

Haase, Knut

**Working Paper — Digitized Version**

## Deckungsbeitragsorientierte Verkaufsgebietseinteilung und Standortplanung für Außendienstmitarbeiter

Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel, No. 410

**Provided in Cooperation with:**

Christian-Albrechts-University of Kiel, Institute of Business Administration

*Suggested Citation:* Haase, Knut (1996) : Deckungsbeitragsorientierte Verkaufsgebietseinteilung und Standortplanung für Außendienstmitarbeiter, Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel, No. 410, Universität Kiel, Institut für Betriebswirtschaftslehre, Kiel

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/149041>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

Manuskripte  
aus den  
Instituten für Betriebswirtschaftslehre  
der Universität Kiel

Nr. 410

Deckungsbeitragsorientierte  
Verkaufsgebietseinteilung und Standortplanung  
für Außendienstmitarbeiter

Dr. Knut Haase



Manuskripte  
aus den  
Instituten für Betriebswirtschaftslehre  
der Universität Kiel

Nr. 410

**Deckungsbeitragsorientierte  
Verkaufsgebietseinteilung und Standortplanung  
für Außendienstmitarbeiter**

Dr. Knut Haase

14. Oktober 1996.

**Knut Haase**

Lehrstuhl für Produktion und Logistik, Institut für Betriebswirtschaftslehre,  
Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, Olshausenstraße 40, 24118 Kiel, Germany

email: Haase@bwl.uni-kiel.de

URL: <http://www.wiso.uni-kiel.de/bwlinstitute/Prod>

<ftp://ftp.wiso.uni-kiel.de/pub/operations-research>

## 1 Problemstellung und Abgrenzung

Ein wichtiges Instrument erfolgreicher Unternehmen ist der effiziente Einsatz ihrer Außendienstmitarbeiter (ADM). Sie bieten hinsichtlich der vom Unternehmen vertriebenen Produkte Beratungsleistungen an und schließen Kaufverträge ab. Zur Vermeidung hoher Fahrtkosten und zur Erreichung von Kundennähe beschäftigen überregional ausgerichtete Unternehmen mehrere ADM an verschiedenen Standorten. Dabei können die einzelnen Standorte - bedingt durch hohe Mieten, Abschreibungen und Festgehälter - erhebliche Fixkosten verursachen. Je mehr Standorte eingerichtet bzw. ADM beschäftigt werden, desto höher ist jedoch *ceteris paribus* in der Regel auch der zu erwartende Absatz. Unternehmen müssen daher zwischen den Absatzleistungen auf der einen Seite und den dadurch verursachten Fixkosten pro Periode auf der anderen Seite abwägen. Wird ein Standort eingerichtet, so sind ihm (potentielle) Kunden zuzuordnen, wobei darauf zu achten ist, daß keine Konkurrenz mit anderen ADM des Unternehmens entsteht. Insgesamt ist somit bei der Gestaltung eines effizienten Außendienstes die Anzahl der ADM, deren Standorte und die Zuordnung der von ihnen betreuten Kunden festzulegen.

In Skiera/Albers (1994) wird ein Modell vorgestellt, mit dessen Hilfe eine deckungsbeitragsmaximale Einteilung von Verkaufsgebieten angestrebt wird. Hierzu ist zunächst das gesamte Verkaufsgebiet in kleinste Gebietseinheiten (KGE) zu zerlegen. Die KGE werden anschließend zu mehreren zusammenhängenden und disjunkten Verkaufsgebieten zusammengefügt. Jede KGE wird dabei genau einem Verkaufsgebiet zugeordnet. Die Verkaufsgebiete sind so zu bilden, daß der Gesamtdeckungsbeitrag (Summe der erwarteten Deckungsbeiträge aller ADM) maximiert wird.<sup>1</sup> Dabei ist die Maximierung des Deckungsbeitrags äquivalent zur Maximierung des Umsatzes. Unter der Annahme, daß sich *die ADM hinsichtlich ihrer Leistung nicht unterscheiden*, wird ein nichtlineares Modell eingeführt. Die Nichtlinearität ergibt sich unter anderem aus dem unterstellten Zusammenhang zwischen der Besuchszeit  $z_{i,j}$  des ADM  $i$  in KGE  $j$  und dem Umsatz  $S_{i,j}$ . Die Umsatzreaktionsfunktion des ADM  $i$  bezüglich der KGE  $j$  kann wie folgt dargestellt werden:

$$S_{i,j} = g_j (z_{i,j})^{b_j} \quad (1)$$

Dabei ist  $g_j > 0$  ein Skalierungsparameter und  $b_j \in [0, 1]$  die Besuchszeitenelastizität. Die Differenzierung nach KGE ist notwendig, um beispielsweise unterschiedliche Konkurrenzsituationen in den KGE berücksichtigen zu können.

Die sogenannte Besuchsintensität  $t_{i,j}$  des ADM  $i$  setzt sich aus Besuchs- und Reisezeit zusammen, die er für die KGE  $j$  aufwendet. Die Reisezeit enthält dabei die Zeit für Fahrten von KGE  $i$  zu KGE  $j$  und für Fahrten, um die Kunden innerhalb der KGE  $j$  aufzusuchen. Sei  $p_{i,j} = z_{i,j}/t_{i,j}$  der relative Anteil der Besuchszeit  $z_{i,j}$  an der Besuchsintensität  $t_{i,j}$ , dann gilt

$$S_{i,j} = g_j (p_{i,j} t_{i,j})^{b_j} = c_{i,j} (t_{i,j})^{b_j} \quad (2)$$

wobei

$$c_{i,j} = g_j (p_{i,j})^{b_j} \quad (3)$$

als Gebietsgüteparameter bezeichnet wird. Variieren beispielsweise die (entfernungsabhängigen) Reisezeiten der ADM  $i$  und  $k$  zur KGE  $j$ , so werden sich die relativen Anteile der Besuchszeiten  $p_{i,j}$  und  $p_{k,j}$  unterscheiden. Diese Unterschiede führen zu verschiedenen Parametern  $c_{i,j}$  und  $c_{k,j}$ .

