ECONSTOR
Make Your Publications Visible.

A Service of
ZBW
Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft
Leibniz Information Centre for Economics

González, Mirta; Pérez, María Cecilia

Working Paper

Simulación de la estructura temporal de tasas de interés: Una aplicación al cálculo de riesgo de tasas de interés

Working Paper, No. 2015/70

Provided in Cooperation with:
Economic Research Department (ie), Central Bank of Argentina

Suggested Citation: González, Mirta; Pérez, María Cecilia (2015) : Simulación de la estructura temporal de tasas de interés: Una aplicación al cálculo de riesgo de tasas de interés, Working Paper, No. 2015/70, Banco Central de la República Argentina (BCRA), Investigaciones Económicas (ie), Buenos Aires

This Version is available at:
https://hdl.handle.net/10419/168389

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

WWW.ECONSTOR.EU

Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft

ESTUDIOS BCRA
Documentos de trabajo 2015 | 70

Simulación de la estructura temporal de tasas de interés: una aplicación al cálculo de riesgo de tasas de interés

Mirta González / María Cecilia Pérez
Banco Central de la República Argentina

Noviembre, 2015

ie | BCRA
INVESTIGACIONES ECONÓMICAS

Banco Central de la República Argentina
ie | Investigaciones Económicas

Noviembre, 2015
ISSN 1850-3977
Edición Electrónica

Reconquista 266, C1003ABF
C.A. de Buenos Aires, Argentina
Tel: (5411) 4348-3582
Fax: (5411) 4348-3794
Email: investig@bcra.gob.ar
Pág. Web: www.bcra.gov.ar

Las opiniones vertidas en este trabajo son exclusiva responsabilidad de los autores y no reflejan necesariamente la posición del Banco Central de la República Argentina. La serie ESTUDIOS BCRA *Documentos de Trabajo* está compuesta por material preliminar que se hace circular con el propósito de estimular el debate académico y recibir comentarios. Toda referencia que desee efectuarse a estos Documentos deberá contar con la autorización del o los autores.

Simulación de la Estructura Temporal de Tasas de Interés: una Aplicación al Cálculo de Riesgo de Tasas de Interés*

Mirta Lidia González, María Cecilia Pérez**

Noviembre 2015

Resumen

Con el propósito de brindar una herramienta que permita una mejor gestión de riesgos y una adecuada regulación, en este trabajo se aplica una metodología para la medición de riesgo de tasa de interés. Luego de la estimación y simulación de la estructura temporal de tasas de interés se realiza el cálculo del *value at risk* y del *expected shortfall* sobre los resultados de una cartera. Una aplicación de la teoría de las probabilidades y, en particular, de las distribuciones alfa–estables ha permitido representar el comportamiento típicamente asimétrico, leptocúrtico y con colas pesadas de los rendimientos financieros y la ocurrencia de escenarios extremos.

Abstract

In order to provide a tool for risk management improvement and appropriate regulation, a methodology for measuring interest rate risk is applied in this paper. After estimating and simulating the interest rate term structure, the value at risk and expected shortfall are calculated on a portfolio. An application of alpha-stable distributions has allowed representing the asymmetric, leptokurtic and heavy tailed shape of financial returns and occurrence of extreme scenarios.

Clasificación JEL: C15, C16, E43, E59, G11, G12

*Las opiniones vertidas son de exclusiva responsabilidad de los autores, y no necesariamente representan las del BCRA.

**Banco Central de la República Argentina. Correos electrónicos: mirta.gonzalez@bcra.gob.ar, maria.perez@bcra.gob.ar.

Introducción

Las crisis financieras de comienzos del siglo XXI han puesto en evidencia la necesidad de una mejora integral de los modelos de riesgo. Una apropiada medición es fundamental para la correcta gestión de riesgos y para una regulación adecuada.

Se entiende por riesgo de mercado a la probabilidad de incurrir en pérdidas derivadas de posiciones en activos expuestos a cambios en las tasas de interés (riesgo de tasa de interés), en los precios de los *commodities*, en los precios de las acciones y en los tipos de cambio. El riesgo de mercado es uno de los principales tipos de riesgo al afectar directamente el valor de la cartera de inversiones y el valor esperado de las pérdidas. Por ello se ha convertido en el principal objeto de estudio de diversas metodologías, normativas y acuerdos de trabajo de los supervisores y reguladores en el sector financiero[1].

En el marco de una investigación más amplia sobre medición de riesgos de mercado, el objetivo del presente trabajo es el análisis del riesgo de tasa de interés y el desarrollo de una aplicación metodológica que permita la mejor aproximación a su medición.

En términos de medición del riesgo se pueden identificar tres períodos de importantes avances para las finanzas (Romero Meza, 2005). Inicialmente, el riesgo financiero fue considerado como un factor correctivo del retorno esperado y los retornos ajustados por riesgo fueron definidos de una manera *ad hoc*. Ha sido Markowitz (1952; 1959) quien introdujo importantes avances al proponer como medida de riesgo a la varianza asociada al retorno de inversiones, definida ésta como el cuadrado de los desvíos con respecto a la media de los retornos; y extendiendo luego el análisis al caso de un portafolio de activos. En tanto, el comportamiento de los retornos de los activos financieros ha estado caracterizado por una distribución de probabilidades Normal, de acuerdo a la axiomática clásica del mercado. Un segundo período de avances en materia de medición de riesgos surgió con los trabajos de Merton (1969), Black y Scholes (1973) y los modelos de procesos continuos en el tiempo para la valuación de opciones y otros derivados financieros. Finalmente, el más reciente de los períodos puede asociarse a los desarrollos de Artzner et al. (1997; 1999) y la consideración de las medidas coherentes de riesgo. Es entonces cuando comienza a lograrse una mayor aproximación al comportamiento empírico de las series financieras, típicamente asimétricas, leptocúrticas y con colas pesadas.

El interés por los riesgos sistémicos creció particularmente a principios de los años 90 después que organizaciones como *Orange County, Barings Bank* y *Metallgesellschaft* sufrieran pérdidas muy significativas. Estos hechos dejaron en evidencia importantes fallas en los controles del riesgo financiero. Fue entonces cuando se extendió el uso de la medida de Valor en Riesgo (VaR por su sigla en inglés) llegando al sector privado, los reguladores y los bancos centrales. El Comité de Basilea sobre Supervisión Bancaria implementó los requerimientos de

[1] Los Acuerdos de Basilea constituyen el principal marco normativo para el control del riesgo de mercado. Los acuerdos Basilea I (1988), Basilea II (2004) y Basilea III (2010) son acuerdos sobre supervisión bancaria o recomendaciones sobre regulación bancaria emitidos por el Comité de Basilea de Supervisión Bancaria. El Acuerdo de Basilea III es parte de una serie de iniciativas promovidas por el Foro de Estabilidad Financiera (FSB, Financial Stability Board por sus siglas en inglés) y el G-20 para fortalecer el sistema financiero tras la crisis de las hipotecas subprime.

capital por riesgo de mercado sobre la base del VaR en 1995 y luego lo adoptaron también otras instituciones como la *Security and Exchange Commision* (SEC). Sin embargo, una dificultad para el cálculo del VaR surge cuando la distribución de probabilidades de los retornos no se ajusta a la ley Normal. En tal caso, como se ha considerado en este trabajo, es preciso profundizar el estudio de los momentos de tercero y cuarto orden de la distribución para no subestimar la probabilidad de ocurrencia de eventos extremos, como los registrados en las recientes crisis financieras.

El sistema de medidas de riesgo de mercado debe incluir, adicionalmente, el modelado de la estructura temporal de tasas de interés (ETTI), como sugiere el Comité de Basilea. De esta forma, se puede capturar la variación que la volatilidad de las tasas de interés puede presentar para los distintos vencimientos y considerar la existencia de un factor de riesgo para cada segmento de la curva. El análisis del riesgo producido por cambios en la tasa de interés resulta así particularmente interesante. Cuando cambian las tasas de interés no lo hacen en la misma proporción para todos los plazos. En consecuencia, al variar la estructura se generan distintos escenarios para el agente o entidad financiera, con el consecuente impacto sobre su cartera de activos y pasivos que se reflejará en el cálculo de las medidas de riesgo adecuadas. Como la estructura de tasas de interés es incierta a futuro, debe apelarse a la simulación para generar múltiples ETTIs y obtener así el perfil de riesgo de la cartera. Por consiguiente en el presente trabajo se comenzará modelando y simulando la ETTI de manera integral en todos sus puntos a la vez para luego realizar el análisis de riesgo de tasa de interés sobre una cartera hipotética simple.

En la primera sección se plantearán y se estimarán dos de los modelos de estructura de tasas de interés más conocidos como son el modelo de Vasicek y el de Nelson y Siegel (N&S). En la segunda sección se aplicará a la simulación de la estructura de tasas de interés el análisis de la distribución de probabilidades de los coeficientes del modelo de Nelson y Siegel. En la tercera sección se buscará medir el riesgo por tasa de interés de una cartera simple e hipotética y se concluirá en la sección cuarta.

1. Modelos de Estructura Temporal de Tasa de Interés

Disponer del valor de las tasa de interés a diversos plazos en el futuro es fundamental para la valuación activos, carteras o proyectos de inversión. La relación entre la tasa de interés y las fechas futuras en el tiempo se la conoce como estructura temporal de tasas de interés. Puedes ser representada mediante una curva de tasas de descuento o curva de tasas internas de retorno asociadas a algún instrumento de deuda o a una curva de tasas *forward*. La curva es una representación gráfica de la relación entre los rendimientos de bonos con similar calificación crediticia y sus plazos de vencimiento. En muchas oportunidades se construye a partir de instrumentos de renta fija con pagos intermedios de cupones. Pero, a partir de éstas es posible hallar la relación teórica entre los

rendimientos de instrumentos financieros cupón cero[2] y el plazo de vencimiento, conformando la denominada curva cupón cero. Esta última es la que se utiliza para hallar el precio subyacente de un activo financiero, siendo entonces la base para la valuación de los instrumentos de inversión de renta fija o de carteras. Si se modela por ejemplo un bono como series de flujos de fondos en diferentes puntos del tiempo, el precio subyacente puede calcularse como la suma de los valores presentes de esos flujos, cada uno descontado a la tasa de interés cupón cero asociada a cada plazo de vencimiento.

La construcción de la estructura temporal de tasas de interés es de especial importancia pues para inversores, instituciones gubernamentales, bancos centrales. De allí que se hayan desarrollados numerosos y diversos modelos para su estimación y representación.

