

Kimms, Alf

Working Paper — Digitized Version

Modelle der Losgrößenplanung und eine kritische Würdigung des MRP II Konzepts

Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel, No. 419

Provided in Cooperation with:

Christian-Albrechts-University of Kiel, Institute of Business Administration

Suggested Citation: Kimms, Alf (1996) : Modelle der Losgrößenplanung und eine kritische Würdigung des MRP II Konzepts, Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel, No. 419, Universität Kiel, Institut für Betriebswirtschaftslehre, Kiel

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/175394>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

Nr. 419

**Modelle der Losgrößenplanung und eine
kritische Würdigung des MRP II Konzepts**

Dr. A. Kimms

November 1996

Dr. Alf Kimms

Lehrstuhl für Produktion und Logistik, Institut für Betriebswirtschaftslehre,
Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, Olshausenstr. 40, 24118 Kiel

email: Kimms@bwl.uni-kiel.de

URL: <http://www.wiso.uni-kiel.de/bwlinstitute/Prod>

<ftp://ftp.wiso.uni-kiel.de/pub/operations-research>

1 Einordnung des Problems der Losgrößenplanung

Wir betrachten ein Unternehmen der Fertigungsindustrie. Endprodukte werden in Serienproduktion hergestellt. Die zu fertigenden Aufträge liegen entweder bereits konkret vor, oder ergeben sich aus einer Prognose der Absatzdaten. Der Begriff „Nachfrager“ bezeichnet sowohl unternehmensexterne Nachfrager, als auch unternehmensinterne Produktionssegmente. Im erstgenannten Fall ist ein „Endprodukt“ ein absatzbestimmtes Erzeugnis. Im zweiten Fall meint „Endprodukt“ Bauteile und Komponenten, die in einem nachgelagerten (mehrstufigen) Fertigungsprozeß weiterverarbeitet werden, also interne Bedarfe befriedigen. Die kurzfristigen ablauforganisatorischen Probleme werden mit Hilfe von Methoden der Losgrößen- und Ablaufplanung gelöst. In Abhängigkeit vom Organisationstyp (vgl. Günther und Tempelmeier (1994), Hoitsch (1993), Schneeweiß (1993)) des betrachteten Produktionssegments unterscheidet sich die Ablaufplanung in den verschiedenen Segmenten.

Die nachfolgenden Betrachtungen beschränken sich daher zunächst auf das Problem der Losgrößenplanung. Folgende Annahmen gelten für alle im folgenden diskutierten Ansätze:

Annahme 1: *Pro aufgelegtem Los fallen (losgrößenunabhängige) produktspezifische fixe Rüstkosten an.*

Annahme 2: *Die Lagerung eines Produkts verursacht produktspezifische Lagerhaltungskosten.*

Annahme 3: *Fehlmengen sind nicht erlaubt, d.h. Bedarfe sind pünktlich zu befriedigen.*

Zielsetzung der Losgrößenplanung ist die Bestimmung eines kostenminimalen Produktionsplans.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert: Abschnitt 2 beschäftigt sich mit dem klassischen Losgrößenmodell, das wegen seines hohen Abstraktionsgrades eine analytische Lösung ermöglicht. Die aufzuzeigenden Nachteile dieses Ansatzes motivieren Abschnitt 3, in dem ein Modell zur einstufigen, dynamischen, kapazitätsbeschränkten Losgrößenplanung diskutiert wird. Abschnitt

4 erweitert die Betrachtung auf den mehrstufigen Fall. Exemplarisch wird in Abschnitt 5 für den Fall eines nach dem Prinzip der Fließfertigung organisierten Segments die simultane Bestimmung von Losgrößen und Ablaufplänen modelliert. Die gewonnenen Erkenntnisse über die Unzulänglichkeiten einzelner Modellierungsansätze erlauben in Abschnitt 6 eine kritische Würdigung des Manufacturing Resource Planning (MRP II) Konzepts, wie es in traditionellen Produktionsplanungs- und -steuerungssystemen (kurz: PPS-Systeme) implementiert ist. Abschnitt 7 faßt schließlich die Ausführungen dieses Aufsatzes zusammen.

2 Das klassische Losgrößenmodell

Das im folgenden als klassisch bezeichnete Losgrößenmodell wird in der Literatur auch als Amdler-, Harris- oder Wilson-Modell bezeichnet. In der englischsprachigen Literatur findet sich die Bezeichnung Economic Order Quantity (EOQ). Dieses Losgrößenmodell betrachtet die Einplanung eines einzigen Produkts unter einer Reihe typischer Annahmen, die im folgenden aufzuführen sind.