Das nichtlineare Modell von Skiera/Albers (1994) ist nicht mit Standardmethoden lösbar. Ferner fehlt die geforderte (und im vorgeschlagenen heuristischen Lösungsverfahren auch berücksichtigte) Bedingung, zusammenhängende Verkaufsgebiete zu bilden. Wir werden in

<sup>1</sup> Eine hinsichtlich Umsatzpotential oder Arbeitsbelastung gleichgewichtige Einteilung des gesamten Verkaufsgebiets gewährleistet keine gewinnmaximierende Einteilung; vgl. Skiera/Albers (1994).

diesem Beitrag ein lineares Modell formulieren, mit dessen Hilfe Problemstellungen praxisrelevanter Größenordnung unter Verwendung von Standardmethoden lösbar sind. Außerdem integrieren wir die Standortplanung für ADM in die Problemstellung und verallgemeinern die von Siera/Albers (1994) betrachtete Problemstellung substantiell.

Der Aufbau der Arbeit ist wie folgt: Im nächsten Abschnitt präsentieren wir ein mathematisches Modell zur simultanen Verkaufsgebietseinteilung und Standortplanung. In Abschnitt 4 betrachten wir ein praxisnahes Beispiel. Der Beitrag schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick auf künftige Forschungsarbeiten.

## 2 Modell

In diesem Abschnitt führen wir ein lineares Modell zur simultanen Verkaufsgebietseinteilung und Standortplanung<sup>2</sup> ein. Abbildung 1 stellt den funktionalen Zusammenhang zwischen der

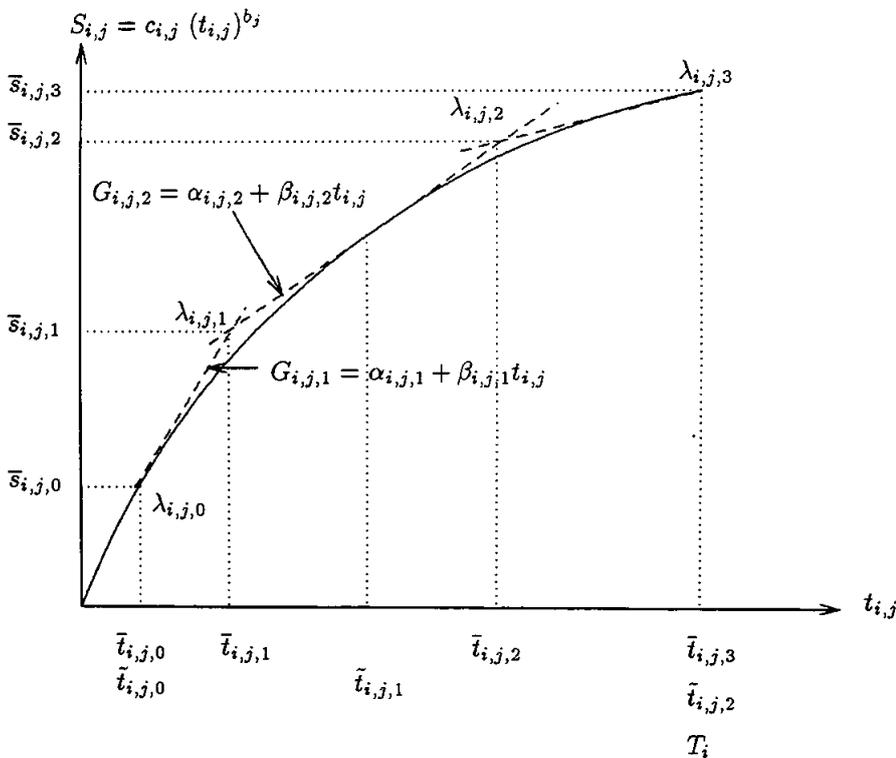


Abb. 1.: Linearisierung der Zielfunktion

Besuchsintensität  $t_{i,j}$  und dem dabei erwarteten Umsatz  $S_{i,j}$  dar (durchgezogene Kurve). Ferner wird verdeutlicht, wie die nichtlineare Funktion durch mehrere Tangenten (gestrichelte Linien) approximierbar ist. Die Qualität der Approximation hängt maßgeblich von Anzahl und Lage der gewählten Tangenten - determiniert durch vorzugebener Berührungspunkte - ab. Da alle Punkte der Tangenten nicht unterhalb der Reaktionsfunktion liegen, wird der Umsatz (bzw. Deckungsbeitrag) mit Ausnahme der Berührungspunkte überschätzt.<sup>3</sup> Die Tangente, die zum Zeitpunkt  $t_{i,j,\tau}$  die Reaktionsfunktion berührt, bezeichnen wir mit

$$G_{i,j,\tau} = \alpha_{i,j,\tau} + \beta_{i,j,\tau} t_{i,j} \quad (4)$$

<sup>2</sup> Einen Überblick zur Standortplanung findet man z.B. in Domschke/Drexel (1996) und Francis et al. (1992).

<sup>3</sup> Durch eine alternative Approximation unterhalb der Kurve würden wir keine obere Schranke erhalten.

