinheit der Modellformulierung exemplarisch aufgezeigt. Drittens werden schließlich die Befragungsergebnisse verschiedener Sportverbände kurz präsentiert.

41 Die Bereitschaft, relativ aufwendige Verfahren (vgl. dazu z. B. *Eisenführ/Weber* (1993), S. 118 ff.) zur Bestimmung der Zielgewichte anzuwenden, ist bei den befragten Sportverbänden nicht erkennbar gewesen.

42 Vgl. z. B. *Eisenführ/Weber* (1993), S. 127 f. Auch die befragten Sportverbände konnten ihre Zielvorstellungen nicht genau formulieren. Es ist in der Praxis jedoch kein Bedarf zu erkennen, die recht aufwendigen Möglichkeiten zur Behandlung unvollständiger Information (vgl. *ebd.*, S. 128 ff.) in das EUS einzubinden.

Wettkampfpaarungen im voraus bekannt sind.[49] Bei Kampfsportarten ist für einen Sportler der Wechsel der Stärke des Gegners von relativ großer Bedeutung. Selbst wenn viele andere Anforderungen in diesen Sportarten nur eine untergeordnete oder keine Rolle spielen, können die Verfahren grundsätzlich zur Erstellung von Wettkampfplänen verwendet werden, da die nicht benötigten Anforderungen herausgenommen werden können.

7.3 Befragung von Sportverbänden

Neben der Befragung des *DFB* wurden weitere Interviews mit dem *ÖFB*, dem griechischen Fußballverband *Fédération Hellénique de Football*, dem *Deutschen Handball-Bund*, dem *Deutschen Hockey-Bund*, dem *Deutschen Tischtennis-Bund* sowie dem *Deutschen Turner-Bund* durchgeführt. Die Befragung weiterer Verbände, vor allem im europäischen Ausland, steht zwar noch aus, die Auswertung der bisher geführten Gespräche ergibt jedoch ein recht eindeutiges Bild:

- Bis auf den griechischen Fußballverband schilderten sämtliche Gesprächspartner ähnliche Schwierigkeiten bei der Erstellung qualitativ guter Spielpläne.[50] Der zeitliche Aufwand für das Auffinden einer ersten zulässigen Lösung ist relativ groß. Des weiteren ist der Zeitbedarf für die Spielplanerstellung von Jahr zu Jahr großen Schwankungen unterworfen, und eine qualitativ gute Lösung wird meist nicht gefunden. Der Wunsch, die Spielplanung zukünftig computergestützt durchzuführen, ist also auch in anderen Sportligen vorhanden.
- Besondere Wünsche von Mannschaften (z. B. Heimspielwünsche) werden nicht systematisch, sondern nur sporadisch erfüllt. Wenn eine Berücksichtigung stattfindet, ist sie oft nur eine zufällige Folge des manuellen Planungsprozesses.
- Mit Ausnahme des *Deutschen Hockey-Bundes*[51] äußerte kein Verband über die durch die Modellformulierung abgedeckten Anforderungen hinaus weitere Zielsetzungen.

8 Ergebnisse und Perspektiven

Bisherige Ansätze zur Erstellung von Spielplänen für eine Sportliga bilden die Problemstellung der deutschen Fußballbundesliga nur unzulänglich ab. Basierend auf einer Befragung des *DFB* wurde aus den drei ermittelten Anforderungskategorien *organisatorische Durchführbarkeit*, *Attraktivität* und *Fairneß* eines Spielplans ein Planungsansatz entwickelt, der dieses Defizit

49 Zur Planung von Wettbewerben, die nach dem K.-o.-System ausgetragen werden, eignet sich der Ansatz folglich nicht.

50 In der ersten griechischen Fußballiga liegen keine Kapazitätsrestriktionen (8) vor, so daß die Schlüssel den Mannschaften zugelost werden. In der zweiten Liga wäre jedoch ein Einsatz des vorgestellten EUS vorteilhaft, da Mannschaftspaare und Regionen zu berücksichtigen sind. Zielsetzungen wie die Attraktivität und die Fairneß eines Spielplans werden (zur Zeit) als relativ unbedeutend angesehen.