Un método de estimación inicial fue el de Bliss y Fama (1987) que introdujo el ajuste de la curva por el método de *splines*. La crítica fundamental recibida por este tipo de modelos es la falta de sentido económico en los resultados El modelo que ha sido base para muchos otros es el modelo diseñado por Vasicek en 1977. Una muy difundida extensión del mismo es el modelo de Cox-Ingersoll-Ross (CIR) de 1985. Otras famosas extensiones son las versiones de dos factores de Vasicek, factores múltiples del modelo CIR, los modelos de Hull-White (1990) y el de Black-Derman-Toy de 1990.

En otro grupo de modelos se encuentran los modelos de tres factores de Nelson y Siegel de 1987 y su extensión a cuatro factores realizada por Svensson en 1994. Otro tipo de modelo de ETTI es el de Heath-Jarrow-Morton (1987) que, a diferencia de otros como el de Vasicek, captura la dinámica de toda la curva de rendimiento y no sólo la dinámica de un punto de la misma; no obstante, su estructura no-Markoviana dificulta su desarrollo computacional.

El modelo de Nelson y Siegel ha ganado un amplio interés en el ámbito académico y su aplicación está ampliamente difundida por sus méritos empíricos. Los bancos centrales de Bélgica, Finlandia, Francia, Alemania, Italia, Noruega, España y Suiza usan el método de Nelson y Siegel para estimar las curvas spot de tasas y el Banco Central Europeo publica diariamente las curvas de rendimiento del área Euro tomando como modelo la extensión de N&S planteada por Svensson[3] (BIS; 2005). La crítica teórica a N&S es que no está planteado como un modelo de no-arbitraje. Sin embargo, Coroneo, Nyholm y Vidava-Koleva (2008) estudiaron que también se ajusta a los modelos sin arbitraje y logran concluir que los parámetros obtenidos por el modelo de Nelson y Siegel no son estadísticamente distintos de los obtenidos por modelos de la estructura a término con supuesto de no-arbitraje.

Por los fundamentos metodológicos del modelo de Vasicek y por las ventajas de aplicación, las bondades empíricas y el uso difundido del modelo de Nelson y Siegel, se avanzará con la aplicación de los mismos en este trabajo.

1.1. Modelo de Vasicek

El modelo asume que la tasa de interés sigue un proceso de Markov. Al ser también un proceso continuo, se lo llama proceso de difusión. De tal forma,

[2]Con un único pago al vencimiento.

[3]http://www.ecb.int/stats/money/yc/html/index.en.html

la tasa de interés de corto plazo r_t seguirá la siguiente ecuación diferencial estocástica:

$$dr = \kappa(\mu - r_t)dt + \sigma dW_t$$

La ecuación presenta una primera parte determinista en donde la tasa de interés tiende a su valor medio μ de largo plazo y una segunda parte estocástica, donde W_t es un movimiento Browniano o proceso de Wiener y dW_t es un proceso ruido blanco.

K, μ y σ son constantes. K se interpreta como la velocidad de reversión de la tasa de corto plazo hacia su valor medio de largo plazo.

Cuando $r_t > \mu$, el término $(\mu - r_t)$ será negativo e impulsará a la tasa de corto plazo hacia abajo para converger a μ, caso contrario, si $r_t < \mu$, el término será positivo e impulsará a la tasa de corto plazo hacia arriba para converger hacia μ.

El modelo supone que el mercado es eficiente y que no existen costos de transacción. Asimismo, la información está disponible para todos los inversores simultáneamente y cada inversor actúa racionalmente. En consecuencia, no es posible realizar arbitraje libre de riesgo.

De la resolución de la ecuación diferencial y mediante la aplicando la fórmula de Itô se obtiene:

$$r_{t+\Delta t} = e^{-k\Delta t} r_t + \mu(1 - e^{-k\Delta t}) + \sigma e^{-k(t+\Delta t)} \int_t^{t+\Delta t} e^{-kt} dW_t$$

r_t se distribuye normalmente con valor esperado y varianza:

$$E\left[r_{t+\Delta t}/r_t\right] = e^{-k\Delta t} r_t + \mu(1 - e^{-k\Delta t})$$

$$Var\left[r_{t+\Delta t}/r_t\right] = \left(\frac{\sigma^2}{2k}\right)\left(1 - e^{-2k\Delta t}\right)$$

El precio de un bono cupón cero se define:

$$P(t,T) = e^{-\tau R(t,T)}$$

Reexpresado utilizando Vasicek:

$$P(t,T) = A(t,T)e^{-B(t,T)r(t)}$$

$$B(t,T) = \frac{1 - e^{-\kappa(T-t)}}{\kappa}$$

$$A(t,T) = \exp\left[(B(t,T) - (T+t)(\mu - \sigma^2/2\kappa^2) - \frac{\sigma^2 B(t,T)^2}{4\kappa}\right]$$

En consecuencia se obtiene la estructura de tasas de interés:

$$R(t,T) = -\frac{1}{T-t}\ln A(t,T) + \frac{1}{T-t}B(t,T)r(t)$$

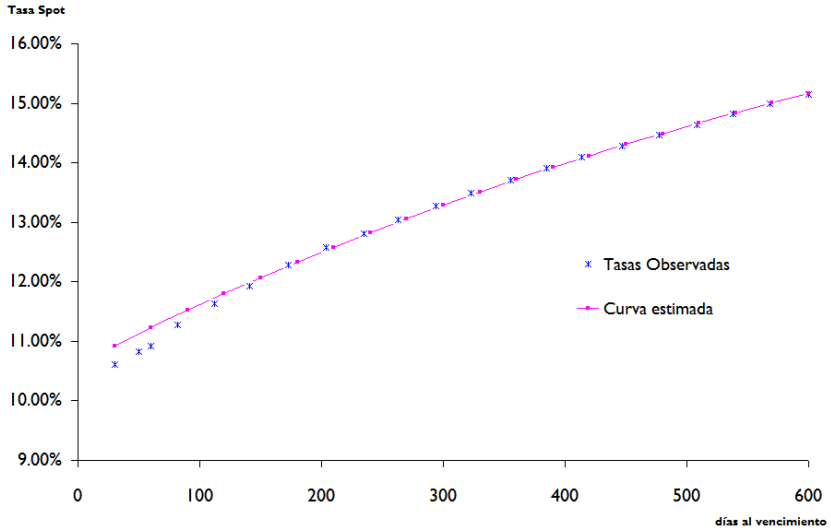


Figura 1: Ajuste del modelo de Vasicek (8 junio 2010)

1.1.1. Aplicación metodológica

La información utilizada para la estimación de las ETTIs es la que surge de las tasas de cierre de los contratos de futuros de tasa de interés negociados en el mercado abierto electrónico (MAE) o tasas *forward* MAE. Estos son contratos bilaterales (cada uno con valor nominal de $100.000) que tienen como subyacente la tasa de interés Badlar de Bancos Privados y realizan una compensación diaria, efectuando un *mark to market* de la tasa de los contratos. El plazo máximo de estos contratos es de hasta 24 meses. A partir de las tasas *forward* se obtienen curvas *forward* que hacen posible obtener las correspondientes tasas spot que conformarán la ETTI.

Mediante la calibración del modelo de Vasicek se obtuvo la estructura temporal de tasas de interés Badlar que mejor ajustó las tasas observadas. La volatilidad diaria (σ) y valor medio (μ) de la tasa de corto plazo del modelo, en este caso la tasa Badlar de Bancos privados a 30 días, se obtuvieron de los datos históricos. Luego se construyó una grilla de variabilidad para los valores k, μ y σ de la que surgieron distintas curvas de las cuales se seleccionó aquélla con el menor error medio cuadrático respecto de la curva observada.

A modo de ejemplo se presenta en la Figura 1 el ajuste del modelo de Vasicek para el día 8 de junio de 2010.

1.2. Modelo de Nelson y Siegel

Nelson y Siegel en *Parsimonious Modeling of Yields Curves* (1987) proponen un modelo matemático de ajuste simple y parsimonioso de la curva de rendimientos, con la flexibilidad suficiente para representar el amplio rango de formas que ésta puede adoptar (monótonas, jorobadas y en S).

En el modelo paramétrico de Nelson y Siegel se supone que la tasa *forward* instantánea $r(m)$ para el plazo m está dada por la solución de una ecuación diferencial de segundo orden con raíces reales y distintas, de la forma:

$$r(m) = \beta_1 + \beta_2 * \exp(-m/\tau_1) + \beta_3 * \exp(-m/\tau_2)$$

En donde τ_1 y τ_2 son constantes temporales asociadas con la ecuación y, β_1 β_2 β_3 están determinadas por las condiciones iniciales. Esta ecuación genera una familia de curvas *forward* asintóticas al valor de β_1 y cuya forma depende de los valores de β_2 y β_3.

A fin de evitar una sobreparametrización del modelo, los autores proponen un modelo más parsimonioso que es capaz de generar la misma familia de formas de la curva y está dado por la solución a la ecuación diferencial para el caso de raíces iguales:

$$r(m) = \beta_1 + \beta_2 * \exp(-m/\tau) + \beta_3 * [(m/\tau) * \exp(-m/\tau)]$$

Donde nuevamente, los valores de β_1, β_2, β_3, y τ determinan la forma de la curva[4].

La tasa spot $R(m)$ se obtiene como el promedio de las tasas *forward* hasta m. De esta manera Nelson y Siegel arriban a la siguiente expresión de las tasas spot en función de los parámetros que determinan la forma de la curva:

$$R(m) = \beta_1 + (\beta_2 + \beta_3) * \frac{1 - \exp(-m/\tau)}{(m/\tau)} - \beta_3 * \exp(-m/\tau)$$

De la cual se obtiene la siguiente expresión que es la que se utilizará posteriormente para estimar el modelo:

$$R(m) = \beta_1 + \beta_2 * \frac{1 - \exp(-m/\tau)}{(m/\tau)} + \beta_3 * \left[\frac{1 - \exp(-m/\tau)}{(m/\tau)} - \exp(-m/\tau)\right]$$

Con $\lim_{m \to \infty} R(m) = \beta_1$ y $\lim_{m \to 0} R(m) = \beta_1 + \beta_2$;

La dificultad para la estimación que puede generar la no linealidad del modelo es resuelta por Nelson y Siegel fijando el valor de τ y transformando la función en lineal en sus coeficientes. Esto permite la estimación del modelo por mínimos cuadrados. La maximización del coeficiente R^2 es el criterio utilizado por Nelson y Siegel para la elección de las estimaciones de los coeficientes.

