ECONSTOR
Make Your Publications Visible.

A Service of

ZBW Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft
Leibniz Information Centre for Economics

Börstler, Daniel; Mölls, Sascha H.

Working Paper

Zur Rolle einer optimierten Verteilung von Sicherheiten im Risikomanagement: Motivation, Modellierung und Implikationen

Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel, No. 653

Provided in Cooperation with:
Christian-Albrechts-University of Kiel, Institute of Business Administration

Suggested Citation: Börstler, Daniel; Mölls, Sascha H. (2010) : Zur Rolle einer optimierten Verteilung von Sicherheiten im Risikomanagement: Motivation, Modellierung und Implikationen, Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität Kiel, No. 653, Universität Kiel, Institut für Betriebswirtschaftslehre, Kiel

This Version is available at:
https://hdl.handle.net/10419/147570

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

WWW.ECONSTOR.EU

Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft

Manuskripte
aus den
Instituten für Betriebswirtschaftslehre
der
Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

Nr. 653/2010

Zur Rolle einer optimierten Verteilung von Sicherheiten im Risikomanagement

- Motivation, Modellierung und Implikationen -

Daniel Börstler / Sascha H. Mölls

Lehrstuhl für Rechnungslegung und Wirtschaftsprüfung
Institut für Betriebswirtschaftslehre
Christian-Albrechts-Universität zu Kiel
Olshausenstraße 40, D-24098 Kiel

Zur Rolle einer optimierten Verteilung von Sicherheiten im Risikomanagement

- Motivation, Modellierung und Implikationen -

Zusammenfassung: Die Erfahrungen aus der jüngsten Finanzmarktkrise zeigen, dass der gezielten Abschätzung und Steuerung von Kreditrisiken in Banken eine enorme betriebs- und volkswirtschaftliche Bedeutung zukommt. Sowohl in der internen Kreditrisikomessung als auch bei den zugehöri-gen gesetzlichen Vorgaben liegt der Schwerpunkt dabei aber insbesondere auf der Prognose zukünftiger Ausfälle von Krediten, wohingegen Sicherheiten nur eine untergeordnete Bedeu-tung zukommt. Vor diesem Hintergrund analysiert der vorliegende Beitrag die optimierte Verteilung von Sicherheiten zunächst innerhalb bestehender fortgeschrittener Verfahren des Risikomanagements. Darüber hinaus wird auf der Grundlage eines Vergleichs der gängigen Verfahren eine flexible Zuordnungssystematik entwickelt. Diese neue Vorgehensweise über-trifft im Ergebnis die bestehenden Ansätze in ihrem Optimierungsziel, ohne dabei den Grundsatz einer konservativen Abschätzung aufgeben zu müssen.

JEL-Classification: C61, G21, G32

Daniel Börstler*, Sascha Mölls**

14. November 2010

*Dipl.-Math.oec. Daniel Börstler, Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, Institut für Betriebswirtschaftslehre, Lehrstuhl für Rechnungslegung und Wirtschaftsprüfung, Olshausenstraße 40, 24098 Kiel.

**Prof. Dr. Sascha H. Mölls, Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, Institut für Betriebswirtschaftslehre, Lehrstuhl für Rechnungslegung und Wirtschaftsprüfung, Olshausenstraße 40, 24098 Kiel.

1 Problemstellung

Die Schieflagen und spektakulären Zusammenbrüche einiger Großbanken im Zuge der jüngsten Finanzmarktkrise haben eindrucksvoll gezeigt, dass Kreditinstitute mitunter erheblichen Risiken ausgesetzt sind und die Insolvenz einzelner Institute nachhaltige Auswirkungen sowohl innerhalb der Finanzbranche als auch in anderen Wirtschaftszweigen nehmen kann. Vor diesem Hintergrund kommt dem Risikomanagement und Risikocontrolling, d.h. der gezielten Messung, Begrenzung und Steuerung von Risiken, eine große Bedeutung zu. Das Kreditrisiko ist dabei von besonderer Relevanz: Erstens stellt es in vielen Kreditinstituten das größte Einzelrisiko dar - so z.B. in den beiden umsatzstärksten Kreditinstituten Deutschlands.[1] Zweitens besteht beim Kreditrisiko die Möglichkeit, eine stark quantitativ ausgerichtete Risikomessung vorzunehmen.[2] Sowohl bei der internen Kreditrisikomessung als auch in den zugehörigen regulatorischen Vorgaben liegt der Schwerpunkt allerdings auf der Prognose zukünftiger Ausfälle von Krediten bzw. der zugehörigen Wahrscheinlichkeit.[3] Sicherheiten kommt hingegen nur eine untergeordnete Rolle zu. Trotzdem wird die Vergabe von Krediten regelmäßig an die Stellung werthaltiger Sicherheiten gekoppelt. Diese können schließlich genutzt werden, um im Falle eines Ausfalls des Kreditnehmers die ausstehende Forderung zu befriedigen. Durch Anrechnung von Kreditsicherheiten kann daher das Kreditrisiko erheblich reduziert werden.[4]

Ein wichtiger Aspekt dabei ist die Zuordnung von Sicherheiten, wenn diese mehrere Kredite besichern. Da aufsichtsrechtlich keine konkreten Vorgaben für die Zuordnung bestehen, kann die Verteilung grundsätzlich so vorgenommen werden, dass die vorgegebene Eigenkapitalanforderung minimal wird. Sicherheiten können in diesem Fall auf diejenigen Kredite verteilt werden, die das höchste Basel II-Risikogewicht tragen. Darüber hinaus ist die Zuordnung von Sicherheiten aber auch für das interne Risikomanagement von Bedeutung, um den erwarteten und unerwarteten Verlust angemessen quantifizieren zu können. In der Literatur sind die beiden zuvor genannten Aspekte hinsichtlich der analysierten Verfahren bisher nur unvollständig und zudem ausschließlich innerhalb der gesetzlichen Vorgaben behandelt worden. So thematisieren Beckmann/Papazoglou (2004) zwar die optimierte Verteilung von Sicherheiten innerhalb des damals einschlägigen gesetzlichen Rahmens zur Eigenkapitalunterlegung, gehen aber nicht auf spezielle Arten von Sicherheiten ein. Diese Fragestellung, ebenso wie die Berücksichtigung jüngerer gesetzlicher Änderungen und die damit verbundene Erweiterung des potenziellen Verfahrensspektrums, werden erst von Steinbrügge (2008) und Heithecker (2007) ergänzt, wobei allerdings

[1] Vgl. Commerbank (2009) S.6 und Deutsche Bank (2009) S.62.
[2] Vgl. Henking/Bluhm/Fahrmeir (2006), S.1.
[3] Vgl. Kessling/Rieder (2006).
[4] Dieser Aspekt hat sich auch in empirischen Studien gezeigt. So wird in Asarnow und Edwards (1995) sowie Eales und Bosworth (1998) festgestellt, dass Sicherheiten einen senkenden Einfluss auf die Verlustquote ausüben. Ferner weisen Neto de Carvalho und Dermine (2003) empirisch nach, dass ein Zusammenhang zwischen der Verlustquote (LGD) und dem Sicherheitentyp besteht.

auch hier ausschließlich Optimierungsverfahren für sehr restriktive Probleme innerhalb bestimmter gesetzlicher Vorschriften behandelt werden.[5]

Der vorliegende Beitrag strebt vor diesem Hintergrund eine deutliche Erweiterung des Analyserahmens an: Zunächst soll die Frage einer optimierten Zuordnung von Sicherheiten einerseits mit dem Ziel der Minimierung der Eigenkapitalunterlegung und andererseits bezogen auf die Zielsetzung des internen Kreditrisikomanagements diskutiert werden. In einem nächsten Schritt sollen dann die beiden Verfahren bzw. Zielsetzungen einander gegenübergestellt werden, um der Frage nachzugehen, ob die gängige feste Zuordnung der Sicherheiten die tatsächliche Besicherungswirkung überhaupt adäquat abbildet. Eine derart feste Zuteilung müsste regelmäßig nämlich bereits immer dann aufgegeben werden, wenn ein bestimmter Kredit ausfällt, dem zunächst kaum Sicherheiten zugeordnet wurden. Auf der Grundlage dieser Überlegungen wird anschließend eine vollständig neue Zuordnungssystematik entwickelt, bei der eine flexiblere Zuteilung zugelassen wird. Im Ergebnis zeigt sich, dass diese neue Vorgehensweise die Verfahren mit fester Zuordnung in ihren Optimierungszielen übertrifft, ohne in beiden Fällen den Grundsatz einer konservativen Abschätzung aufgeben zu müssen.