Zur Spezifikation der Tangente  $G_{i,j,\tau}$  nutzen wir aus, daß die Steigungen der Tangente und der Umsatzreaktionsfunktion sich zum Zeitpunkt  $\tilde{t}_{i,j,\tau}$  entsprechen, d.h.

$$\beta_{i,j,\tau} = c_{i,j} b_j (\tilde{t}_{i,j,\tau})^{b_j - 1} \quad (5)$$

Ferner gilt, daß zum Zeitpunkt  $\tilde{t}_{i,j,\tau}$  die Funktionswerte der Umsatzreaktionsfunktion und der Tangente gleich sind, d.h.

$$c_{i,j} (\tilde{t}_{i,j,\tau})^{b_j} = \alpha_{i,j,\tau} + \beta_{i,j,\tau} \tilde{t}_{i,j,\tau} \quad (6)$$

bzw.

$$\alpha_{i,j,\tau} = c_{i,j} (\tilde{t}_{i,j,\tau})^{b_j} - \beta_{i,j,\tau} \tilde{t}_{i,j,\tau} \quad (7)$$

Mit (5) und (7) lassen sich somit die einzelnen Tangenten einfach spezifizieren. Zur vollständigen Beschreibung der Approximation sind die jeweiligen Schnittpunkte  $(\bar{s}_{i,j,\tau}, \bar{t}_{i,j,\tau})$  zu berechnen. Für  $\bar{t}_{i,j,\tau}$  gilt  $G_{i,j,\tau-1} = G_{i,j,\tau}$ , so daß folgt:

$$\bar{t}_{i,j,\tau} = \frac{\alpha_{i,j,\tau} - \alpha_{i,j,\tau-1}}{\beta_{i,j,\tau-1} - \beta_{i,j,\tau}} \quad (8)$$

Damit ist hinsichtlich der Approximation relevante Definitionsbereich der Tangente  $G_{i,j,\tau}$  gegeben durch das Intervall  $[\bar{t}_{i,j,\tau}, \bar{t}_{i,j,\tau+1}]$ .

Sei  $\lambda_{i,j,\tau} \in [0, 1]$  ein Gewichtungparameter des Punktes  $(\bar{s}_{i,j,\tau}, \bar{t}_{i,j,\tau})$ . Gilt  $\lambda_{i,j,\tau} + \lambda_{i,j,\tau+1} = 1$ , so wird eine Linearkombination der Punkte  $(\bar{s}_{i,j,\tau}, \bar{t}_{i,j,\tau})$  und  $(\bar{s}_{i,j,\tau+1}, \bar{t}_{i,j,\tau+1})$  - dargestellt durch die Tangente  $G_{i,j,\tau}$  - gebildet, d.h. der approximierter Umsatz zum Zeitpunkt  $\lambda_{i,j,\tau} \bar{t}_{i,j,\tau} + \lambda_{i,j,\tau+1} \bar{t}_{i,j,\tau+1}$  ist  $\lambda_{i,j,\tau} \bar{s}_{i,j,\tau} + \lambda_{i,j,\tau+1} \bar{s}_{i,j,\tau+1}$ .

Da wir eine (streng) konkave Funktion maximieren, besitzen die Gewichte  $\lambda_{i,j,\tau}$  folgende

**Nachbarschaftseigenschaft:**<sup>4</sup> *Höchstens zwei Gewichte  $\lambda_{i,j,\tau}$  sind positiv. Sind zwei Gewichte positiv, dann sind sie benachbart, d.h. es gilt  $\lambda_{i,j,\tau}, \lambda_{i,j,\tau+1} > 0$ .*

Wir benötigen daher zur approximativen Berechnung der Zielfunktion keine zusätzlichen ganzzahligen Entscheidungsvariablen.

**Annahme:** *Wird ein Standort in der KGE  $i$  eingerichtet, so wird dem zugehörigen ADM auch die KGE  $i$  zugeordnet.*

Zur Vereinfachung der mathematischen Modellformulierung bezeichnen wir im folgenden mit ADM  $i$  einen ADM mit einem (noch einzurichtenden oder bereits vorhandenen) Standort in der KGE  $i$ .<sup>5</sup>

Wir definieren (zusammenfassend) folgende Parameter:

$J$	Menge der KGE;
$I$	Menge der KGE mit einem (potentiellen) Standort für einen ADM;
$N_j$	Menge der direkt benachbarten KGE von KGE $j$ ;
$f_i$	Fixkosten pro Periode für den Standort in KGE $i$ ;
$P_{i,j}$	geordnete Menge $(0, \dots,  P_{i,j}  - 1)$ zur Indizierung des $\tau$ -ten Zeitpunktes $\bar{t}_{i,j,\tau}$ bzw. Umsatzes $\bar{s}_{i,j,\tau}$ (s. Abbildung 1);
$\bar{s}_{i,j,\tau}$	approximierter, erwarteter Umsatz, der in KGE $j$ durch ADM $i$ bei einer Besuchintensität von $\bar{t}_{i,j,\tau}$ erzielt wird;
$\bar{t}_{i,j,\tau}$	$\tau$ -ter Zeitpunkt zur Unterteilung der maximal verfügbaren Zeit $T_i$ des ADM $i$ für KGE $j$ (s. Abbildung 1);
$T_i$	Zeit für Reisen und Besuche, die ADM $i$ zur Verfügung steht.

<sup>4</sup> vgl. Bradley et al. (1974), S. 575 ff.

<sup>5</sup> Z.B. hat ADM 5 seinen Standort in KGE 5.

Unter Verwendung der Entscheidungsvariablen

$x_{i,j}$  1, falls KGE  $j$  dem ADM  $i$  zugeordnet wird, 0 sonst;  
 $\lambda_{i,j,\tau}$  Gewicht des Punktes  $(\bar{s}_{i,j,\tau}, \bar{t}_{i,j,\tau})$

läßt sich das Problem der Verkaufsgebietseinteilung und Standortplanung wie folgt formulieren:

$$\text{Maximiere } \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{\tau \in P_{i,j}} \bar{s}_{i,j,\tau} \lambda_{i,j,\tau} - \sum_{i \in I} f_i x_{i,i} \quad (9)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\sum_{\tau \in P_{i,j}} \lambda_{i,j,\tau} = x_{i,j} \quad i \in I; j \in J \quad (10)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{\tau \in P_{i,j}} \bar{t}_{i,j,\tau} \lambda_{i,j,\tau} = T_i x_{i,i} \quad i \in I \quad (11)$$

$$\sum_{i \in I} x_{i,j} = 1 \quad j \in J \quad (12)$$

$$\sum_{j \in \bigcup_{v \in V} N_v - V} x_{i,j} - \sum_{k \in V} x_{i,k} \geq 1 - |V| \quad i \in I; V \subseteq J - N_i - i \quad (13)$$

$$x_{i,j} \in \{0, 1\} \quad i \in I; j \in J \quad (14)$$

$$\lambda_{i,j,\tau} \geq 0 \quad i \in I; j \in J; \tau \in P_{i,j} \quad (15)$$