El modelo de N&S permite una interpretación de sus coeficientes y su peso en el corto, mediano y largo plazo. En tal sentido, el rol de los coeficientes puede interpretarse a partir de su comportamiento respecto del plazo m. β_1 es indicador del nivel de la tasa de interés en el largo plazo. Luego, β_2 indica el peso que se le da a la componente de corto plazo y es indicativo de la pendiente de la curva, positiva si $\beta_2 < 0$ y negativa, en caso contrario. Finalmente, β_3 es la importancia relativa al mediano plazo en la estructura temporal de tasas, y genera el mayor o menor grado de curvatura en forma de joroba o de valle dependiendo del valor absoluto que tome el coeficiente. Con respecto a τ, es una constante temporal y determina la rapidez con la que los términos que lo incluyen en la ecuación

[4] El modelo también puede considerarse como una constante más una función de Laguerre lo que sugiere un método para la generalización a los modelos de orden superior.

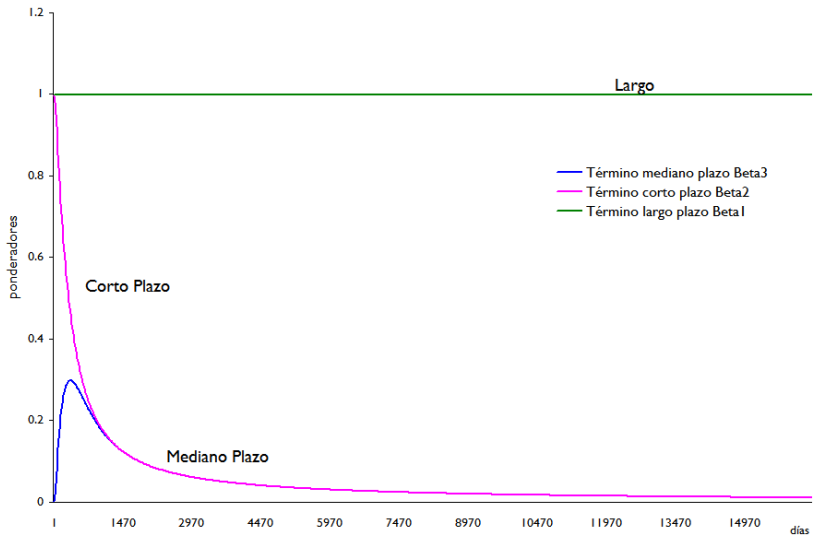


Figura 2: Evolución de los coeficientes de la curva (para $\tau = 0,5$)

tienden a su límite. Es decir, si su valor es pequeño, entonces las aproximaciones de la curva son mejores en los plazos cortos respecto de los largos; en cambio, con valores grandes el ajuste es mejor en el largo plazo respecto del corto. Este coeficiente determina tanto la inclinación de la pendiente como la ubicación del máximo o mínimo de la función.

En la Figura 2 se puede observar el peso de los componentes o coeficientes de la función a lo largo del tiempo para un valor determinado de τ (0,5, en este ejemplo). El componente de largo plazo es una constante que no tiende a cero en el límite; la curva del mediano plazo parte de cero, por lo que no afecta el corto plazo y tiende a cero en el largo plazo; y la curva del corto plazo tiene la caída más rápido hacia cero. Entonces, el corto plazo está determinado sólo por $(\beta_1 + \beta_2)$. Según el peso de cada componente en la función se pueden generar diferentes formas de la curva de rendimientos.

Los ajustes de la curvatura correspondientes a distintos valores de τ se presentan en la Figura 3. A medida que aumenta el valor de τ la velocidad a la que los componentes que determinan la curvatura en el corto y mediano plazo tienden a cero, es menor.

1.2.1. Aplicación metodológica

A partir de la función de Nelson y Siegel y con la misma información utilizada para la estimación por el modelo de Vasicek, se realizó la estimación de la curva de tasas spot. Para ello se iteró el valor de τ en un rango de 1 al máximo plazo observado (745) y, para cada valor se estiman los coeficientes de la función β_1, β_2, β_3 por mínimos cuadrados.

La mejor estimación de la curva *spot* fue la que minimizó la suma de los errores al cuadrado; es decir:

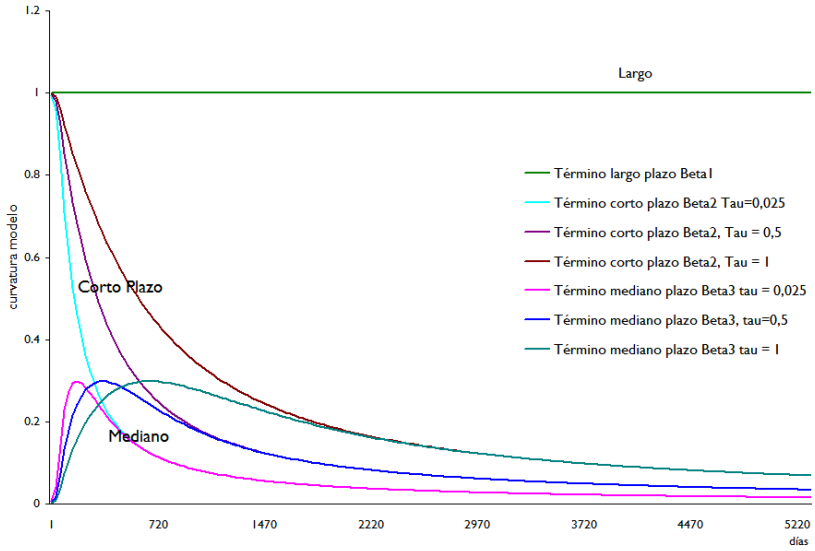


Figura 3: Dinámica de los coeficientes

$$\min \sum_{i=1}^{m} \left(r_i - \hat{r}_t(\hat{\beta}) \right)^2$$

(donde $r_i$es la tasa observada y $\hat{r}_t\left(\hat{\beta}\right)$ es la tasa estimada por el modelo).

Para la estimación de los coeficientes algunos autores aplican métodos de regresión no lineal. Sin embargo, Ferguson y Raymar (1998) muestran que las estimaciones de tipo no lineal son muy sensibles a los valores iniciales y generan óptimos locales. Por ello, en este trabajo se ha decidido fijar el valor de τ y estimar el modelo en forma lineal. El valor deτ puede resultar de la minimización de la suma de los errores al cuadrado o estar predeterminados por la información previa (Diebold y Li (2006) y Fabozzi (2005)).

A modo de ejemplo se presenta la estimación de la curva para el 8 de junio de 2010 con los valores estimados de τ, β_1, β_2 y β_3(Figura 4).

1.3 Comparación de los resultados

A partir de la información de los cierres de los contratos de futuro de tasa entre el 4 de enero de 2010 y el 31 de agosto de 2011 se pudo disponer de 411 días de observación de curvas *forward*. Y, dada la relación existente entre la curva *spot* y la *forward*, se calcularon las correspondiente 411 curvas spot. Se repitió 411 veces la aplicación de la metodología descripta en cada uno de los modelos. La utilización del *software* GNU Octave permitió simplificar operativamente el trabajo.

Las 411 estructuras temporales de tasa de interés estimadas mediante los modelos de Vasicek y por N&S se muestran en las Figuras 5 y 6. Se puede observar que todas las curvas tienen una pendiente positiva, lo cual implica

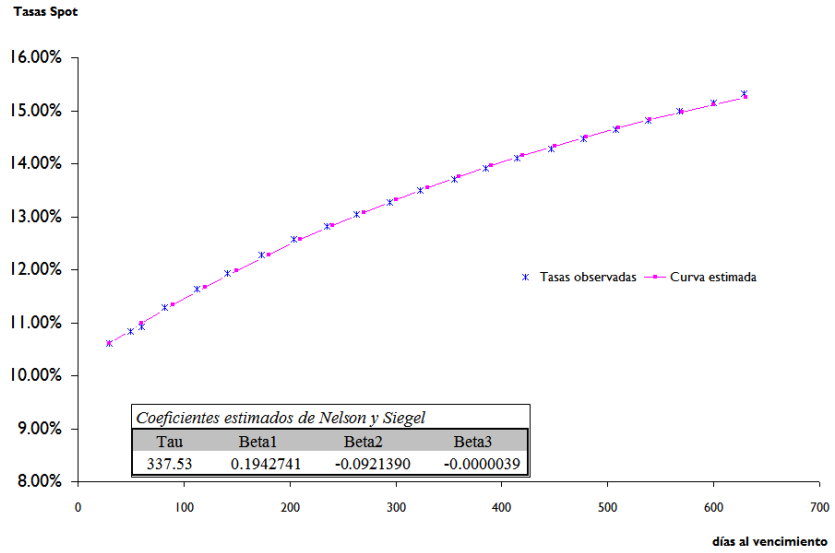


Figura 4: Ajuste del modelo de Nelson y Siegel (8 de junio 2010)

que en el modelo de N&S todos los β_2 estimados resultaron menores a cero. En determinados períodos la pendiente es positiva pero relativamente más alta que en otros. En general, las curvas tienen una forma monótona creciente, con máximos en el vencimiento más alto. Otras curvas adoptan una forma de S. Puede observarse además, una tendencia positiva de las tasas de interés y más marcada hacia el final de la muestra, en julio de 2011.

La comparación de los resultados del error medio cuadrático para los distintos plazos de vencimiento de las curvas ajustadas respecto de las observadas a lo largo de los 411 días revela que, en términos generales, el ajuste logrado con el modelo de Nelson y Siegel es mejor en todos los plazos (ver Figura 7). Por ello, se ha decidido adoptar ese modelo para avanzar en las etapas siguientes del presente trabajo de investigación.

