

Censolo, Roberto; Onofri, Paolo

**Working Paper**

## Un'ipotesi di Real Business Cycle per l'economia italiana

Quaderni - Working Paper DSE, No. 174

**Provided in Cooperation with:**

University of Bologna, Department of Economics

*Suggested Citation:* Censolo, Roberto; Onofri, Paolo (1993) : Un'ipotesi di Real Business Cycle per l'economia italiana, Quaderni - Working Paper DSE, No. 174, Alma Mater Studiorum - Università di Bologna, Dipartimento di Scienze Economiche (DSE), Bologna, <https://doi.org/10.6092/unibo/amsacta/5183>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/159017>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>

Roberto Censolo e Paolo Onofri\*

# **Un' Ipotesi di *Real Business Cycle* per l'Economia Italiana**

Settembre 1993

\*Gli autori desiderano ringraziare Piergiorgio Ardeni, Robert Barro, Giuliana Campanelli, Roberto Cellini, Luca Lambertini e Sergio Rebelo per i preziosi consigli e suggerimenti su precedenti stesure del lavoro. Un ringraziamento particolare va all'insostituibile Michele Burattoni per l'aiuto informatico. Eventuali errori sono comunque responsabilità degli autori. Infine, nonostante il lavoro sia stato il frutto di un'intensa collaborazione tra gli autori, per motivi legali, si precisa che il Prof. Paolo Onofri ha curato la stesura dei paragrafi 2, 3 e 4, mentre il Dr. Roberto Censolo ha curato la stesura dei paragrafi 1, 5, 6, 7 e 8.

## 1. I modelli di ciclo reale: la motivazione della scelta

Il filone di studi relativo ai modelli di ciclo in equilibrio è comparso agli inizi degli anni settanta recuperando contributi pre-keynesiani (Frisch(33)) all'interno del dibattito sulla "curva di Phillips" e sul tasso naturale di disoccupazione. Come è noto la questione si è sviluppata attorno alla dicotomia tra breve e lungo periodo nel legame tra grandezze reali e nominali. Da un lato, la correlazione pro-ciclica tra prodotto reale e prezzi può essere ricavata da una curva di offerta inclinata positivamente, dall'altro, l'assenza di illusione monetaria da parte di imprese e consumatori implica invece una curva di offerta verticale.

Lucas (72,73,75) formulò un quadro teorico in cui il diverso andamento dell'offerta nel breve e nel lungo periodo poté essere coerentemente riferito ad un medesimo comportamento microeconomico, facendo valere gli assunti di razionalità degli individui e di equilibrio sui mercati. In tale contesto, l'ipotesi di tasso naturale di disoccupazione obbliga a qualificare come "errore" le fluttuazioni dell'economia; la loro ricorrenza non risiede tuttavia in un difetto di razionalità degli individui e quindi in un difetto dei meccanismi di mercato, bensì nella complessità della struttura informativa che costringe gli individui ad affrontare in ogni periodo un problema di estrazione di segnale<sup>1</sup>.

Il ciclo economico è pertanto una situazione deviata rispetto al funzionamento "naturale" dell'economia. Tuttavia, proprio la razionalità degli individui, che si manifesta nell'irresistibile attrazione del sistema verso l'equilibrio di lungo periodo, imputa agli eventi economici che si collocano al di fuori della loro realizzazione di lungo periodo la qualità veramente peculiare di essere "nemesi" dell'evento ciclico successivo e di segno opposto<sup>2</sup>.

Tale visione di ciclo economico non è modificata spostando l'attenzione sulla tecnologia quale bersaglio degli shocks esogeni, e riconoscendo al capitale un ruolo rilevante non solo per la crescita ma anche per le fluttuazioni, come accade nel modello di Kydland-Prescott(82). Il concetto di ciclo economico è visualizzato dall'esistenza di un sentiero deterministico di crescita, attorno il quale si osservano fluttuazioni, la cui persistenza è generata dalla incapacità di distinguere correttamente tra shock permanenti e transitori, dalla forma temporalmente non separabile delle preferenze e dal carattere temporalmente distribuito della realizzazione dei progetti di investimento.

Nuove possibilità di ricerca nell'ambito dei modelli di ciclo reale sono pertanto legate ad una semplificazione degli shock che colpiscono l'economia (non più distinti tra permanenti e transitori) e svincolando le preferenze dai legami temporali con il passato. L'articolo di Long-Plosser(83) rappresenta un importante esempio in tal senso: un contributo basilare per individuare il percorso verso una nuova concezione di ciclo economico. La struttura informativa è solo l'occasione per immettere nel periodo corrente un singolo disturbo di natura tecnologica, mentre le caratteristiche di persistenza e di

---

<sup>1</sup>Il "rigonfiamento" della struttura informativa in Lucas(75), necessario per assecondare la presenza del capitale, genera infine dei difetti di "credibilità" nel modello, Vicarelli(85).

<sup>2</sup>Con riferimento, ad esempio, a Lucas(73),(75), l'espansione della capacità già incuba in sé un effetto depressivo. Infatti, nel momento in cui si riconosce un errore di valutazione rispetto a ciò che si credeva un aumento *permanente* della domanda reale, e si riconosce pertanto un meccanismo inflazionistico in atto, gli investimenti dovranno ridursi per un certo periodo al di sotto del loro livello normale, per consentire l'aggiustamento verso il basso della capacità produttiva

comovimento del ciclo sono generate dalle proprietà di convessità di preferenze temporalmente separabili. Ciò evidenzia la scelta degli individui operata in ogni periodo tra "ciclo" e "non-ciclo"<sup>3</sup>. Emerge un concetto di ciclo come "scelta", contrapposto al risultato di ciclo come "errore" dei modelli a schema nominale.

E' modificato il concetto di ciclo ma non la sua rappresentazione, ancora legata al virtuale riferimento di un trend deterministico. Due fatti, l'uno teorico e l'altro empirico, sono il riferimento per allargare l'idea della scelta tra ciclo e non ciclo in quella di scelta tra "crescita" e "ciclo". Il primo è un contributo di Lucas<sup>4</sup>; egli considera le sole preferenze e mostra che la disutilità connessa ad un aumento della variabilità del consumo è di gran lunga inferiore alla disutilità associata ad una sua diminuzione in termini di tasso di crescita. Il secondo è il celebre articolo di Nelson-Plosser(82) "Trends and random walks in macroeconomic series", il quale mette in evidenza la possibilità di incorrere in errori di valutazione indotti dalla sovrastima sia della persistenza che della variabilità del ciclo, e dalla sottostima dei fattori reali che influenzano la componente secolare, utilizzando una rappresentazione delle serie storiche come fluttuazioni stazionarie attorno un trend deterministico. Viceversa, essi suggeriscono una rappresentazione dell'attività economica in cui i movimenti secolari non seguono sentieri deterministici, bensì un processo non stazionario il quale alle differenze prime è un processo ARMA stazionario ed invertibile. Se i trend sono stocastici, allora i punti di mutamento dei sentieri di crescita rappresentano, dal punto di vista dell'individuo razionale, situazioni in cui egli ha preferito una reazione in termini di "crescita" piuttosto che in termini di "ciclo".

Il modello di King-Plosser-Rebelo(88a)(88b) (KPR(88) d'ora in poi) deve considerarsi un contributo dell'ultima generazione in materia di ciclo economico in equilibrio. Esso raccoglie e condensa in modo omogeneo quel processo convergente verso una nuova concezione di ciclo, del quale abbiamo selezionato le tre direzioni: Long-Plosser(83), Lucas(87), Nelson-Plosser(82). In KPR(88) lo stesso modello classico di accumulazione del capitale è sperimentato con diversi concetti di crescita: deterministica, stocastica esogena, endogena. Quest'ultima estensione rappresenta un vero e proprio modello di integrazione tra teoria del ciclo e teoria della crescita; gli individui possono assorbire un impulso transitorio variando le risorse destinate all'accumulazione del capitale umano, inaugurando successivamente un nuovo sentiero di crescita. L'antinomia tra fluttuazioni cicliche e andamento naturale o di lungo periodo dell'attività economica sfuma definitivamente nell'esaltazione della razionalità individuale, capace di operare una scelta ottimale del sentiero di crescita anche in un contesto stocasticamente disturbato da impulsi esogeni transitori.

Lo scopo del presente lavoro è tentare una "lettura" delle fluttuazioni cicliche verificatesi nell'economia italiana utilizzando il quadro teorico e interpretativo di un modello di ciclo reale. La motivazione generale non è quella di sottoporre a verifica un'ipotesi (le fluttuazioni sono una risposta individualmente ottimale e di equilibrio per i mercati a shock sulla tecnologia) contro la "realtà" (in specifico quella italiana) per rifiutare o meno l'ipotesi stessa. Questo "algoritmo" epistemologico ha poco senso in questo contesto. Ciò dipende dal fatto che l'oggetto "ciclo economico" non è indipendente dalla teoria con la quale si pretenderebbe di confrontarlo. Ogni teoria del ciclo contiene

---

<sup>3</sup>"Any business cycle regularities observed in the equilibrium of our model economy are chosen in preference to available, efficient non-business-cycle alternatives", Long-Plosser(83), pg.42

<sup>4</sup>Lucas(87), Models of business cycle, Yrjo Jahnsson Lecturers, Oxford

infatti una precisa ipotesi di stazionarietà ed è attraverso di essa che dalle serie storiche osservate, è possibile ottenere una visualizzazione del ciclo economico. Ma se la teoria produce essa stessa l'oggetto empirico con il quale si confronta, allora è evidente che il confronto empirico non può avere una motivazione popperiana e la stessa nozione di "scientificità" di una teoria, nel senso neopositivistico, deve essere abbandonata. D'altro canto, la relatività dell'oggetto "ciclo economico" e la necessità di confrontare teorie differenti nell'ambito di un dibattito scientifico sulle fluttuazioni cicliche, cresciuto di intensità durante gli ultimi dieci anni, ha imposto il riferimento ad un oggetto ciclo economico convenzionale, ottenuto attraverso la procedura ateorica di detrendizzazio sarane delle serie storiche proposta da Hodrick-Prescott. La bontà di un modello di ciclo reale sarà allora giudicata in termini della sua capacità di raccontare una "storia" delle fluttuazioni che sono accadute nell'economia considerata; in tale prospettiva, anche gli scarti tra le predizioni del modello e i fatti osservati non sono motivi di falsificazione, ma altrettanti spazi per "congetture narrative" alternative, ovvero per estensioni del modello<sup>5</sup>.

Per tale motivo abbiamo scelto un modello di ciclo reale di base, il modello di King-Plosser-Rebelo(88a), proprio per mettere alla prova la capacità "narrativa" dei meccanismi di base del paradigma neoclassico: la razionalità (estesa alla formazione delle aspettative), l'ipotesi di sostituzione intertemporale e mercati sempre in equilibrio in un contesto standard di preferenze e tecnologia.

Cominceremo presentando la struttura del modello di King-Plosser-Rebelo (paragrafo 2). Affronteremo quindi la costruzione, a partire dalle serie storiche osservate, di un oggetto ciclo economico al quale riferire le predizioni del modello (paragrafo 3). Il modello sarà tradotto in termini numerici con riferimento alla realtà italiana assegnando un valore numerico, stimato sull'evidenza empirica disponibile, a ciascuno dei parametri strutturali (paragrafo 4). A questo punto, considereremo le predizioni del modello numerico circa le proprietà del ciclo, secondo due diverse procedure (paragrafo 5): nella prima sono calcolate le caratteristiche asintotiche o di lunghissimo periodo delle fluttuazioni cicliche della nostra economia modello, una volta che i disturbi tecnologici siano generati in modo puramente casuale; nella seconda il modello è disturbato dagli stessi shock riconosciuti per l'economia italiana durante il periodo campione considerato. In entrambi i casi si generano altrettante serie storiche artificiali graficamente confrontate con quelle osservate. I paragrafi 6 e 7 confrontano e commentano le predizioni del modello con le caratteristiche osservate delle fluttuazioni cicliche, mentre il paragrafo 8 raccoglie le principali conclusioni.

## *2. Il modello di base: King-Plosser-Rebelo(88a)*

La economia modello da descrivere è costituita da una famiglia rappresentativa che vive all'infinito. Da un lato, essa sceglie di quanto tempo libero e di quanto consumo fruire oggi e in tutti i periodi futuri

---

<sup>5</sup> Altra questione, non affrontata nel presente lavoro, è quella della testabilità empirica di un modello di ciclo reale. In tale contesto il giudizio sulla bontà di un modello di ciclo reale sarebbe equivalente a porsi la questione se le fluttuazioni osservate potessero essere un campione estratto dalla distribuzione di probabilità dell'economia modello.

sulla base di preferenze strettamente convesse e temporalmente separabili, dall'altro organizza la produzione dell'unico bene presente utilizzando di una tecnologia con proprietà tradizionali.

Le preferenze sono il terreno su cui si esplica la scelta razionale della famiglia; essa raccoglie le informazioni sullo stato corrente dell'economia ed elabora le decisioni per le variabili di controllo: consumo ed investimento, tempo libero e tempo di lavoro.