(9) maximiert den Gesamtdeckungsbeitrag (bzw. Gesamtumsatz) unter Berücksichtigung der Periodenfixkosten der einzurichtenden Standorte. Besucht ADM  $i$  die KGE  $j$ , so wird ihm die KGE  $j$  zugeordnet (vgl. (10)). Die Arbeitszeitbeschränkung wird durch (11) abgebildet. (12) ordnet jeder KGE genau einen ADM zu. Der Zusammenhang der Verkaufsgebiete wird durch (13) gewährleistet. (14) und (15) definieren die Wertebereiche der Entscheidungsvariablen. (13) ist näher zu erläutern: Bei der Lösung des Modells wird, analog zum Traveling-Salesman-Problem<sup>6</sup>, bei dem Kurzzyklen auszuschließen sind, (13) zunächst vernachlässigt. Anschließend wird überprüft, ob alle Verkaufsgebiete zusammenhängend sind. Nur für die nicht zusammenhängenden Verkaufsgebiete werden dann einzelne Restriktionen eingeführt und das Problem erneut gelöst. Das Verfahren wird solange wiederholt, bis alle Verkaufsgebiete zusammenhängend sind.

Zur Verdeutlichung betrachten wir Abbildung 2 mit 6 KGE. Die eingekreiste 5 zeigt, daß die entsprechende KGE dem ADM  $i = 5$  zugeordnet wird. Zwei KGE sind benachbart, wenn sie sich mindestens einmal "berühren". Beispielsweise sind KGE 1 und KGE 4, aber nicht KGE 1 und KGE 5 benachbart.

In Abbildung 2 a) sind dem ADM 5 die KGE 1 und die KGE 5 zugeordnet, so daß sein Verkaufsgebiet nicht zusammenhängend ist. Da KGE 1 keinen "Anschluß" an KGE 5 hat, wird geeigneterweise zunächst die Restriktion ( $V = \{1\}$ )

$$x_{5,2} + x_{5,3} + x_{5,4} - x_{5,1} \geq 0$$

explizit aufgenommen, d.h. wenn KGE 1 ADM 5 zugeordnet wird, so muß mindestens einer der Nachbarn von KGE 1 auch ADM 5 zugeordnet sein. Unter Berücksichtigung dieser

<sup>6</sup> vgl. Domschke (1990), S. 59 ff.

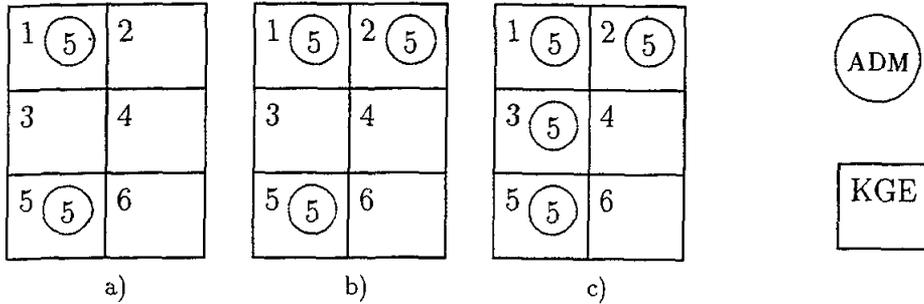


Abb. 2.: Bildung zusammenhängender Verkaufsgebiete

Restriktion ist auch die Lösung in Abbildung 2 b) möglich. Wird diese unzulässige Lösung bestimmt, ist eine erneute Optimierung nach Einfügen von  $(V = \{1, 2\})$

$$x_{5,3} + x_{5,4} - x_{5,1} - x_{5,2} \geq -1$$

erforderlich. Gilt aufgrund dieser Restriktion zusätzlich  $x_{5,3} = 1$ , so erhalten wir schließlich das zusammenhängende Verkaufsgebiet der Abbildung 2 c).

Wir beenden diesen Abschnitt mit folgenden Anmerkungen, die die Allgemeinheit und damit Breite der Anwendbarkeit unterstreichen:

1. Implizit sind in dem Modell bereits mögliche Erweiterungen enthalten. So kann beispielsweise durch eine geeignete Wahl von  $\bar{t}_{i,j,0}$  und  $\bar{t}_{i,j,|P_{i,j}|-1}$  eine minimale und maximale Besuchsintensität des ADM  $i$  für KGE  $j$  vorgegeben werden. Ist  $\bar{t}_{i,j,0} \forall i \in I$  relativ groß, so kann es sinnvoll sein, KGE  $j$  keinem ADM zuzuordnen. Wir würden dann in (12) " $\leq$ " statt " $=$ " fordern.
2. Eine Obergrenze  $U_i$  hinsichtlich der Anzahl der ADM  $i$  zuordenbaren KGE kann problemlos durch

$$\sum_{j \in J} x_{i,j} \leq U_i \quad (16)$$

aufgenommen werden.

3. Eine Obergrenze  $W \leq |I|$  und eine Untergrenze  $V \geq W$  hinsichtlich der Anzahl zu bildener Verkaufsgebiete kann sehr einfach durch Einfügen von

$$\sum_{i \in I} x_{i,j} \geq V \quad (17)$$

$$\sum_{i \in I} x_{i,j} \leq W \quad (18)$$

berücksichtigt werden.<sup>7</sup>

4. Die Lösung des Modells liefert eine vollständige Verkaufsgebietseinteilung und die Standorte der ADM. Für die einzelnen Verkaufsgebiete kann eine Nachoptimierung der Besuchsintensitäten erfolgen. Gilt  $b_j = b$  und  $a = 1/(1 - b)$ , so wird dies durch

$$t_{i,j} = \frac{(c_{i,j} x_{i,j})^a}{\sum_{k \in J} (c_{i,k} x_{i,k})^a} T_i \quad i \in I; j \in J \quad (19)$$

vorgenommen (vgl. Einbu (1981)).