Der Beitrag ist wie folgt gegliedert: Im folgenden Kapitel 2 soll zunächst die optimierte Zuteilung von Sicherheiten sowohl innerhalb der gesetzlichen Vorgaben als auch im Rahmen des bankinternen Risikomanagements motiviert und begründet werden. Kapitel 3 beschäftigt sich dann mit der Modellierung einer optimierten Verteilung von Sicherheiten. Dazu wird in einem ersten Schritt der Modellrahmen (Abschnitt 3.1) näher präzisiert. Danach stehen alternative Verteilungen von Sicherheiten im Mittelpunkt der Betrachtung, wobei ein Schwerpunkt auf der Begründung und Entwicklung einer neuen Zuteilungssystematik liegt (Abschnitt 3.2). Das Kapitel schließt mit einer vergleichenden Betrachtung alternativer Zuordnungsvorschriften und deren Implikationen (Abschnitt 3.3). In Kapitel 4 wird ein Fazit gezogen und einen Ausblick auf künftige Entwicklungen gegeben.

2 Motivation einer optimierten Zuteilung von Sicherheiten

Der Ursprung des risikoreduzierenden Einflusses von Sicherheiten liegt darin begründet, dass der Verlust im Falle eines Kreditausfalls (LAD=„Loss at Default“) nicht der gesamten Forderungshöhe (EAD=„Exposure at Default“) entspricht, sondern vielmehr bei Ausfall nur eine gewisse Quote (LGD=„Loss given Default“) des EAD verloren geht ($LAD = EAD \cdot LGD$). Diese Quote lässt sich durch den bei Ausfall erzielbaren Wert der Sicherheiten (S) bis zur Höhe der ausstehenden Forderung linear absenken. Zudem besteht die Möglichkeit, aus den sonstigen Vermögenswerten

[5]Es werden hier ausschließlich die Basel II-Ansätze diskutiert, bei denen keine interne LGD-Quantifizierung erfolgt, d.h. Standard-Ansatz und IRB-Basis-Ansatz (letzterer nur außerhalb des Retailportfolios).

des Schuldners einen gewissen Anteil des verbleibenden Verlustes zurückzugewinnen. Ungeachtet dieser offenkundigen Einflussfaktoren modellieren viele Kreditinstitute ihr Kreditrisiko mit einer konstanten erwarteten Verlustquote, die sie überlicherweise aus historischen Daten schätzen.[6] Eine solche Vorgehensweise ist allerdings nur dann adäquat, wenn es sich um unbesicherte Forderungen handelt und für diese keine Abhängigkeit zwischen Ausfallwahrscheinlichkeit und Verlustquote besteht. Der zuletzt genannte Aspekt ist bereits in empirischen Studien widerlegt worden.[7] Diese Studien beschäftigen sich - wie auch entsprechende Beiträge[8] zur Modellierung der LGD - mit der Verlustquote von unbesicherten Krediten - nachfolgend als Blanko-LGD (BLGD) bezeichnet. Für die LGD eines besicherten Kredites ist die BLGD allerdings nur für den verbleibenden Verlust nach Verwertung der Sicherheiten $(EAD - S)$ von Bedeutung. Daher findet in diesem Beitrag die nachfolgende Formel für die LGD Verwendung:[9]

$$LGD = \frac{BLGD \cdot \max(EAD - S, 0)}{EAD}. \tag{1}$$

Es wird dabei bewusst zwischen dem Einfluss der Sicherheiten und der unbesicherten Verlustquote separiert, so dass letztere nach einem der fortgeschrittenen Verfahren der aktuellen Literatur[10] geschätzt werden kann. Eine solche Berücksichtigung von Sicherheiten folgt durch die Separation dem Konzept der sog. „Workout-LGD".[11] Diese findet ebenfalls in jenen Basel II-Ansätzen Verwendung, die keine interne LGD-Schätzung zulassen.[12] Bevor nun aber die optimierte Zuteilung von Sicherheiten behandelt werden kann, sind entsprechende Optimierungsziele sowie deren Motivation zu erarbeiten.

2.1 Motive zur optimierten Verteilung in der internen Kreditrisikomessung

Innerhalb dieses Abschnittes soll die quantitative Wirkung von Sicherheiten auf interne Risikokennzahlen analysiert werden, um damit einerseits eine Optimierung der Zuteilung zu motivieren und andererseits die Grundlage für die interne Zielfunktion der Optimierung zu legen. Unmittelbar ersichtlich ist der Einfluss von Sicherheiten

[6] Vgl. Rieder/Kessling (2006). Die Ursache hierfür liegt in fehlendem oder nicht differenziert genug vorliegenden Datenmaterial. Vgl. auch Altman 2006, S. 23.

[7] Die Ergebnisse von diversen empirischen Studien zu dieser Thematik werden in Altman (2006), S. 11ff. zusammengefasst.

[8] Für eine Übersicht zu Beiträgen zur Modellierung der LGD von unbesicherten Kredite sei auf Altman (2006), S. 31ff. verwiesen.

[9] Mögliche Abhängigkeiten zwischen der Ausfallwahrscheinlichkeit, der unbesicherten Verlustquote und dem Sicherheitenwert werden direkt in die Schätzungen der jeweiligen Größen einbezogen und sind nicht explizit Gegenstand der Untersuchung. Des Weiteren sei im Sicherheitenwert bereits ein Abschlag für die Schwankung sowie die Diskontierung berücksichtigt.

[10] Vgl. Siddiqi/Zhang (2004) und Hamerle/Knapp/Wildenauer (2006).

[11] In der Forschung und betrieblichen Praxis wird zwischen vier verschiedenen Arten der LGD-Quantifizierung unterschieden: „Workout LGD„, „Market LGD„, „Implied Market LGD„und „Implied Historical LGD„. Vgl. Baseler Ausschuss (2005b), S. 61ff.

[12] Das Konzept kann somit als konform mit den aufsichtsrechtlichen Regelungen bezeichnet werden.

auf den erwarteten Verlust (EL_i) eines einzelnen Kredites i:[13]

$$EL_i = EAD_i \cdot LGD_i^E \cdot PD_i. \tag{2}$$

Der Einfluss auf den erwarteten Verlust ist deshalb von besonderer Bedeutung, weil dieser eine grundlegende Größe für das ertragsorientierte Bankmanagement darstellt. So wird üblicherweise der über die Geschäftslaufzeit erwartete Verlust bereits bei der Kalkulation der Kreditzinsen als Standardrisikokosten berücksichtigt[14], und anschließend wird der erwartete Verlust für das folgende Jahr während der gesamten Laufzeit mindestens jährlich auf Grundlage der dann aktuellen Parameter (EAD, LGD^E, PD) immer wieder aktuell berechnet, um auf dieser Basis eine entsprechende Kreditrisikovorsorge zu bilden. Im Übrigen ist mit dem EL_i aufgrund der Linearität direkt der Einzelkreditbeitrag zum erwarteten Verlust des Gesamtportfolios gegeben. Deutlich komplizierter ist es hingegen, eine entsprechende Maßzahl für die Risikobeiträge eines Kredites zum unerwarteten Verlust zu finden, weil dieser erheblich von den Korrelationen der Kredite untereinander getrieben wird.[15] Innerhalb der internen Modelle von Kreditinstituten wird daher die Verlustverteilung des Kreditrisikoportfolios bestimmt. Auf dieser Grundlage können dann verschiedene Kennzahlen zur Einschätzung des unerwarteten Verlustes auf Portfolioebene ermittelt werden, wobei der Credit-VaR und der Expected Shortfall die beiden wichtigsten Vertreter darstellen.[16] Die Einschätzung des Einflusses von Sicherheiten gestaltet sich bei solchen Risikokennzahlen allerdings äußerst schwierig, da sie erheblich vom verwendeten Kreditrisikomodell[17] determiniert werden. Tendenziell ist aber ebenfalls von einem linearen Einfluss auf die Risikobeiträge eines Einzelkredites auszugehen.[18]

Zusammenfassend kann durch den Sicherheitenwert der Einzelkreditbeitrag zu den üblichen Risikokennzahlen linear gesenkt werden. Dieser erhebliche Einfluss von Sicherheiten stellt bereits ein erstes Argument für eine optimierte Verteilung dar, da schließlich eine solche generell zu einer besseren Abbildung der tatsächlichen Besicherungswirkung auf die Kreditrisikomessung führt. Ferner leitet sich ein weiteres Argument daraus ab, dass Sicherheitenwerte, die den EAD übersteigen, nicht mehr risikomindernd wirken. In solch einem Fall ist erst durch eine optimierte Verteilung zu gewährleisten, dass keinem Kredit Sicherheitenwerte zugeordnet werden, die den EAD übersteigen bzw. dass solche Werte auf andere Kredite verteilt werden.