Annahme 4: *Es existieren keine Kapazitätsbeschränkungen. Die Größe eines Loses ist daher nicht limitiert.*

Unter dieser Annahme läßt sich die folgende charakteristische Eigenschaft einer optimalen Lösung ableiten:

Eigenschaft 1: *In einer optimalen Lösung wird genau dann ein Los aufgelegt, wenn der Lagerbestand auf Null gesunken ist.*

Eine weitere wesentliche Annahme ist die folgende:

Annahme 5: *Es ist eine konstante, kontinuierliche Nachfrage zu decken.*

Diese als stationär bezeichnete Nachfrage impliziert, daß die optimale Lösung eine systematische Struktur besitzt:

Eigenschaft 2: *Der optimale Produktionsplan ist zyklisch, d.h., das Aufbaumuster der Lose wiederholt sich nach festen Zeitintervallen.*

Aus diesem Grunde spricht man im Zusammenhang mit dem klassischen Losgrößenmodell auch von einem unendlichem Planungshorizont. Dieser Planungshorizont wird als kontinuierliche Zeitachse betrachtet, wobei eine kontinuierliche Kontrolle des Lagerbestandes erfolgt.

In der Kombination der Konsequenzen aus den Annahmen 4 und 5 läßt sich die Eigenschaft 2 strenger formulieren:

Eigenschaft 3: *In der optimalen Lösung wird ein Los der Größe q^* alle τ^* Zeiteinheiten aufgelegt.*

Ziel ist es nun, die Werte q^* und τ^* zu bestimmen. Dabei wird häufig folgende Vereinbarung getroffen:

Annahme 6: *Die Produktionsgeschwindigkeit ist unendlich. Die Fertigung eines Loses benötigt daher Null Zeiteinheiten.*

Diese Annahme ist nicht unter allen Bedingungen unrealistisch. So wird beispielsweise im Fall einer geschlossenen Produktweitergabe ein Los erst dann an den Nachfrager weitergereicht, wenn das komplette Los fertiggestellt ist. In einer solchen Situation kann durch Annahme 6 die geschlossene Weitergabe von Produkten berücksichtigt werden.

Unter Verwendung der Notation

- h Lagerhaltungskosten je Megeneinheit und Zeiteinheit
- s Rüstkosten je Los
- r Nachfragerate

ergibt sich als optimale Losgröße das folgende analytisch ermittelte Resultat (vgl. z.B. Günther und Tempelmeier (1994) und Küpper und Helber (1995) für eine mathematische Herleitung):

$$q^* = \sqrt{\frac{2rs}{h}} \quad (1)$$

Das optimale Fertigungsintervall kann daraus als

$$\tau^* = \frac{q^*}{r} \quad (2)$$

abgeleitet werden.

Betrachten wir ein Beispiel, wie es in der Praxis auftreten könnte, und stellen dar, wie Planer das klassische Losgrößenmodell zur Bestimmung eines Produktionsplans verwenden.

Beispiel 1: In einem einstufigen Produktionsprozeß werden drei Produkte ($j = 1, \dots, 3$) gefertigt, die eine gemeinsame Ressource so beanspruchen, daß jede gefertigte Mengeneinheit genau eine Ressourceneinheit gebraucht. Der Planungshorizont beträgt vier Wochen ($t = 1, \dots, 4$). Die Kapazität der beanspruchten Ressource ist für die nächsten vier Wochen mit $C_t = (90, 80, 90, 70)$ vorgegeben. Die zu befriedigenden Nachfragemengen pro Produkt und pro Periode sind

$$d_{jt} = \begin{pmatrix} 20 & 25 & 30 & 25 \\ 25 & 10 & 30 & 35 \\ 30 & 25 & 25 & 20 \end{pmatrix}.$$

Anfangslagerbestände sind nicht vorhanden. Die Lagerung eines jeden Produkts verursacht Lagerhaltungskosten von 10 Geldeinheiten pro Mengeneinheit und pro Periode. Die Rüstkosten sind mit 500 Geldeinheiten für alle Produkte gleich.

Gängiger Lösungsansatz ist der folgende: Zunächst werden die Kapazitätsbeschränkungen vernachlässigt. Das Mehrprodukt-Losgrößenproblem zerfällt dann in mehrere Einprodukt-Losgrößenprobleme, da sich die Losgrößenbildung der einzelnen Produkte ohne Kapazitätsengpaß nicht wechselseitig beeinflusst. Da gemäß Annahme 5 das klassische Losgrößenmodell eine konstante Nachfrage unterstellt, wird darüberhinaus lediglich eine mittlere Nachfrage für die einzelnen Produkte betrachtet. Im Beispiel ergibt sich für Produkt $j = 1$ eine mittlere Nachfrage von $r = \frac{20+25+30+25}{4} = 25$. Aus Formel (1) ergibt sich dann für Produkt $j = 1$ eine „optimale“ Losgröße $q^* = 50$. Mit Hilfe von Gleichung (2) bestimmt sich das Fertigungsintervall zu $\tau^* = 2$. Entsprechende Berechnungen für jedes einzelne Produkt ergeben den vollständigen Produktionsplan, der für das Beispiel die Produktionsmengen q_{jt} pro Produkt

und pro Periode folgendermaßen festlegt:

$$q_{jt} = \begin{pmatrix} 50 & 0 & 50 & 0 \\ 50 & 0 & 50 & 0 \\ 50 & 0 & 50 & 0 \end{pmatrix}$$

Vergleicht man diese Lösung mit den Ausgangsdaten, so stellt man fest, daß das errechnete Ergebnis keine zulässige (d.h. realisierbare) Lösung darstellt. Zum einen wird in den Perioden $t = 1$ und $t = 3$ die verfügbare Kapazität überschritten. Zum anderen treten für Produkt $j = 3$ Fehlmengen auf, da die Produktionsmenge in Periode $t = 1$ (50 Mengeneinheiten) nicht die Bedarfe in den Perioden $t = 2$ und $t = 3$ (55 Mengeneinheiten) vollständig deckt.