La tecnologia ha un doppio ruolo: da un lato essa è il vincolo rispetto al quale la famiglia-impresa massimizza il profitto, dall'altro essa sintetizza la "riduzione di complessità" del mondo quale presupposto per la decisione economica. La tecnologia, infatti, raccoglie tutte le informazioni che provengono dall'"esterno" rispetto a ciò che endogenamente delinea il funzionamento dell'economia. In altre parole, la famiglia considera *esogeno* l'eccesso di complessità rispetto alla sua capacità di prendere decisioni efficienti; tuttavia, l'assunto di razionalità, che si manifesta nella capacità di percepire in modo distinto le tendenze di breve e di lungo periodo dell'economia, consente di discriminare tra la "complessità" che determina il processo di crescita del sistema e la "complessità" contingente. Ecco quindi che la tecnologia è una metafora per cogliere tanto la tendenza di lungo periodo del sistema, nella forma di un processo esogeno deterministico ( $X_t$ ) che migliora in ogni periodo l'efficienza dello sforzo di lavoro e che sintetizza la "complessità" dei propulsori della crescita, quanto gli accadimenti di breve periodo nella forma di un processo esogeno stocastico stazionario ( $A_t$ ) (residuo di Solow) che colpisce la produttività di entrambi i fattori e sintetizza la "complessità" di tutte le contingenze di una economia.

Posto  $Y_t$  la produzione complessiva,  $K_t$  lo stock di capitale totale e  $N_t$  lo sforzo di lavoro. La rappresentazione in forma implicita della tecnologia è la seguente:  $Y_t = A_t F(K_t, N_t, X_t)$ , dove  $F(\cdot)$  è la funzione di produzione.

Coerentemente al modo standard di indagare economie con crescita di stato uniforme, si elimina la non stazionarietà, dovuta al progresso tecnico che migliora l'efficienza del lavoro, calcolando tutte le grandezze del sistema economico per unità-efficienza di lavoro; in sostanza dividendo tutte le variabili per la componente deterministica di crescita  $X_t$ <sup>6</sup> (le variabili indicate da lettera minuscola soprassegnata da una barra).

Le condizioni di ottimizzazione per la famiglia esprimono anche le condizioni di equilibrio

---

<sup>6</sup> Vale la pena sottolineare che differenti specificazioni del processo  $X_t$  sono altrettanto compatibili con la procedura risolutiva del modello. KPR(88.a) sfruttano questa versatilità del modello nella seconda parte del lavoro (KPR(88.b) e specificano  $X_t$  come un trend stocastico, mettendo inoltre in evidenza come nell'ambito di tale specificazione il modello neoclassico naturalmente rappresenti un sostegno teorico all'ipotesi di cointegrazione tra le variabili. In realtà la scelta della forma del processo  $X_t$  dovrebbe essere vincolata all'osservazione delle serie storiche reali: serie storiche *trend stationary* (TS) dovrebbero suggerire una specificazione di  $X_t$  come un trend deterministico, e viceversa, serie *difference stationary* dovrebbero suggerire una specificazione di  $X_t$  come un random walk. Sebbene dal lavoro di Nelson-Plosser(82) si sia rimarcata la presenza di radici unitarie nella maggior parte delle variabili macroeconomiche osservate, lavori recenti mettono in evidenza che l'ipotesi di serie TS e' per molte variabili molto più plausibile (Jong-Whitman(91)). Nel presente lavoro, l'uso di un trend di Hodrick- Prescott, a differenza di quanto fatto da KPR(88), è, in un certo senso, un modo per evitare di affrontare la questione.

intertemporale per l'intera economia e si ottengono dalla soluzione del seguente problema:

$$\text{Max} E_t \left[ \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j u(\bar{c}_{t+j}, L_{t+j}) \right]; L_t = 1 - N_t \quad u_i(0) = \infty, u_i(\infty) = 0 \quad i = 1, 2 \quad [1]$$

sotto il vincolo:

$$\bar{c}_t + \gamma_x \bar{k}_{t+1} = A_t F(\bar{k}_t, N_t) + (1 - \delta) \bar{k} \quad [2]$$

che deve essere soddisfatto per tutti i periodi futuri e dove  $\beta$  è il fattore di sconto intertemporale,  $u$  rappresenta la funzione di utilità,  $u_1$  e  $u_2$  sono rispettivamente le derivate parziali di  $u(\cdot)$  rispetto al primo e al secondo argomento,  $c$  è il consumo della famiglia,  $L$  il tempo libero,  $F$  la funzione di produzione,  $N$  il tempo di lavoro,  $k$  lo stock di capitale,  $A$  la realizzazione di una variabile casuale che riflette la produttività di tutti i fattori,  $\delta$  il tasso di deprezzamento del capitale,  $\gamma_x$  il tasso di crescita esogeno della produttività del lavoro.

Le condizioni di primo ordine sono:

$$u_1(\bar{c}_t, L_t) - \lambda_t = 0 \quad [3]$$

$$u_2(\bar{c}_t, L_t) - \lambda_t A_t F_2(\bar{k}_t, N_t) = 0$$

$$\beta \lambda_{t+1} [A_{t+1} F_1(\bar{k}_{t+1}, N_{t+1}) + (1 - \delta)] - \lambda_t \gamma_x = 0$$

$$A_t F(\bar{k}_t, N_t) + (1 - \delta) \bar{k}_t - \gamma_x \bar{k}_{t+1} - c_t = 0$$

dove  $F_j$  indica la derivata parziale della funzione  $F(\cdot)$  rispetto al  $j$ -mo argomento. La forma funzionale delle preferenze e della tecnologia è vincolata da particolari restrizioni affinché il sistema esibisca una crescita di stato uniforme. Per la tecnologia si assume una funzione Cobb-Douglas:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \beta^t \lambda_t \bar{k}_{t+1} = 0$$

$$\bar{y}_t = A_t \bar{k}_t^{1-\alpha} N_t^\alpha \quad [4]$$

Dal lato delle preferenze si assume una funzione di utilità separabile, in cui l'elasticità di sostituzione intertemporale del consumo sia costante e gli effetti di reddito e di sostituzione associati alla crescita della produttività del lavoro si compensino esattamente; per semplicità analitica l'elasticità intertemporale del consumo è posta pari all'unità:

$$u(\bar{c}_t, L_t) = \log(\bar{c}_t) + v(L_t) \quad [5]$$

ove è sufficiente che  $v(L)$  sia una funzione crescente e concava perché la funzione di utilità sia concava. La soluzione procede linearizzando il sistema delle condizioni di primo ordine ed esprimendo le variabili in termini di deviazione percentuale dal loro valore di stato uniforme. Si ottiene:

$$-c_t - \lambda_t = 0$$

$$\frac{N}{1-N} N_t - \lambda_t - A_t - (1-\alpha)k_t + (1-\alpha)N_t = 0 \quad [6]$$

$$\lambda_{t+1} + \eta_A A_{t+1} + \eta_k k_{t+1} + \eta_N N_{t+1} = \lambda_t$$

$y_t = A_t + \alpha N_t + (1-\alpha)k_t = s_c c_t + s_i \phi k_{t+1} - s_i (\phi - 1)$  Tutte le lettere latine minuscole non soprasssegnate rappresentano ora variabili espresse come deviazioni percentuali dallo stato uniforme, mentre in assenza di indice temporale indicano il rispettivo valore di stato uniforme.  $\eta_A$  è l'elasticità del prodotto marginale del capitale rispetto ad  $A$  etc.,  $s_c$  e  $s_i$  sono le propensioni al consumo e al risparmio, mentre  $\phi = K_{t+1}/I_t$ . Si risolvono le prime due equazioni per le variabili di controllo ( $c_t, N_t$ ) e si sostituiscono nelle ultime due; si ottiene un sistema di equazioni alle differenze del primo ordine nelle sole variabili di stato e di co-stato:

$$\begin{bmatrix} k_{t+1} \\ \lambda_{t+1} \end{bmatrix} = W \begin{bmatrix} k_t \\ \lambda_t \end{bmatrix} + R A_{t+1} + Q A \quad [7]$$

$W$  è una matrice  $2 \times 2$  e  $R$  e  $Q$  sono vettori  $2 \times 1$ , i cui elementi sono complesse funzioni dei parametri di base del modello. Soluzione generale di tale sistema di equazioni alle differenze, per dati valori iniziali  $\lambda_0$  e  $k_0$  è data da:

$$\begin{bmatrix} k_t \\ \lambda_t \end{bmatrix} = W^t \begin{bmatrix} k_0 \\ \lambda_0 \end{bmatrix} + \sum_{h=0}^t W^h R A_{t-h+1} + \sum_{h=0}^t W^h Q A_{t-h} \quad [8]$$

L'analisi spettrale sulla matrice  $W$  rivela l'esistenza di una direzione esplosiva:

$0 < \mu_1 < 1 < \beta^{-1} < \mu_2$ . Occorre pertanto assicurarsi che l'evoluzione di  $(k_t, I_t)$  avvenga sull'unico sentiero di sella. Ciò avviene specificando un particolare valore iniziale del prezzo ombra<sup>7</sup>  $I_0$ , che consente infine di individuare il sentiero di espansione ottimo del capitale:

$$k_{t+1} = \mu_1 k_t + \Psi_1 A_t + \Psi_2 \sum_{j=0}^{\infty} \mu_2^j A_{t+j+1} \quad [9]$$

dove  $\Psi_1$  e  $\Psi_2$  sono delle complesse funzioni dei parametri profondi del modello. Si suppone ora che  $A_t$  segua un processo autoregressivo del primo ordine con parametro  $\rho$ ; poiché  $\rho < 1$  e  $\mu_2 > 1$  la sommatoria nell'equazione (9) converge, e con semplici conti si ottiene:

$$k_{t+1} = \mu_1 k_t + A_t \pi_{kA}; \text{ ove:}$$

$$\pi_{kA} = \left[ \Psi_1 + \Psi_2 \frac{\rho}{1 - \rho \mu_2^{-1}} \right] \quad [10]$$

La dinamica degli stati del sistema è quindi completamente descritta dal seguente sistema lineare:

$$\begin{bmatrix} k_{t+1} \\ A_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 & \pi_{kA} \\ 0 & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_t \\ A_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t \end{bmatrix} \quad [11]$$

il coefficiente  $\mu_1$  esprime la velocità alla quale lo stock di capitale converge al suo valore di stato stazionario, mentre  $\pi_{kA}$  indica la reattività dello stock di capitale a deviare dallo stato stazionario per l'impulso di shocks esogeni che persistono nel tempo secondo un parametro  $\rho$ .

A questo punto si scrive un'analogia forma lineare per la dinamica delle variabili di controllo come funzioni delle sole variabili di stato:

---

<sup>7</sup>Per una dettagliata esposizione analitica di questo accorgimento si veda King-Plosser-Rebelo(87) "Production Growth and Business Cycle: Technical Appendix".

$$\begin{bmatrix} c_t \\ N_t \\ y_t \\ i_t \\ w_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_{ck} & \pi_{cA} \\ \pi_{Nk} & \pi_{NA} \\ \pi_{yk} & \pi_{yA} \\ \pi_{ik} & \pi_{iA} \\ \pi_{wk} & \pi_{wA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_t \\ A_t \end{bmatrix} \quad [12]$$

I coefficienti  $\pi_{i,j}$  hanno l'interpretazione di elasticità della variabile  $i$  rispetto alla variabile  $j$ . Essi sono funzioni dei soli parametri profondi del modello e sono calcolati dalle condizioni di primo ordine linearizzate<sup>8</sup>.

Il percorso analitico del modello è concluso. La soluzione è nella sostanza una "forma ridotta": le variabili di controllo (endogene) sono funzioni solamente delle variabili di stato (esogene e esogene ritardate)  $A_t$ . Specificate delle condizioni iniziali  $k_0$  e  $A_0$  ed un processo generatore per la variabile casuale  $\varepsilon$  il modello è finalmente in grado di produrre delle serie storiche artificiali.

### 3. Modello teorico e referente empirico

Questo paragrafo si occupa della costruzione di un referente empirico alle variabili dei sistemi [11] e [12]. Ciò equivale alla individuazione sulle serie storiche realmente osservate di un "oggetto ciclo economico" coerente con il concetto di ciclo economico espresso dalla teoria del modello. La procedura analitica indicata al paragrafo precedente comporta una trasformazione delle variabili che suggerisce esattamente come manipolare le serie storiche osservate.

La soluzione del modello considera infatti le variabili espresse in termini di deviazione percentuale dal rispettivo valore di stato uniforme:

$$y_t \equiv \log(Y_t / (X_t y)) ; c_t \equiv \log(C_t / (X_t c)) ; \text{etc.}$$

---

<sup>8</sup> Verifichiamo ad esempio il calcolo dei  $\pi_{jk}$ . Dalle condizioni di primo ordine nel sistema [6] si elimina il prezzo ombra con la prima equazione. In assenza di shocks esogeni tutte le variabili sono funzioni lineari del capitale; si elimina pertanto  $k_t$  e si perviene al seguente sistema di quattro equazioni nelle incognite ( $\pi_{ck}, \pi_{yk}, \pi_{Nk}, \pi_{ik}$ ):  
Install Equation Editor and double-click here to view equation.

**Errore. Solo documento principale.**

Consideriamo ad esempio la variabile "prodotto", scomposta in addendi:

$$y_t = \log(Y_t) - \log(X_t) - \log(y)$$

Il processo esogeno  $X_t$  è espresso come un trend deterministico lineare nei logaritmi:

$$\log(X_t) = \log(X_0) + t \gamma_x$$

sostituendo e raccogliendo si ottiene:

$$\log(Y_t) = a_0 + \gamma_x t + y_t \quad ; \quad \text{ove } a_0 = \log(X_0) + \log(y) \quad [i]$$

L'individuazione del ciclo economico sulle serie osservate coerente con la teoria del modello coincide in sostanza con il residuo ottenuto dalla regressione della variabile su una costante ed un trend temporale comune.