2. Simulación de las estructuras de tasas de interés

La incertidumbre de la estructura temporal de tasas a futuro lleva en muchos casos a la simulación de Monte Carlo para generar múltiples ETTIs y obtener así el perfil de riesgo de una cartera. Este tipo de simulación se realiza fijando previamente los plazos de la curva a simular y considerando a cada uno en forma independiente. Sin embargo esta metodología además de compleja puede arrojar resultados incongruentes entre sí. Por ello, en este trabajo se aplicará la metodología descripta en Márquez Diez-Canedo, Nogués Nipón y Grajales (2003) que permite modelar la ETTI en todos sus plazos posibles de vencimiento guardando siempre la congruencia entre dichos plazos. Será fundamental para realizar

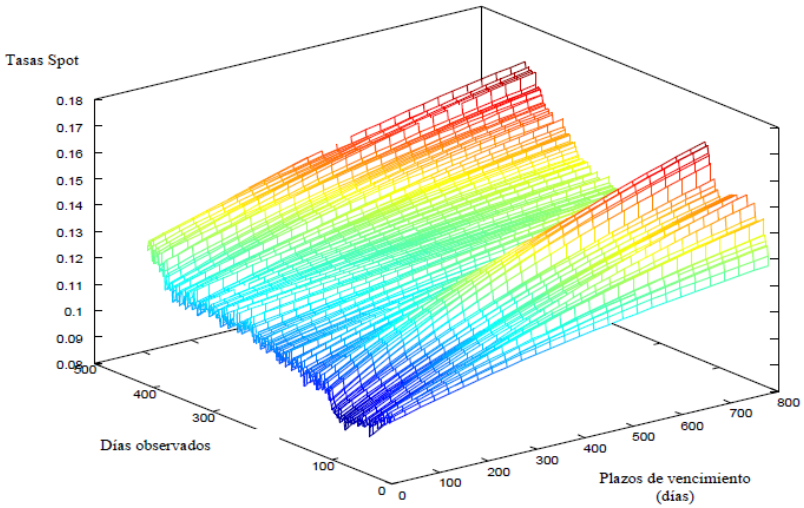


Figura 5: Familia de ETTI estimadas por Vasicek (enero de 2010 agosto de 2011)

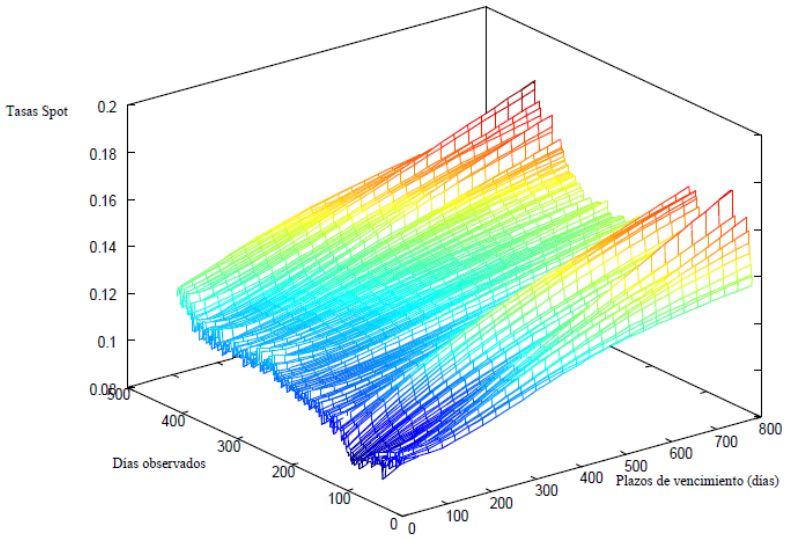


Figura 6: Familia de ETTI estimadas por N&S (enero de 2010 agosto de 2011)

Resultados del ajuste In Sample	
Plazos de vencimientos (maturities)	RMSE
Modelo Nelson y Siegel	
30 días	**0.065%**
60 días	**0.047%**
180 días	**0.031%**
360 días	**0.030%**
Modelo Vasicek	
30 días	0.199%
60 días	0.262%
180 días	0.274%
360 días	0.163%

Figura 7: Comparación ajuste modelos Vasicek y Nelson y Siegel

la simulación de la ETTI el análisis previo de las distribuciones de probabilidad de los coeficientes estimados por Nelson y Siegel en la sección anterior, ya que a partir de las distribuciones teóricas obtenidas se podrá entonces simular los coeficientes del modelo tantas veces como se desee y las correspondientes ETTIs.

2.1. Ajuste de las distribuciones de los coeficientes del modelo de N&S

A partir de las curvas ajustadas por el método de Nelson y Siegel se obtuvieron como subproducto los coeficientes τ, β_1, β_2 y β_3 de la función estimados por mínimos cuadrados. En consecuencia, es posible obtener las distribuciones empíricas correspondientes a cada uno de los coeficientes y realizar el ajuste de la distribución teórica correspondiente a cada uno de ellos a la luz de los resultados arrojados en las pruebas de bondad de ajuste que se detalla en el Anexo 1.

Existen dos posibles explicaciones a la alta frecuencia en el último intervalo de clase del histograma de la Figura 8: la ausencia de jorobas o valles en las curvas y la presencia de más de una joroba o valle en la forma de la curva. En las cuervas estudiadas en este trabajo se da el primero de estos casos. Son curvas monótonas crecientes, sin joroba y presentan un máximo en el vencimiento más alto.

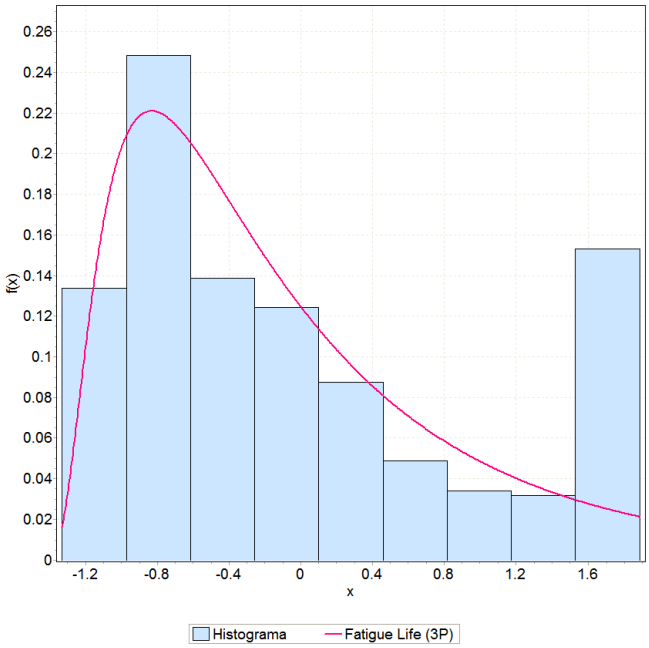


Figura 8: Ajuste del coeficiente τ : Distribución *Fatigue Life*

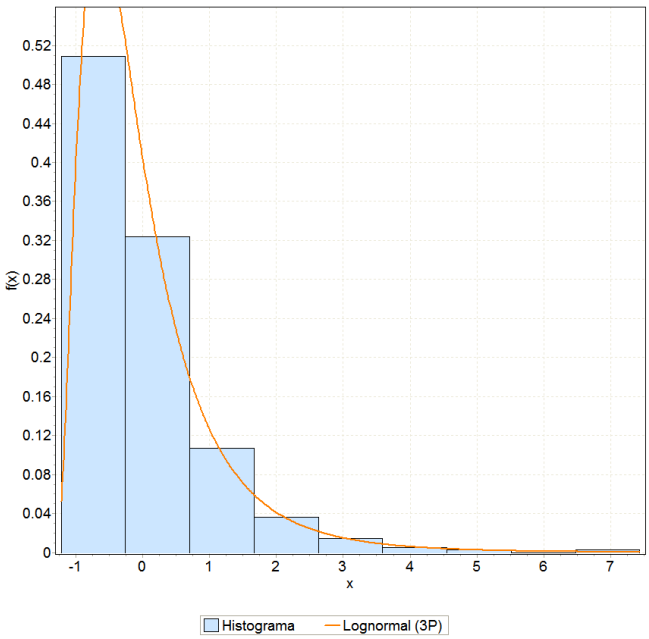


Figura 9: Ajuste del coeficiente Beta β_1 - Distribución Lognormal (3P)

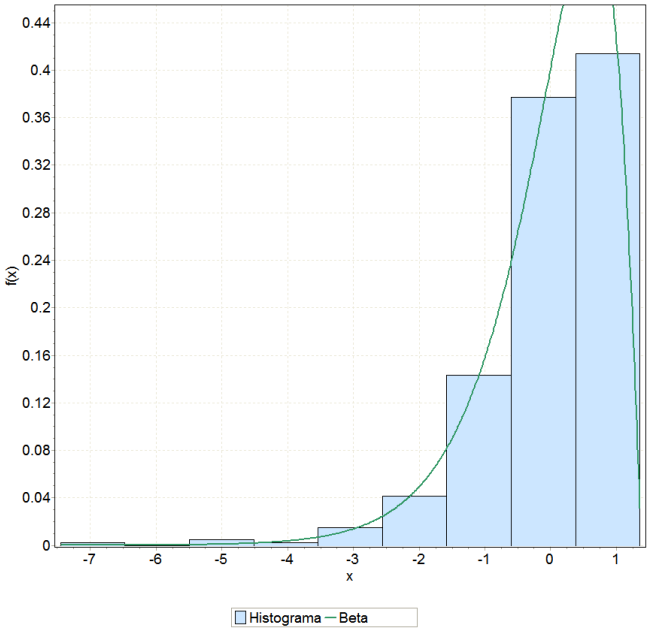


Figura 10: Ajuste coeficiente β_2- Distribución Beta

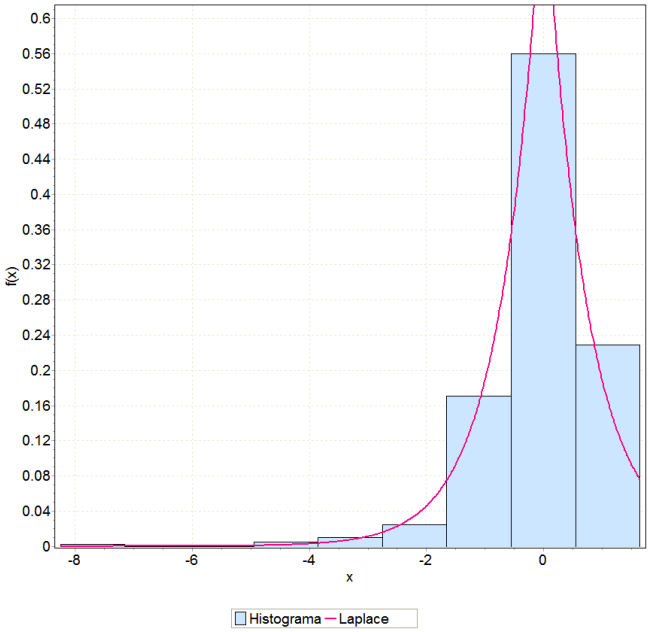


Figura 11: Ajuste del coeficiente β_3 - Distribución Laplace

2.2. Simulación de las estructuras de tasas de interés

A fin de realizar la simulación de estructuras temporales de tasa de interés, se procedió en primer lugar a la estimación de la matriz de varianzas y covarianzas de los coeficientes τ, β_1, β_2 y β_3 y a su descomposición con una factorización de Cholesky. Luego se simularon los coeficientes de la función de Nelson y Siegel siguiendo el siguiente esquema:

$$w = \begin{pmatrix} \tau \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \mu + A\theta$$

Donde w es el vector de los coeficientes de Nelson y Siegel simulados que se obtienen a partir de la suma del vector μ formado por los valores medios de los coeficientes estimados τ, β_1, β_2 y β_3, y la matriz de varianzas y covarianzas de los coeficientes factorizada por Cholesky, A multiplicada por el θ es el vector de muestras aleatorias de los coeficientes que se realizan siguiendo las distribuciones de probabilidad ajustadas en el punto anterior[5]. Los resultados de μ y A fueron:

$$\mu = \begin{pmatrix} \tau \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 259,2375 \\ 0,2119 \\ -0,1012 \\ -0,0741 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 204,66 & & & \\ 0,0413 & 0,0347 & & \\ -0,0415 & -0,0358 & 0,0093 & \\ -0,0108 & -0,0362 & -0,0032 & 0,0242 \end{pmatrix}$$

Y θ se obtuvo generando 1000 valores aleatorios de τ siguiendo la distribución *Fatigue Life*, β_1 con una distribución Lognormal de 3 parámetros, β_2 con una distribución Beta y β_3 con una distribución de Laplace.