51 Vgl. Bartsch/Clasen (1997). Die zu verfolgende Zielsetzung ist die Minimierung der Reisewege.

weitgehend überwindet. Erstmals finden somit bei der Gestaltung von Spielplänen auch die wirtschaftlichen Interessen der Vereine, Sponsoren und Fernsehanstalten Berücksichtigung.

Die Fragestellung, welche Spielpaarung zu welchem Zeitpunkt einzuplanen ist, ließ sich als binäres Optimierungsmodell mit Konzepten der ressourcenbeschränkten Projektplanung formulieren. Das Modell deckt somit ein breites Spektrum von Anforderungen ab, die auch in anderen Sportarten von Bedeutung sind. Für die Lösung des Problems ließen sich drei Teilprobleme identifizieren, die separat gelöst werden. Während für die im ersten Teilproblem zu erstellenden vorläufigen Spielpläne, die noch keine mannschaftsspezifischen Restriktionen berücksichtigen, der Algorithmus von Schreuder (1980) verwendet wird, mußten zur Erstellung der endgültigen Spielpläne in den zwei folgenden Phasen speziell an die Problemstruktur angepaßte Regeln in die Verfahrensschemata integriert werden.

Neben der umfangreichen experimentellen Untersuchung zeigt vor allem die für die Saison 1996/97 erstellte Lösung die Qualität der entwickelten Verfahren und den wirtschaftlichen Nutzen eines solchen Systems auf. Neben dem erheblich sinkenden Planungsaufwand des *DFB* ergeben sich durch die Verwendung des Systems folgende weitere wirtschaftliche Vorteile:

Durch *attraktivere* Spielpläne steigt das Zuschauerinteresse. Dadurch ergeben sich potentiell höhere Einnahmen

- für die *Vereine* aus dem Verkauf der Eintrittskarten,
- für den *DFB* aus der Vermarktung der Fernsehverwertungsrechte,
- für die *Fernsehanstalten* aus dem Verkauf von Werbeminuten[52] und
- für die *Sponsoren* und *Werbetreibenden*, da sie von den Zuschauern stärker wahrgenommen werden.[53,54]

Durch die Berücksichtigung der beiden *organisatorischen* Nebenbedingungen "sicherheitsproblematische Spiele" und "Regionen" werden das *Landeskriminalamt Nordrhein-Westfalen* sowie die *Polizeikräfte* aller Bundesländer entlastet. Das *Landeskriminalamt* erstellt in jeder Saison eine umfangreiche Stellungnahme zu einem vom *DFB* nicht endgültig fertiggestellten Spielplan, in dem die Aufteilung der Spiele auf die Kalendertage noch vorzunehmen ist. Das Gutachten enthält Vorschläge zur Terminierung der sicherheitsproblematischen Spiele. Bei einer Verwendung des Entscheidungs-Unterstützungs-Systems kann der Zeitaufwand für das Anfertigen der Stellungnahme deutlich verringert werden. Darüber hinaus werden bei einer

52 Der Preis für eine Werbeminute ist vom Wochentag und der Tageszeit abhängig. Während ein 30-Sekunden-Fernsehwerbespot im werktäglichen *RTL*-Frühstücksfernsehen 2.000 DM kostet, steigt der Preis am Sonntag abend auf 72.000 DM an. Bei attraktiven Sportveranstaltungen sind Werbetreibende bereit, höhere Preise zu zahlen als sie üblicherweise aufgrund des Wochentages und der Tageszeit zahlen müßten (vgl. *Kotler/Bliemel* (1995), S. 982). Beispielsweise betrug der Preis für einen 30-Sekunden-Spot bei einer attraktiven Boxveranstaltung 230.000 DM (vgl. *Kammertöns* (1996), S. 78.).

53 Zur Wirkung von Sportwerbung und -sponsoring vgl. *Deimel* (1992) und *Hermanns* (1989). Zur Verkaufswirkung von Werbung allgemein vgl. z. B. *Mayer* (1990).