[13] Vgl. Strauß (2008), S. 51 oder Hartmann-Wendels et al. (2010), S. 510. Mit LGD_i^E sei die erwartete Verlustquote bezeichnet.
[14] Vgl. Strauß (2008), S. 51 und Klement (2007), S. 137.
[15] Vgl. Haun/Kaltofen (2008), S. 81.
[16] Für eine Darstellung weiterer Risikokennzahlen vgl. Albrecht (2003).
[17] Typische Kreditrisikomodelle werden in Ott (2001) beschrieben.
[18] Dies ergibt sich einerseits direkt, wenn die Beiträge anhand des unerwarteten Verlustes eines Einzelkredites ($UL_i = EAD_i \cdot LGD_i \cdot \sqrt{PD_i \cdot (1 - PD_i)}$) berechnet werden (problematisch ist dabei allerdings die fehlende Berücksichtigung von Korrelationen) und kann andererseits im nachfolgenden Abschnitt an dem dort dargestellten Kreditrisikomodell nachvollzogen werden, welches der Eigenkapitalanforderung des fortgeschrittenen IRB-Ansatzes nach Basel II zugrunde liegt.

Des Weiteren ist zu beachten, dass der erwartete Verlust mitunter stark von der Zuordnung der Sicherheiten abhängig ist. Sind z.B. zwei Kredite mit unterschiedlicher Ausfallwahrscheinlichkeit gegeben, denen die gleiche Sicherheit zugeordnet werden darf, so entsteht ein deutlich geringerer erwarteter Verlust, wenn die Sicherheit jenem Kredit mit der höheren Ausfallwahrscheinlichkeit zugewiesen wird. Der erwartete Verlust wird dabei keinesfalls unterschätzt, da die Auswahl der Zuordnung innerhalb der zulässigen Verteilungsmöglichkeiten[19] erfolgt. Ziel einer optimierten Zuordnung der Sicherheiten kann für das interne Kreditrisikomanagement demnach die Minimierung des erwarteten Verlustes sein, um damit diesen möglichst genau abzuschätzen.

2.2 Aufsichtsrechtliche Motive zur optimierten Verteilung

Obwohl auch im Kontext der regulatorischen Vorgaben von Basel II von Sicherheiten ein erheblicher Einfluss ausgeht und somit eine optimierte Zuordnung zu Einsparungen bei der Eigenkapitalunterlegung genutzt werden kann, ist diesem Aspekt - soweit ersichtlich - sowohl in der Wissenschaft als auch in der betrieblichen Praxis bisher kaum Beachtung geschenkt worden. Daher soll nachfolgend der Einfluss von Sicherheiten in Abhängigkeit von der gewählten Verfahrensweise offen gelegt werden. Dies schafft die Grundlage für die Diskussion eines geeigneten Optimierungsproblems in Kapitel 3.

Zunächst hängt der Einfluss von Sicherheiten davon ab, ob sich das Kreditinstitut für den Standard-, IRB-Basis- oder fortgeschrittenen IRB-Ansatz entscheidet. Ersterer unterscheidet bei der Anrechnung von Sicherheiten weiterhin zwischen einem einfachen und einem umfassenden Ansatz. Im einfachen Ansatz werden Sicherheiten analog zu der vor Basel II geltenden Regelung berücksichtigt, indem ein Kredit (oder Teil eines Kredites) nach gewissen Vorschriften als besichert identifiziert wird, um dann dessen Risikogewicht durch das Risikogewicht der Sicherheit zu ersetzen.[20] Beim umfassenden Ansatz wird statt des Risikogewichtes die Forderungshöhe angepasst. Dabei werden Abschläge auf den Sicherheitenwert und/oder Zuschläge auf den Forderungswert vorgenommen, um zukünftige Marktwertvolatilitäten zu berücksichtigen.[21] Im Gegensatz zum Standardansatz bestimmen die Kreditinstitute bei Anwendung des IRB-Ansatzes die gewichteten Risikoaktiva selbst. Dafür werden vier Parameter benötigt - EAD, LGD^{Dt}, PD und die effektive Restlaufzeit des Exposures (Maturity, M).[22]

[19]Eine Zuordnung von einer Sicherheit S auf einen Kredit K wird in diesem Zusammenhang genau dann als zulässig bezeichnet, wenn der Bank das Recht vertraglich zugesichert ist, dass sie im Falle des Ausfalls von Kredit K die Sicherheit S verwerten darf, um ihre Forderungen zu befriedigen.
[20]Vgl. Baseler Ausschuss (2007), S. 39.
[21]Heithecker (2007), S. 113ff.
[22]Vgl. Hofmann (2006), S. 35; Klement (2007), S. 192. Mit LGD^{Dt} soll zum Ausdruck gebracht werden, dass aufsichtsrechtlich die Schätzung einer so genannten „Downturn-LGD" vorgeschrieben ist. LGD^{Dt} ist dabei als eine Verlustquote zu verstehen, die sich unter schlechten ökonomischenf

Der IRB-Basis- und der fortgeschrittene IRB-Ansatz unterscheiden sich im Wesentlichen dadurch, welche der zuvor genannten Parameter intern geschätzt werden müssen. Im Basisansatz wird allerdings nur die PD intern geschätzt, wohingegen alle anderen Parameter aufsichtsrechtlich vorgegeben sind.[23] Kennzeichnend für den fortgeschrittenen Ansatz ist, dass die Kreditinstitute alle Parameter intern selbst schätzen[24], wodurch mehr Modellierungsfreiheiten gegeben sind.[25] So können z.B. im Basisansatz einige Sicherheiten gar nicht oder nur sehr begrenzt angerechnet werden, während im fortgeschrittenen Ansatz prinzipiell keine Einschränkung besteht.

Unabhängig vom gewählten IRB-Ansatz bestimmen sich die risikogewichteten Aktiva (RWA_i) für Forderung i durch die folgende Formel:[26]

$$\text{RWA}_i = 12{,}5 \cdot EK_i \text{ mit } EK_i = EAD_i \cdot LGD_i^{Dt} \cdot EG_{PD_i}. \tag{3}$$

Die Berechungsmethodik der erforderlichen Eigenmittel pro Geldeinheit einer Forderung (EG_{PD_i}) folgt einem VaR-Konzept, bei dem von einer Verlustverteilung innerhalb eines Einfaktorenmodells ausgegangen wird, deren 99,9%iges Quantil eine bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit festlegt:[27]

$$PD_i^{99,9} := N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) + \sqrt{R_i} \cdot N^{-1}(0{,}999)}{\sqrt{1-R_i}}\right) \cdot LA_i. \tag{4}$$

Ferner werden die bedingten Ausfallwahrscheinlichkeiten um die mittlere erwartete Ausfallwahrscheinlichkeit ($PD_i \cdot LA_i$) reduziert. Diese Reduktion resultiert aus der Tatsache, dass der erwartete Verlust ($EAD_i \cdot LGD_i^E \cdot PD_i \cdot LA_i$) durch die Risiko-

Rahmenbedingungen für das Portfolio ergeben würde.

[23]Für Retailforderungen ist allerdings auch im Basisansatz neben der PD eine interne Schätzung für die LGD und den EAD vorzunehmen. Es wird also für diese Forderungen keine Unterscheidung zwischen IRB-Basis- und fortgeschrittenem IRB-Ansatz vorgenommen. Vgl. Baseler Ausschuss (2007), S. 64.

[24]Baseler Ausschuss (2005a), S. 55.

[25]Diese Modellierungsfreiheiten sind allerdings stets mit höheren Anforderungen an das Risikomanagement verbunden.

[26]Vgl. Baseler Ausschuss (2005a), S. 55.

[27]Gemäß der nachfolgenden Formel beinhaltet die bedingten Ausfallwahrscheinlichkeit eine Laufzeitanpassung $LA_i = \frac{(1+(M_i-2{,}5)\cdot b_i)}{(1-1{,}5\cdot b_i)}$ mit $b_i = (0{,}11852 - 0{,}05478 \cdot ln(PD_i))^2$ und M_i =geschätzter Kreditlaufzeit, um zu berücksichtigen, dass ein Kredit im Allgemeinen keine einjährige Restlaufzeit aufweisen muss, sich die Ausfallwahrscheinlichkeit aber auf ein Jahr bezieht. Innerhalb des IRB-Basisansatzes ist die Laufzeit mit M = 2,5 vorgegeben. Im fortgeschrittenen Ansatz muss sie intern geschätzt werden, wobei für spezielle Segmente (z.B. Retailkredite) keine Anpassung vorgenommen wird ($LA_i = 1$). Die modelltheoretischen Grundlagen von Basel II gehen unter anderem auf Gordy (2003) zurück und werden insbesondere in Heithecker (2007), S. 153ff. ausführlich analysiert.

vorsorge abgedeckt wird[28] und daher nicht mit Eigenkapital zu unterlegen ist:[29]

$$EG_{PD_i} := N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) + \sqrt{R_i} \cdot N^{-1}(0{,}999)}{\sqrt{1-R_i}}\right) \cdot LA_i - PD_i \cdot LA_i. \tag{5}$$

Zu beachten ist, dass die erforderliche Eigenkapitalunterlegung für jeden Kredit einzeln berechnet wird, ohne die Korrelation mit jedem anderen Kredit explizit zu berücksichtigen. Dem liegt die Annahme zugrunde, dass jeder einzelne Kredit einerseits einen vernachlässigbar kleinen Einfluss auf das Gesamtrisiko ausübt und nur von einem systematischen Risikofaktor getrieben wird.[30] Dabei gibt R_i diesen systematischen Faktor im Einfaktormodell von Merton (1974) an und wird aufsichtsrechtlich segmentspezifisch vorgegeben.[31] Schließlich berechnen sich die risikogewichteten Aktiva (RWA) eines Kreditportfolios mit n Forderungen durch Summierung der einzelnen gewichteten Risikoaktiva.