In der Praxis bedeutet dies, daß der tatsächlich realisierte Produktionsplan erheblich von der vorgeschlagenen Lösung abweichen muß. „Spontane“ Entscheidungen im Rahmen der Produktionssteuerung werden notwendig und wirken einem planvollem Vorgehen entgegen. Durch Wechselwirkungen mit anderen Produktionssegmenten, aber auch durch Koordinationsschwierigkeiten z.B. mit der Distribution werden hohe Transaktionskosten verursacht. Das Einsparungspotential einer verbesserten Planungsmethodik ist offenbar.

Zusammenfassend kann daher festgestellt werden, daß eine Losgrößenplanung sowohl Kapazitätsbeschränkungen als auch dynamisch schwankende Nachfragemengen berücksichtigen sollte, um praxistaugliche Lösungen zu generieren.

3 Einstufige, dynamische, kapazitierte Losgrößenplanung

Als Alternative zur vorgestellten Methodik wurde in der wissenschaftlichen Literatur ein Modell zur einstufigen, dynamischen, kapazitierten Losgrößenplanung vorgeschlagen. Der im Englischen als Capacitated Lot Sizing Problem (CLSP) bekannt gewordene Ansatz läßt sich als gemischt-binäres Entscheidungsmodell formulieren.

Die verallgemeinernden Annahmen sind:

Annahme 7: *Die zur Verfügung stehende Kapazität der Produktionsfaktoren ist endlich und zeitabhängig.*

Annahme 8: Die Nachfrage ist dynamisch, d.h. zeitabhängig.

Annahme 9: Die Produktionsgeschwindigkeit ist endlich. Zur Produktion eines Produkts wird eine von der Produktionsmenge abhängige Kapazität beansprucht.

Unter diesen Annahmen verlieren die Eigenschaften 1 bis 3 ihre Gültigkeit. Eine analytische Lösung des CLSP ist nicht mehr möglich. In Abgrenzung zum klassischen Losgrößenmodell ist zu bemerken, daß der Planungshorizont nunmehr endlich ist. Zur Formulierung eines mathematischen Modells wird unterstellt, daß der Planungshorizont in diskrete Perioden unterteilt ist. Anstelle einer Nachfragerate sind Bedarfe pro Periode gegeben, die jeweils bis zum Ende der jeweiligen Periode zu befriedigen sind.

Die Entscheidungsvariablen des CLSP-Modells sind:

- I_{jt} Lagerbestand des Produkts j am Ende der Periode t
- q_{jt} Produktionsmenge des Produkts j in Periode t
- x_{jt} Rüstvariable für Produkt j in Periode t

Die Parameter des CLSP sind:

- C_t Verfügbare Kapazität in Periode t
- d_{jt} Nachfrage nach Produkt j in Periode t
- h_j Lagerhaltungskosten für Produkt j
- I_{j0} Initialer Lagerbestand für Produkt j
- J Anzahl der Produkte
- p_j Kapazitätsbedarf zur Produktion einer Mengeneinheit des Produkts j
- s_j Rüstkosten für Produkt j
- T Anzahl der Perioden

Unter Verwendung der eingeführten Notation läßt sich das folgende gemischt-binäre Entscheidungsmodell angeben:

$$\min \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T (s_j x_{jt} + h_j I_{jt}) \quad (3)$$

unter den Nebenbedingungen

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + q_{jt} - d_{jt} \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, J \\ t = 1, \dots, T \end{array} \quad (4)$$

$$p_j q_{jt} \leq C_t x_{jt} \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, J \\ t = 1, \dots, T \end{array} \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^J p_j q_{jt} \leq C_t \quad t = 1, \dots, T \quad (6)$$

$$x_{jt} \in \{0, 1\} \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, J \\ t = 1, \dots, T \end{array} \quad (7)$$

$$I_{jt}, q_{jt} \geq 0 \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, J \\ t = 1, \dots, T \end{array} \quad (8)$$

Ziel ist die Minimierung der Summe der Rüst- und Lagerhaltungskosten (3). (4) stellt die Lagerbilanzgleichungen dar. Mit Hilfe von (5) wird sichergestellt, daß nur dann produziert werden kann, wenn auch gerüstet ist. (6) repräsentiert die Kapazitätsrestriktionen. (7) definiert die Rüstvariablen als binär. (8) stellt die Nichtnegativitätsbedingungen dar. Die Kombination von (4) und (8) garantiert, daß alle Bedarfe pünktlich befriedigt werden.