<sup>7</sup> Bei  $V = W$  wird der Spezialfall von Skiera/Albers (1994) betrachtet.

5. Sei  $u_j$  das Umsatzpotential (d.h. Gewicht) der KGE  $j$ . Ferner seien  $|I|$  Standorte fest eingerichtet, d.h.  $x_{i,i} = 1 \forall i \in I$ . Streben wir eine "gleichgewichtige" Einteilung der Verkaufsgebiete an<sup>8</sup>, so sind die Restriktionen (10) und (11) durch

$$\sum_{j \in J} u_j x_{i,j} - \delta_i^+ + \delta_i^- = \frac{1}{|I|} \sum_{j \in J} u_j \quad i \in I \quad (20)$$

und die Zielfunktion (9) durch

$$\text{Minimiere } \sum_{i \in I} \delta_i^- + \delta_i^+ \quad (21)$$

zu ersetzen. Ferner ist

$$\delta_i^-, \delta_i^+ \geq 0 \quad i \in I \quad (22)$$

zu fordern. Dabei erfassen die Variablen  $\delta_i^+$  und  $\delta_i^-$ , inwieweit das Verkaufsgebiet des ADM  $i$  den "Gleichgewichtsanteil"  $\frac{1}{|I|} \sum_{j \in J} u_j$  über- bzw. unterschreitet.

### 3 Bestimmung der Planungsdaten

Zur optimalen Einteilung der Verkaufsgebiete und Bestimmung der Standorte sind die erforderlichen Modelldaten bereitzustellen.

Aus (1) und (2) folgt, daß die Parameter  $g_j$  und  $b_j$  unabhängig von  $c_{i,j}$  bestimmt werden können. Üblicherweise sind die einzelnen Parameter zu schätzen. Hierzu wird (1) gemäß

$$\ln(S_{i,j}) = \ln(g_j) + b_j \ln(z_{i,j}) \quad (23)$$

transformiert, so daß mit einer einfachen linearen Regression unter Verwendung von Vergangenheitsdaten  $b_j$  und  $g_j$  geschätzt werden können. Es ist dabei nicht zwingend erforderlich, Jahresdaten zu verwenden. Je nach Anwendung kann es ausreichend sein, Monatsdaten oder Quartalsdaten zu verwenden, jedoch dürfen keine Daten unterschiedlicher Periodisierung eingesetzt werden. Möglicherweise bietet sich auch eine Gruppierung von KGE an, die sich hinsichtlich ihrer Wettbewerbsfaktoren ähneln (Clusteranalyse). Denkbar wäre eventuell eine Aufteilung in "ländliche" und "städtische" KGE. Die Regressionsrechnung würde dann die KGE einer Gruppe (Stadt oder Land) umfassen. Vorhandene Unterschiede der ADM und stochastische Schwankungen in den Umsatzzahlen werden dadurch "herausgefiltert". Die Ergebnisse lassen sich auch zur Beurteilung der ADM verwenden, indem der jeweilige Umsatz eines ADM dem erwarteten Umsatz des "Durchschnitts-ADM" gegenübergestellt wird. In neueren Literaturquellen wird vorgeschlagen,  $b_j$  basierend auf Erfahrungswerten vorzugeben und  $g_j$  auf der Basis von nur einer Beobachtung festzulegen. Diese Vorgehensweise ist nicht unproblematisch, wie folgendes einfaches Beispiel zeigt.

ADM  $i = 1$  betreut zwei von ihm gleichweit entfernte KGE,  $j = 1, 2$ , mit identischen Reaktionsfunktionen

$$S_{1,j} = 50 (t_{1,j})^{0.5} \quad (24)$$

Für Reisen und Besuche stehen dem ADM  $T_1 = 1800$  Zeiteinheiten zur Verfügung. Da die Reaktionsfunktionen identisch sind, verhält er sich optimal, wenn er seine Arbeitszeit je zur Hälfte auf die beiden KGE  $j = 1, 2$  aufteilt, d.h.  $t_{1,1} = t_{1,2} = 900$ . Der erwartete Umsatz beträgt dann  $U = 2 \times 50 \times (900)^{0.5} = 3000$ . ADM  $i = 1$  hat aber trotz optimaler Allokation seiner Arbeitszeit in der vergangenen Periode - bedingt durch stochastische Einflüsse - die

<sup>8</sup> Das Ziel der "gleichgewichtigen" Einteilung der Verkaufsgebiete wird von Zoltners/Sinha (1983) verfolgt.

Umsätze  $S_{1,1}^{real} = 1200$  und  $S_{1,2}^{real} = 1800$  erzielt. Zur Vereinfachung sei  $b_1 = b_2 = 0.5$  bekannt, so daß lediglich  $c_{1,1}$  und  $c_{1,2}$  gemäß

$$c_{1,1} = \frac{1200}{(900)^{0.3}} = 40 \quad (25)$$

$$c_{1,2} = \frac{1800}{(900)^{0.3}} = 60 \quad (26)$$

bestimmt werden. Setzen wir diese Werte in (19) ein, so erhalten wir als 'optimale' Zeitallokation

$$t_{1,1} = \frac{(40)^{0.5}}{(40)^{0.5} + (60)^{0.5}} 1800 = 809.08 \quad (27)$$

$$t_{1,2} = \frac{(60)^{0.5}}{(40)^{0.5} + (60)^{0.5}} 1800 = 990.92 \quad (28)$$