Sicherheiten werden in beiden Ansätzen innerhalb des Parameters LGD berücksichtigt, der einen linearen Einfluss auf die Formel zur Berechnung der Mindestkapitalanforderung hat (vgl. Formel (3)). Im Basisansatz ist die LGD aufsichtsrechtlich vorgegeben und beträgt im unbesicherten Fall 45% für vorrangige und 75% für nachrangige Forderungen.[32] Für (teilweise) besicherte Forderungen reduziert sich die LGD. Dabei kann allerdings nur mit finanziellen Sicherheiten eine LGD von 0% erreicht werden. Ansonsten verbleibt trotz zusätzlicher strenger Regularien, die Abschläge auf Sicherheiten und eine gewisse Überbesicherung festlegen[33], stets eine LGD die echt größer als 0% ist.[34]

Modelltheoretisch muss im Standard- und IRB-Basis-Ansatz entschieden werden, auf welche (Teil-)Forderung die möglicherweise verschiedenen Arten von Sicherheiten angerechnet werden. Dies ist dann problematisch, wenn Sicherheiten mehrere Kredite nicht vollständig besichern, der EAD der Forderungen also den Wert der Sicherheiten übersteigt. In solchen Fällen bietet es sich an, die Sicherheiten auf nachrangige Forderungen oder solche mit hoher Ausfallwahrscheinlichkeit zu allozieren. Da allerdings sowohl im Standard- als auch IRB-Basis-Ansatz keine interne LGD-Schätzung erfolgt und solche Verteilungen schon ausführlich in Heithecker (2007) und Steinbrügge (2008) diskutiert wurden, werden sie innerhalb dieses Beitrages

[28] Durch die Reduktion der bedingten Ausfallwahrscheinlichkeit um die mittlere wird von dem Verlustquantil implizit $EAD_i \cdot LGD_i^{Dt} \cdot PD_i \cdot LA_i$ abgezogen. Modelltheoretisch ist die Verwendung der „Downturn LGD" hier allerdings nicht korrekt. Es müsste vielmehr die mittlere erwartete LGD^E verwendet werden. Da dieser Aspekt einen nicht unerheblichen Einfluss auf die Modellierung in Abschnitt 3.2.3 hat, wird er ausführlich im Anhang (A.1) diskutiert.

[29] „The IRB approach is based on measures of unexpected losses (UL) and expected losses (EL). The risk-weight functions produce capital requirements for the UL portion." Baseler Ausschuss (2005a), S. 48.

[30] Vgl. Heithecker (2007), S. 155.

[31] Die Korrelationsparameter können z.B. in Steinbrügge (2008), S. 62 nachgelesen werden.

[32] Eine gute Übersicht über die konkreten Werte ist z.B. in Heithecker (2007), S. 61 zu finden.

[33] Vgl. Flach (2007), S. 12.

[34] Für das Retail-Portfolio erfolgt allerdings auch im Basisansatz eine interne Schätzung der LGD.

nicht weiter untersucht.[35]

Im fortgeschrittenen Ansatz schätzen die Kreditinstitute für jedes Geschäft die LGD mit Hilfe von internen Modellen selbst. Dementsprechend sind bei der Anrechnung von Sicherheiten keine aufsichtsrechtlichen Grenzen gesetzt. Allerdings spielt die Allokation der Sicherheiten auf einzelne Geschäfte hier ebenfalls eine wichtige Rolle, da für jedes Geschäft explizit eine LGD angegeben werden muss, auch wenn die zugehörigen Sicherheiten noch andere Geschäfte besichern. Der Nutzen einer optimierten Zuteilung von Sicherheiten besteht in diesem Zusammenhang darin, dass Fälle eintreten können, bei denen eine Sicherheit zwei verschiedenen Krediten zugeordnet werden kann. Hat Kredit 1 dieser beiden z.B. ein deutlich höheres (unbesichertes) Risikogewicht (möglicherweise durch eine hohe Ausfallwahrscheinlichkeit) als der zweite, kann die aufsichtsrechtliche Eigenkapitalanforderung mitunter erheblich geringer ausfallen, wenn die Sicherheit dem ersten Kredit zugewiesen wird statt sie gleichmäßig aufzuteilen oder gar dem zweiten zuzuordnen. Die Motivation für Verfahren zur optimierten Zuteilung von Sicherheiten kann daher aus der Bestrebung, die Eigenkapitalanforderung zu verringern, abgeleitet werden. Ziel der optimierten Zuteilung wäre in diesem Fall dann die Minimierung der Eigenkapitalanforderung.[36]

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass sich sowohl aus dem internen Kreditrisikomanagement als auch für die Minimierung der aufsichtsrechtlichen Kapitalanforderung ein eigenständiges Ziel für die optimierte Zuordnung der Sicherheiten ableiten lässt. Die entsprechenden Optimierungsprobleme sowie die Entwicklung eines Verfahrens, das den beiden divergierenden Zielen gerecht werden kann, ist Gegenstand des nachfolgenden Kapitels.

3 Modellierung einer optimierten Verteilung von Sicherheiten

3.1 Modellrahmen

Für die optimierte Verteilung der Sicherheiten ist das Kreditportfolio zunächst in kompakte Besicherungseinheiten zu zerlegen, für welche die Verteilung der Sicherheiten einzeln vorgenommen werden kann. D.h. es gilt die kleinsten Einheiten zu finden, für die es keine Sicherheiten gibt, die Kredite außerhalb dieser Einheit besichern. Für jeden Kredit $i \in \{1,...,n\}$ einer solchen Besicherungseinheit sei sowohl die Ausfallwahrscheinlichkeit für ein Jahr (PD_i) als auch die ausstehende Forderung zum Ausfallzeitpunkt (EAD_i) gegeben. Außerdem sei eine Menge B gegeben, die die zulässigen Kredit-Sicherheit-Beziehungen der Besicherungseinheit enthält:

$$B := \{(i,j) | \text{Sicherheit } j \text{ darf Kredit } i \text{ zugewiesen werden}\}.$$

[35] Vgl. Heithecker (2007), S. 132ff. und Steinbrügge (2008), S. 129ff.
[36] Vgl. Heithecker (2007), S. 130 bzw. Hailer/Loch/Stork (2002).

Weiterhin stellt α_{ij} dar, welcher Anteil der Sicherheit $j \in \{1,...,m\}$ dem Kredit i zugeteilt wird. Dabei darf weder weniger als 0% noch mehr als 100% eines Sicherheitenwertes S_j verteilt werden. Für $(i,j) \notin B$ muss stets $\alpha_{ij} = 0$ gelten und der Sicherheitenwert, der auf einen Kredit verteilt wird, darf dessen ausstehende Forderungshöhe nicht überschreiten, d.h.:

$$\alpha = (\alpha_{11}, \ldots, \alpha_{1m}, \ldots, \alpha_{n1}, \ldots, \alpha_{nm}) \in M$$
$$\text{mit } M := \left\{ \alpha \;\middle|\; \begin{array}{c} \alpha_{ij} \geq 0,\ \sum_{i=1}^{n} \alpha_{ij} \leq 1, \alpha_{ij} = 0 \forall (i,j) \notin B \\ \text{und } EAD_i \geq \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} S_j \end{array} \right\}. \quad (6)$$

Eine solche Einheit könnte z.B. folgendermaßen aussehen:

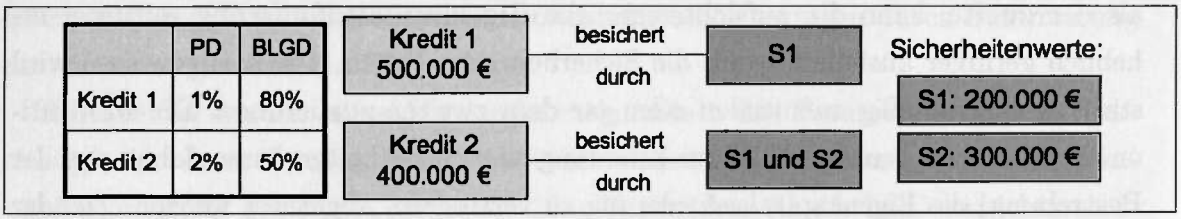

Abbildung 1: Beispiel für eine Besicherungseinheit (Quelle: Eigene Darstellung)