Einen Überblick über Lösungsverfahren geben Domschke et al. (1993) und Tempelmeier (1995). Effiziente Methoden, die eine optimale Lösung bestimmen, existieren bisher nicht. Es gibt jedoch eine Vielzahl von Heuristiken, die in kurzer Rechenzeit gute, zulässige Lösungen finden.

Betrachten wir erneut das Beispiel 1 des vorigen Abschnitts, so stellt der Produktionsplan

$$q_{jt} = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 25 & 25 \\ 25 & 10 & 30 & 35 \\ 30 & 25 & 35 & 10 \end{pmatrix}$$

eine zulässige Lösung des CLSP-Modells dar. Die Belegung der Entscheidungsvariablen I_{jt} und x_{jt} läßt sich eindeutig ableiten und wird deshalb hier nicht angegeben.

Wie bereits eingangs angedeutet wurde, liegt in der Regel kein einstufiger, sondern ein mehrstufiger Produktionsprozeß vor. Naheliegenderes Vorgehen zur mehrstufigen Losgrößenplanung scheint eine Dispositionsstufenorientierte Einplanung zu sein, bei der zunächst für die Endprodukte ein Produktionsplan erstellt wird. Dieser definiert dann für direkte Vorgängerprodukte die Nachfrage. Löst man für diese Produkte das Losgrößenproblem,

so wird für die nächste Dispositionsstufe die Nachfrage festgelegt. Dieses rekursive Planungsverfahren wird solange wiederholt, bis für alle Dispositionsstufen ein Produktionsplan erstellt ist.

Leider garantiert dieser Ansatz nicht, daß ein realisierbarer Produktionsplan gefunden werden kann, wie das folgende Beispiel belegt:

Beispiel 2: In einem zweistufigen Produktionsprozeß werden zwei Produkte ($j = 1, 2$) gefertigt, die eine gemeinsame Ressource so beanspruchen, daß jede gefertigte Mengeneinheit genau eine Ressourceneinheit gebraucht ($p_j = 1$ für $j = 1, 2$). Der Planungshorizont beträgt vier Wochen ($t = 1, \dots, 4$). Die Kapazität der beanspruchten Ressource ist für die nächsten vier Wochen mit $C_t = (90, 80, 90, 70)$ vorgegeben. Die zu befriedigenden Nachfragemengen für das Endprodukt $j = 1$ sind $d_{1t} = (30, 25, 25, 20)$. Für jede Mengeneinheit des Endprodukts $j = 1$ wird jeweils eine Mengeneinheit des Vorprodukts $j = 2$ benötigt. Die Anfangslagerbestände sind leer. Die Rüstkosten sind mit 500 Geldeinheiten und die Lagerhaltungskosten mit 10 Geldeinheiten für beide Produkte gleich.

Löst man zunächst das (einstufige) Losgrößenproblem für das Endprodukt, so könnte sich der Produktionsplan $q_{1t} = (55, 0, 45, 0)$ ergeben. Mit $d_{2t} = q_{1t}$ werden die Bedarfe für das Vorprodukt definiert. Die zur Einplanung des Vorprodukts zur Verfügung stehende Restkapazität beträgt $C'_t = (35, 80, 45, 70)$. Offensichtlich kann für das Vorprodukt kein realisierbarer Produktionsplan gefunden werden, da in Periode $t = 1$ die Restkapazität nicht ausreicht, um die Nachfrage in der ersten Periode zu erfüllen.

Zusammenfassend muß also festgestellt werden, daß eine mehrstufige, dynamische, kapazitierte Losgrößenplanung notwendig ist, um realisierbare Produktionspläne zu erstellen.

4 Mehrstufige, dynamische, kapazitierte Losgrößenplanung

Die Erweiterung des einstufigen zum mehrstufigen CLSP (auch: multi-level CLSP, kurz: ML-CLSP) kann ebenfalls als gemischt-binäres Entscheidungsmodell formuliert werden. Wegen der Ähnlichkeit zum einstufigen CLSP-Modell soll hier auf die Wiedergabe eines ML-CLSP-Modells verzichtet werden (vgl. Domschke et al. (1993), Tempelmeier (1995)). Lediglich die La-

gerbilanzgleichung sei genannt, da sie die wesentlichste Änderung erfährt. Es bezeichne a_{ji} den Direktbedarfskoeffizienten von Produkt j für Produkt i , d.h. die Anzahl der Mengeneinheiten von Produkt j , die direkt zur Herstellung des Produkts i benötigt werden. Dann gilt folgende Lagerbilanzgleichung, die auch die internen Bedarfe berücksichtigt:

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + q_{jt} - d_{jt} - \sum_{i=1}^J a_{ji}q_{it} \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, J \\ t = 1, \dots, T \end{array} \quad (9)$$