Per ogni dato insieme di parametri ( $\mathbf{b, a, d, g, N, r, s_e^2}$ ) è possibile calcolare dalle equazioni della forma ridotta la varianza delle variabili di controllo ( $y, c, i, n, w$ ); ciascuno di questi valori è pertanto un indice sintetico delle qualità del ciclo generato dal comportamento ottimizzante di un agente rappresentativo, la cui struttura di preferenze contiene implicitamente avversione al rischio, e sarà quindi connotato dalla nozione di ottimalità nel senso di essere *minimo*.

Inoltre, il ciclo "osservabile" con il modello [i] è coerente con l'ottimalità del ciclo nell'ambito del modello teorico solo se la regressione lineare [i] coincide con una procedura di massima verosimiglianza.

Queste considerazioni ripropongono in modo efficace il percorso della razionalità individuale verso una rappresentazione dell'attività economica in cui la componente sistematica (crescita) e la componente non sistematica (ciclo) sono fenomeni *distinti e separabili*, anche se la visione complessiva dell'economia espressa dal modello considera ciclo e crescita come non-indipendenti. Quest'ultima affermazione trova fondamento sia nella relatività della definizione di ciclo, cui si è già accennato, sia nella dipendenza dei coefficienti  $\pi_{ij}$  anche dal tasso di crescita  $\gamma_x$ <sup>9</sup>.

### 3.1 *L'identificazione del ciclo economico sulle serie storiche osservate*

---

<sup>9</sup> In particolare è dimostrabile che la variabilità del ciclo è una funzione crescente del tasso di crescita del sistema per valori economicamente rilevanti degli altri parametri.

Il paragrafo precedente ha mostrato che il modello teorico contiene al proprio interno una procedura empirica per l'identificazione del ciclo economico sulle serie storiche osservate. E' stato anche ribadito che il modello che stiamo analizzando è contemporaneamente un modello teorico, ovvero un'ipotesi sui comportamenti economici aggregati e un modello empirico, dal momento che la sua soluzione è una forma ridotta di tipo lineare.

Questa premessa introduce la difficoltà di identificare il ciclo economico sulle serie storiche osservate. Tralasciando le difficoltà connesse alla costruzione delle serie macroeconomiche, un'economia è infatti tipicamente non deterministica, non lineare, multidimensionale, interdipendente e non normale nella sua struttura stocastica. Tutto ciò si manifesta nella violazione delle ipotesi del *processo di riduzione*, e quindi in altrettanti *errori di specificazione* nel modello di regressione lineare (i).

L'identificazione del ciclo economico sulle serie storiche osservate coerente con le ipotesi del modello genera allora un vero e proprio dilemma:

1) Si applica sulle serie storiche osservate la regressione lineare descritta dalla (i), adottando pertanto un concetto di stazionarietà che ha un referente teorico preciso nel concetto di crescita deterministico insito nel modello. Questa procedura, tuttavia, genera un residuo *non minimo*, cioè depositario di tutti gli *errori di specificazione*. In un certo senso, risulta presente nel ciclo economico così ottenuto un eccesso di "complessità" da spiegare, rispetto alla capacità interpretativa del modello.

2) Si rinuncia ad adottare sulle serie osservate un punto di vista per l'identificazione del ciclo coerente con la teoria del modello, e si applica invece un procedura di detrendizzazione alla Hodrick-Prescott, che rende "minimo", anche se in modo arbitrario, il *residuo* della serie osservata dal trend. La procedura di Hodrick-Prescott (HP d'ora in poi) assume che la generica serie osservata  $x_t$  sia generata da un processo stocastico caratterizzato da innovazioni permanenti ( $e_t$ ) e transitorie ( $\varepsilon_t$ ):

$$\begin{aligned} x_t &= u_t + \varepsilon_t & \varepsilon_t &\sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \\ u_t &= u_{t-1} + b_{t-1} \\ b_t &= b_{t-1} + e_t & e_t &\sim N(0, \sigma_e^2) \end{aligned}$$

Il filtro di Hodrick-Prescott scaturisce quindi dalla seguente procedura di minimizzazione

$$\sum_{t=1}^T (x_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-2} [(x_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2 \quad (a)$$

dove  $T$  è l'ampiezza del campione e  $\tau$  è il valore calcolato del trend. Il moltiplicatore di Lagrange  $\lambda$  misura il rapporto tra la varianza delle innovazioni transitorie e la varianza delle innovazioni permanenti che caratterizzano il processo stocastico  $x_t$ . Quando  $\sigma_\varepsilon^2=0$  e  $\sigma_e^2 \neq 0$  ( $\lambda=0$ ), la variabilità di  $x_t$  è dovuta interamente a variazioni permanenti o variazioni sul trend. In questo caso i valori di  $\tau_t$  che minimizzano la (a) coincidono con i valori osservati di  $X_t$  e la varianza del residuo dal trend calcolato è nulla. Quando  $\sigma_\varepsilon^2 \neq 0$  e  $\sigma_e^2 \rightarrow 0$  ( $\lambda \rightarrow \infty$ )  $x_t$  è rappresentato da un trend deterministico ( $u_t = u_0 + bt$ ) più un disturbo transitorio ( $\varepsilon_t$ ). In questo caso la (a) equivale alla minimizzazione del quadrato dei residui sotto il

vincolo che  $\tau_t$  sia un trend lineare: il residuo  $(x_t - \tau_t)$  equivale quindi al residuo ottenuto regredendo con i minimi quadrati ordinari  $x_t$  su una costante e un trend lineare temporale. Poiché la varianza del residuo di una variabile da un trend è una funzione crescente della distanza dei valori osservati dai valori stimati, allora la procedura di detrendizzazione alla Hodrick-Prescott rende un residuo che è sempre minore, o al massimo uguale, al residuo ottenuto regredendo la serie osservata con OLS su una costante e un trend lineare. Come è noto, un aspetto debole del filtro di HP è che  $\lambda$  è trattato come un parametro libero ed è ormai convenzione diffusa considerare  $\lambda=1600$ . Tuttavia, non è empiricamente confermato che la varianza delle innovazioni sul trend sia lo 0.000625% della varianza delle innovazioni transitorie. Le stime di  $\lambda$  per USA, Regno Unito, Austria calcolate da Harvey-Jaeger(92) mostrano tutte un valore di  $\lambda$  molto basso. Seguiremo ugualmente la convenzione di fissare  $\lambda=1600$ . Per tale valore di  $\lambda$  il trend di HP è sufficientemente *smooth* da lasciare un residuo con proprietà di persistenza apprezzabili ed è sufficientemente flessibile da raccogliere le eventuali non-linearità presenti nelle serie storiche osservate, evitando nel residuo ciclicità "spurie". Nel presente contesto, il trend di HP, calcolato impostando un  $\lambda=1600$ , dovrebbe essere in grado di catturare quelle "anomalie" (non linearità, non normalità, etc.) che risultano nella regressione (i) come altrettanti errori di specificazione.

In sintesi, o si applica un concetto di stazionarietà coerente con la concezione di crescita espressa dal modello, identificando nel residuo un eccesso di complessità in contrasto con le ipotesi di razionalità della teoria, oppure si applica un concetto di stazionarietà in netto contrasto con la visione di lungo periodo insita nel modello, identificando però un residuo più coerente con il concetto di ciclo generato dall'individuo razionale del modello.

### 3.2 *La sintesi descrittiva delle serie osservate*

L'approccio alle serie storiche osservate per l'identificazione del ciclo economico considera pertanto entrambe le procedure indicate nel paragrafo precedente per indurre la stazionarietà in media. La sintesi descrittiva per entrambe le procedure adottate ha considerato la deviazione standard, la deviazione standard relativamente a quella del prodotto, l'indice di autocorrelazione sino al terzo ritardo, e la correlazione incrociata con il prodotto sino al dodicesimo ritardo negativo e positivo.

Il modo per ottenere concretamente il residuo stazionario dalle serie osservate è stato coerente con la metodologia suggerita dal modello; in particolare, essendo  $X_t$  la sola fonte di crescita dell'economia teorica si sono scalate le variabili osservate con la popolazione, in modo da depurare l'andamento monotono degli aggregati macroeconomici da ciò che palesemente non può essere ricondotto a  $X_t$ . Assumendo quindi  $X_t$  come espressione sintetica del processo di crescita effettivamente osservato per ciascuna variabile, abbiamo preferito non vincolare il coefficiente del trend temporale al valore stimato di  $\gamma_x$ .

Entrando nel dettaglio, abbiamo considerato i dati trimestrali sul periodo 1959-1989 messi a disposizione da Prometeia (si veda Golinelli-Monterastelli (1990)), del logaritmo del PIL, dei consumi

interni totali delle famiglie e degli investimenti fissi lordi tutti in termini procapite; su ciascuna di queste serie abbiamo ottenuto la controparte empirica di  $y_t$ ,  $c_t$ , e  $i_t$  dal residuo della regressione di ciascuna variabile su una costante e un trend temporale deterministico.

Per ciò che riguarda il mercato del lavoro, il modello teorico prevede che il tempo di lavoro non cresca in stato stazionario; la controparte empirica dello sforzo di lavoro coerente con il modello dovrebbe essere quindi semplicemente la deviazione del logaritmo delle ore di lavoro dalla sua media. Ovviamente tale procedimento genera un eccesso di variabilità negli scarti in presenza di andamento monotonicamente non lineare delle ore lavorate procapite. Si è pertanto proceduto nel seguente modo: abbiamo considerato le rilevazioni trimestrali sul periodo 1960-1988 del monte-ore di lavoro dipendente dell'industria esteso a tutta l'economia sulla base dell'orario di lavoro contrattuale e l'occupazione per ciascuno degli altri settori non industriali; tale variabile è stata poi scalata rispetto alla popolazione. A questo punto, abbiamo ottenuto il correlato empirico di  $N_t$  regredendo tali ore lavorate totali su una costante e sugli occupati del settore agricolo al fine di depurarle dalla stagionalità del settore agricolo.

Infine il correlato empirico delle deviazioni del salario reale dal suo valore di stato uniforme è stato ottenuto dal residuo della regressione del salario reale orario destagionalizzato per i lavoratori dipendenti esclusi quelli del settore agricolo (rilevazioni trimestrali 1960-1988) su una costante ed un trend temporale.

I risultati sono presentati nelle tabelle [1] e [2]:

Var.	St.Dev.	Rel.SD	Autocorrelazioni		
			1	2	3
$\log(y_t)$	6.13	1	0.958	0.911	0.860
$\log(c_t)$	7.00	1.140	0.968	0.931	0.891
$\log(i_t)$	10.94	1.782	0.946	0.888	0.823
$\log(n_t)$	2.85	0.464	0.940	0.844	0.734
$\log(w_t)$	11.49	1.874	0.975	0.945	0.912

**Tabella [1]** Dati: Residui da Trend Temporale Deterministico

Var.	Cross-Correlazioni con $y_{t+j}$						
	-4	-2	-1	0	1	2	4
lg( $y_t$ )	0.808	0.911	0.958	1	0.958	0.911	0.808
lg( $c_t$ )	0.828	0.910	0.843	0.973	0.940	0.904	0.811
lg( $i_t$ )	0.661	0.789	0.789	0.890	0.860	0.862	0.747
lg( $n_t$ )	-0.348	-0.299	-0.285	-0.277	-0.287	-0.299	-0.306
lg( $w_t$ )	0.836	0.864	0.875	0.880	0.840	0.800	0.718

**Tabella [2]**      *Dati: Residui da Trend Temporale Deterministico*

La sintesi descrittiva del ciclo ottenuto utilizzando un riferimento coerente con la visione di lungo periodo dell'agente rappresentativo rende concretamente visibile quel tipo di complessità, alla quale la teoria del modello è incapace di fornire spiegazione, nella forma di due "rompicapo empirici": l'eccesso di variabilità del consumo rispetto al prodotto<sup>10</sup> e la correlazione sistematicamente negativa tra prodotto e ore-lavoro.

Per quanto riguarda l'eccesso di variabilità dl consumo rispetto al reddito, esso sembra contraddire l'ipotesi del reddito permanente, implicitamente contenuta nel modello. Tale ipotesi implica che le innovazioni del consumo corrente siano legate alle innovazioni del reddito corrente solo nella misura in

---

<sup>10</sup>L'eccesso di variabilità del consumo non dipende inoltre dall'aver considerato il consumo totale (di non-durevoli, servizi e durevoli). Con i dati del Consumo di Beni Durevoli (CD), Consumo di Beni Non Durevoli (CND) e Consumo Economico (CE) delle famiglie (vale a dire quel consumo nel quale la spesa per beni durevoli è considerata solo per la quota di ammortamento del bene stesso), resi disponibili dalla Banca d'Italia sul periodo 1970-1989, abbiamo ottenuto il rispettivo residuo stazionario regredendo su un trend temporale e su una costante. Abbiamo osservato le seguenti deviazioni standard, confrontate con quelle di consumo (c) e prodotto (y) usate nel modello:

Periodo Campione 1970q1-1989q4

	CD	CND	CE	c	y
St. Dev	0.076	0.026	0.022	0.029	0.030

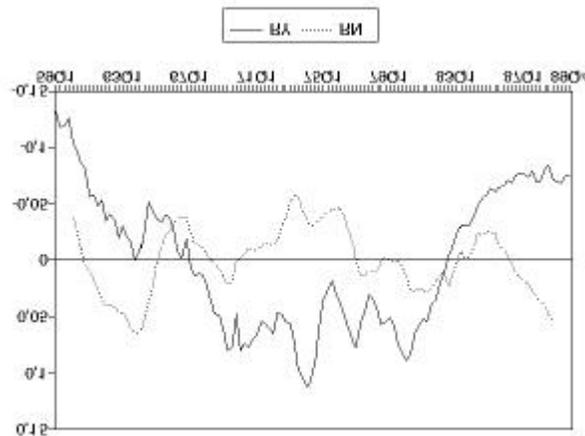
Periodo Campione 1983q1-1989q4

St. Dev	0.055	0.015	0.017	0.014	0.010
---------	-------	-------	-------	-------	-------

cui queste ultime di reddito famiglie. Da cui consumo debba variabilità minore reddito.