Selbst in einem solch einfachen Beispiel (wenige Kredite, wenige Sicherheiten, keine Berücksichtigung von Risikogewichten) ist die Verteilung der Sicherheiten für die einzelnen Kredite nicht gleichgültig. Wird nämlich die Sicherheit S1 - wie auf der linken Seite in Abbildung 2 dargestellt - zunächst auf den Kredit 2 verteilt, kann daraufhin einerseits Kredit 1 nichts mehr und andererseits Kredit 2 nur noch $\frac{2}{3}$ von Sicherheit S2 zugeteilt werden, so dass schließlich ein unbesichertes Exposure von 500.000 Euro und ein Sicherheitenwert von 100.000 Euro verbleibt. Dem steht

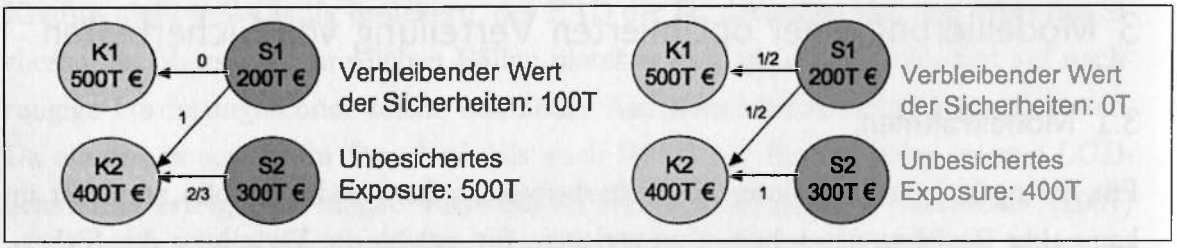

Abbildung 2: Vergleich von Sicherheitenverteilungen (Quelle: Eigene Darstellung)

eine optimierte Verteilung gegenüber, die zu einem unbesicherten Exposure von 400.000 Euro mit vollständig ausgenutztem Sicherheitenwert führt (vgl. rechte Seite von Abbildung 2). Diese Verteilung ist allerdings nicht mehr optimal, wenn Kredit 2 ein höheres Risikogewicht als Kredit 1 zugewiesen wird (wie sich in Abschnitt 3.2.1 zeigen wird). Das entsprechende Risikogewicht eines Kredites wird einerseits maßgeblich durch die PD, andererseits durch die Blanko-LGD (BLGD) beeinflusst. Letzteres lässt sich in der nachfolgenden Formel für den Verlust bei Ausfall unter

gegebenen Sicherheitenzuteilungen nachvollziehen:[37]

$$LAD_i(\alpha) = (EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} S_j) \cdot BLGD_i \text{ mit } \alpha \in M. \tag{7}$$

Damit ist ein geeigneter Modellrahmen gelegt, um zunächst für die interne Kreditrisikomessung und anschließend für aufsichtsrechtliche Belange eine geeignete Sicherheitenzuordnungssystematik anzugeben.

3.2 Alternative Sicherheitenverteilungen

3.2.1 EL-optimale Verteilung

Wie bereits in Kapitel 2 dargelegt, bietet sich für die interne Kreditrisikomessung als Optimierungsziel der Sicherheitenzuordnung die Minimierung des erwarteten Verlustes an. Diese - nachfolgend als „EL-optimale Verteilung" bezeichnete - Zuordnungssystematik soll die Sicherheiten so verteilen, dass der erwartete Verlust minimal wird. Mit Hilfe der Formeln (1), (2) und (7) ergibt sich das folgende Optimierungsproblem:[38]

$$EL_{op} := \min_{\alpha \in M} \sum_{i=1}^{n} (EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} S_j) \cdot BLGD_i \cdot PD_i. \tag{8}$$

Für die Bestimmung der entsprechenden LGD können anschließend optimale Koeffizienten des Optimierungsproblems verwendet werden, also ein $\alpha^* \in M$, so dass $EL_{op} = \sum_{i=1}^{n} (EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij}^* S_j) \cdot BLGD_i \cdot PD_i$ gilt. Mit Hilfe dieser Koeffizienten kann anschließend die EL-optimale Verlustquote (LGD_i) für jeden Kredit bestimmt werden:

$$LGD_i^{EL_{op}} = \frac{LAD_i(\alpha^*)}{EAD_i} = \frac{(EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij}^* S_j) \cdot BLGD_i}{EAD_i}. \tag{9}$$

Um die Vorgehensweise bei der EL-optimalen Sicherheitenzuordnung nachvollziehen zu können, soll sie nachfolgend an der Beispielbesicherungseinheit (vgl. Abbildung 1) veranschaulicht werden. Die Zielfunktion der EL-optimalen Sicherheitenverteilung bestimmt sich durch Einsetzen der jeweiligen Parameter in (8):[39]

$$(500T - (\alpha_{11} \cdot 200T + \alpha_{12} \cdot 300T)) \cdot 80\% \cdot 1\%$$

[37] Im Gegensatz zur Formel (1) besteht nun die Möglichkeit, Krediten die Summe von Anteilen mehrerer Sicherheiten zuzuordnen. Weiterhin kann auf das Maximum mit 0 verzichtet werden, weil bereits durch die Menge M dem Kredit i maximal Sicherheitenwerte in Höhe seiner ausstehenden Forderung (EAD_i) zugewiesen werden können.

[38] Unter der Blanko-LGD (BLGD) und dem Sicherheitenwert (S) ist nachfolgend ausdrücklich nicht nur deren Erwartungswert zu verstehen, sondern es seien vielmehr gegebenenfalls Abhängigkeiten mit der PD berücksichtigt.

[39] Zur besseren Darstellung wird auf die Einheiten verzichtet bzw. ist 200T stets als 200.000 Euro zu verstehen.

$$+ (400T - (\alpha_{21} \cdot 200T + \alpha_{22} \cdot 300T)) \cdot 50\% \cdot 2\%.$$

Diese ist unter den folgenden Nebenbedingungen an α (vgl. (6)) zu minimieren:

$$\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{21}, \alpha_{22} \geq 0;\ \alpha_{11} + \alpha_{21} \leq 1;\ \alpha_{12} + \alpha_{22} \leq 1;\ \alpha_{12} = 0 \text{ und}$$
$$500T \geq \alpha_{11} \cdot 200T + \alpha_{12} \cdot 300T,\ 400T \geq \alpha_{21} \cdot 200T + \alpha_{22} \cdot 300T.$$

Da wegen $80\% \cdot 1\% \leq 50\% \cdot 2\%$ der zweite Kredit in der Optimierung bevorzugt bedient wird, ergibt sich als optimale Lösung:

$$\alpha_{11} = 0{,}5,\ \alpha_{12} = 0,\ \alpha_{21} = 0.5 \text{ und } \alpha_{22} = 1$$
$$\text{und damit: } LGD_1 = 64\%, LGD_2 = 0\% \text{ sowie EL } = 3{,}2T.$$

Verwendet das Kreditinstitut allerdings eine andere Sicherheitenzuordnung, ergibt sich daraus ein zu hoher erwarteter Verlust. Dies kann bei der Kreditvergabe direkt zu falsch angesetzten Konditionen und im späteren Verlauf zu Problemen in der ertragsorientierten Gesamtbanksteuerung führen. Allerdings ist es fraglich, ob diese Sicherheitenzuteilung auch zu der geringsten Eigenkapitalanforderung führt. Deshalb soll im nachfolgenden Abschnitt eine Verteilung dargestellt werden, die eben dieses Ziel verfolgt. Anschließend kann auf dieser Grundlage analysiert werden, inwiefern sich die Ergebnisse von der EL-optimalen Verteilung unterscheiden.