Eine zulässige Lösung des Beispiels 2 auf der Basis des ML-CLSP ist folgender Produktionsplan:

$$q_{jt} = \begin{pmatrix} 30 & 25 & 45 & 0 \\ 55 & 0 & 45 & 0 \end{pmatrix}$$

Anzumerken ist, daß CLSP-Modelle typischerweise grobe Periodenraster (z.B. Wochen) zugrundelegen. Technisch bedingte Vorlaufverschiebungen zwischen einzelnen Dispositionsstufen (z.B. für Transport, Abkühlen, etc.) können daher nicht mit angemessener Genauigkeit berücksichtigt werden. Darüber hinaus werden beim CLSP üblicherweise die aggregierten Kapazitäten von Betriebsmittelgruppen oder ganzen Produktionssegmenten betrachtet. Eine detaillierte Zuordnung von Arbeitsgängen zu einzelnen Betriebsmitteln unterbleibt, so daß die tatsächliche Kapazitätsauslastung nur summarisch die zur Verfügung stehende Kapazität nicht überschreitet.

Ein umfassender Literaturüberblick über Modelle und Methoden der mehrstufigen Losgrößenplanung findet sich in Kimms (1996).

5 Mehrstufige Losgrößen- und Ablaufplanung bei Fließfertigung

In diesem Abschnitt soll ein Modell der simultanen Losgrößen- und Ablaufplanung bei mehrstufiger Erzeugnisstruktur vorgestellt werden, wie es z.B. in Produktionssegmenten, die nach dem Fließfertigungsprinzip organisiert sind, eingesetzt werden könnte. Die Annahmen 7 bis 9 gelten auch hier. Während eine der Ablaufplanung vorgelagerte Losgrößenplanung jedoch ein grobes Periodenraster (z.B. Wochen) annimmt, legen wir im folgenden kurze Perioden

(z.B. Schichten) zu Grunde. Im Gegensatz zum CLSP werden nicht aggregierte Kapazitäten einzelner Produktionssegmente, sondern die Kapazitäten einzelner Betriebsmittel, die im folgenden vereinfachend Maschinen genannt werden, betrachtet. Grundlegende Annahme der Modellierung ist die folgende:

Annahme 10: *Es findet höchstens ein Rüstwechsel pro Maschine und pro Periode statt.*

Unter dieser Annahme ist der Rüstzustand einer Maschine jeweils zu Beginn und zum Ende einer Periode eindeutig definiert. Dadurch kann der Ablaufplan festgelegt werden. Modelle der Losgrößen- und Ablaufplanung unter Annahme 10 werden in der englischsprachigen Literatur als Proportional Lot Sizing and Scheduling Problem (PLSP) bezeichnet, wobei die mehrstufige Erweiterung in Analogie zum CLSP mit ML-PLSP abgekürzt wird.

Als Entscheidungsvariablen werden die folgenden Größen verwendet:

- I_{jt} Lagerbestand des Produkts j am Ende von Periode t
- q_{jt} Produktionsmenge des Produkts j in Periode t
- x_{jt} Rüstvariable für Produkt j in Periode t
- y_{jt} Rüstzustand am Ende von Periode t

Die Parameter des ML-PLSP sind:

- a_{ji} Direktbedarfskoeffizient
- C_{mt} Kapazität der Maschine m in Periode t
- d_{jt} Nachfrage nach Produkt j in Periode t
- h_j Lagerhaltungskosten für Produkt j
- I_{j0} Initialer Lagerbestand für Produkt j
- \mathcal{J}_m Menge aller Produkte, die Maschine m benötigen
- J Anzahl der Produkte
- M Anzahl der Maschinen
- m_j Maschine, auf der Produkt j gefertigt wird
- p_j Kapazitätsbedarf zur Fertigung einer Mengeneinheit von Produkt j
- s_j Rüstkosten für Produkt j
- \mathcal{S}_j Menge aller direkten Nachfolgeerzeugnisse von Produkt j

T Anzahl der Perioden
 v_j Technisch bedingte, positive Mindestvorlaufzeit
 y_{j0} Initialer Rüstzustand

Unter Verwendung dieser Notation ergibt sich das folgende gemischt-binäre Modell:

$$\min \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T (s_j x_{jt} + h_j I_{jt}) \quad (10)$$

unter den Nebenbedingungen

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + q_{jt} - d_{jt} - \sum_{i \in \mathcal{S}_j} a_{ji} q_{it} \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, J \\ t = 1, \dots, T \end{array} \quad (11)$$

$$I_{jt} \geq \sum_{i \in \mathcal{S}_j} \sum_{\tau=t+1}^{\min\{t+v_j, T\}} a_{ji} q_{i\tau} \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, J \\ t = 0, \dots, T-1 \end{array} \quad (12)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{J}_m} y_{jt} \leq 1 \quad \begin{array}{l} m = 1, \dots, M \\ t = 1, \dots, T \end{array} \quad (13)$$

$$x_{jt} \geq y_{jt} - y_{j(t-1)} \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, J \\ t = 1, \dots, T \end{array} \quad (14)$$

$$p_j q_{jt} \leq C_{m,j,t} (y_{j(t-1)} + y_{jt}) \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, J \\ t = 1, \dots, T \end{array} \quad (15)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{J}_m} p_j q_{jt} \leq C_{mt} \quad \begin{array}{l} m = 1, \dots, M \\ t = 1, \dots, T \end{array} \quad (16)$$

$$y_{jt} \in \{0, 1\} \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, J \\ t = 1, \dots, T \end{array} \quad (17)$$

$$I_{jt}, q_{jt}, x_{jt} \geq 0 \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, J \\ t = 1, \dots, T \end{array} \quad (18)$$