Questo rompicapo dati dell'economia suggerire una del *Paradosso di* di ragioni. La lavoro che uno conducendo e che la varianza dei consumo, in Italia, con la varianza dei prodotto; la

mostrerà più oltre, è che il risultato ora ottenuto dipende dalla distorsione conseguente all'uso di un trend lineare per estrarre i comportamenti ciclici delle due variabili.



**Figura 1, Residui da trend lineare di prodotto (RY) e ore lavorate (RN).**

Quest'ultima considerazione vale anche per la correlazione negativa osservata tra lavoro e produzione. Come chiarito dalla fig. 1, l'uso di un trend lineare mette in evidenza nel residuo del prodotto un andamento che conserva fluttuazioni a bassa frequenza a causa della più forte non linearità delle serie del prodotto.

influenzano la percezione permanente delle consegue che il manifestare una rispetto a quella del

empirico, osservato sui italiana, non deve però interpretazione in termini *Deaton*<sup>11</sup> per due ordini prima è da ricondurre al degli autori sta consente di affermare tassi di variazione del è molto poco correlata tassi di crescita del seconda, come si

<sup>11</sup> Per una esposizione di queste tematiche di veda Deaton(92)

I due rompicapo empirici scompaiono se si considerano le stesse serie storiche interpolate da un trend alla Hodrick-Prescott, che rende un residuo "minimo" coerente con il concetto di ciclo che scaturisce dal modello. La sintesi descrittiva del ciclo ottenuto con questa procedura è presentata nelle tabelle [3] e [4]:

Var.	St.Dev.	Rel.SD	Autocorrelazioni		
			1	2	3
log(y <sub>t</sub> )	1.71	1	0.802	0.555	0.300
log(c <sub>t</sub> )	1.43	0.836	0.866	0.700	0.488
log(i <sub>t</sub> )	4.30	2.514	0.848	0.681	0.510
log(n <sub>t</sub> )	1.7	0.994	0.893	0.710	0.516
log(w <sub>t</sub> )	1.55	0.906	0.882	0.717	0.565

**Tabella [3]** Dati: Residui da Trend Hodrick-Prescott

Var.	Cross-Correlazioni con y <sub>t+j</sub>						
	-4	-2	-1	0	1	2	4
lg(y <sub>t</sub> )	0.095	0.555	0.802	1	0.802	0.555	0.095
lg(c <sub>t</sub> )	0.286	0.597	0.693	0.766	0.672	0.516	0.066
lg(i <sub>t</sub> )	0.350	0.630	0.763	0.839	0.676	0.483	0.121
lg(n <sub>t</sub> )	0.476	0.598	0.555	0.452	0.260	0.079	-0.097
lg(w <sub>t</sub> )	-0.024	-0.139	-0.175	-0.176	-0.169	-0.182	-0.292

**Tabella [4]** Dati: Residui da Trend Hodrick-Prescott

I due rompicapo empirici sono dissolti, tuttavia emerge un altro fatto, la cui spiegazione sarà in contrasto con le predizioni empiriche del modello teorico: l'andamento anticiclico del salario reale evidenziato dal segno negativo delle correlazioni incrociate con il prodotto.

In conclusione, già da queste premesse risulta evidente la complessità e la difficoltà di formulare un giudizio sintetico sulla validità del modello di ciclo reale in esame sulla base del confronto con l'evidenza empirica.

#### 4. *La stima dei parametri strutturali*

I coefficienti  $\pi_{ij}$ , che caratterizzano la soluzione del modello sono tutti complesse funzioni dei parametri profondi individuati dalle ipotesi sulla forma funzionale delle equazioni di base del modello:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma_x$ ,  $\delta$ ,  $N$ ,  $\rho$ ,  $\sigma_\varepsilon^2$ . Una stima di tali parametri dall'evidenza empirica disponibile, assegnerà pertanto un valore numerico a ciascuno dei  $\pi_{ij}$ , consentendo di calcolare le statistiche descrittive del modello, da confrontare con quelle ottenute dalle serie storiche osservate.

Il tasso di deprezzamento fisico del capitale è assunto corrispondere a quello sulla base del quale è stata costruita la serie storica dello stock di capitale ( $\delta=0.028$ ).

Il valore medio dello sforzo di lavoro ( $N=0.19$ ) è stato ottenuto rapportando il valore medio delle ore complessivamente lavorate, nell'intervallo campionario, al numero delle ore del tempo solare.

La stima della funzione di produzione ha consentito di assegnare un valore numerico ai restanti parametri:  $\alpha$ ,  $\gamma_x$ ,  $\sigma_\varepsilon^2$ ,  $\rho$ . La tecnologia del modello è descritta da una funzione di produzione Cobb-Douglas [ $Y_t=A_tK_t^{(1-\alpha)}(N_tX_t)$ ]; dividendo per  $N_t$ , prendendo i logaritmi, e ricordando che  $X_t=X_0 \exp[\gamma_x t]$  si è impostata la seguente regressione lineare:

$$y_t = a_0 + a_1 t + a_2 k + U_t ; a_0 = \alpha \text{Log}(X_0), a_1 = \alpha \gamma_x, a_2 = (1-\alpha)$$

il residuo  $U_t$  rappresenta il correlato empirico del processo esogeno stazionario  $A_t$  (descritto come un processo autoregressivo del primo ordine con parametro  $0 < \rho < 1$  che colpisce in ogni periodo la produttività di entrambi i fattori; la stima di  $\rho$  è stata pertanto ottenuta dalla regressione di  $U_t$  sul proprio valore ritardato:

$$U_t = \rho U_{t-1} + \varepsilon_t$$

mentre la varianza del residuo  $\varepsilon_t$  rappresenta una stima della varianza  $\sigma_\varepsilon^2$ , ovvero della volatilità del

processo  $A_t$ . Si sono trovati i seguenti valori:  $\alpha=0.4552$ <sup>12</sup>,  $\gamma_x=1.005548$ ,  $\rho=0.88$ ,  $\sigma_\varepsilon=0.0106$ .

Il tasso di preferenza intertemporale è stato stimato per l'economia italiana in coerenza con la metafora della famiglia razionale, che riproduce al suo interno l'equilibrio intertemporale dei mercati, supponendo che esso sia rivelato dalla combinazione del trend comune di crescita (una approssimazione del tasso marginale di trasformazione intertemporale del prodotto) e del tasso di interesse reale, ovvero  $\beta=\gamma_x/(1+r)$  ( $\beta=0.988$ ), dove  $r$  (0.017) è il tasso di interesse reale medio (necessariamente ex post) sui titoli a lunga scadenza.<sup>13</sup>

### 5. Caratteristiche statistiche asintotiche del modello e sua simulazione numerica

Sulla base dei valori assegnati ai parametri profondi si sono calcolati i coefficienti dei sistemi (6) e (7)<sup>14</sup>, i quali sintetizzano e rendono manifesta la logica di comportamento della famiglia razionale. Essi mettono in evidenza una forte reattività della famiglia di fronte a shocks esogeni; tale reattività si manifesta nella spiccata tendenza a deviare dallo stato stazionario da parte di prodotto ( $\pi_{yA}=1.46$ ), tempo di lavoro ( $\pi_{NA}=1.01$ ) ed investimenti ( $\pi_{iA}=3.18$ ), accompagnata da una minore reattività delle scelte di consumo ( $\pi_{cA}=0.213$ ); d'altro canto le reattività di consumo e tempo libero nel momento in cui il capitale si allontana dal suo valore di stato uniforme ( $\pi_{ck}=0.726$ ,  $\pi_{Nk}=-0.233$ ) accompagnate dalla bassa reattività degli investimenti ( $\pi_{ik}=0.041$ ), esaltano la tendenza a ritornare sul sentiero di stato stazionario.

---

<sup>12</sup> La regressione proposta per la stima della funzione di produzione, le cui variabili, prodotto e capitale, sono state dimensionate sulla popolazione totale attiva, è stata scelta tra un vario numero di esperimenti perché in grado di rendere la stima di  $\alpha$  più vicina al suo valore stimato come quota del reddito da lavoro sul PIL ( $w_t N_t / Y_t = 0.457$ ).

<sup>13</sup> Considerando infatti la massimizzazione intertemporale di una funzione di utilità logaritmica, dalle condizioni di primo ordine si ottiene:  $\beta=(c_{t+1}/c_t)/(1+r)$ , dove  $r$  è il tasso di interesse reale. In condizioni di equilibrio generale,  $\beta$  rappresenta un giudizio sintetico sulle doti dinamiche dell'economia, ed è funzione del tasso di crescita comune ( $(c_{t+1}/c_t)=\gamma_x$ ) e della capacità del sistema di premiare l'astinenza dal consumo.

<sup>14</sup> i valori calcolati di tali coefficienti sulla base della stima dei parametri profondi sono:

$\mu_1 = 0.967$	$\pi_{kA} = 0.108$
$\pi_{yk} = 0.438$	$\pi_{yA} = 1.460$
$\pi_{ck} = 0.726$	$\pi_{cA} = 0.213$
$\pi_{ik} = 0.041$	$\pi_{iA} = 3.180$
$\pi_{Nk} = -0.233$	$\pi_{NA} = 1.010$
$\pi_{wk} = 0.672$	$\pi_{wA} = 0.460$

Sulla base di questi valori assegnati ai coefficienti  $\pi_{ij}$ , sono state individuate le caratteristiche statistiche asintotiche del modello<sup>15</sup>, calcolando per ciascuna variabile la deviazione standard (St. Dev.), la deviazione standard relativa a quella del prodotto (Rel. SD), le autocorrelazioni fino al terzo ritardo e le correlazioni incrociate con il prodotto da zero a quattro periodi indietro e altrettanti avanti. I risultati sono presentati nelle tabelle [5] e [6].

Autocorrelazioni
------------------

---

<sup>15</sup>Data la matrice delle varianze-covarianze degli stati (k e A), S, la varianza asintotica della generica variabile di controllo j e' data da:

$$\text{VAR}(j) = \pi_{jk}^2 \text{VAR}(k) + \pi_{jA}^2 \text{VAR}(A) + 2\pi_{jA}\pi_{jA} \text{COV}(k,A)$$

Definita M la matrice dei coefficienti nel sistema (11) e  $\Pi$  la matrice dei coefficienti-elasticità nel sistema (12) e z il vettore delle variabili di controllo, le autocovarianze delle variabili di controllo sono calcolate nel seguente modo:

$$E[z_t, z_{t-i}] = \Pi M^i S \Pi'$$

Var.	St.Dev.	Rel.SD	1	2	3
$y_t$	4.15	1	0.928	0.820	0.742
$c_t$	2.72	0.656	0.995	0.924	0.883
$i_t$	7.21	1.736	0.884	0.779	0.688
$n_t$	2.06	0.495	0.853	0.770	0.679
$w_t$	2.89	0.695	0.990	0.904	0.855

**Tabella [5]** *Caratteristiche Asintotiche del Modello*

Var.	Cross-Correlazioni con $y_{t+j}$						
	-4	-2	-1	0	1	2	4
$y_t$	0.674	0.820	0.928	1	0.928	0.820	0.674
$c_t$	0.659	0.733	0.825	0.804	0.754	0.684	0.583
$i_t$	0.579	0.742	0.841	0.951	0.878	0.768	0.619
$n_t$	0.394	0.555	0.631	0.771	0.707	0.608	0.475
$w_t$	0.692	0.790	0.890	0.895	0.836	0.752	0.634

**Tabella [6]** *Caratteristiche Asintotiche del Modello*

Inoltre si è simulato<sup>16</sup> il modello alimentando il sistema di equazioni alle differenze [11] con i valori iniziali storici della serie del capitale (residui da trend HP) e della serie storica osservata dei disturbi sul progresso tecnico, ottenuta dalla stima della funzione di produzione. I valori così ottenuti per  $k_t$  e  $A_t$  sono stati immessi nel sistema [12], generando altrettante serie artificiali per le variabili di controllo  $y_t$ ,  $c_t$ ,  $i_t$ ,  $N_t$ ,  $w_t$ , delle quali si sono calcolate le deviazioni standard, le autocorrelazioni e le correlazioni con il prodotto. I risultati sono riportati nelle tabelle [7] e [8]:

Autocorrelazioni
------------------

<sup>16</sup> La generazione di queste serie artificiali è stata ottenuta utilizzando il programma *Mathematica*.

Var.	St.Dev.	Rel.SD	1	2	3
$y_t$	3.33	1	0.881	0.715	0.526
$c_t$	1.00	0.30	0.963	0.891	0.792
$i_t$	7.13	2.16	0.873	0.700	0.501
$n_t$	2.26	0.68	0.870	0.692	0.492
$w_t$	1.33	0.4	0.926	0.812	0.674

**Tabella [7]** *Caratteristiche del Modello Alimentato con gli Shocks Osservati*

Var.	Cross-Correlazioni con $y_{t+j}$						
	-4	-2	-1	0	1	2	4
$y_t$	0.410	0.715	0.881	1	0.881	0.715	0.410
$c_t$	0.741	0.775	0.733	0.640	0.443	0.245	-0.089
$i_t$	0.255	0.645	0.837	0.988	0.894	0.748	0.417
$n_t$	0.161	0.537	0.785	0.960	0.889	0.763	0.460
$w_t$	0.629	0.825	0.881	0.883	0.705	0.502	0.122

**Tabella [8]** *Caratteristiche del Modello Alimentato con gli Shocks Osservati*

Per quanto riguarda il mercato dei beni, gli investimenti sono la variabile più volatile, seguita da prodotto e consumi. Tutte presentano elevate autocorrelazioni, e sono significativamente correlate con il prodotto. Sul mercato del lavoro, la produttività (letta attraverso il salario reale) è più volatile delle ore di lavoro; entrambe sono fortemente autocorrelate, mentre la correlazione con l'output è più marcata per le ore-lavoro che per il salario reale.