3.2.2 EK-optimale Verteilung

Die regulatorische Eigenkapitalanforderung ist genau dann minimal, wenn die risikogewichteten Aktiva und damit EK minimal ist (vgl. Abschnitt 2.2), so dass sich das folgende Optimierungsproblem ergibt:[40]

$$EK_{op} = \min_{\alpha \in M} \sum_{i=1}^{n} (EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} S_j^{Dt}) \cdot BLGD_i^{Dt} \cdot EG_{PD_i}. \tag{10}$$

Analog zu der EL-optimalen Verteilung wird die LGD nach der Optimierung über ein optimales α bestimmt, also ein $\alpha^+ \in M$, so dass $EK_{op} = \sum_{i=1}^{n}(EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij}^+ S_j^{Dt}) \cdot BLGD_i^{Dt} \cdot EG_{PD_i}$:

$$LGD_i^{EK_{op}} = \frac{LAD_i(\alpha^+)}{EAD_i} = \frac{(EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij}^+ S_j^{Dt}) \cdot BLGD_i^{Dt}}{EAD_i}. \tag{11}$$

[40] Dabei soll durch S^{Dt} und $BLGD^{Dt}$ ausgedrückt werden, dass sowohl für die Sicherheit als auch die Blanko-LGD nicht zwangsläufig der gleiche Wert wie beim erwarteten Verlust verwendet werden kann. Vielmehr ist zu überprüfen, ob diese mit dem gleichen systematischen Faktor korreliert sind, der bei dem 99,9%igen Verlustquantil als Risikotreiber angenommen wird, um gegebenenfalls diesen in ähnlicher Weise wie für die PD (vgl. Formel (4)) auch auf die Sicherheit und Blanko-LGD anzuwenden. Letztere liegen somit als bedingte Variablen vor und können unter der Basel II-konformen Annahme nur eines systematischen Faktors als unabhängig angenommen werden, so dass die multiplikative Separation gemäß Formel (1) weiterhin zu rechtfertigen ist.

Zur Veranschaulichung soll nachfolgend zunächst das EK-optimale Verfahren auf die Beispielbesicherungseinheit angewendet werden. Dafür wird angenommen, dass die Kredite dem Basel II-Segment des Wohnwirtschaftlichen Retailportfolios[41] angehören, was gleichbedeutend damit ist, dass $R = 0{,}15$ und $LA = 1$ für beide Kredite gilt. Außerdem werden zur besseren Vergleichbarkeit die gleichen Sicherheitenwerte und die gleiche Blanko-LGD verwendet wie im EL-optimalen Verfahren, so dass sich insgesamt die folgende Zielfunktion ergibt:

$$(500T - (\alpha_{11} \cdot 200T + \alpha_{12} \cdot 300T)) \cdot 0{,}1002648 \cdot 80\%$$
$$+ (400T - (\alpha_{21} \cdot 200T + \alpha_{22} \cdot 300T)) \cdot 0{,}1563289 \cdot 50\%.$$

Für α sind dabei die gleichen Nebenbedingungen wie im EL-optimalen Verfahren zu beachten:

$$\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{21}, \alpha_{22} \geq 0;\ \alpha_{11} + \alpha_{21} \leq 1, \alpha_{12} + \alpha_{22} \leq 1;\ \alpha_{12} = 0,$$
$$500T \geq \alpha_{11} \cdot 200T + \alpha_{12} \cdot 300T,\ 400T \geq \alpha_{21} \cdot 200T + \alpha_{22} \cdot 300T.$$

Wegen $0{,}1563289 \cdot 50\% \leq 0{,}1002648 \cdot 80\%$ wird nun - im Gegensatz zum EL-optimalen Verfahren - Kredit 1 bevorzugt mit Sicherheiten unterlegt. Die optimierten Koeffizienten α bestimmen sich daher zu:

$$\alpha_{11} = 1,\ \alpha_{12} = 0,\ \alpha_{21} = 0 \text{ und } \alpha_{22} = 1.$$

Die nachfolgende Abbildung fasst die Ergebnisse für die Beispielbesicherungseinheit unter der EK-optimalen Verteilung nochmals zusammen:

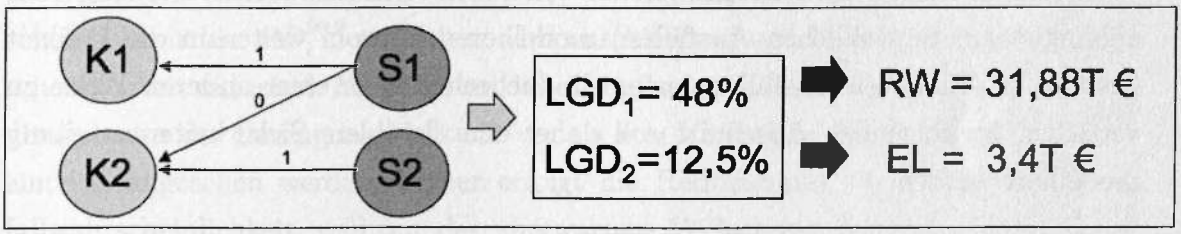

Abbildung 3: EK-optimale Sicherheitenverteilung (Quelle: Eigene Darstellung)

Für das EK-optimale Verfahren ist demnach eine Verteilung optimal, die im Vergleich zum EL-optimalen Verfahren einen suboptimalen erwarteten Verlust liefert. Die unterschiedlichen Sicherheitenverteilungen ergeben sich daraus, dass in der Zielfunktion der EL-optimalen Verteilung die Ausfallwahrscheinlichkeit (PD) eine stärkere Wirkung hat als in der EK-optimalen Verteilung. Ökonomisch ist dies damit zu erklären, dass die Baseler Eigenkapitalformel ein 99,9%iges Verlustquantil mo-

[41] Als wohnwirtschaftliches Retailportfolio wird das Teilportfolio verstanden, welches Forderungen enthält, die gemäß Baseler Ausschuss (2004), S. 55 dem Retailportfolio zugerechnet werden und zudem grundpfandrechtlich besichert sind.

delliert, bei dem alle Kredite getrieben von einem systematischen Faktor[42] mit einer höheren bedingten Wahrscheinlichkeiten ausfallen. In der Eigenkapitalformel ist die ursprüngliche Ausfallwahrscheinlichkeit zwar immer noch relevant, da ein Kredit, der vorher ein schlechtes Rating hatte, auch einen größeren Beitrag zu dem Verlustquantil leistet. Allerdings ist der relative Unterschied dieser bedingten PDs nicht mehr so groß wie das ursprüngliche Verhältnis.[43]

Für Kreditinstitute stellt sich in diesem Zusammenhang die Frage, welche der beiden Ansätze zur Verteilung der Sicherheiten verwendet werden soll. Beide Sicherheitenverteilungen sind zunächst prinzipiell zulässig. Die Besicherungswirkung wird also in beiden Ansätzen nicht überschätzt und es besteht die Möglichkeit, beide Modelle nebeneinander zu benutzen: das EK-optimale Verfahren für die Eigenkapitalberechnung und das EL-optimale Verfahren in internen Modellen bzw. für die Berechnung des erwarteten Verlustes. Damit würden - zumindest unter der Bedingung fester Sicherheitenzuteilung - die risikogewichteten Aktiva und der erwartete Verlust bestmöglich nach oben abgeschätzt. Die Nachteile einer solchen Anwendung wären allerdings, dass verschiedene Vorgehensweisen für interne und aufsichtsrechtliche Modelle zu verwenden wären und diese sogar beide „suboptimal" sind. Schließlich ist alleine schon die feste Zuteilung der Sicherheiten eine zusätzliche Einschränkung, die zugunsten einer ökonomisch sinnvolleren Verteilung im Falle von konkreten Ausfällen wieder aufgehoben wird. Tritt nämlich der Fall ein, dass innerhalb einer Besicherungseinheit ausschließlich der Kredit ausfällt, dem zuvor aufgrund einer geringeren Ausfallwahrscheinlichkeit keine Sicherheiten zugeteilt wurden, so werden diesem Kredit sicherlich alle verfügbaren Sicherheiten zugeordnet statt an der zuvor festgelegten starren Verteilung festzuhalten. Folglich sind die beiden vorgestellten Verfahren in dem Sinne suboptimal, als sie eine feste Sicherheitenverteilung (unabhängig von tatsächlichen Ausfällen) modellieren, obwohl weiterhin die Freiheit besteht, in konkreten Ausfallszenarien die Sicherheiten in einer anderen Weise zu verteilen. Im folgenden Abschnitt soll daher eine flexiblere Sicherheitenverteilung modelliert werden.