A partir de 1000 simulaciones de los coeficientes surgieron 1.000 simulaciones de curvas de rendimiento todas utilizando la función de Nelson y Siegel[6].

2.3 Análisis de las distribuciones de las tasas de interés

Dado que al variar las tasas de interés no lo hacen en igual proporción para todos los plazos, se genera el denominado *yield curve risk* o riesgo asociado a la ETTI. Por ejemplo, el valor de un portafolio será diferente ante variaciones de la curva en paralelo o bien ante variaciones en la curva que generen un mayor empinamiento de la misma a mayores plazos. Los portafolios tienen distintas

[5]Para poder realizar la simulación se estandarizó la distribución empírica de los coeficientes, restándole su media y dividiendo por la desviación estándar, a fin de no duplicar los efectos de multiplicar el vector simulado por la matriz de Cholesky.

[6]Se simularon las tasas de interés para los vencimientos 1, 7, 30 y así hasta 780 días con intervalos de 30 días.

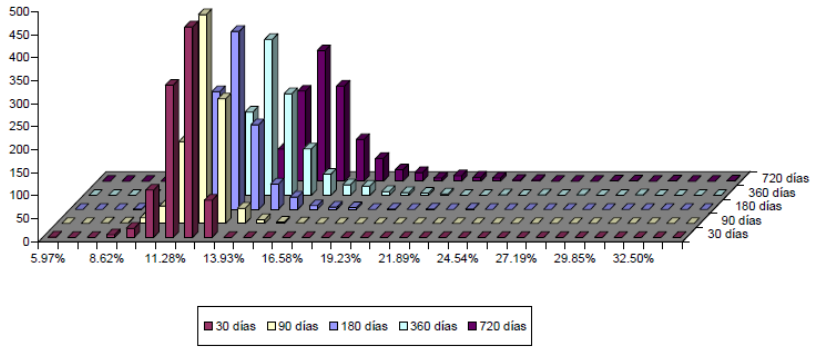


Figura 12: Distribuciones empíricas de las tasas de interés a plazos

exposiciones dependiendo del modo en que la curva de rendimientos varíe y éste es justamente el riesgo asociado a la ETTI.

De aquí la importancia de estudiar el comportamiento de la variabilidad de las tasas de interés para distintos plazos para poder eventualmente mejorar la valuación de un portafolio de renta fija o la valuación de un instrumento financiero o analizar el perfil de riesgo de cartera de una entidad ante distintos escenarios.

Se ha considerado de interés el ajuste de las distribuciones de probabilidades de las tasas de interés a cada plazo de la estructura temporal.

En la Figura 12 se observa la forma asimétrica y leptocúrtica de las tasas de interés y cómo tales características cambian con el plazo. Se procedió al mejor ajuste de las distribuciones para los plazos 30, 60, 90, 180, 360, 540 y 720 días. Y, sus resultados son presentados en la Figura 13.

En la secuencia de la Figura 13 se pasa de distribuciones con asimetría negativa, para los plazos de 30 y 60 días, a distribuciones con asimetría positiva, cada vez más marcada al aumentar los plazos. De tal forma, y con respecto a la normal, existe mayor probabilidad de tasas menores a plazos más próximos en el tiempo y mayor probabilidad de tasas más altas a mayores plazos. Estudios realizados por Matteo y Aste (2001) sobre la cotización de los contratos de futuros sobre las tasa de interés de los Eurodollar[7], encontraron también que las distribuciones de probabilidad mostraban «colas pesadas» con formas de tipo no-Gaussiano, por ser distribuciónes muy leptocúrticas y asimétricas. Similar evidencia se encontró también en estudios realizados sobre la tasa LIBOR. También señalan que distribuciones como las de Lévy o Khinthine suelen ser las apropiadas para decribir el comportamiento de tales. Más adelante en el trabajo se volverá sobre este tema.

A la luz de los resultados obtenidos se puede concluir que la estructura temporal media de tasas de interés presenta una forma típica con pendiente positiva y los desvíos respecto de la media difieren para los distintos plazos siguiendo distribuciones no-gaussianas. Este es un punto a destacar a la hora de realizar análisis tanto de escenarios posibles de tasas de interés para la valuación de instrumentos, como al plantear modelos que incluyan supuestos acerca de la «normalidad» de la distribución de las tasas de interés.

[7]Dólares depositados en bancos fuera de los Estados Unidos, realizado por otro banco.

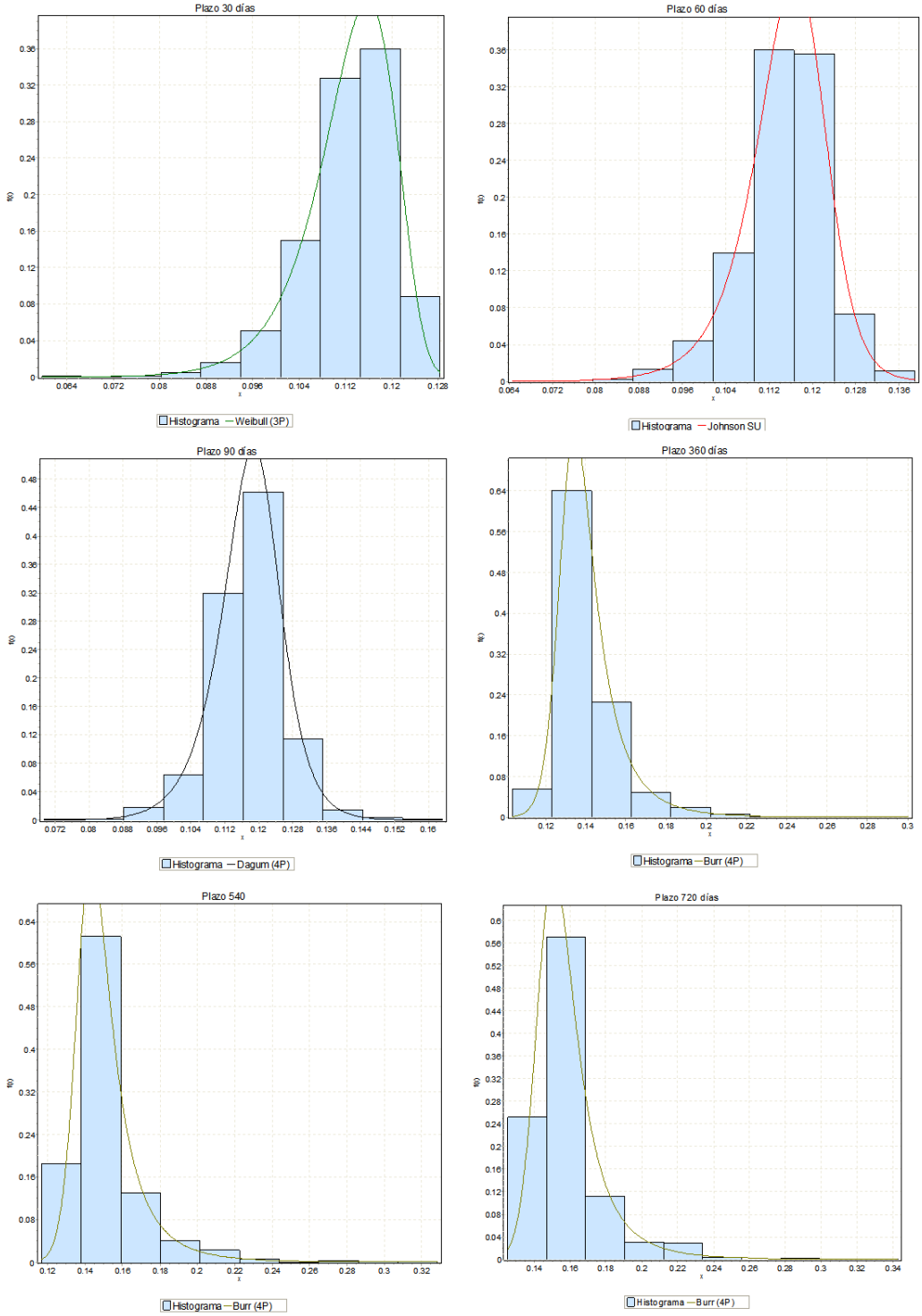


Figura 13: Distribuciones de probabilidades de las tasas de interés por plazo

3. Medición de riesgo de tasa de Interés

3.1 Medidas de riesgo

Una de las tareas más importantes de las entidades financieras es evaluar su exposición a los riesgos de mercado, es decir a las pérdidas en posiciones dentro y fuera del balance, derivadas de cambios adversos por fluctuaciones estocásticas en posiciones a riesgo en tasa de interés, *commodities*, acciones y riesgo cambiario. La dependencia de una cartera de estos riesgos puede ser medida a partir de las variaciones en su valor o en las ganancias y pérdidas de la misma.

La modelización apropiada de los factores de riesgo futuro es importante para las instituciones financieras a los fines de estimar correctamente el riesgo de mercado, identificar la concentración de riesgo y desarrollar estrategias de operaciones y cobertura, optimización de las carteras, fijación de límites y cálculo de capital a los fines de regulación.