Le statistiche asintotiche del modello mostrano che l'insieme dei parametri profondi, stimati dall'evidenza empirica disponibile, non contraddicono la metafora della famiglia razionale e in particolare l'ipotesi di sostituzione intertemporale. L'ampiezza relativa delle deviazioni standard sul mercato dei beni ( $\text{var}(i_t) > \text{var}(y_t) > \text{var}(c_t)$ ) riproduce l'ordinamento tra le elasticità di prodotto, consumi ed investimenti a fronte di shocks esogeni ( $\pi_{iA} > \pi_{yA} > \pi_{cA}$ ), che, a loro volta, date le deviazioni standard

relative sono implicate dalla condizione di equilibrio sul mercato dei beni. Infatti, quando il sistema economico è descritto in termini di deviazione percentuale dallo stato stazionario, poiché gli investimenti reagiscono più marcatamente dei consumi a eventi esogeni, ( $y_t = s_i i_t + s_c c_t$ ) implica che:

$$\pi_{iA} > \pi_{yA} > \pi_{cA} .$$

Se le decisioni degli individui sono fortemente influenzate dalla percezione del futuro, allora un evento esogeno nel periodo corrente innescherà un processo di sostituzione intertemporale tra utilità presente ed utilità futura, capace di dominare gli effetti di reddito. In altre parole, se sulle decisioni nel periodo attuale prevale la convessità delle preferenze, allora l'individuo razionale si tratterrà dall'assorbire, ad esempio, uno shock positivo nell'ambito di un solo periodo, preferendo, viceversa, astenersi parzialmente dal consumo sia di beni che di tempo libero e destinare più risorse all'investimento ( $\pi_{iA} > \pi_{cA}$ ) e al tempo di lavoro ( $\pi_{NA} > 0$ ).

La forte reattività positiva degli investimenti e del tempo di lavoro comporterà, nei periodi futuri, uno stock di capitale superiore al suo livello di stato stazionario; questo eccesso di capitale sarà riassorbito nei periodi futuri da una drastica riduzione degli investimenti ( $\pi_{ik} = 0.041$ ), da un maggiore consumo ( $\pi_{ck} = 0.7$ ) e da una riduzione del tempo di lavoro ( $\pi_{Nk} = -0.233$ ). In altre parole, una volta che l'astensione dal consumo a seguito di uno shock esogeno favorevole ha generato un aumento della capacità produttiva del sistema, questa dovrà essere *goduta* in termini di un maggiore consumo, mentre lo stimolo ad investire sarà quasi nullo oppure negativo ( $\pi_{ck} > \pi_{ik}$ ); dato il vincolo di risorse ( $y_t = s_i i_t + s_c c_t$ ), ciò implica che:  $\pi_{ck} > \pi_{yk} > \pi_{ik}$ .

Ora, data la varianza di  $A_t$  e  $k_t$ , la varianza della  $i^{th}$  variabile sarà maggiore della varianza della  $j^{th}$  variabile, quanto più è grande la differenza tra ( $\pi_{iA}, \pi_{jA}$ ) e quanto minore è la differenza tra ( $\pi_{ik}, \pi_{jk}$ ). Dati i valori relativi delle elasticità di prodotto, consumo ed investimento rispetto agli shocks ed allo stock di capitale, ciò significa che le varianze asintotiche del modello ( $var(i_t) > var(y_t) > var(c_t)$ ) sono coerenti con il comportamento di un individuo, il quale reagisce fortemente a shocks esogeni, spandendone gli effetti nei periodi futuri. In sostanza, una *lettura* dell'economia italiana attraverso la stima dei parametri profondi del modello di ciclo reale non ci conduce a risultati implausibili. Ovvero, la metafora della famiglia razionale, il cui comportamento è dominato dagli effetti di sostituzione e da preferenze strettamente convesse è un'*utile* congettura narrativa.

## 6. Il confronto tra predizioni teoriche e osservazione empirica: il mercato dei beni

Una valutazione sintetica del confronto tra le predizioni empiriche del modello e le statistiche dell'economia reale è presentata nelle tabelle [9] [10] e [11].

Var.	Dati Osservati		Dati Simulati	
	Trend Det.	Trend HP	Mod.εt oss.	Mod.Asint.
$y_t$	6.13	1.71	3.33	4.15

$c_t$	7.00(1.14)	1.43(0.83)	1.0(0.33)	2.72(0.65)
$i_t$	10.94(1.78)	4.3(2.51)	7.13(2.16)	7.21(1.73)

**Tabella [9]** Confronto tra le deviazioni standard di prodotto, consumo e investimenti; deviazioni standard relative tra parentesi

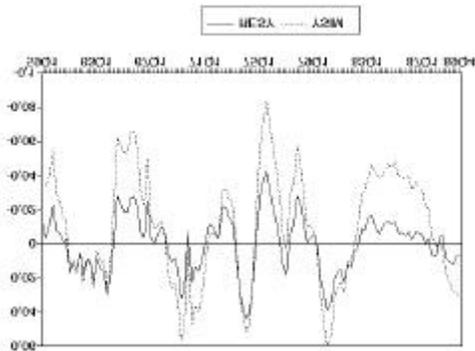
Var.	Dati Osservati		Dati Simulati	
	Trend Det.	Trend HP	Mod.ε <sub>t</sub> Oss.	Mod.Asint.
$y_t$	0.9;0.9;0.8	0.8;0.5;0.3	0.8;0.7;0.5	0.9;0.8;0.7
$c_t$	0.9;0.9;0.8	0.8;0.6;0.4	0.9;0.8;0.7	0.9;0.9;0.8
$i_t$	0.9;0.8;0.8	0.8;0.6;0.5	0.8;0.7;0.5	0.8;0.7;0.6

**Tabella [10]** : Confronto tra le autocorrelazioni (rispettivamente I, II e III ritardo).

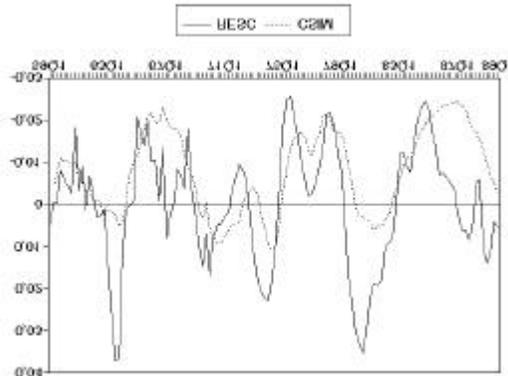
Va.	Dati Osservati		Dati Simulati	
	Trend Det.	Trend HP	Mod.ε <sub>t</sub> Oss.	Mod.Asint
$c_t$	0.84;0.97;0.94	0.69;0.76;0.67	0.73;0.64;0.44	0.80;0.82;0.75
$i_t$	0.78;0.89;0.86	0.76;0.84;0.67	0.83;0.98;0.89	0.84;0.95;0.87

**Tabella[11]:** Confronto tra le correlazioni incrociate con il prodotto ( $y_{t+j}$ ) di consumo e investimenti, rispettivamente ai ritardi (-1,0,1).

Per quanto riguarda il mercato dei beni i risultati asintotici del modello riproducono bene la variabilità relativa degli investimenti, le autocorrelazioni di prodotto consumo e di investimenti e le correlazioni con l'output di consumo e investimenti. Viceversa, il modello simulato con gli shocks osservati riproduce meglio le statistiche dei dati reali filtrati con il trend HP. In questo caso il modello riproduce molto bene la variabilità relativa degli investimenti, la variabilità assoluta del consumo, le autocorrelazioni di prodotto e investimenti e le cross-correlazioni del consumo con il prodotto. Meno soddisfacenti sono le correlazioni degli investimenti con il prodotto e le autocorrelazioni del consumo. Una visualizzazione della "bontà" della simulazione è presentata nelle figure (2),(3) e (4).

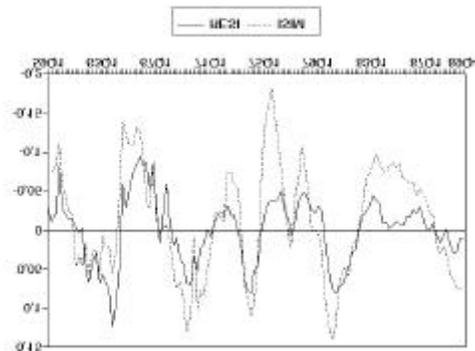


**Figura 2,** Valori osservati (RESY) e simulati (YSIM) del prodotto.



**Figura 3,** Valori osservati (RESC) e valori simulati (CSIM) del consumo.

Figura (2): Il Prodotto del prodotto (YSIM) dati osservati (RESY). della produzione sono intervenuti con i coefficienti-modello, i quali intertemporale della affermazione è le figure (5) e (6), che

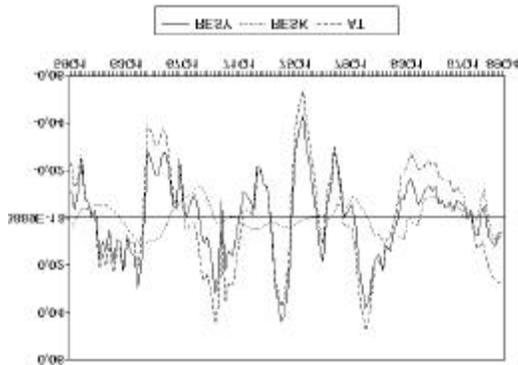


**Figura 4,** Valori osservati (RESI) e simulati (ISIM) degli investimenti.

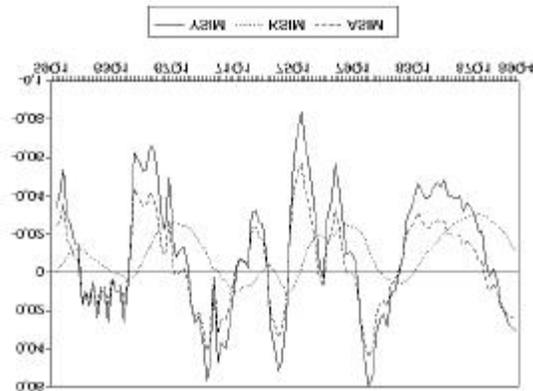
i valori simulati di  $y$ ,  $k$  e  $A$  (YSIM, KSIM, ASIM) e i residui dal trend di HP di prodotto e capitale con il residuo di Solow (RESY, RESK, AT). Questo confronto rivela tre fatti. Primo la conferma, nei dati e nel modello, che il ciclo del prodotto è stato in gran parte determinato dalle fluttuazioni esogene della produttività piuttosto che dal ciclo del capitale. Secondo, l'evoluzione del capitale rispetto al ciclo del prodotto è coerente con le previsioni del modello (il capitale, rispetto al prodotto, è una variabile-ritardo prociclica e fortemente persistente). E infine, la reattività del prodotto a shock esogeni è maggiore nel modello rispetto ai dati osservati.

La prima e l'ultima osservazione suggeriscono che il valore-elasticità  $\pi_{yk}=0.4$  sia compatibile con i dati osservati, mentre la reattività del prodotto a shock sulla tecnologia ( $\pi_{yA}=1.43$ ) sovrastima la reattività osservata.

I valori simulati riproducono molto bene i In particolare, la reattività osservata agli shock che nell'economia è coerente elasticità  $\pi_{yk}$  e  $\pi_{yA}$  del sintetizzano la reattività tecnologia. Questa motivata dal confronto tra mostrano rispettivamente



**Figura 6**, Valori osservati di prodotto (RESY), capitale (RESK) e residuo di Solow (AT).



**Figura 5**, Valori simulati di prodotto (YSIM), capitale (KSIM) e innovazione tecnologiche (ASIM).

*Figura (3): Il Consumo* La serie artificiale del consumo (CSIM) ripercorre abbastanza bene la struttura delle fluttuazioni osservate (RESC). Questo confronto suggerisce tre considerazioni:

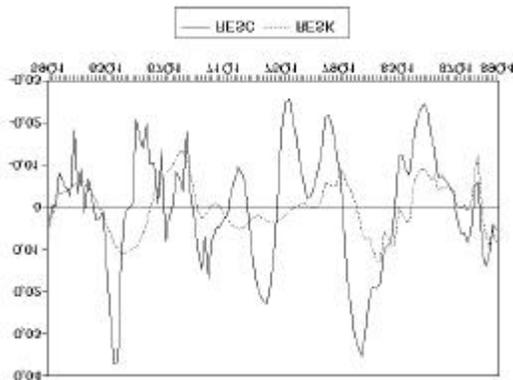
i) i consumi osservati sono stati leggermente più variabili e più volatili, ovvero caratterizzati da più alte frequenze, dei consumi simulati. Ciò tuttavia non dipende da un difetto delle elasticità del modello,  $\pi_{ck}$  e  $\pi_{cA}$ , perché la deviazione standard asintotica del consumo (2.72) è maggiore della deviazione standard osservata (1.43). È quindi soddisfacente che, dato lo stato iniziale dell'economia (le condizioni di capitale  $k$  e progresso tecnico  $A$  nel primo trimestre del 1959), il modello sia stato in grado di riprodurre una varianza minore di quella asintotica. Questo fatto deve essere apprezzato anche nel caso del prodotto.

ii) I picchi inferiori (o "cavi") e quelli superiori nelle fluttuazioni osservate anticipano (mediamente di circa due trimestri) i rispettivi picchi nella serie artificiale.