Verteilt der ADM  $i = 1$  nun seine Arbeitszeit entsprechend, so sind folgende Umsätze zu erwarten:

$$S_{1,1}^{neu} = 40 (809.08)^{0.5} = 1137.77 \quad (29)$$

$$S_{1,2}^{neu} = 60 (990.92)^{0.5} = 1888.73 \quad (30)$$

Irrtümlich wird somit eine Umsatzsteigerung von 3000 auf 3026.5 erwartet. Die tatsächlich zu erwartenden Umsätze erhalten wir, wenn wir (27) und (28) in (24) einsetzen:

$$S_{1,1}^{erw} = 50 (809.08)^{0.5} = 1422.22 \quad (31)$$

$$S_{1,2}^{erw} = 50 (990.92)^{0.5} = 1573.94 \quad (32)$$

Bedingt durch den Schätzfehler reduziert sich also der zu erwartende Gesamtumsatz auf 2996.16. Hätte dagegen ADM  $i = 1$  aufgrund seiner Erfahrung die KGE  $j = 1, 2$  hinsichtlich der Markteinflußfaktoren als identisch eingestuft, so hätten wir im Rahmen einer Regressionsanalyse identische (und damit besser geeignete) Gebietsgüteparameter erhalten. Um derartige Schätzfehler gering zu halten, gilt auch hier der Grundsatz "Je mehr Beobachtungen, desto geringer ist der zu erwartende Schätzfehler".

Der relative Anteil  $p_{i,j}$  kann unabhängig von  $g_j$  und  $b_j$  bestimmt werden. Wir verdeutlichen die Berechnung erneut an Hand eines Beispiels. Hierzu verwenden wir folgende Angaben:

- 8 durchschnittliche tägliche Arbeitszeit eines ADM  $i$
- 2 durchschnittliche Zeit, die ADM  $i = 1$  aufwendet, um von seinem Standort zur KGE  $j = 2$  und zu seinem Standort zurückzufahren
- 0.4 durchschnittlich benötigte Zeit, um innerhalb der KGE  $j$  zu einem Kunden zu gelangen
- 0.4 durchschnittliche Zeit, die ein ADM bei einem Kunden verbringt
- $a_{i,j}$  Anzahl Kunden, die der ADM  $i$  durchschnittlich während einer Tagestour in der KGE  $j$  besucht

Alle Angaben sind Durchschnittswerte, die von stochastischen Einflüssen und unterschiedlichen Touren abstrahieren. Gehen wir davon aus, daß der ADM  $i$  nicht in der KGE  $j$  übernachtet, d.h. grundsätzlich wieder zu seinem Standort am Ende einer Tagestour zurückfährt, dann entspricht  $p_{i,j}$  dem prozentualen Anteil der Besuchszeit einer Tagestour des ADM  $i$  in der KGE  $j$ . Hierzu berechnen wir zunächst

$$a_{i,j} = \frac{8 - 2}{0.4 + 0.4} = 7.5 \quad (33)$$

und erhalten dann

$$p_{i,j} = \frac{7.5 \times 0.4}{8} = 0.375 \quad (34)$$

Fehlende Ganzzahligkeit von  $a_{i,j}$  kann beispielsweise dadurch erklärt werden, daß der ADM an einigen Tagen 7 Kunden und an anderen Tagen 8 Kunden besucht. In der neueren Literatur wird ebenfalls vorgeschlagen,  $a_{i,j}$  beispielsweise durch Runden in eine ganze Zahl zu transformieren und die tägliche Arbeitszeit geeignet anzupassen. Diesem Vorschlag ist nicht zu folgen, da dadurch die Daten verzerrt werden, wie man durch ein einfaches Beispiel zeigen kann. Runden wir beispielsweise bei einem Nachkommawert von  $\geq 0.5$  auf und sonst ab, so erhalten wir

$$p_{i,j}^{neu} = \frac{8 \times 0.4}{2 + 8(0.4 + 0.4)} = 0.381 \quad (35)$$

Durch die Erhöhung des Anteilswerts von ADM  $i$  würde er gegenüber anderen ADM hinsichtlich KGE  $j$  bevorzugt werden. Für einen ADM  $k$  der für die An- und Rückfahrt zur KGE  $j$  nur marginal mehr Zeit benötigt (z.B. 2.0001) erhielten wir

$$p_{k,j}^{neu} = \frac{7 \times 0.4}{2 + 7(0.4 + 0.4)} = 0.368 \quad (36)$$

Eine derartige Abweichung ist inhaltlich schwer zu rechtfertigen. Wesentlich problematischer ist aber, daß durch Runden die Gesamtarbeitszeit  $T$  verändert wird. Hat beispielsweise ADM  $i$  1200 Zeiteinheiten für Besuche zur Verfügung und gehen wir davon aus, daß er ausschließlich KGE  $j$  betreut, so würde er KGE  $j$  an  $1200/8 = 150$  Tagen besuchen. Um  $p_{i,j}^{neu} = 0.368$  zu rechtfertigen, müßte der ADM an 150 Tagen eine halbe Stunde länger arbeiten. Dadurch wird folglich die Gesamtarbeitszeit im Widerspruch zu Restriktion (11) von 1200 auf 1275 Zeiteinheiten erhöht.

#### 4 Anwendungsbeispiel

Zur Verdeutlichung der Problemstellung verwenden wir das Beispiel aus Skiera/Albers (1994), in dem 39 KGE 7 ADM deckungsbeitragsmaximal zuzuordnen sind. Die Besuchszeitenelastizität ist  $b_j = 0.3$  für alle KGE. Tabelle 1 enthält die Gebietsgüteparameter<sup>9</sup>. Darin gibt der eingeklammerte Wert in der 1. Spalte den Standort eines ADM an. Beispielsweise hat der ADM 1 seinen Standort in Hamburg. Zur Approximation der Reaktionsfunktion betrachten wir Tabelle 2: Die 2. Spalte gibt die vorgegebenen Werte  $\bar{t}_{i,j,\tau}$  an, die 3. und 4. Spalte die Parameter der Tangenten, die 5. Spalte den Schnittpunkt zweier benachbarter Tangenten und die 6. Spalte die approximierten Umsätze, falls  $c_{i,j} = 1$ .<sup>10</sup>

Wir betrachten zwei Varianten:

1. Für die ADM fallen keine Fixkosten an, d.h.  $f_i = 0$  für  $i = 1, \dots, 7$ .
2. Die Fixkosten der Standorte betragen  $f_i = 1000$  für  $i = 1, \dots, 7$ .