La medida del *Value at Risk* se expandió desde los años 90 a partir de pérdidas considerables que sufrieron varias organizaciones y más aún desde 1995, cuando el Comité de Basilea sobre Supervisión Bancaria implementó los requisitos de capital por riesgo de mercado basados en esta medida de riesgo.

El VaR de un portafolio o cartera es una medida que nos indica la pérdida máxima que se podría esperar en un período de tenencia u horizonte temporal a un nivel de confianza determinado $(1-c)$:

$$1 - c = F_{\Delta P}(-VaR) = \int_{-\infty}^{-VaR} f\Delta P(x)\mathrm{d}x$$

Donde $F_{\Delta P}(x) = P(\Delta P \leq x)$ es la función acumulada de la distribución de las ganancias y pérdidas y $f\Delta P(x)$ es la función de densidad de las ganancias y pérdidas.

La selección del horizonte temporal de tenencia y el nivel de confianza para medir el VaR es arbitraria, si bien el Comité de Basilea propuso usar 99 % de confiabilidad y un horizonte temporal de 10 días.

Un modelo matemático para medir el VaR se compone básicamente de dos partes. La primera parte es el modelado correcto de las distribuciones de probabilidades del factor de riesgo analizado y la segunda, la evaluación de las variaciones del portafolio para los distintos escenarios posibles de los factores de riesgo, a fin de generar la distribución de las ganancias y pérdidas del portafolio.

La esencia del VaR es la estimación de los cuantiles menores de la distribución de los retornos. Existen distintas aproximaciones o técnicas para construir la distribución de los retornos, siendo las siguientes las más comúnmente utilizadas: el método paramétrico Delta Normal, simulación histórica, simulación de Monte Carlo. Sin embargo, cada uno de estos métodos presenta distintos problemas. El método Delta Normal asume la normalidad de la variable y, en consecuencia no refleja las características empíricas de las series financieras con la resultante subestimación de los eventos extremos, en este caso de las pérdidas. En cuanto a

la simulación histórica si bien no supone una distribución de probabilidad de los retornos no es confiable cuando se dispone de poca cantidad de observaciones. El método de Monte Carlo depende de la calidad de los supuestos acerca de las distribuciones de las variables determinantes del riesgo.

El *Expected Shortfall* (ES) es una medida de riesgo más relacionada a la distribución de la cola de la distribución y, en consecuencia, es más sensible a su comportamiento en relación al VaR. El ES se define como la pérdida (L) esperada calculada a partir de las pérdidas por encima del VaR. Es decir,

$$\textit{Expected Shortfall} = E\left(L/L > VaR\right)$$

El ES es un ejemplo de medida coherente en el sentido de Artzner (1997, 1999) ya que cumple con la propiedad de subaditividad[8], contrariamente al VaR.

Como se ha indicado, es esencial que la metodología utilizada para la valuación del VaR logre capturar el comportamiento empírico típico de las series financieras: colas pesadas, asimetría, curtosis, volatilidad no constante en el tiempo y dependencia de corto y largo plazo. Existe abundante evidencia de los beneficios de utilizar distribuciones de tipo α-estables[9],[10] para aproximar las distribuciones de probabilidad de los retornos de las carteras financieras. Dada la naturaleza leptocúrtica y de colas pesadas de estas series, las distribuciones de la familia Pareto-estables parecen ser las más adecuadas para ajustar correctamente estos procesos. Con frecuencia los estudios empíricos utilizan distribuciones estables con parámetro $1 < \alpha < 2$ para la modelización de los retornos financieros. Asimismo, estudios realizados en 2004 por Gettinby, Sinclair, Power, Brown y otros investigadores, han demostrado que la distribución Logística Generalizada ajusta y modela satisfactoriamente los valores extremos de este tipo de series. En tanto, Nidhin y Chandran (2013) demuestran que la distribución Logística Generalizada comparte las bondades de sus propiedades con las distribuciones de tipo α-estables.

3.2. Aplicación: Medición del riesgo de tasa de interés

En esta sección se medirá el riesgo de tasa de interés que posee una cartera sencilla e hipotética que sólo posee este único factor de riesgo.

Al producirse variaciones o cambios en las tasas de interés las entidades pueden enfrentarse al riesgo de que se modifiquen sus activos y pasivos, por lo que se vería afectada negativamente su situación económica. El riesgo es aún mayor si existe un descalce entre la vida promedio de los activos respecto de los pasivos. Los ingresos financieros netos pueden verse modificados en mayor o menor medida según la exposición a la tasa de interés y al grado de descalce en el plazo promedio de sus activos respecto de sus pasivos. En consecuencia, se construyó un portafolio hipotético y sencillo que consiste en un préstamo a tasa fija a 24 meses con amortizaciones mensuales y depósitos a plazo fijo que se

[8] El riesgo total de la cartera debería ser inferior o igual a la suma de los riesgos de todas las subcarteras.

[9] En Anexo 2 se describe esta familia de distribuciones.

[10] Distribuciones α-estables, también denominadas Pareto estables o distribuciones de Pareto—Lévy—estables.

VP Promedio	VaR 5 %	ES 5 %	VaR 1 %	ES 1 %	VaR Normal 1 %
87.601	-6,49 %	-9,40 %	-13,02 %	-18,13 %	-7,95 %

Figura 14: Cálculo del Riesgo por Tasa de Interés

pactan mensualmente y pagan la tasa Badlar de bancos privados. Se supone que ya existe un portafolio de activos y pasivos y mes a mes se adiciona un pasivo marginal.

Se calculan el Valor en Riesgo a un día y el Expected Shortfall al 99 % y 95 % de confianza de los distintos Valores Presentes de Ingresos Netos que se simularon a partir de las 1000 simulaciones de ETTI obtenidas en 2.2.

A partir de los resultados presentados en la Figura 14 puede decirse que, tomando como medida de riesgo el VaR la cartera podría sufrir una disminución de un 13,02 % en un día respecto a su valor medio con un 99 % de confiabilidad; en tanto, considerando como medida el ES, la pérdida esperada es 18,13 % en el 1 % de los peores escenarios.

Con respecto a las distribuciones de probabilidades utilizadas para ajustar los valores presentes netos de la cartera, la distribución con mejor ajuste estadístico fue la Logística Generalizada tanto para la distribución empírica completa como para la cola al 5 %, mientras que la cola al 1 % presentó un mejor ajuste con la distribución Valor Extremo Generalizada. Se han destacado previamente las bondades y características de estas distribuciones que las hacen apropiadas para modelar las series de tipo financiero. Si se forzara el ajuste y se tomara erróneamente la distribución Normal, claramente el riesgo estaría subestimado ya que el VaR con un 99 % de confiabilidad habría indicado una pérdida del 7,95 %.

Se presenta en la Figura 15 el ajuste de distribución de probabilidades de los Valores Presentes de Ingresos Netos. Mientras que el ajuste de distribución de la cola al 5 % y al 1 % se presentan en la Figura 16 y Figura 17 respectivamente.

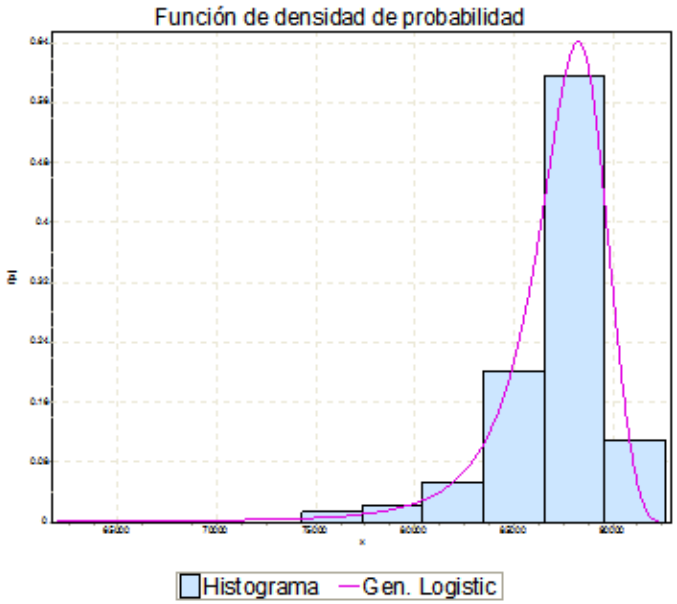


Figura 15: Ajuste de distribución de probabilidades -Valores Presentes de Ingresos Netos