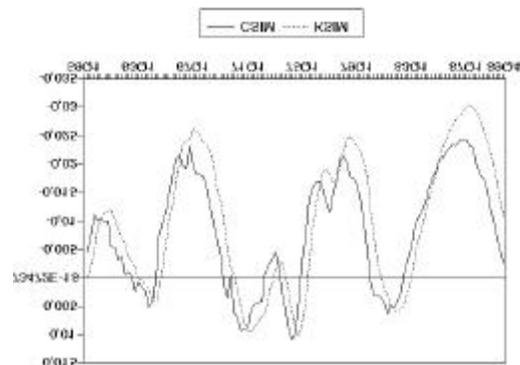
iii) Come si può osservare dalla figura (3), l'eccesso di variabilità nelle fluttuazioni simulate dipende da una asimmetria tra le due serie. In particolare, mentre la reattività del consumo osservato a shock negativi è coerente con l'ampiezza delle fluttuazioni artificiali, la reattività a shock positivi sembra essere "esagerata" rispetto ai meccanismi del modello; in altre parole, mentre i "cavi" dei cicli del consumo osservato coincidono abbastanza bene con i "cavi" del consumo simulato, i picchi osservati sono sistematicamente e rilevantemente più elevati dei picchi generati dal modello.

Le precedenti considerazioni hanno un ragionevole contenuto di senso comune: l'asimmetria della serie osservata rispetto alla serie simulata del consumo, mette in evidenza il fatto che mediamente i consumatori italiani sono disponibili a modificare sostanzialmente le loro abitudini di consumo se possono consumare di più, ma sono viceversa restii a modificare le loro abitudini di consumo verso il basso. Shock positivi e negativi sembrano quindi indurre comportamenti differenti. In particolare, date le elasticità del consumo rispetto al capitale (0.7) e alle innovazioni tecnologiche (0.2), il consumo dell'economia modello risulta fortemente legato alle fluttuazioni del capitale e meno legato alle variazioni esogene del progresso tecnico  $A$ . Ciò può suggerire che, nell'economia modello, il consumo corrente è poco legato al reddito corrente, mentre è legato alla percezione di reddito permanente della famiglia razionale; tale percezione coincide appunto con lo stock di ricchezza corrente ( $k_t$ ), dal momento che il flusso scontato delle deviazioni attese del reddito futuro dal suo valore di stato stazionario è nullo (la figura (8) mostra l'andamento del consumo e del capitale simulati). In altre parole, una innovazione corrente positiva induce un aumento del tempo di lavoro ( $\pi_{NA}=1.01$ ); la maggiore produzione che ne consegue ( $\pi_{YA}=1.4$ ) non è però destinata al maggiore consumo corrente ( $\pi_{CA}=0.2$ ), ma agli investimenti ( $\pi_{IA}=3.2$ ), che andranno ad accrescere lo stock di capitale oltre il suo livello di stato stazionario. A questo punto il tempo di lavoro diminuirà ( $\pi_{NK}=-0.23$ ), mentre il consumo aumenterà ( $\pi_{CK}=0.7$ ), riassorbendo nel tempo l'eccesso di capitale. Coerentemente con questo meccanismo, gli anticipi delle variabili sono sintetizzati dalla seguente scansione temporale:  $(A,y) \rightarrow c \rightarrow k$ .

Sono coerenti i dati osservati con questo



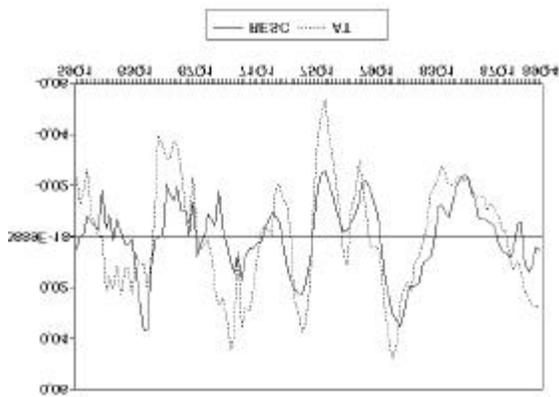
**Figura 7.** Valori osservati di consumo (RESK) e capitale (RESK).



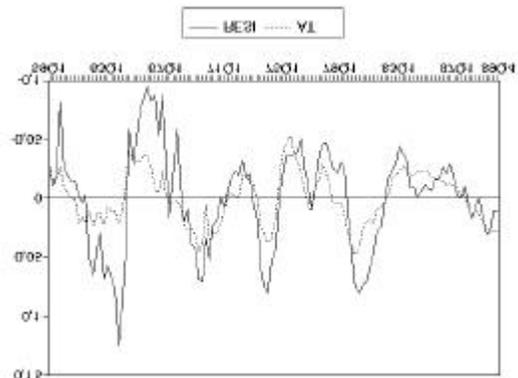
**Figura 8.** Valori simulati del consumo (CSIM) e del capitale (KSIM).

meccanismo? Osservando la figura (7), nella quale sono rappresentati il consumo e il capitale osservati, appare che, curiosamente, proprio durante il periodo in cui gli shock sull'economia sono stati senza dubbio sulla tecnologia (gli anni delle crisi petrolifere), il consumo aggregato ha scollato il suo andamento dallo stock di capitale, mentre durante i periodi precedenti il 1970 e seguenti il 1978 il consumo è stato positivamente correlato con il capitale, anticipandone l'andamento di circa tre trimestri, coerentemente a quanto accade nelle serie artificiali. La figura (9) illustra l'andamento del consumo rispetto al residuo di Solow. La tendenza delle innovazioni ad anticipare o ritardare rispetto all'andamento del consumo non è immediatamente riconoscibile, tuttavia, in media, i picchi della serie AT hanno anticipato di circa un trimestre i picchi del

consumo; inoltre, la distanza verticale dei picchi della serie AT dai corrispondenti picchi della serie RESC è mediamente più piccola del 35% rispetto alla distanza calcolata considerando i cavi. Ciò è coerente con le considerazioni iniziali; in sintesi, quando i tempi sono stati normali, cioè quando il sistema non ha attraversato periodi di trasformazione strutturale (anni '70), le fluttuazioni cicliche dei consumi aggregati sono state coerenti con le predizioni del modello, in particolare è riprodotta la sequenza temporale osservata dei picchi del ciclo,  $\Delta A \rightarrow \Delta C \rightarrow \Delta K$ . L'eccesso di volatilità durante le fasi positive del ciclo mette però in evidenza un'asimmetria rispetto al modello: nelle fasi di boom il consumo è più legato alle variazioni del reddito corrente, mentre durante le recessioni il consumo tende ad essere più legato allo stock di ricchezza. In sostanza, le famiglie italiane tendono a comportarsi "razionalmente" quando il consumo è inferiore alla media; questi periodi di "astinenza" sono però eccessivamente premiati quando la situazione economica contingente migliora.



**Figura 9**, Valori osservati del consumo (RESC) e residuo di Solow (AT).



**Figura 10**, Valori osservati degli investimenti (RESI) e residuo di Solow (AT).

**Figura (4): Gli Investimenti** Il modello alimentato con gli shock osservati riproduce molto bene la struttura delle fluttuazioni degli investimenti (RESI). L'eccesso di variabilità mostrato dalla serie artificiale (ISIM) sembra dipendere più dalla scarsa reattività degli investimenti osservati a seguire cali della produttività, come evidenziato dalla figura (10), che alla minore reattività ad aumenti di AT. Ciò è particolarmente evidente durante gli anni 1970-1978. Questo significa che, da un lato, il modello ha sovrastimato l'elasticità degli investimenti a shock sulla produttività e, dall'altro, che nell'economia reale sono intervenuti fattori, come le politiche economiche e di sostegno agli investimenti, che hanno limitato l'impatto di una minore produttività dei fattori sulle decisioni di investimento.

Infine, la serie simulata anticipa, mediamente di circa un trimestre e mezzo, la serie osservata; ciò ancora sottolinea che la dinamica degli investimenti osservati è stata più "prudente" di quella prevista dal modello.

### 7. Il confronto tra predizioni teoriche e osservazione empirica: il mercato del lavoro

Una valutazione sintetica del confronto tra le predizioni empiriche del modello e le statistiche dell'economia reale è presentata nelle tabelle [12] [13] e [14].

Var.	Dati Osservati		Dati Simulati	
	Trend Det.	Trend HP	Mod.εt oss.	Mod.Asint.
n <sub>t</sub>	2.85(0.46)	1.70(0.99)	2.26(0.68)	2.06(0.50)
w <sub>t</sub>	11.49(1.87)	1.55(0.90)	1.33(0.40)	2.89(0.70)

**Tabella[12]** Confronto tra le deviazioni standard di ore-lavoro e salario (variabilità relativa rispetto al prodotto fra parentesi).

Var	Dati Osservati		Dati Simulati	
	Trend Det.	Trend HP	Mod.εt Oss.	Mod.Asint.
n <sub>t</sub>	0.9;0.8;0.7	0.8;0.7;0.5	0.8;0.6;0.4	0.8;0.7;0.6
w <sub>t</sub>	0.9;0.9;0.9	0.8;0.7;0.5	0.9;0.8;0.6	0.9;0.9;0.5

**Tabella[13]** Confronto tra le autocorrelazioni di ore-lavoro e salario (rispettivamente I II e III ritardo).

V.	Dati Osservati		Dati Simulati	
	Trend Det.	Trend HP	Mod.εt Oss.	Mod.Asint.
n,y	-0.28;-0.27;-0.28	0.55;0.45;0.200	0.78;0.96;0.88	0.63;0.77;0.70
w,y	0.87;0.88;0.84	-0.17;-0.17,-0.16	0.88;0.88;0.70	0.89;0.89;0.83
n,w	-0.58	-0.49	0.70	0.41

**Tabella[14]** *Cross-correlazioni di ore-lavoro e salario con i valori ritardati (rispettivamente ai lags -1,0,1) del prodotto (n,y; w,y) e cross-correlazione tra salario reale e ore lavoro al ritardo zero (n.w).*

L'analisi del mercato del lavoro ci conduce a prendere in esame l'aspetto apparentemente fallimentare del modello di ciclo reale. I fatti empirici del ciclo economico nel mercato del lavoro con i quali la teoria si confronta sono comuni a quasi tutte le economie di mercato industrializzate: la maggiore variabilità delle ore lavorate rispetto al salario reale e la correlazione negativa o nulla tra ore lavorate e salario reale. Nel contesto teorico dei modelli di ciclo reale, il primo fatto empirico implica che nel breve periodo l'offerta di lavoro sia piuttosto elastica, il che non è generalmente confermato dall'evidenza empirica. Complicazioni della struttura di base dei modelli di ciclo reale, come ad esempio l'uso di preferenze temporalmente non separabili (Hansen-Wright(92)), che aumentano il grado di sostituibilità intertemporale del tempo libero, oppure l'ipotesi di *indivisible labour* (Hansen(85)), in cui le variazioni nell'input di lavoro possono avvenire variando il numero degli occupati, sono capaci di generare una variabilità asintotica dell'input di lavoro e del salario reale più coerenti con l'evidenza empirica.

Il secondo fatto empirico del mercato del lavoro rappresenta viceversa un fatto "contronatura" per lo schema di base dei modelli di ciclo reale. Shock sulla funzione di produzione implicano infatti spostamenti della curva della produttività marginale del lavoro e quindi spostamenti della curva di domanda di lavoro lungo la curva di offerta. Di conseguenza questi modelli predicono una forte correlazione positiva tra ore lavorate e salario reale. Estensioni dei modelli di ciclo reale mirate a migliorare le predizioni empiriche in questo senso comprendono quindi l'inserimento di shock in grado di spostare la curva di offerta di lavoro, come ad esempio variazioni stocastiche nella spesa pubblica, che attraverso un effetto ricchezza possono spostare in ogni periodo la curva di offerta di lavoro (Christiano-Eichenbaum(90))<sup>17</sup>. Oppure, come in Hansen-Wright(92) viene incorporata nel modello la *household production*; nella misura in cui gli shock sulla funzione di produzione di mercato e sulla funzione di produzione domestica non sono perfettamente correlati, il processo di sostituzione tra attività di lavoro domestica e attività di lavoro nel mercato è in grado in ogni periodo di spostare la curva di offerta di lavoro.

*Le fluttuazioni osservate nel mercato del lavoro* I dati selezionati utilizzando il punto di riferimento di un trend lineare mettono in evidenza le differenti evoluzioni di lungo periodo del salario reale e delle ore lavorate. Dal dopoguerra l'economia italiana ha sperimentato un livello crescente del prodotto procapite, che è tuttavia occorso a tassi decrescenti. Viceversa, dal lato dell'occupazione in termini di ore-lavoro, le tendenze di lungo periodo rivelano un rapido declino nei primi due decenni del periodo

---

<sup>17</sup> Christiano-Eichenbaum(90) attribuiscono la correlazione negativa tra ore lavorate e produttività ad errori di misurazione. Errori di misurazione tipicamente si rivelano nelle frequenze molto alte di una serie storica (e' questo uno degli inconvenienti dell'uso delle differenze prime delle variabili); ed e' anche per questo motivo che molti studiosi del ciclo preferiscono lavorare con serie in livelli filtrate con HP. Da un lato si evita la ciclicità spuria che risulterebbe dall'uso di un trend lineare, dall'altro il residuo ottenuto con HP conserva sufficientemente le frequenze basse della serie in modo tale che eventuali errori di misurazione non abbiano troppo "peso" nel calcolo delle statistiche del ciclo economico.

campione; dopo il periodo travagliato delle crisi petrolifere (1973-1982), il monte-ore mostra viceversa una certa tendenza a stabilizzarsi. In sostanza, osservando la serie sull'intero campione, è evidente un andamento *convesso*, mentre il prodotto mostra un andamento nettamente *concavo*.