3.2.3 Szenariobasierte Verteilung

Nachdem in den letzten Abschnitten feste optimierte Sicherheitenverteilungen mit den typischen Zielgrößen dargestellt wurden, ist es das Ziel des zu entwickelnden Verfahrens, die tatsächliche Besicherungswirkung genauer abzubilden. Dazu werden die Sicherheiten nicht fest auf bestimmte Kredite verteilt, sondern abhängig davon zugewiesen, welche in bestimmten Ausfallszenarien zu bedienen sind. Die optimierte Sicherheitenverteilung ist demnach für jedes einzelne Ausfallszenario zu finden und die Zuordnung einer Sicherheit j auf einen Kredit i wirkt in einem speziellen Szena-

[42] Vgl. Abschnitt 2.2

[43] In der hier vorgestellten Besicherungseinheit ist das Verhältnis der ursprünglichen PDs z.B. 2:1 (2% zu 1%), die der bedingten PDs allerdings nur noch 1,5:1 (0,1563289 zu 0,1002648).

rio nur dann risikomindernd, wenn der Kredit i in diesem auch tatsächlich ausfällt. Als Grundlage für eine solche Vorgehensweise muss der bisherige Modellrahmen erweitert werden. Der Ausfall soll dabei durch Zufallsvariablen Z_i simuliert werden, die jeweils in [0,1] gleichverteilt seien mit allerdings unbekannter gemeinsamer Verteilung P_Z.[44] Ist der Wert dieser Zufallsvariablen kleiner als die Ausfallwahrscheinlichkeit ($Z_i \leq PD_i$), so tritt ein Verlust ein. Auf dieser Grundlage kann der Gesamtverlust eines beliebigen Ausfallszenarios folgendermaßen dargestellt werden:

$$L_\alpha(Z) = \sum_{i=1}^{n}(EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} S_j) \cdot BLGD_i \cdot \mathbf{1}_{[0,PD_i]}(Z_i).$$

Hierbei wird für jeden Kredit der Ausfallindikator mit dem Verlust bei Ausfall multipliziert und aufsummiert. Der Parameter α ist nun stets so zu wählen, dass der Verlust minimal wird:

$$L_{sz} = \min_{\alpha \in M} \sum_{i=1}^{n}(EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} S_j) \cdot BLGD_i \cdot \mathbf{1}_{[0,PD_i]}(Z_i).$$

Daraus ergibt sich der erwartete Verlust durch Integration nach P_Z:[45]

$$EL_{op}^{P_Z} = \int \min_{\alpha \in M} \sum_{i=1}^{n}(EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} S_j) \cdot BLGD_i \cdot \mathbf{1}_{[0,PD_i]}(Z_i)\, dP_Z.$$

Diese Vorgehensweise lässt sich auch auf die gewichteten Risikoaktiva übertragen. Hierfür wird $EK = \sum EK_i$ (vgl. Abschnitt 2.2) als ein (bedingter) Erwartungswert betrachtet. Bei diesem Erwartungswert tritt für einen beliebigen Kredit i des Kreditportfolios ein Verlust in Höhe von $LGD_i^{Dt} \cdot EAD_i$ mit einer bedingten Ausfallwahrscheinlichkeit von $PD_i^{99,9}$ ein. Diese wird anschließend um die mittlere Ausfallwahrscheinlichkeit reduziert. $PD_i^{99,9}$ kann dabei als die Ausfallwahrscheinlichkeit des Kredites i unter der Bedingung, dass ein Verlust von $VaR_{99,9} = EAD_i \cdot LGD_i^{Dt} \cdot PD_i^{99,9}$ eintritt, angesehen werden. Ferner erfolgt die Reduzierung um die mittlere Ausfallwahrscheinlichkeit, weil nur der unerwartete Verlust mit Eigenkapital unterlegt werden muss.[46]

Im eingangs eingeführten Modellrahmen bedeutet dies, dass der Verlust bei Ausfall nur dann zu berücksichtigen ist, wenn $Z_i \leq PD_i^{99,9}$ und $Z_i \geq PD_i \cdot LA_i$ gilt. Im Übrigen sind für die Blanko-LGD und die Sicherheitenwerte die Downturn-Anforderung

[44] Die gemeinsame Verteilung P_Z bildet insbesondere die Korrelation zwischen den Krediten ab.
[45] Beachte insbesondere Fußnote 38 für die Wahl von S_j und $BLGD_i$.
[46] Für eine genauere Erläuterung dieser Vorgehensweise insbesondere im Hinblick auf die modelltheoretischen Grundlagen von Basel II sei auf den Anhang A.1 verwiesen.

zu berücksichtigen[47], so dass sich schließlich für EK_{op}^{Pz} die folgende Formel ergibt:

$$\int \min_{\alpha \in M} \sum_{i=1}^{n} (EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} S_j^{Dt}) \cdot BLGD_i^{Dt} \cdot \mathbf{1}_{[PD_i \cdot LA_i, PD_i^{99,9}]}(Z_i)\, dP_Z.$$

Beide Integrale sind nur dann lösbar, wenn die gemeinsame Verteilung P_Z der Z_i bekannt ist. P_Z gibt dabei insbesondere die Abhängigkeitsstruktur der Kredite wieder.[48] Es ist aber zu beachten, dass $(\mathbf{1}_{...}(Z_1), \ldots, \mathbf{1}_{...}(Z_n))$ 2^n verschiedene Ausprägungen annehmen kann, so dass bis zu 2^n Optimierungsprobleme zu lösen sind, deren optimale Zuteilungen mitunter entscheidend davon abhängen, welche Kredite ausgefallen sind. Abbildung 4 stellt dies für EL_{sz} an der bekannten Beispielbesicherungseinheit dar:

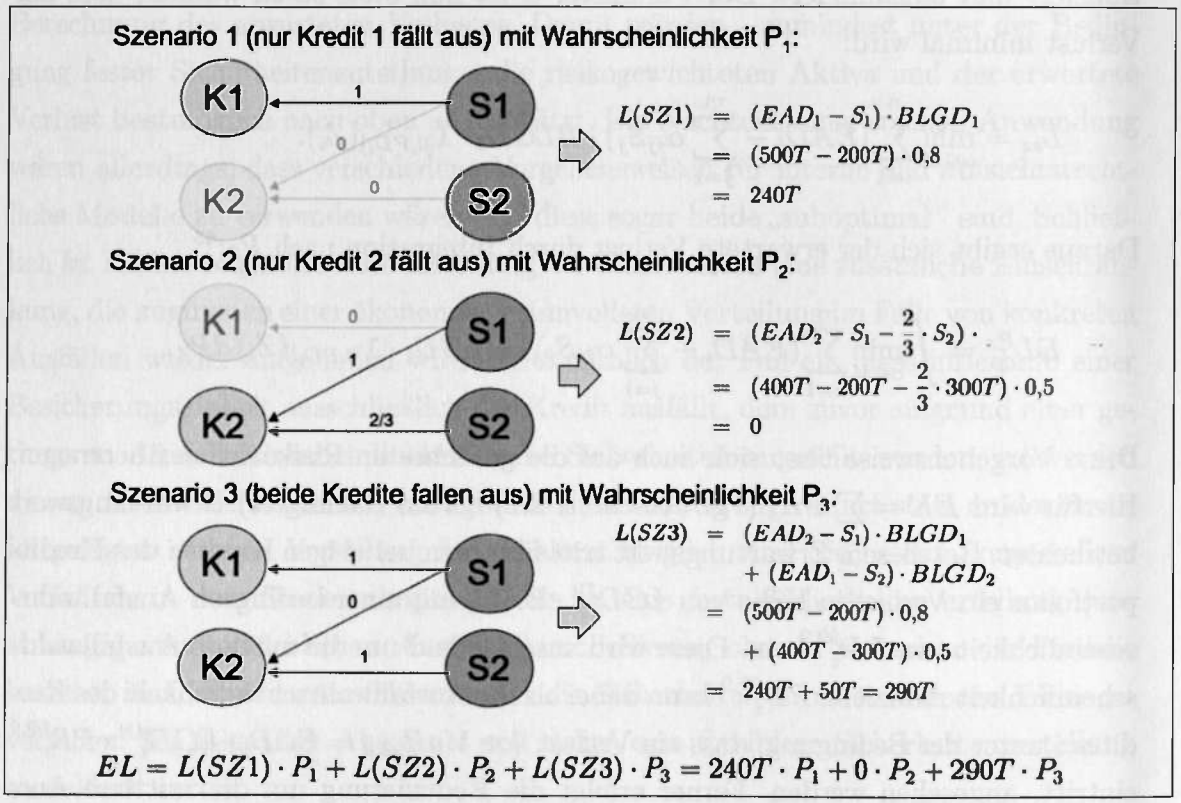

Abbildung 4: Szenariobasierte Verteilung einer Beispielbesicherungseinheit (Quelle: Eigene Darstellung)

Abbildung 4 zeigt auf, dass für die Bestimmung des erwarteten Verlustes die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Szenarien (P_i) bekannt sein müssen. Über die Ausfallwahrscheinlichkeiten ist allerdings nur deren Randverteilung, also jene für jeden einzelnen Kredit i, gegeben. Folglich hängt der erwartete Verlust (und damit auch die LGD) davon ab, von welcher der - unter gegebener Randverteilung -

[47] Vgl. dafür auch Fußnote 40.

[48] Zumindest im Basel II-Modell wird zwar eine Abhängigkeitsstruktur vorgegeben, die allerdings von einem vollständig diversifizierten Portfolio ausgeht. Dies kann aber nicht auf die Situation innerhalb einer Besicherungseinheit übertragen werden, da hier eine hohe gegenseitige Abhängigkeit den Normalfall darstellen wird.

möglichen Wahrscheinlichkeitsverteilungen P_Z ausgegangen wird. Dies ist damit zu begründen, dass die Nebenbedingung, nach der von jeder Sicherheit maximal 100% verteilt werden darf, eine stärkere Einschränkung in Szenarien mit besonders vielen gemeinsamen Ausfällen darstellt. Wird solchen Szenarien eine höhere Wahrscheinlichkeit zugeordnet, steigt der erwartete Verlust.