Zielsetzung ist auch hier die Minimierung der Summe der Rüst- und Lagerhaltungskosten (10). (11) sind Lagerbilanzgleichungen. (12) stellt sicher, daß interner Bedarfe unter Berücksichtigung von technisch bedingten Mindestvorlaufzeiten befriedigt werden. (13) sichert zu, daß der Rüstzustand einer Maschine eindeutig definiert ist. Rüstwechsel werden mit Hilfe von (14) lokalisiert. Mit Hilfe von (15) wird sichergestellt, daß nur dann produziert

werden kann, wenn ein entsprechender Rüstzustand vorhanden ist. Kapazitätsrestriktionen werden durch (16) in das Modell integriert. (17) definiert die Rüstzustandsvariablen als binär. Der Wert einer Variablen y_{jt} wird Eins, wenn Maschine m_j am Ende von Periode t für Produkt j gerüstet ist. (18) repräsentiert die Nichtnegativitätsbedingungen. Man beachte, daß die Variablen x_{jt} modellbedingt nur die Werte Null oder Eins annehmen können, obwohl lediglich die Nichtnegativität explizit gefordert ist. Leistungsfähige Heuristiken für das hier formulierte Problem werden in Kimms (1996) behandelt. Eine Fallstudie im Anhang illustriert die mehrstufige Losgrößen- und Ablaufplanung unter Kapazitätsbeschränkungen.

6 Kritische Würdigung des MRP II Konzepts

Betrachten wir nun das Vorgehen der in der Praxis weit verbreiteten PPS-Systeme. Traditionelle PPS-Systeme verfolgen ein auf dem MRP II Konzept basierendes sukzessives Planungsschema (Tempelmeier (1995)).

Phase 1: Ausgehend von einem Primärbedarfsplan für Endprodukte, wird in einer ersten Phase eine Dispositionsstufen-orientierte Losgrößenplanung durchgeführt. Während dieser Phase werden Kapazitätsbeschränkungen nicht beachtet. Formal läßt sich das Planungsproblem der Phase 1 als Folge einstufiger, dynamischer, unkapazitierter Losgrößenprobleme, sog. Wagner-Whitin Probleme, modellieren (vgl. CLSP-Modell ohne Restriktion (6)). Da für das Wagner-Whitin Problem die Eigenschaft 1 gilt, kann das Losgrößenproblem als kürzeste Wege Problem interpretiert und effizient gelöst werden.

Phase 2: Da die Phase 1 Kapazitätsrestriktionen nicht beachtet hat, erfolgt in Phase 2 ein Kapazitätsabgleich. Durch Verschieben eingeplanter Produktionsmengen wird versucht, einen kapazitätstremen Produktionsplan zu generieren. Dabei werden vertikale Interdependenzen der mehrstufigen Erzeugnisstruktur vernachlässigt.

Phase 3: In einer abschließenden dritten Phase wird ein Ablaufplan erstellt. Einzelne Produktionsaufträge werden Betriebsmitteln zugeordnet und zur Produktion freigegeben.

Das Ergebnis dieser Vorgehensweise ist unbefriedigend. Praktiker klagen über lange Durchlaufzeiten, geringe Termintreue und hohe Lagerbestände. Unlängst sind diese Mißstände als konzeptionelle Schwächen des MRP II Konzepts identifiziert worden (vgl. Drexel et al. (1994), Drexel et al. (1995)). Die

Ausführungen vorangehender Abschnitte machen dies verständlich. Die strikte sukzessive Vorhensweise sollte daher aufgegeben und durch Verfahren der mehrstufigen, dynamischen, kapazitierten Losgrößen- (und Ablauf-)Planung ersetzt werden.

7 Zusammenfassung

In diesem Beitrag haben wir verschiedene Modelle der Losgrößenplanung diskutiert. Beginnend mit dem klassischen Losgrößenmodell wurde aufgezeigt, welche Probleme beim Einsatz dieser Modelle und entsprechender Verfahren in der Praxis entstehen. Es zeigte sich, daß selbst durch einstufige, dynamische, kapazitierte Ansätze noch keine befriedigenden Lösungen zu erzielen sind. Deshalb wurde für den Einsatz einer mehrstufigen, dynamischen, kapazitierten Losgrößenplanung plädiert. Am Beispiel eines nach dem Fließfertigungsprinzip organisierten Produktionssegments haben wir die Integration von mehrstufiger Losgrößen- und Ablaufplanung aufgezeigt. Des weiteren wurde das in traditionellen PPS-Systemen implementierte MRP II Konzept skizziert. Angesichts der vorhergehenden Ausführungen wurde offenbar, daß die von Praktikern beklagten Mißstände in der Produktion auf konzeptionelle Schwächen dieses Planungsschemas zurückzuführen sind.