L'uso del trend di HP consente un lettura delle fluttuazioni del monte ore e del salario reale coerente con l'evidenza empirica internazionale. I salari reali sono meno variabili del tempo di lavoro ed entrambe le variabili sono fortemente autocorrelate. La correlazione positiva tra ore lavorate e salario reale è più forte rispetto ai valori ritardati del reddito. Ciò potrebbe suggerire la presenza di costi legati alle variazioni dell'input di lavoro e l'importanza del riferimento ai livelli di produzione passati per le decisioni di produzione correnti. La correlazione tra salario e prodotto è bassa e di segno negativo (-0.17) e soprattutto è fortemente negativa la correlazione tra salario e ore lavorate (-0.49). In termini di domanda e di offerta, ciò sembra suggerire ampi spostamenti dell'offerta di lavoro relativamente alle variazioni di produttività (shock sulla tecnologia); oppure, come è più ragionevole, che gli shock verificatisi nell'economia siano stati in realtà prevalentemente shock da domanda, inducendo variazioni dello stesso segno sul livello di produzione e variazioni di segno opposto sulla produttività e sul salario reale.

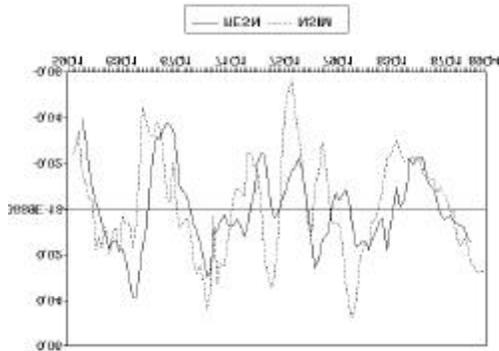
*Le predizioni del modello* L'aspetto sorprendente è la differenza tra le deviazioni standard asintotiche di  $N$  e  $w$  (2.06, 2.89) e le deviazioni standard delle serie simulate (2.89, 1.33). Tale differenza dipende in modo cruciale dalle condizioni iniziali del capitale  $k$  e del progresso tecnico  $A$  stabilite nel sistema di moto delle variabili di stato (equazione 11). Nel breve periodo, quindi, le caratteristiche delle fluttuazioni cicliche di occupazione e salario possono essere sostanzialmente diverse dalle proprietà del ciclo nel lungo periodo<sup>18</sup>. Sorprendentemente, il modello di ciclo reale, applicato a una situazione contingente (il capitale è circa il 4% più elevato del suo valore di stato stazionario e la produttività è circa il 2% più bassa del suo valore di lungo periodo) è in grado di replicare il fatto osservato della minore variabilità dei salari reali.

Il modello riproduce in modo soddisfacente la persistenza delle fluttuazioni del salario reale e delle ore-lavoro, mentre le correlazioni incrociate rivelano la debolezza interpretativa delle teorie del ciclo reale. La correlazione delle ore-lavoro con il prodotto nelle serie artificiali è positiva e sensibilmente maggiore di quanto osservato nei dati, rivelando che la reazione del sistema produttivo a shock esogeni sulla tecnologia non è avvenuta solamente attraverso il canale delle variazioni dei fattori produttivi; ciò potrebbe suggerire, ad esempio, che il grado di utilizzazione della capacità produttiva possa avere avuto un ruolo importante nelle fluttuazioni del prodotto. La correlazione tra salario reale e prodotto è significativamente positiva, mentre nei dati essa è piccola e di segno negativo, rivelando che gran parte degli shock che hanno colpito l'economia non ha innescato i meccanismi previsti dal modello quando la funzione di produzione si sposta per disturbi sulla produttività dei fattori. Ciò è ulteriormente confermato osservando la correlazione tra ore-lavoro e salario reale, ampia e positiva nelle serie artificiali (0.7), ampia e negativa nelle serie osservate (-0.49). Ciò potrebbe suggerire che la dinamica osservata del mercato del lavoro è stata caratterizzata da condizioni tipiche di disequilibrio, in cui

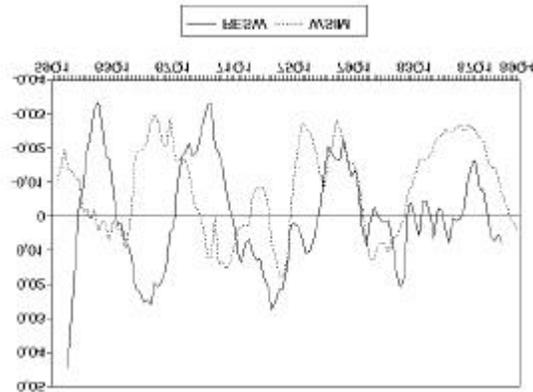
---

<sup>18</sup> Tecnicamente l'influenza delle condizioni iniziali diventa irrilevante dopo circa 800 periodi, mentre le deviazioni standard asintotiche compaiono esplicitamente dopo 4000 periodi. Considerando le serie simulate di  $N$  e  $w$  la varianza dell'occupazione decresce leggermente mentre quella del salario aumenta leggermente considerando gli ultimi 10 anni del campione.

l'ammontare di occupazione è deciso quasi esclusivamente dal lato della domanda. Un'immagine visiva della performance del modello rispetto al mercato del lavoro è possibile dalla ispezione delle figure 11 e 12.

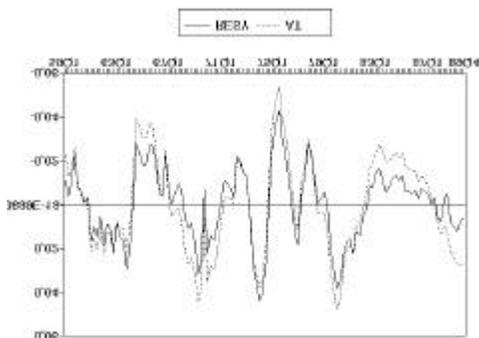


**Figura 11,** Valori osservati (RESN) e simulati (NSIM) delle ore lavoro.

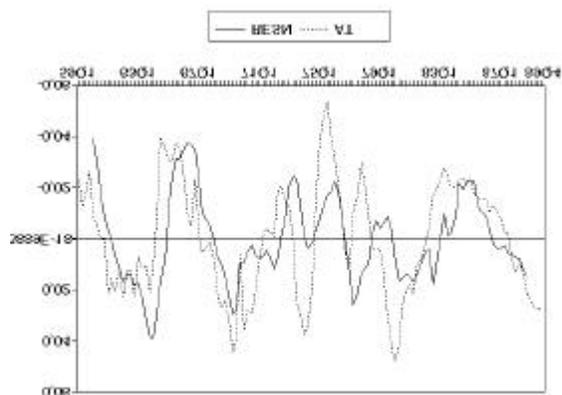


**Figura 12,** Valori osservati (RESW) e simulati (WSIM) del salario reale.

Le precedenti considerazioni sulla performance del modello nell'ambito del mercato dei beni e del mercato del lavoro, sollevano una questione fondamentale: perché il comportamento osservato sul mercato dei beni è coerente con l'ipotesi di mercati sempre in equilibrio disturbati da shock sulla tecnologia, mentre la metafora dell'equilibrio e della natura reale degli shock fallisce considerando il mercato del lavoro? Questa quesito mette in discussione la natura del residuo di Solow.



**Figura 13,** Valori osservati del prodotto (RESY) e residuo di Solow (VI).



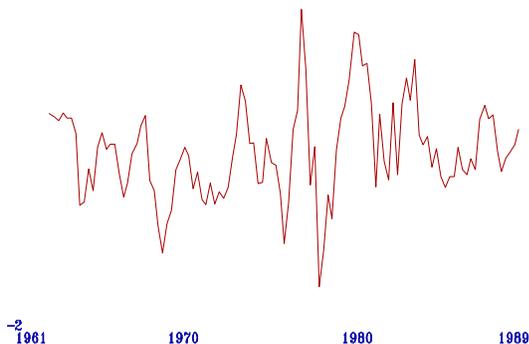
**Figura 14,** Valori osservati della occupazione (RESN) e residuo di Solow (AT).

*Il residuo di Solow: impulsi da offerta?* (13,14,15) mostrano di prodotto, occupazione e salario Solow.

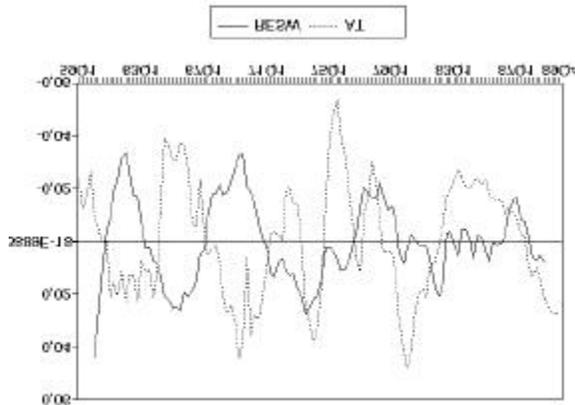
osservazioni variabili, tranne il evidenza che la delle fluttuazioni calco delle

dalla serie del prodotto come variazioni esogene della produttività. Ciò, da un lato, sembrerebbe confermare l'efficacia della metafora del modello di ciclo reale, dall'altro, pone la questione sulla natura del residuo di Solow. Analizzando l'influenza esercitata dalle componenti permanenti sulle fluttuazioni del prodotto con un sistema VAR strutturale in presenza di cointegrazione, Onofri-Paruolo-Salituro(92) (OPS(92) d'ora in poi) accettano l'ipotesi che la domanda estera, il prodotto e gli investimenti "siano mossi da un unico processo propulsore, un trend stocastico comune, e i dati rivelano che tale processo è costituito dalla cumulata dei disturbi della domanda mondiale". Le figure (16) e (17), che rappresentano rispettivamente lo shock reale permanente individuato da OPS(92) e il residuo di Solow, consente di riconoscere nel residuo di Solow l'impronta del ciclo della domanda mondiale. Nel contesto dell'analisi di OPS(92) gli autori ribadiscono che i risultati ottenuti evidenziano che "per gli impulsi provenienti dall'estero non si tratti di effetti transitori di domanda. Per paesi alla rincorsa, tali impulsi possono costituire il veicolo della diffusione del progresso tecnico internazionale". Nel presente contesto siamo vincolati alla natura transitoria degli shock, tuttavia l'ambito interpretativo del modello di ciclo reale e le conclusioni di OPS(92) suggeriscono interessanti considerazioni. Se nel residuo di Solow è visibile il ciclo della domanda mondiale, allora le incongruenze rilevate dal confronto tra le predizioni del modello e i fatti del mercato del lavoro possono rivelare due possibili interpretazioni.

2

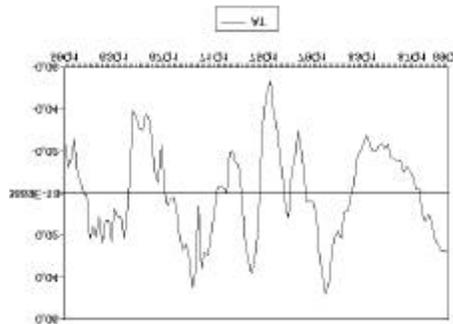


**Figura 16, Ciclo della domanda mondiale.**



**Figura 15, Valori osservati del salario reale (RESW) e residuo di Solow (AT).**

*Impulsi da domanda o* Le figure (9,10), e le fluttuazioni osservate consumo, investimento, reale con il residuo di Coerentemente alle precedenti, tutte le salario reale, mettono in struttura fondamentale cicliche appare come il fluttuazioni selezionate



**Figura 17, Residuo di Solow.**

La prima si colloca all'esterno del modello e suggerisce che impulsi esterni da domanda siano assorbiti dal sistema produttivo variando l'occupazione in una situazione tipica di eccesso di offerta (sottolineando la natura non concorrenziale dei mercati e la presenza di vischiosità nominali).

La seconda, viceversa, è suggerita dagli stessi meccanismi del modello. Considerando il lato della tecnologia, questa interpretazione indica che l'aspetto debole della teoria non coinciderebbe con quello tradizionalmente rinfacciato ai modelli di ciclo reale, cioè che tutti gli impulsi esogeni siano variazioni del progresso tecnico, tanto difficili da definire quanto da identificare storicamente<sup>19</sup>, ma con la necessità di spiegare in che modo impulsi della domanda mondiale siano "diventati" impulsi sulla tecnologia. A livello intuitivo, un impulso da domanda potrebbe, nel breve periodo, modificare il grado di utilizzazione e l'efficienza del capitale, e per questa via aumentare la produttività marginale del lavoro e spostare la curva di domanda di lavoro, innescando quel tipo di meccanismi visti nell'ambito del modello. Mentre, dal lato delle preferenze, un impulso da domanda potrebbe generare un effetto ricchezza capace, nel breve periodo, di spostare la curva di offerta di lavoro (attraverso un meccanismo del tipo di quello descritto da Barro(81) e incorporato nel modello di Christiano-Eichenbaum(92)). Un meccanismo di questo tipo avrebbe l'effetto di diminuire la correlazione positiva tra ore lavoro e salario reale e la correlazione positiva tra salario reale e prodotto, coerentemente a quanto osservato nell'economia italiana.