Wir lösen die beiden Probleme jeweils mit dem in LINGO integrierten Standardsolver. Tabelle 3 enthält die Zuordnungen der KGE zu den ADM. Die entsprechenden Zielfunktionswerte sind in Tabelle 4 wiedergeben. Dabei entspricht "Obere Schranke (LP)" dem Zielfunktionswert der LP-Relaxation von (9)- (15) und "Obere Schranke (MLP)" dem der ganzzahligen Lösung. Wir bestimmen, da die Elastizitäten der KGE identisch sind, mit (19) die optimalen Besuchsintensitäten der gegebenen Verkaufsgebietseinteilung. Setzen wir die entsprechenden Werte in (2) ein, erhalten wir eine untere Schranke. Ein Vergleich mit der oberen Schranke zeigt, daß die Lösung maximal 0.23 % bzw. 0.5 % von der optimalen Lösung

<sup>9</sup> ohne Nachkommastellen

<sup>10</sup> Ist dagegen  $c_{1,1} = 100$ , so erhalten wir beispielsweise  $\bar{x}_{1,1,2} = 100 \times 2.37$ .

Tabelle 1. Gebietsgüteparameter

KGE	ADM						
	1	2	3	4	5	6	7
Schleswig-Holstein	95	0	0	0	0	0	0
Hamburg (1)	59	0	0	0	0	34	33
Braunschweig	48	32	0	0	0	45	48
Hannover	53	43	35	0	0	42	52
Lüneburg	66	0	0	0	0	47	47
Weser-Ems	70	68	60	0	0	0	60
Bremen	15	11	9	0	0	0	11
Düsseldorf (2)	0	117	110	0	0	0	89
Köln (3)	0	84	89	60	0	0	69
Münster	49	79	73	0	0	0	68
Detmold	58	60	58	0	0	0	65
Arnsberg	67	109	107	68	0	0	104
Darmstadt	0	77	84	84	0	0	87
Gießen	0	25	27	24	0	0	29
Kassel (7)	19	27	27	20	0	0	35
Koblenz	0	41	44	37	0	0	39
Trier	0	14	15	13	0	0	11
Rheinessen-Pfalz	0	59	67	79	0	0	60
Stuttgart	0	0	70	116	99	0	88
Karlsruhe (4)	0	0	44	65	37	0	37
Freiburg	0	0	0	62	39	0	0
Tübingen	0	0	0	42	38	0	0
Oberbayern (5)	0	0	0	55	98	0	0
Niederbayern	0	0	0	0	31	0	0
Oberpfalz	0	0	0	24	36	0	24
Oberfranken	0	0	0	38	38	0	43
Mittelfranken	0	0	0	50	51	0	49
Unterfranken	0	39	47	55	40	0	60
Schwaben	0	0	0	50	58	0	0
Saarland	0	37	42	46	0	0	30
Berlin-West (6)	26	0	0	0	0	45	0
Berlin-Ost	34	0	0	0	0	59	0
Brandenburg	0	0	0	0	0	121	0
Mecklenburg-Vorpommern	69	0	0	0	0	73	0
Sachsen	0	0	0	0	0	135	91
Dessau	34	0	0	0	0	45	35
Halle	32	0	0	0	0	45	45
Magdeburg	42	0	0	0	0	44	35
Thüringen	0	0	0	104	0	130	169

abweicht, die verwendete Approximation also bereits eine sehr hohe Lösungsqualität liefert. Die optimale Lösung wird bereits in ca. 1 Minute auf einem 486 PC mit 66MHz bestimmt. Die kurze Rechenzeit ist durch die geringe Abweichung zwischen der LP- und der ganzzahligen Lösung begründet. Damit sind auch größere Problemstellungen mit kommerziellen Standardmethoden lösbar.

Skiera/Albers (1994)<sup>11</sup> zeigen ferner, wie durch eine veränderte Zeiteinteilung eine erhebliche Umsatzsteigerung in dem untersuchten Beispiel erzielbar wird. Hierzu ist anzumerken,

<sup>11</sup> Die Ergebnisse des Beispiels in Skiera/Albers (1994) sind teilweise nicht plausibel: Beispielsweise wird errechnet, eine Steigerung der Besuchszeiten führt zu einer Reduzierung des Umsatzes (vgl. z.B. dort in Tabelle 4, Thüringen: Besuchsintensität + 116.97 %, Umsatz - 3.43 %; Schwaben: Besuchsintensität + 30.08 %, Umsatz -4.28 %). Das Ergebnis steht im Widerspruch zu einer konkaven Reaktionsfunktion.

**Tabelle 2.** Approximation des Umsatzes bei  $c_{i,j} = 1$ 

$\tau$	$\bar{t}_{i,j,\tau}$	$\alpha_{i,j,\tau}$	$\beta_{i,j,\tau}$	$\bar{t}_{i,j,\tau}$	$\bar{s}_{i,j,\tau}$
0	1.0	0.70	0.3000	1.0	1.00
1	50.0	2.26	0.0194	5.6	2.37
2	100.0	2.79	0.0119	70.1	3.62
3	150.0	3.15	0.0089	122.1	4.24
4	200.0	3.43	0.0073	173.0	4.70
5	300.0	3.87	0.0055	244.3	5.23
6	400.0	4.22	0.0045	345.9	5.79
7	500.0	4.51	0.0039	446.8	6.25
8	600.0	4.77	0.0034	547.4	6.64
9	750.0	5.10	0.0029	670.3	7.05
10	1370.6	6.11	0.0019	1007.8	8.04
11				1370.6	8.73