54 Eine genaue Quantifizierung der dargestellten wirtschaftlichen Vorteile wäre nur durch eine umfangreiche Längsschnittuntersuchung möglich.

geeigneten Festlegung von Regionen die *Polizeikräfte* entlastet, da zum einen die Verkehrsprobleme in Ballungsgebieten verringert werden und zum anderen das Aufeinandertreffen rivalisierender Fangruppen besser gesteuert werden kann.

Neben dem großen wirtschaftlichen Nutzen des Systems ergeben sich weitere nichtmaterielle Vorteile. Exemplarisch sei hier nochmals ein *Fairneßaspekt* besonders herausgegriffen. Zu Beginn einer Saison kann man immer wieder Klagen der *Mannschaften* über einen unfair gestalteten Spielplan hören. Aufgrund der vielen weiteren Restriktionen, die bei der Spielplangestaltung zu berücksichtigen sind, werden sich zwar auch zukünftig keine "vollkommen gerechten" Spielpläne erstellen lassen, die Rechenergebnisse für die Saison 1996/97 zeigen jedoch, daß sich die Spielstärke der Gegner wesentlich häufiger als in der manuellen Planung abwechseln kann.

Bei der Vorführung eines Systemprototypen zeigte sich, daß die Integration weiterer Anforderungen in die Verfahrensschemata als wünschenswert angesehen wird. Die Eingabe von Stadionsperren sollte nicht nur pauschal für gesamte Spieltage, sondern statt dessen für einzelne Kalendertage möglich sein. Die Algorithmen sind in diesem Fall in der Weise zu erweitern, daß eine derartige Stadionsperre in der Phase II der Verfahren zunächst nicht beachtet wird, sondern erst in der Phase III bei der Aufteilung der Spiele auf die Kalendertage Berücksichtigung findet.

Spielpläne lassen sich durch die Einplanung von attraktiven Spielpaarungen (z. B. Meister gegen Vizemeister der Vorsaison) auf einen Spieltag am Ende der Saison noch attraktiver gestalten. Dies erfordert in der Phase II der Algorithmen zusätzliche Regeln für die Auswahl der als nächstes zu bearbeitenden Mannschaft und des zuzuweisenden Schlüssels. Ist für eine der beiden Mannschaften (z. B. für den Meister) ein Schlüssel gefunden worden, so ist - als Änderung zur bisherigen Vorgehensweise - anschließend der Vizemeister zu bearbeiten. Dieser erhält einen Schlüssel, der die Paarung gegen den Meister an einem der letzten Spieltage vorsieht. Sollte ein solcher Schlüssel nicht aufzufinden sein, so ist auch die Zuweisung der zuerst bearbeiteten Mannschaft wieder rückgängig zu machen.

Ein möglichst spätes Ausscheiden der deutschen Mannschaften aus den europäischen Pokalwettbewerben ist neben dem Imagegewinn für den deutschen Fußball von großem wirtschaftlichen Nutzen für die *Vereine* und *Fernsehanstalten*. Durch die Gestaltung des Spielplans kann zumindest versucht werden, darauf positiv Einfluß zu nehmen, indem für die Europapokalteilnehmer vor ihren internationalen Spielen Heimspiele gegen möglichst schwache Gegner vorgesehen werden. Eine erste Idee zur Berücksichtigung dieses Ziels wäre, nicht mehr die Heimspielpräferenzen $h_{i\pi}$ zu verwenden, sondern eine Erweiterung in einen Präferenzwert $h_{ij\pi}$ vorzunehmen, der auch von der Spielstärke des Gegners j abhängt.

Zukünftige Forschungsarbeiten in den aufgezeigten Richtungen werden die Modellformulierung und die Verfahren weiter verallgemeinern.

Danksagung

Zu besonderem Dank sind wir dem *Deutschen Fußball-Bund* verpflichtet, insbesondere Herrn *Klaus Mai* und Herrn *Wolfgang Holzhäuser*, ohne deren Unterstützung diese Arbeit nicht enstanden wäre. Ferner danken wir Herrn *Reinhard Nachbagauer* und Herrn *Fritz Stuchlik* vom *Österreichischen Fußball-Bund* sowie Herrn *D. Stafrakakis* von der *Fédération Hellénique de Football* für die uns freundlicherweise gegebenen Auskünfte.