Queste considerazioni consentono, almeno a livello intuitivo, una risposta alla domanda che ha chiuso il paragrafo precedente. Per quanto riguarda il mercato dei beni, gli impulsi da domanda e da offerta che si sono verificati nell'economia italiana hanno avuto un effetto dello stesso segno sul livello di produzione e pertanto l'ipotesi della natura tecnologica dei disturbi adottata dal modello consente di essere una valida metafora per raccontare ciò che si è verificato nella realtà. Viceversa, per quanto riguarda il mercato del lavoro, se accettiamo l'ipotesi che impulsi da domanda e da offerta abbiano avuto effetti di segno opposto sulla domanda e sull'offerta di lavoro, allora è evidente che la metafora di un'economia disturbata da shock che colpiscono solo la tecnologia risulta parziale e fortemente limitata.

## 8. Conclusioni

In questo lavoro abbiamo confrontato le proprietà statistiche delle fluttuazioni di prodotto, consumo, investimento, ore-lavoro e salario reale predette da un modello di base di ciclo reale con le proprietà statistiche delle fluttuazioni ottenute dalle serie storiche osservate.

Come primo passo si è affrontato il problema di identificare sulle serie effettive un ciclo economico omeomorfo al concetto di ciclo economico espresso dal modello. A questo fine l'ipotesi di crescita esogena, rappresentata da un trend lineare deterministico, applicata alle serie storiche osservate, si è rivelata un'ipotesi troppo semplificatrice delle tendenze di lungo periodo delle variabili effettive. Siamo stati quindi costretti a utilizzare, come riferimento di lungo periodo per indurre la stazionarietà sulle

---

<sup>19</sup> Abbiamo visto che la performance delle simulazioni non è migliore durante gli anni '70, quando gli shock accaduti sono stati prevalentemente shock sulla tecnologia.

serie osservate, un trend alla Hodrick-Prescott. In tal modo le non linearità delle serie osservate, che risultavano in altrettante ciclicità spurie nei residui ottenuti da un trend lineare, sono state eliminate.

Il confronto tra le predizioni del modello e le statistiche delle fluttuazioni osservate è stato effettuato considerando sia le caratteristiche asintotiche del ciclo economico sia quelle conseguenti agli shock effettivamente osservati. In quest'ultimo caso, dati i valori iniziali storici delle variabili di stato, il modello è stato alimentato con gli errori della stima della funzione di produzione (leggasi residuo di Solow). Così facendo, la performance del modello risulta estremamente soddisfacente per quanto riguarda il mercato dei beni, ma rivela che la variabilità relativa di ore-lavoro e salario reale può differire sostanzialmente dal suo valore asintotico.

In particolare, nell'ambito del mercato dei beni, la maggiore variabilità della serie simulata del prodotto rispetto alla serie osservata esemplifica uno di quegli spazi in cui l'incongruenza tra modello e realtà si apre a suggestive congetture narrative.

L'eccesso di variabilità nella serie artificiale del prodotto suggerisce che nell'economia reale siano stati all'opera dei meccanismi stabilizzatori delle fluttuazioni del prodotto stesso particolarmente efficaci durante le fasi negative del ciclo, ad esempio le politiche di stabilizzazione della domanda. In tal modo, le differenze tra economia modello e realtà verrebbero ricondotte a una eccessiva semplificazione del modello (assenza di un operatore pubblico), aprendo contemporaneamente la questione dell'efficacia delle politiche di stabilizzazione in un ambito teorico di tipo neoclassico.

Un'altra chiave di lettura è che l'eccesso di variabilità della serie artificiale del prodotto potrebbe riflettere un difetto nella struttura informativa degli individui; in altre parole, la persistenza degli shock sarebbe stata mediamente sottostimata, in particolare la persistenza degli shock negativi<sup>20</sup>.

Infine, la minore variabilità osservata del prodotto potrebbe essere associata alla minore variabilità delle ore-lavoro osservate rispetto alle ore-lavoro simulate. In questa interpretazione, sarebbero le condizioni di disequilibrio e di rigidità sul mercato del lavoro ad avere generato nella realtà fluttuazioni meno accentuate nel reddito.

Tutte e tre queste considerazioni toccano una questione importante, il costo sociale delle fluttuazioni cicliche. Nell'assunto che ad una minore variabilità del ciclo economico sia associato un maggiore benessere sociale, dovremmo trarre la conclusione, paradossale dal punto di vista della logica neoclassica del modello, che la presenza di politiche economiche con effetti distorsivi o le decisioni economiche prese da individui con informazione incompleta, oppure fenomeni di disequilibrio e rigidità sul mercato del lavoro abbiano consentito una migliore performance dell'economia reale rispetto all'economia modello. Ma proprio perché queste conclusioni sembrano in contrasto con l'ottimalità paretiana dei profili temporali descritti dall'economia modello, le tre precedenti considerazioni rimandano tutta la questione del costo sociale delle fluttuazioni cicliche all'ambito della relazione tra ciclo e crescita; in particolare, se le fluttuazioni economiche possono stimolare la crescita della produttività<sup>21</sup> allora il costo sociale di un ciclo più accentuato potrebbe essere più che compensato dal

---

<sup>20</sup> Questa forma di asimmetria, cioè che la variabilità durante le fasi negative del ciclo sia minore rispetto alle fasi positive, è un fatto confermato (considerando però i tassi di crescita delle variabili) dal recente lavoro di French-Sichel(93), in cui, utilizzando un modello GARCH, non si rifiuta l'ipotesi di asimmetria in varianza delle fluttuazioni del prodotto.

<sup>21</sup> Vedi Aghion-Saint Paul(91) per un contributo teorico in tal senso, mentre per un contributo

maggiore benessere sociale derivante da un maggiore tasso di crescita.

Il confronto delle implicazioni della teoria con i fatti del mercato del lavoro ha rivelato una debolezza del modello già manifestatasi in analoghi studi per altri paesi. Ciò tuttavia non rappresenta una falsificazione in senso popperiano della teoria, dal momento che tale debolezza deriva prevalentemente dal fatto che il residuo di Solow non rappresenta esclusivamente fenomeni ascrivibili al progresso tecnico. In altre parole, l'ipotesi sulla natura degli impulsi che colpiscono l'economia sintetizza ciò che la teoria considera esogeno e pertanto, in linea di principio, non sarebbe corretto attribuire l'incongruenza tra economia modello e realtà a un fallimento della metafora della famiglia razionale. Alla luce delle considerazioni fatte sulla natura del residuo di Solow, il giudizio finale sul modello considerato è che esso è stato in grado di cogliere quegli aspetti dei disturbi esogeni che hanno un impatto sulla tecnologia in termini di produttività dei fattori, lasciando aperta la questione di come impulsi di altra natura (ad esempio, di domanda mondiale) si traducano in impulsi sulla tecnologia. Infine, i rompicapo empirici del mercato del lavoro<sup>22</sup> rivelano che l'interpretazione delle fluttuazioni dell'economia italiana attraverso lo schema del ciclo in equilibrio risulta parziale, nel senso che il modello sembra comportarsi come se solo il lato della domanda nel mercato del lavoro reagisse agli impulsi, mentre la correlazione molto piccola e negativa tra le salario reale e prodotto e la correlazione significativamente negativa tra ore lavoro e salario reale sembrano suggerire una certa mobilità anche della curva di offerta di lavoro.

Un giudizio sulla bontà del modello di ciclo preso in considerazione in questo lavoro dovrebbe poter rispondere alla duplice domanda: che cosa sappiamo ora di più sull'economia italiana rispetto a quanto già sapevamo quando intraprendemmo questa ricerca? e che cosa abbiamo scoperto di nuovo sui modelli di ciclo reale rispetto a quanto già conoscevamo? Purtroppo, una risposta onesta a queste domande deve riconoscere un limite comune a tutte le scienze sociali, e cioè che le conclusioni o i risultati empirici di una teoria sono spesso formalizzazioni o quantificazioni di proposizioni di senso comune che così vengono ricondotte a un percorso di razionalità. Probabilmente, la domanda corretta non è chiedersi che cosa sappiamo di più dell'economia italiana attraverso la metafora della famiglia razionale, ma che tipo di domande e di questioni questa ricerca ha sollevato. Il confronto tra un'economia artificiale, generata dal comportamento di una famiglia ottimizzante, e l'economia osservata ha aperto due questioni estremamente importanti: da un lato, il giudizio sul costo sociale delle fluttuazioni, nell'ambito del dibattito sull'efficacia e la desiderabilità delle politiche di stabilizzazione, deve essere condotto in un ambito teorico in cui sia esplicitato il legame e l'interdipendenza tra ciclo e crescita. Dall'altro, un miglioramento della performance empirica e interpretativa dei modelli di ciclo reale non può prescindere da un'analisi della composizione del residuo di Solow che superi la dicotomia tra shock da domanda e shock da offerta come dicotomia tra paradigmi interpretativi della realtà.

## BIBLIOGRAFIA

---

empirico si veda ad esempio Onofri(89).

<sup>22</sup>Per una sintesi delle esperienze manifestatesi in altri paesi al riguardo si veda Danthine-Donaldson (93)

P. Aghion, G. Saint-Paul (1991), *On the Virtue of Bad Times: an Analysis of the interaction Between Economic Fluctuations and Productivity Growth*, CEPR Discussion Paper No. 578.

Ando A.(1983) *Modelli di ciclo in equilibrio:una valutazione*, sta in: Ascesa e declino della Nuova Macroeconomia Classica, G.Rodano (a cura di), Bologna.

R. Barro, (1981), *Output Effects of Government Purchases*, Journal of Political Economy, 89, pp.1086-1108.

R.Barro, R. King (1984) *Time Separable Preference and Intertemporal Substitution Effects*, Quarterly Journal of Economics, 99, pp. 817-839.

L.J. Christiano, M. Eichenbaum (1992), *Current Real Business Cycle Theory and Aggregate Labor Market Fluctuations*, American Economic Review, 82, pp. 430-450.

J.P. Danthine, J.B. Donaldson (1993), *Methodological and Empirical Issues in Real Business Cycle Theory*, European Economic Review, vol. 37 n.1, pp. 1-36.

M.W. Frenchel, D.E. Sichel (1993), *Cyclical Patterns in the Variance of Economic Activity*, Journal of Business and Statistics, 11, pp. 113-119.

R. Frisch (1933), *Propagation Problems and Impulse Problems in Dynamics Economies*, sta in: Economic Essays in Honour of Gustav Cassel, Londra.

A. Deaton (1992) , Understanding Consumption, Claredon Press, Oxford.

D.N. De Jong, C.H. Whitman (1991), *Trend and Random Walks in Macroeconomics*, Journal of Monetary Economics, 28, pp. 221-254.

G.D. Hansen, R. Wright (1992), *The Labor Market in Real Business Cycle Theory*, manoscritto.

A. Harvey, A. Jaeger (1992), *Detrending, Stylized Facts and the Business Cycle*, manoscritto.

R.Golinelli, M. Montestarelli (1990), *Un Metodo per la Ricostruzione di Serie Storiche Compatibili con la Nuova Contabilità Nazionale (1951-1989)*, Nota di Lavoro n. 9001, Prometeia.

R.King, C.Plosser, S.Rebelo (1988a.), *Production Growth and Business Cycle:the Basic Neoclassical Model*, Journal of Monetary Economics, 21, pp. 195-232.

R.King, C.Plosser, S.Rebelo (1988b.), *Production Growth and Business Cycle: New Directions*, Journal of Monetary Economics, 21, pp. 309-341.

- R.King, C.Plosser, S.Rebelo (1987), *Production Growth and Business Cycle: Technical Appendix*, University of Rochester.
- E.Kydland,E.Prescott (1982), *Time to Build and Aggregate Fluctuations*, *Econometrica*, 50, pp. 1345-1370.
- J.Long,C.Plosser (1983), *Real Business Cycle*, *Journal of Political Economy*, 91, pag. 36-69.
- R.Lucas (1972), *Expectations and Neutrality of Money*, *Journal of Economic Theory*, 4, pag. 103-124.
- R.Lucas (1973), *Some International Evidence on Output-Inflation Trade-Offs*, *American Economic Review*, 63, pag. 326-334.
- R.Lucas (1975), *An Equilibrium Model of Business Cycle*, *Journal of Political Economy*, 83, pag. 1113-1144.
- R.Lucas (1977), *Understanding Business Cycle*, *Journal of Monetary Economics*, 5, pag. 7-29.
- R.Lucas (1981), Models of Business Cycle, Yrjo Jahansson Lectures, Oxford.
- R.Lucas (1988), *On the Mechanics of Economic Development*, *Journal of Monetary Economics*, 22, pag. 3-42.
- C.Nelson,C.Plosser, (1982), *Trend and Random Walks in Macroeconomic Time Series: some Evidence and Implications*, *Journal of Monetary Economics*, 10, pag. 139-162.
- P. Onofri (1989 ), *Il Ruolo delle Politiche Macroeconomiche dal Dopoguerra ad Oggi*, *Politica Economica*, 3, pp. 427-462.
- P.Onofri (1991), *Osservazione empirica e analisi economica: esperienze di indagine sulle fluttuazioni cicliche*, *Politica Economica*, vol. VII, n.3, dicembre, pag. 311-341.
- P. Onofri, P. Paruolo, B. Salituro (1992), *Sulle fonti delle fluttuazioni dell'economia italiana con sistemi VAR strutturali*, *Rivista di Politica Economica*, anno LXXXII, Agosto-Settembre pag. 33-66.
- C.Plosser (1989), *Understanding Real Business Cycle*, *Journal of Political Economy*, 3, pag. 51-77.
- F.Vicarelli (1985), *Leggi di natura e politica pconomica: considerazioni sui fondamenti della nuova macroeconomia classica*, *Politica Economica*, vol. I, n.1, Aprile, pag. 7-36.