Literatur

- [1] Domschke, W., Scholl, A., Voß, S., (1993), Produktionsplanung — Ablauforganisatorische Aspekte, Berlin, Springer
- [2] Drexl, A., Fleischmann, B., Günther, H.O., Stadtler, H., Tempelmeier, H., (1994), Konzeptionelle Grundlagen kapazitätsorientierter PPS-Systeme, Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 46. Jg., S. 1022-1045
- [3] Drexl, A., Haase, K., Kimms, A., (1995), Losgrößen- und Ablaufplanung in PPS-Systemen auf der Basis randomisierter Opportunitätskosten, Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 65. Jg., S. 267-285
- [4] Günther, H.O., Tempelmeier, H., (1994), Produktion und Logistik, Berlin, Springer

- [5] Hoitsch, H.J., (1993), Produktionswirtschaft, München, Vahlen, 2. Aufl.
- [6] Kimms, A., (1996), Multi-Level Lot Sizing and Scheduling — Methods for Capacitated, Dynamic, and Deterministic Models, Heidelberg, Physica
- [7] Küpper, H.U., Helber, S., (1995), Ablauforganisation in Produktion und Logistik, Stuttgart, Schäffer-Poeschel, 2. Aufl.
- [8] Schneeweiß, C., (1993), Einführung in die Produktionswirtschaft, Berlin, Springer, 5. Aufl.
- [9] Tempelmeier, H., (1995), Material-Logistik — Grundlagen der Bedarfs- und Losgrößenplanung in PPS-Systemen, Berlin, Springer, 3. Aufl.

Modell ist daher folgende Nachfragematrix zu betrachten:

$$d_{jt} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ Woche 1}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ Woche 2}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ Woche 3}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ Woche 4}$$

Für jede Mengeneinheit des Endprodukts wird jeweils eine Mengeneinheit des Produkts $j = 2$ benötigt. Die Matrix der Direktbedarfskoeffizienten hat daher die Form

$$a_{ji} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Die technisch bedingte Vorlaufzeit beträgt eine Schicht. Zu Beginn ist die Maschine für Produkt $j = 2$ gerüstet. Anfangslagerbestände sind nicht vorhanden. Die Rüstkosten sind mit 500 Geldeinheiten und die Lagerhaltungskosten mit 10 Geldeinheiten für beide Produkte gleich. Die produktspezifischen Daten sind in folgender Tabelle zusammengefaßt:

	h_j	s_j	I_{j0}	m_j	p_j	S_j	v_j	y_{j0}
$j = 1$	10	500	0	1	1	{}	1	0
$j = 2$	10	500	0	1	1	{1}	1	1

Einsetzen der Parameter in das Modell

Exemplarisch sollen hier einzelne Restriktionen des Modells ML-PLSP angegeben und erläutert werden:

Lagerbilanzgleichung für $j = 1$ and $t = 10$:

$$I_{1,10} = I_{1,9} + q_{1,10} - 30$$

Der Lagerbestand von Produkt $j = 1$ am Ende von Periode $t = 1$ (= Ende der Spätschicht am Freitag der ersten Woche) ergibt sich aus dem Lagerbestand am Ende der Periode $t = 9$ (= Ende der Frühschicht am Freitag der ersten Woche) plus der in der Periode $t = 10$ produzierten Menge minus der Nachfrage nach Produkt $j = 1$, die am Ende von Periode $t = 10$ zu befriedigen ist.

Lagerbilanzgleichung für $j = 2$ and $t = 10$:

$$I_{2,10} = I_{2,9} + q_{2,10} - q_{1,10}$$

Im Unterschied zur Lagerbilanzgleichung für $j = 1$ muß hier berücksichtigt werden, daß die Nachfrage nach Produkt $j = 2$ durch die Produktion von Produkt $j = 1$ hervorgerufen wird.

Berücksichtigung von Vorlaufzeiten für $j = 2$ und $t = 9$:

$$I_{2,9} \geq q_{1,10}$$

Es ist eine technisch bedingte Vorlaufzeit von mindestens einer Schicht für interne Bedarfe zu berücksichtigen. Dieser Typ von Nebenbedingung stellt sicher, daß am Ende einer Periode von Produkt $j = 2$ hinreichend viele Mengeneinheiten auf Lager sind, um den Bedarf, der durch die Produktion von Produkt $j = 1$ in der nächsten Periode hervorgerufen wird, zu decken.

Eindeutiger Rüstzustand am Ende von Periode $t = 10$:

$$y_{1,10} + y_{2,10} \leq 1$$

Die Maschine kann am Ende einer Periode (und wegen Annahme 10 zu jedem Zeitpunkt) nur für höchstens ein Produkt gerüstet sein.