Darüber hinaus danken wir Herrn *Prof. Dr. Andreas Drexl* für wertvolle Anregungen und der *CoBuS GbR* für die Unterstützung bei der Implementierung des Systems.

Literatur

Armstrong, J./Willis, R. J. (1993), Scheduling the cricket world cup – a case study, in: Journal of the Operational Research Society, Vol. 44, S. 1067–1072.

Bachem, A. (1980), Komplexitätstheorie im Operations Research, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, Jg. 50, S. 812–844.

Badiru, A. B. (1988), Towards the standardization of performance measures for project scheduling heuristics, in: IEEE Transactions on Engineering Management, Vol. 35, S. 82–89.

Bartsch, T./Clasen, M. (1997), Ein Entscheidungs-Unterstützungs-System zur Erstellung von Spielplänen für die deutsche Hockeyliga, Arbeitspapier (in Vorbereitung), Universität Kiel.

Bean, J. C./Birge, J. R. (1980), Reducing travelling costs and player fatigue in the National Basketball Association, in: Interfaces, Vol. 10, Nr. 3, S. 98–102.

Böttcher, J./Drexl, A./Kolisch, R./Salewski, F. (1996), Project scheduling under partially renewable resource constraints, Arbeitspapier, Universität Kiel.

Cain, W. O., jr. (1977), The computer-assisted heuristic approach used to schedule the major league baseball clubs, in: *Ladany, S. P./Machol, R. E.* (Hrsg.), Optimal strategies in sports, studies in management science and systems, Vol. 5, S. 32–41.

Campbell, R. T./Chen, D. (1976), A minimum distance basketball scheduling problem, in: *Machol, R. E./Ladany, S. P./Morrison, D. G.* (Hrsg.), Management Science in Sports, Vol. 4, Amsterdam, S. 15–25.

Costa, D. (1995), An evolutionary tabu search algorithm and the NHL scheduling problem, in: INFOR, Vol. 33, S. 161–178.

Deimel, K. (1992), Wirkungen der Sportwerbung: eine verhaltenswissenschaftliche Analyse, Frankfurt a.M.

Domschke, W./Drexl, A. (1991), Kapazitätsplanung in Netzwerken - Ein Überblick über neuere Modelle und Methoden, in: OR Spektrum, Bd. 13, S. 63–76.

Domschke, W./Drexl, A. (1995), Einführung in Operations Research, 3. Auflage, Berlin u. a.

Domschke, W./Scholl, A./Voß, S. (1993), Produktionsplanung – Ablauforganisatorische Aspekte, Berlin u. a.

Drexl, A. (1990), Planung des Ablaufs von Unternehmensprüfungen, Stuttgart.

Drexl, A. (1991), Scheduling of project networks by job assignment, in: Management Science, Vol. 37, S. 1590–1602.

Eisenführ, F./Weber, M. (1993), Rationales Entscheiden, Berlin u. a.

Eom, H. B./Lee, S. M. (1990), Decision support systems applications research: A bibliography (1971-1988), in: European Journal of Operational Research, Vol. 46, S. 333–342.

Ferland, J. A./Fleurent, C. (1991), Computer aided scheduling for a sport league, in: INFOR, Vol. 29, S. 14-25.

Fleurent, C./Ferland, J. A. (1993), Allocating games for the NHL using integer programming, in: Operations Research, Vol. 41, S. 649–654.

Garey, M. R./Johnson, D. S. (1979), Computers and intractability - a guide to the theory of NP-completeness, San Francisco.

Gerchak, Y. (1994), Operations Research in Sports, in: *Pollok, S. M./Rothkopf, M. H./Barnett, A.* (Hrsg.), Handbooks in Operations Research and Management Science, Operations Research and the Public Sector, Vol. 6, Amsterdam u. a., S. 507–527.

Hermanns, A. (Hrsg.) (1989), Sport- und Kultursponsoring, München.