**Tabelle 3.** Zuordnung KGE zu ADM

KGE	ohne Fixkosten	mit Fixkosten
Schleswig-Holstein	1	1
Hamburg	1	1
Braunschweig	1	1
Hannover	1	1
Lüneburg	1	1
Weser-Ems	2	1
Bremen	1	1
Düsseldorf	2	2
Köln	3	2
Münster	2	2
Detmold	7	7
Arnsberg	3	2
Darmstadt	3	7
Gießen	7	7
Kassel	7	7
Koblenz	3	2
Trier	3	2
Rheinhessen-Pfalz	4	4
Stuttgart	4	4
Karlsruhe	4	4
Freiburg	4	4
Tübingen	4	4
Oberbayern	5	5
Niederbayern	5	5
Oberpfalz	5	5
Oberfranken	7	5
Mittelfranken	5	5
Unterfranken	7	7
Schwaben	5	5
Saarland	4	4
Berlin-West	6	6
Berlin-Ost	6	6
Brandenburg	6	6
Mecklenburg-Vorpommern	1	6
Sachsen	6	6
Dessau	6	6
Halle	7	6
Magdeburg	1	1
Thüringen	7	7

Tabelle 4. Lösungsqualität

	ohne Fixkosten	mit Fixkosten
Obere Schranke (LP)	14150	7867
Obere Schranke (MLP)	14140	7502
Untere Schranke (mlp)	14108	7463
Differenz zwischen MLP und LP	0.07%	4.64%
Differenz zwischen mlp und MLP	0.23%	0.52 %

daß die *rechnerische* Umsatzsteigerung auch durch falsch bewerteter Parameter erklärbar ist. Unterstellen wir, die ADM sind Einkommensmaximierer, so kann angenommen werden, sie haben ihre Zeit bereits optimal allokiert. Unter dieser Annahme würden sich andere Parameter ergeben und der augenscheinlich positive Effekt verloren gehen. Dieser Gedanke kann weiter geführt werden: Besteht kein Anreiz zu einem umsatzmaximierenden Verhalten<sup>12</sup>, so ist eine bedingte Schätzung der Parameter geeignet, die gerade die Besonderheiten des Anreizsystems berücksichtigt. Ein Aspekt, der insbesondere bei wenigen Daten nicht vernachlässigbar ist.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Gegenstand dieses Beitrags ist die simultane Verkaufsgebietseinteilung und Standortplanung. Wir stellen ein lineares Modell vor und geben alternative Vorschläge hinsichtlich der Gewinnung geeigneter Modelldaten. Mit einem praxisnahen Beispiel unterstreichen wir die Relevanz unseres Ansatzes. Wir zeigen, daß 'größere' Problemstellungen mit Standardverfahren lösbar sind. Dabei zeigt sich, daß der Zielfunktionswert der LP-Relaxation nur geringfügig von der ganzzahligen Lösung abweicht. Auf der Grundlage des Modells können also unter Verwendung von Standardmethoden gute obere Schranken bestimmt werden. Diese werden insbesondere zur Validierung von approximativen Verfahren benötigt.

Im Rahmen weitere Forschungsansätze beschäftigen wir uns damit, die Verkaufsgebietseinteilung als Set-Partitioning-Problem (SPP) zu modellieren. Dabei repräsentiert eine Spalte ein mögliches Verkaufsgebiet eines ADM. In der Praxis wird 'nur' die LP-Relaxation des SPP implizit unter Verwendung von Spaltengenerierungsverfahren exakt gelöst. Dabei wird im Vergleich zur Menge aller möglichen Verkaufsgebiete nur eine geringe Anzahl von Spalten generiert. Erfahrungsgemäß ist die Differenz zwischen der LP-Lösung und einer darauf aufbauenden optimalen ganzzahligen Lösung deutlich unter 1%, d.h. das optimale Ergebnis der kontinuierlichen Problemstellung ist sehr nah an der optimalen Lösung des Gesamtproblems<sup>13</sup>. Im Rahmen einer interaktiven Anwendung sind schnelle Heuristiken erforderlich. Hierzu ist ein einfaches und effizientes Konstruktions- und Verbesserungsverfahren entwickelt worden. Mit dem Verfahren werden Problemstellungen mit 1000 KGE und 100 potentiellen Standorte mit vertretbarem Zeitaufwand gelöst<sup>14</sup>.

## Literatur

1. S. P. Bradley, A. C. Hax und T. L. Magnanti. *Applied Mathematical Programming*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading u. a., 1974.
2. W. Domschke. *Logistik: Rundreisen und Touren*. Oldenbourg Verlag München Wien, 3. Aufl., 1990.
3. W. Domschke und A. Drexl. *Logistik: Standorte*. Oldenbourg Verlag München Wien, 4. Aufl., 1996.

<sup>12</sup> Müssen z.B. die ADM für Reisekosten selbst aufkommen, besteht ein geringer Anreiz, entfernte KGE aufzusuchen.

<sup>13</sup> vgl. Haase/Drexl (1996)

<sup>14</sup> vgl. Drexl/Haase (1996)

4. A. Drexl und K. Haase. An Integrated Model for Salesman Location, Sales Territory Alignment und Sales Resource Allocation (in Vorbereitung).
5. J. M. Einbu. Extension of the Luss-Gupta Resource Allocation Algorithm by Means of First Order Approximation Techniques. *Operations Research*, 29:621-626, 1981.
6. R. F. Francis, L. F. McGinnis und J. A. White. *Facility Layout und Location: An Analytical Approach*. Prentice-Hall Englewood Cliffs, 2. Aufl., 1992.
7. K. Haase und A. Drexl. Mathematical Programming Approaches for Salesman Location, Sales Territory Alignment und Sales Resource Allocation.
8. LINDO Systems Inc., P.O.B. 148231, Chicago, IL 60614. *LINGO Optimization Modeling Language*.
9. B. Skiera und S. Albers. COSTA: Ein Entscheidungs-Unterstützungs-System zur deckungsbeitragsmaximalen Einteilung von Verkaufsgebieten. *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 10:1261-1283, 1994.
10. A. A. Zoltners und P. Sinha. Sales Territory Alignment: A Review und Model. *Management Science*, 29:1237-1256, 1983.

## Danksagung

Für konstruktive Unterstützung gilt mein Dank Prof. Dr. A. Drexl. Dank gilt auch Dr. B. Skiera für die Bereitstellung der Daten.