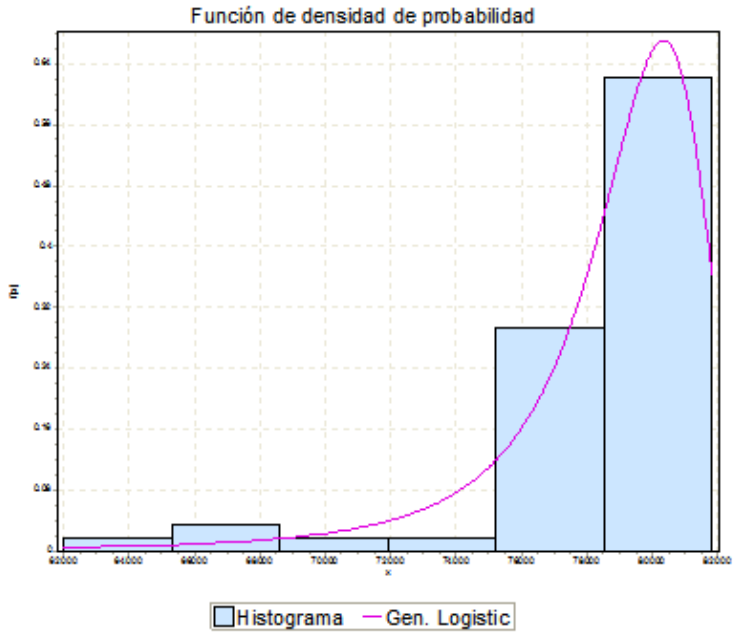


Figura 16: Ajuste de distribución de la cola al 5 %

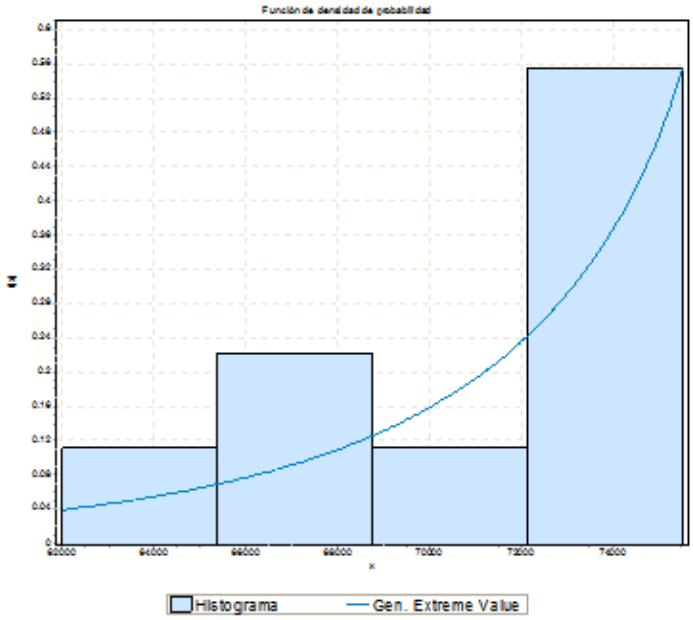


Figura 17: Ajuste de distribución de la cola al 1 %

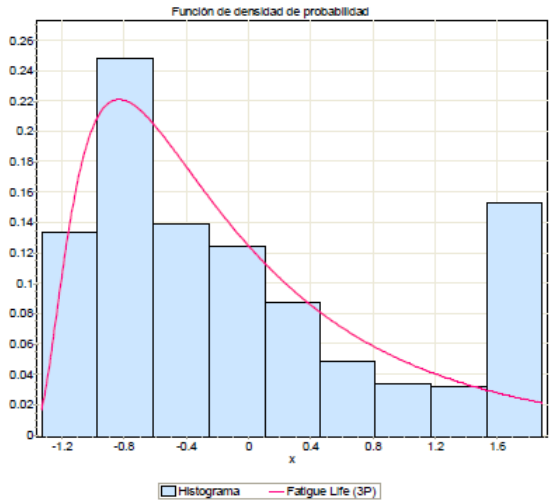
4. Conclusiones

Con el propósito de avanzar en el desarrollo de una herramienta que permita una mejor gestión de riesgos y una adecuada regulación, en el presente trabajo se aplicó una metodología para medir el riesgo de tasa de interés en una cartera por construcción limitada a ese único factor de riesgo. Para realizar dicha tarea se generaron múltiples escenarios a partir de la simulación en todos sus plazos de vencimiento de la estructura temporal de tasas de interés guardando coherencia entre los mismos. En el cálculo de las medidas de riesgo se avanzó en la aplicación de distribuciones de probabilidades que han permitido la representación de las características de exceso de curtosis, asimetría y colas pesadas típicas de los retornos financieros y la consideración de escenarios extremos. La comparación de los resultados alcanzados mediante la utilización de la distribución de probabilidades normal y las distribuciones alfa-estables revela la importancia de su consideración en la toma de decisiones. En una etapa siguiente de investigación se avanzará hacia el estudio del riesgo de tasa de interés en carteras más sofisticadas.

Anexo 1: Ajuste de las distribuciones de probabilidades

Figura A2.1: Ajuste distribución coeficiente τ y tests de Bondad de ajuste

La distribución *Fatigue Life* arrojó el mejor ajuste.



Bondad de ajuste

Fatigue Life (3P)					
Kolmogorov-Smirnov					
Tamaño de la muestra Estadística Valor P Rango	411 0.07055 0.0318 4				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Valor crítico	0.05293	0.06033	0.06699	0.07488	0.08035
Rechazar?	Sí	Sí	Sí	No	No
Anderson-Darling					
Tamaño de la muestra Estadística Rango	411 3.375 1				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Valor crítico	1.3749	1.9286	2.5018	3.2892	3.9074
Rechazar?	Sí	Sí	Sí	Sí	No

La distribución de probabilidades de Birnbaum-Saunders es conocida comúnmente como la distribución *Fatigue Life*. Esta distribución fue originalmente propuesta como un modelo de duración para materiales sujetos a patrones cíclicos de estrés y tensión, donde el fracaso final del material proviene del cre-

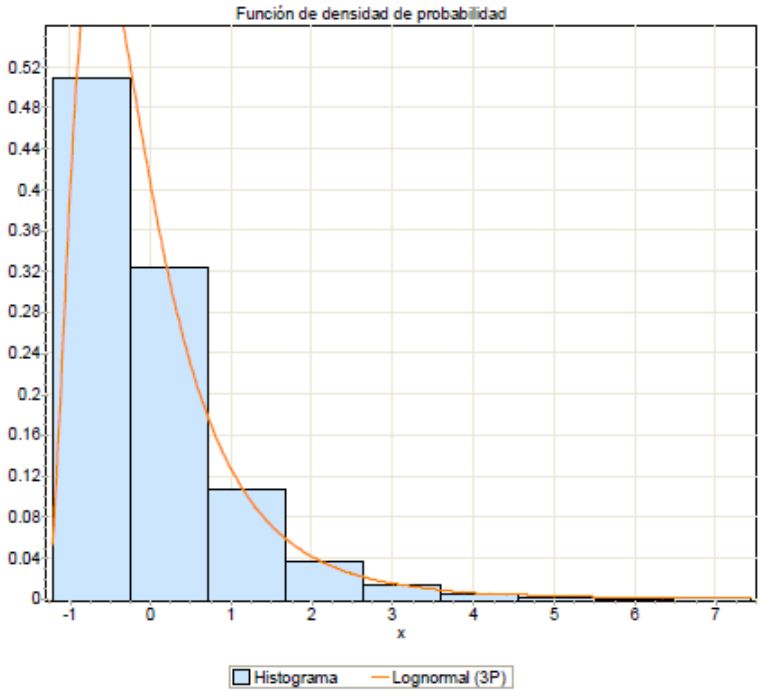
cimiento de una falla importante. La fórmula general de la función de densidad de la distribución es:

$$f(x) = \left(\frac{\sqrt{\frac{x-y}{\beta}} + \sqrt{\frac{\beta}{x-y}}}{2\alpha\,(x-y)} \right) \phi \left(\frac{1}{\alpha} \left(\sqrt{\frac{x-y}{\beta}} - \sqrt{\frac{\beta}{x-\gamma}} \right) \right)$$

con $x > \mu$; β, $\gamma > 0$

Donde α es el parámetro de forma, γ es el parámetro de locación, β es el parámetro de escala, ϕ es la función de densidad de la distribución normal estándar y ϕ es la función de distribución $N(0;1)$.

Figura A2.2: Ajuste distribución coeficiente β_1 y tests de Bondad de ajuste



Bondad de ajuste

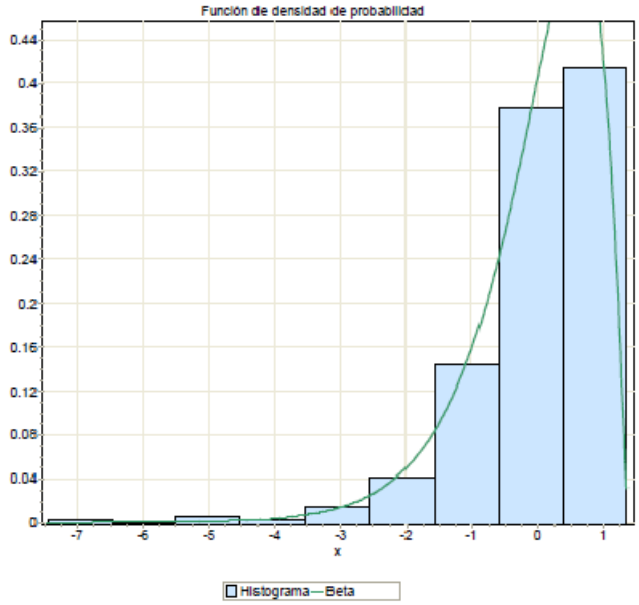
Lognormal (3P)					
Kolmogorov-Smirnov					
Tamaño de la muestra Estadística Valor P Rango	411 0.0309 0.81561 7				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Valor crítico	0.05293	0.06033	0.06699	0.07488	0.08035
Rechazar?	No	No	No	No	No
Anderson-Darling					
Tamaño de la muestra Estadística Rango	411 0.34653 5				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Valor crítico	1.3749	1.9286	2.5018	3.2892	3.9074
Rechazar?	No	No	No	No	No
Chi-cuadrado					
Grados de libertad Estadística Valor P Rango	8 8.343 0.4007 5				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Valor crítico	11.03	13.362	15.507	18.168	20.09
Rechazar?	No	No	No	No	No

La distribución lognormal es utilizada comúnmente para modelar ciclos de vida y tiempos de reacción y particularmente útil para modelar datos con colas «largas» y asimetría positiva. Existe una estrecha relación entre las distribuciones normal y lognormal. Si $X = log\,(Y - \gamma)$ se distribuye normalmente con media μ y desviación típica σ, entonces la distribución de Y se convierte en una distribución logarítmica normal con el parámetro $\theta = (\gamma,\ \mu,\ \sigma)$. La función de densidad de una variable lognormal de tres parámetros es de la forma:

$$f\,(y;\theta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}\,(y-\gamma)}\exp\left\{\frac{-\left[log\,(y-\gamma)-\mu\right]^2}{2\sigma^2}\right\}$$

con $\gamma < y < \infty$,$\sigma > 0$,$-\infty < \mu < \infty$ y $f\,(y;\theta) = 0$ en otros casos.