Kammertöns, H.-B. (1996): Tschüs, Henry, in: DIE ZEIT, Nr. 49 (29. November), S. 78–79.

Kotler, P./Bliemel, F. (1995), Marketing-Management: Analyse, Planung, Umsetzung und Steuerung, 8. Aufl., Stuttgart.

Mayer, H. (1990), Werbewirkung und Kaufverhalten unter ökonomischen und psychologischen Aspekten, Stuttgart.

o.V. (1995), Ein kompliziertes Puzzle aus 18 Teilen, in: Neue Westfälische, 10. August.

o.V. (1996 a), Krümel für die Kleinen, in: Der Spiegel, Nr. 7, S. 194–199.

o.V. (1996 b), Dortmund in Leverkusen, Bayern auf St. Pauli, Der Bundesligastart erfordert gute Kondition, in: Frankfurter Allgemeine Zeitung, Nr. 135 (13. Juni), S. 31.

Papadimitriou, C. H./Steiglitz, K. (1982), Combinatorial optimization: Algorithms and complexity, Englewood Cliffs (N.Y.).

Russell, R. A./Leung, J. M. Y. (1994), Devising cost effective schedule for a baseball league, in: Operations Research, Vol. 42, S. 614–625.

Schmaul, H. (1983), Mehr als ein simples Rechenstück, in: Deutscher Fußball-Bund (Hrsg.): zur Diskussion, Informationen, Themen, Meinungen, Nr. 2/Juli.

Schreuder, J. A. M. (1980), Constructing timetables for sport competitions, in: Mathematical Programming Study, Vol. 13, S. 58–67.

Schreuder, J. A. M. (1992), Combinatorial aspects of construction of competition Dutch professional football leagues, in: Discrete Applied Mathematics, Vol. 35, S. 301–312.

Sprague, R. H., jr./Carlson, E. D. (1982), Building effective decision support systems, Englewood Cliffs (N.Y.).

Sprague, R. H., jr./Watson, H. J. (1989), Decision support systems - putting theory into practice, 2. Aufl., London u. a.

Werner, L. (1992), Entscheidungsunterstützungssysteme - Ein problem- und benutzerorientiertes Management-Instrument, Heidelberg.

de Werra, D. (1980), Geography, Games and Graphs, in: Discrete Applied Mathematics, Vol. 2, S. 327–337.

de Werra, D. (1982), Minimizing irregularities in sports schedules using graph theory, in: Discrete Applied Mathematics, Vol. 4, S. 217–226.

de Werra , D. (1985), An introduction to timetabeling, in: European Journal of Operations Research, Vol. 19, S. 151–162.

de Werra, D. (1988), Some models of graphs for scheduling sports competitions, in: Discrete Applied Mathematics, Vol. 21, S. 47–65.

de Werra, D./Jacot-Descombes, L./Masson, P. (1990), A constrained sports scheduling problem, in: Discrete Applied Mathematics, Vol. 26, S. 41–49.

Willis, R. J./Terrill, B. J. (1994), Scheduling the Australian state cricket season using simulated anealling, in: Journal of the Operational Research Society, Vol. 45, S. 276–280.

Wright, M. (1992), A fair allocation of county cricket opponents, in: Journal of the Operational Research Society, Vol. 43, S. 195–201.

Wright, M. (1994), Timetabling county cricket fixtures using a form of tabu search, in: Journal of the Operational Research Society, Vol. 45, S. 758–770.

Summary

The purpose of this paper is to present an approach to sports league scheduling, which is suitable for generating schedules for the premier German soccer league. Based upon an interview with the German soccer association (*DFB*), three categories of demands for sports league schedules - organisational feasibility, attractiveness and fairness - could be determined. These categories were integrated into a binary optimisation model. Thus, for the first time economic interests of clubs, sponsors and broadcasting stations can be taken into account simultaneously. For solving the problem, heuristic and exact schemes specifically tailored to the problem structure are described. Their suitability is demonstrated in an extensive computational experiment, which also includes the generation of a solution for the real scheduling problem of the season 1996/97.