Rüstwechsel für Produkt $j = 1$ in Periode $t = 10$:

$$x_{1,10} \geq y_{1,10} - y_{1,9}$$

Wenn die betrachtete Maschine am Ende von Periode $t = 10$ für Produkt $j = 1$ gerüstet ist ($y_{1,10} = 1$), am Ende von Periode $t = 9$ jedoch nicht

($y_{1,9} = 0$), dann muß in Periode $t = 10$ die Maschine für Produkt $j = 1$ gerüstet worden sein ($x_{1,10} = 1$).

Produktion von $j = 1$ in Periode $t = 10$ erfordert korrekten Rüstzustand:

$$q_{1,10} \leq 9(y_{1,9} + y_{1,10})$$

Wenn die betrachtete Maschine weder am Ende von Periode $t = 9$ noch am Ende von Periode $t = 10$ für Produkt $j = 1$ gerüstet ist ($y_{1,9} = y_{1,10} = 0$), dann kann Produkt $j = 1$ nicht in Periode $t = 10$ produziert werden ($q_{1,10} = 0$).

Kapazitätsrestriktion in Periode $t = 10$:

$$q_{1,10} + q_{2,10} \leq 9$$

Die Gesamtproduktionsmenge in Periode $t = 10$ darf die zur Verfügung stehende Kapazität nicht überschreiten.

Rüstzustandsvariable für Produkt $j = 1$ am Ende von Periode $t = 10$:

$$y_{1,10} \in \{0, 1\}$$

Entweder ist die Maschine am Ende von Periode $t = 10$ für Produkt $j = 1$ gerüstet ($y_{1,10} = 1$), oder sie ist es nicht ($y_{1,10} = 0$).

Nicht-negativer Lagerbestand für Produkt $j = 1$ am Ende von Periode $t = 10$:

$$I_{1,10} \geq 0$$

Der Lagerbestand kann nicht negativ sein. Formal würde ein negativer Bestand eine Fehlmenge darstellen. Da alle Bedarfe pünktlich befriedigt werden sollten, dürfen Fehlmengen jedoch nicht auftreten (Annahme 3).

Nicht-negative Produktionsmengen für Produkt $j = 1$ in Periode $t = 10$:

$$q_{1,10} \geq 0$$

Produktionsmengen dürfen nicht negativ sein.

Nicht-negative Rüstvariable für Produkt $j = 1$ in Periode $t = 10$:

$$x_{1,10} \geq 0$$

Man würde hier eine Binaritätsbedingung erwarten. In Kombination mit Restriktion (14) genügt jedoch eine Nichtnegativitätsbedingung.

Lösung

Der folgende Produktionsplan stellt eine zulässige Lösung dar:

$$q_{jt} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 9 & 9 & 9 & \text{Woche 1} \\ 4 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 6 & 0 & 0 & 0 & \\ \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 8 & 8 & 8 & \text{Woche 2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & \text{Woche 3} \\ 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \text{Woche 4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix}$$

Man beachte die Periode $t = 7$ (= Frühschicht am Donnerstag der ersten Woche). In dieser Schicht werden zwei Produkte hergestellt. Die Reihenfolge läßt sich aus der Belegung der Rüstzustandsvariablen ablesen:

$$y_{jt} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & \text{Woche 1} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & \text{Woche 2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \\ \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \text{Woche 3} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \text{Woche 4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix}$$

Zu Beginn von Periode $t = 7$ ist die Maschine für Produkt $j = 2$ gerüstet und am Ende für Produkt $j = 1$. In Periode $t = 7$ soll also zunächst Produkt $j = 2$ and dann Produkt $j = 1$ hergestellt werden. Man beachte, daß in den Perioden $t = 11$ bis $t = 16$ der Rüstzustand der Maschine erhalten bleibt, obwohl keine Produktion stattfindet. Ein erneutes Rüsten für Produkt $j = 1$ in Periode $t = 17$ ist daher nicht nötig. Es finden insgesamt nur drei Rüstwechsel statt:

$$x_{jt} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Woche 1} \\ \\ \text{Woche 2} \\ \\ \text{Woche 3} \\ \\ \text{Woche 4} \end{matrix}$$

Der Lagerbestand ergibt sich aus den Produktionsmengen und den Bedarfen als:

$$I_{jt} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 12 & 21 & 0 \\ 4 & 13 & 22 & 31 & 40 & 49 & 52 & 43 & 34 & 25 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 9 & 17 & 0 \\ 25 & 25 & 25 & 25 & 25 & 25 & 24 & 16 & 8 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 18 & 27 & 36 & 20 \\ 9 & 18 & 27 & 36 & 45 & 36 & 27 & 18 & 9 & 0 \\ & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Woche 1} \\ \\ \text{Woche 2} \\ \\ \text{Woche 3} \\ \\ \text{Woche 4} \end{matrix}$$

Der Zielfunktionswert dieser Lösung ist 12390.