Figura A2.3: Ajuste distribución coeficiente β_2 y tests de Bondad de ajuste



Bondad de ajuste

Beta [#1]					
Kolmogorov-Smirnov					
Tamaño de la muestra Estadística Valor P Rango	411 0.02776 0.9006 1				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Valor crítico	0.05293	0.06033	0.06699	0.07488	0.08035
Rechazar?	No	No	No	No	No
Anderson-Darling					
Tamaño de la muestra Estadística Rango	411 0.41826 2				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Valor crítico	1.3749	1.9286	2.5018	3.2892	3.9074
Rechazar?	No	No	No	No	No
Chi-cuadrado					
Grados de libertad Estadística Valor P Rango	8 6.2434 0.61999 4				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Valor crítico	11.03	13.362	15.507	18.168	20.09
Rechazar?	No	No	No	No	No

La fórmula general de la función de densidad de la distribución Beta es:

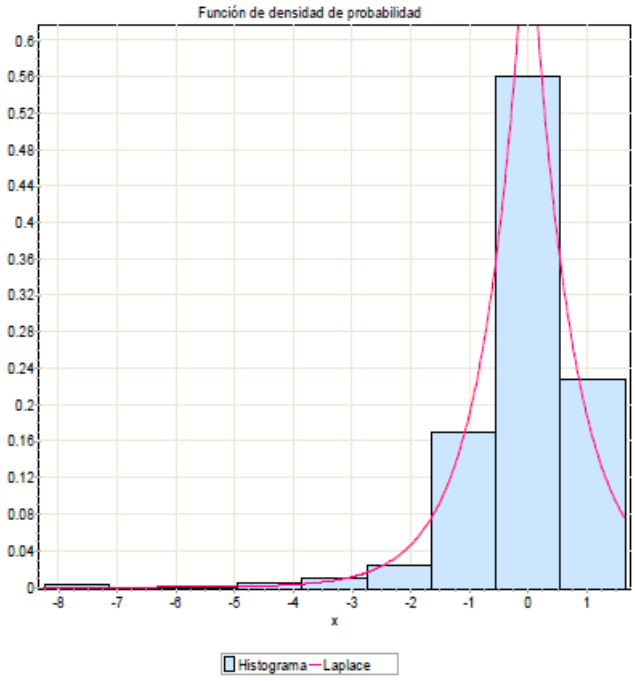
$$f(x) = \frac{1}{B(\alpha_1, \alpha_2)} \frac{(x-a)^{\alpha_1 - 1}(b-x)^{\alpha_2 - 1}}{(b-a)^{\alpha_1 + \alpha_2 - 1}}$$

Donde α_1 y $\alpha_2$son parámetros de forma, y $B(\alpha_1,\ \alpha_2)$es la función Beta

$$B(\alpha_1, \alpha_2) = \int_0^1 t^{\alpha_1 - 1}(1-t)^{\alpha_2 - 1} dt$$

con $\alpha_1,\ \alpha_2 > 0$

Figura A2.4: Ajuste distribución coeficiente β_3 y tests de Bondad de ajuste



Bondad de ajuste

Laplace [#23]					
Kolmogorov-Smirnov					
Tamaño de la muestra Estadística Valor P Rango	411 0.05079 0.23165 2				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Valor crítico	0.05293	0.06033	0.06699	0.07488	0.08035
Rechazar?	No	No	No	No	No
Anderson-Darling					
Tamaño de la muestra Estadística Rango	411 1.7491 1				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Valor crítico	1.3749	1.9286	2.5018	3.2892	3.9074
Rechazar?	Sí	No	No	No	No
Chi-cuadrado					
Grados de libertad Estadística Valor P Rango	8 9.196 0.32603 3				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Valor crítico	11.03	13.362	15.507	18.168	20.09
Rechazar?	No	No	No	No	No

La distribución de Laplace es también conocida como distribución doble exponencial puesto que puede ser considerada como la relación de las densidades de dos distribuciones exponenciales adyacentes. La distribución de Laplace resulta de la diferencia de dos variables exponenciales i.i.d. de la forma:

$$f(x) = \frac{\lambda}{2}\exp(-\lambda|\mu - x|)$$

Dónde $-\infty < x < +\infty$, $\lambda > 0$ es el parámetro continuo de escala y μ es un parámetro continuo de locación.

Anexo 2: Descripción de distribuciones estables

Una variable aleatoria X se dice que tiene una distribución estable si existen parámetros $\alpha \in (0, 2]$, $\sigma \in [0, \infty)$, $\beta \in [-1, 1]$ y $\mu \in \Re$ tal que la función característica tiene la siguiente forma:

$$\psi_x(t) = \left\{ \begin{array}{c} \exp\left\{-\sigma^\alpha |t|^\alpha \left(1 - i\beta\,(\operatorname{sign} t)\tan\frac{\pi\alpha}{2} + i\mu t\right)\right\} \text{ para } \alpha \neq 1 \\ \exp\left\{-\sigma |t| \left(1 + i\beta\frac{2}{\pi}\,(\operatorname{sign} t)\ln|t| + i\mu t\right)\right\} \text{ para } \alpha = 1 \end{array} \right\}$$

Donde α es el índice de estabilidad, β es el parámetro de asimetría, σ es el parámetro de escala y μ el de locación. Si β y μ son cero entonces X es simé-

trica estable. Adicionalmente si $\alpha = 2$, X obedece a una distribución Normal. A menor valor del parámetro α, mayor es la leptocurtosis y el parámetro de locación μ mide el valor esperado de la distribución. Los retornos modelados con procesos estables tienen media finita pero varianzas infinitas. Además cumplen con la propiedad de aditividad, es decir que la combinación lineal de variables aleatorias estables independientes, con parámetro de estabilidad α, también es una variable aleatoria con el mismo α. Al presentar varianzas infinitas, no puede estimarse el riesgo con la varianza y la dependencia con las correlaciones; sin embargo existe el concepto de variación y el de covariación que pueden estimarse en estas distribuciones.

Referencias

[1] Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., Heath, D. (1997). «Thinking Coherently». *Risk,* Vol. 10, pp. 68-71.

[2] Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., Heath, D. (1999). «Coherent Measures of Risk». *Mathematical Finance*, Vol. 9, No. 3, pp. 203-228.

[3] Basel Commitee on Banking Supervision, (2009), «Revisions to the Basel II market risk framework», BIS.

[4] Basel Commitee on Banking Supervision, (2014), «Consultative Document: Fundamental Review of the trading book: A revised market risk framework», BIS.

[5] BIS, (2005), «Zero-coupon yield curves: technical documentation», Basel, Bank of International Settlements.

[6] Black, F., Scholes, M. (1973), «The Pricing of Options and Corporate Liabilities», *Journal of Political Economy*, Vol. 81, No. 3, pp. 637-654.

[7] Black, F., Derman, E., Toy, W., (1990), «A One Factor Model of Interest Rates, and Its Applications to Treasury Bond Options», *Financial Analysts Journal*, Vol. 46, No. 1, pp. 33-39.

[8] Corneo, L., Nyholm, K., Vidova-koleva, R., (2008) «How Arbitrage-Free is the Nelson and Siegel Model?» Working Paper Series No 874, Frankfurt, European Central Bank, www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpwps/ecbwp874.pdf.

[9] Cox, J. C., Ingersoll, J. E., Ross S. A., (1985), «A Theory of the Term Structure of Interest Rates», *Econometrica*, Vol. 53, No. 2, pp. 385-407.

[10] Crouhy, M., Galai, D., Mark, R. (2014), «The essentials of risk management», Mc Graw Hill. New York. DIEBOLD, F. X., LI, C., (2006), Forecasting the term structure of government bond yields, *Journal of Econometrics*, Vol.130, pp. 337–364.

[11] Di Matteo, T., Aste, T., (2001), «How does the Eurodollar Interest Rate Behave?», eprint arXiv:cond-mat/0101009,

[12] Duffie, D., Kan, R., (1996), «A Yield–Factor Model of Interest Rates», *Mathematical Finance*, Vol. 6, No. 4, pp. 379–406.

[13] Fabozzi, F.J., Martellini, L., Priaulet, P. (2005), «Predictability in the Shape of the Term Structure of Interest Rates», *Journal of Fixed Income,* 15-1 pp. 40-53.

[14] Fama, E. F., Bliss, R. R. (1987), «The Information in Long-Maturity Forward Rates», *American Economic Review*, 77(4), pp. 680–692.

[15] Ferguson, R., Raymar, S.B. (1998), «A Comparative Analysis of Several Popular Term Structure Estimation Models», *Journal of Fixed Income*, Vol. 7, No. 4, 1998, 17-33.

[16] Gettinby, C. D., Sinclair, C. D., Power, D. M. Brown, R. A. (2004), «An Analysis of the Distribution of Extremes Shares Returns in the UK from 1975 to 2000», *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol. 31, No 5-6, pp. 607-645.

[17] González, M. L.; Pérez, M. C. (2013), «Una estimación de la estructura temporal de tasas de interés», *Revista de Investigación Modelos Financieros*. CMA. IADCOM- FCE-UBA. Año 2, Vol. 1, pp. 127-142.

[18] Heath, D., Jarrow, R., Morton, A., (1992), «Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation», *Econometrica*, Vol. 60, No. 1, pp. 77-105.

[19] Hull, J., White, A., (1990), «Pricing Interest-Rate - Derivative Securities», *The Review of Financial Studies*, Vol. 3, No. 4, pp. 573-392.

[20] Landro, A. , González, M. (2009): *Elementos de Econometría de los Fenómenos Dinámicos. Primera parte: Los procesos estocásticos lineales unidimensionales*, Ediciones Cooperativas, Buenos Aires.

[21] Landro, A. (2002), *Acerca de la Probabilidad*. Segunda Edición Ampliada, Ediciones Cooperativas, Buenos Aires.

[22] Nelson, C., Siegel, A., (1987), «Parsimonious Modeling of Yield Curves», *Journal of Business*, Vol. 60, pp. 473-489.

[23] Nidhin, K., Chardran, C. (2013), «Importance of Generalized Logistic Distribution in Extreme Value Modeling», *Applied Mathematics*, Vol. 4, pp. 560-573.

[24] Markowitz, H. M., (1952), «Portfolio Selection», *Journal of Finance*, Vol. 7, pp. 77-91.

[25] Markowitz, H. M. (1959), *Portfolio Selection*, Wiley, New York.

[26] Márquez Diez-canedo, J. Nogués Nivón, C, Vélez grajales, V. (2003), «Un Método Eficiente para la Simulación de Curvas de Tasas de Interés», Banco de México.

[27] Martellini, L., Meyfredi, J. C., (2007), «A Copula Approach to Value-at-Risk Estimation for Fixed-Income Portfolios», Working Paper, EDHEC Risk and Asset Management Research Centre.

[28] Mcneil, A. J., Frey, R. Embrechts, P., (2005) *Quantitative Risk Management. Concepts, Techniques and Tools*, Princeton University Press, Princeton, NJ.

[29] Merton, R. (1969), «Lifetime Portfolio Selection Under Uncertainty: The Continuous-Time Case», *Review of Economic and Statistics*, Vol. 51, No 3, pp. 247-257.

[30] Rachev, S. (2003), *Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance*, Elsevier, Netherlands.

[31] Romero Meza, R. (2005), «Medidas de Riesgo Financiero», *Revista de Economía y Administración*, pp. 57-63, Universidad de Chile.

[32] Svensson, L. E., (1994), «Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992–1994», NBER Working Paper No 4871.

[33] Vasicek, O., (1977), «An Equilibrium Characterization of The Term Structure», *Journal of Financial Economics*, Vol. 5, pp. 177-188.