Eine weitere Problematik des Modells ergibt sich aus der Lösung von bis zu 2^n Optimierungsproblemen. Allerdings leisten Szenarien mit Wahrscheinlichkeit 0 keinen Beitrag zum erwarteten Verlust und den risikogewichteten Aktiva, so dass für diese auch nicht optimiert werden muss. Es ist daher eine Wahrscheinlichkeitsverteilung zu finden, die einerseits eine konservative Annahme[49] darstellt und andererseits besonders vielen Szenarien eine Wahrscheinlichkeit von 0 zuordnet. Eine solche Wahrscheinlichkeitsverteilung ergibt sich unter der Annahme der vollständigen Ausfallkorrelation der betrachteten Kredite. In diesem Fall wird angenommen, dass mit einem Kredit i stets auch alle Kredite mit niedriger Wahrscheinlichkeit ausfallen. Diese Annahme führt tatsächlich zu der konservativsten Wahrscheinlichkeitsverteilung, da so jenen Szenarien mit besonders vielen Ausfällen die höchste Wahrscheinlichkeit zugeordnet wird.[50] Ferner verbleiben bei dieser Annahme nur noch n Optimierungsprobleme:[51]

$$EL_{op}^{sz} := \sum_{k=1}^{n}(PD_k - PD_{k-1}) \min_{\alpha \in M} \sum_{i=k}^{n}(EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} S_j) \cdot BLGD_i,$$

$$EK_{op}^{sz} := \sum_{k=1}^{n}(EG_{PD_k}^{sz} - EK_{PD_{k-1}}^{sz}) \min_{\alpha \in M} \sum_{i=k}^{n}(EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} S_j^{Dt}) \cdot BLGD_i^{Dt}.$$

Diese Berechnungssystematik soll für EL_{op}^{sz} nun an der Beispielbesicherungseinheit auf Grundlage von Abbildung 5 ausführlich analysiert werden. In dieser Abbildung fällt besonders auf, dass die szenariobasierte Verteilung trotz der konservativen Annahme einen niedrigeren erwarteten Verlust liefert als das EL-optimale Verfahren.[52]

Für die Quantifizierung des erwarteten Verlustes sind in diesem Verfahren zudem nur noch für zwei der ursprünglich drei Szenarien die optimierte Verteilung zu berechnen. Außerdem können die benötigten Wahrscheinlichkeiten aus der Randverteilung bzw. aus den Ausfallwahrscheinlichkeiten der Kredite bestimmt werden. Dabei gilt es zu beachten, dass sich der erwartete Verlust unter den getroffenen

[49] Konservativ bedeutet in diesem Zusammenhang, dass alle anderen möglichen Wahrscheinlichkeitsverteilungen einen niedrigeren Wert liefern.

[50] Für den mathematischen Beweis sei auf den Anhang A.2 verwiesen.

[51] Für die nachfolgenden beiden Formeln seien die Kredite nach ihrer Ausfallwahrscheinlichkeit (PD_i bzw. EG_{PD_i})) geordnet, d.h. für EL_{op}^{sz} derartig, dass stets $PD_k - PD_{k-1} \geq 0$ gilt und für EK_{op}^{sz} derartig, dass stets $EG_{PD_k} - EG_{PD_{k-1}} \geq 0$ gilt. Im Übrigen sei für die Herleitung wieder auf den Anhang A.2 verwiesen.

[52] Es bleibt zu untersuchen, ob dieser Effekt allgemein gültig ist oder nur für spezielle Besicherungseinheiten zutrifft und ob sich ein ähnlicher Zusammenhang für die (erwarteten) risikogewichteten Aktiva ergibt. Diese Aspekte werden im Zuge eines Vergleichs der dargestellten Verfahren in Abschnitt 3.3 untersucht und sollen hier deshalb zunächst nicht berücksichtigt werden.

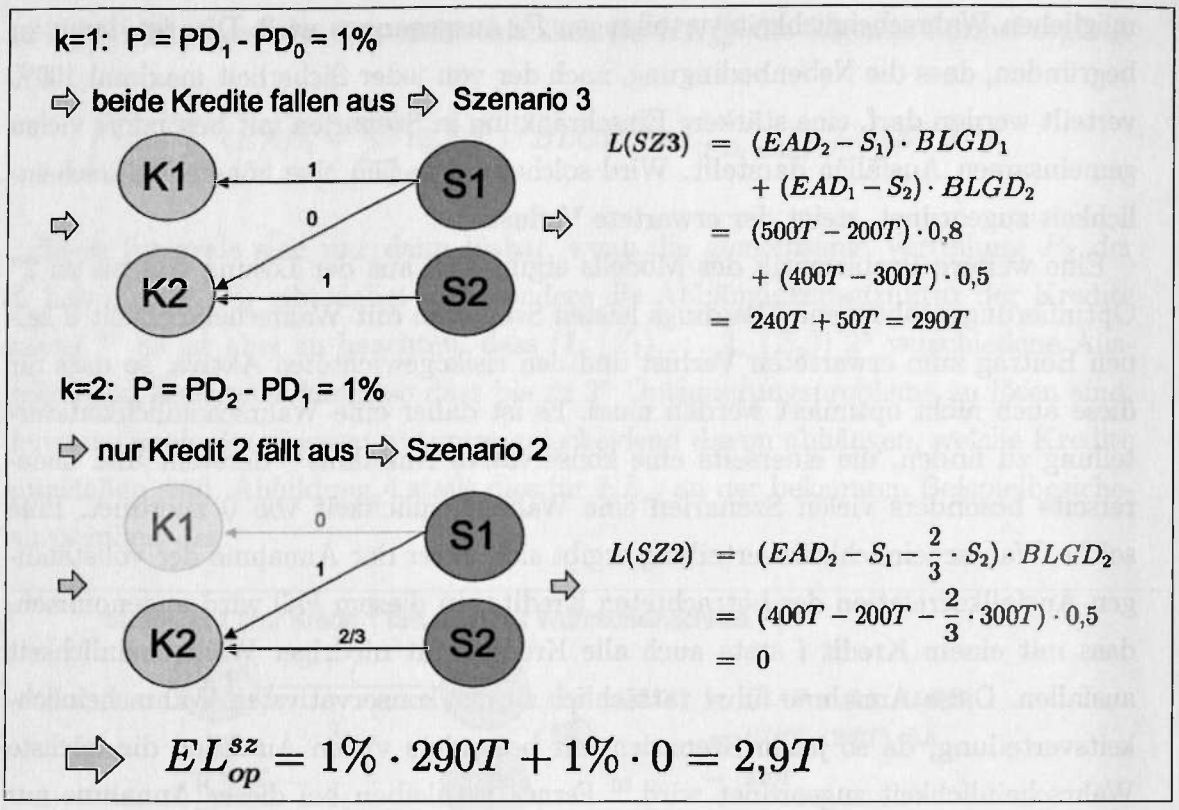

Abbildung 5: Szenariobasierte Verfahren unter Annahme vollständiger Ausfallkorrelation an einer Beispielbesicherungseinheit (Quelle: Eigene Darstellung)

Annahmen nicht nur abschätzen, sondern exakt berechnen lässt. Dies ist möglich, da unter vollständiger Ausfallkorrelation der gegebenen Randverteilungen auf die gemeinsame Verteilung geschlossen werden kann. Zusammengefasst liegt der Vorteil dieses Verfahrens also darin, dass es einerseits die tatsächliche Besicherungswirkung für jeden Fall nachvollzieht und andererseits bei der Herleitung auf Abschätzungen verzichtet werden kann, so dass sich der erwartete Verlust exakt bestimmen lässt. Obwohl von diesen Aspekten schon ein gewisser modelltheoretischer Reiz ausgeht, sind für die praktische Anwendbarkeit aber insbesondere die Rechenlaufzeit und die Annahme der vollständigen Ausfallkorrelation kritisch zu hinterfragen. Die Rechenlaufzeit des Verfahrens ist in erster Linie abhängig von der Anzahl der zu lösenden Optimierungsprobleme, auch wenn bei solchen mit wenigen Ausfällen von einer kürzeren Laufzeit ausgegangen werden kann. Die Anzahl lässt sich unter der Annahme der vollständigen Ausfallkorrelation auf n reduzieren.

Zur Einschätzung der Annahme einer vollständigen Ausfallkorrelation ist zu diskutieren, ob sie realitätsnah ist und andererseits, ob sie im Vergleich zu jenen Werten (EL bzw. EK), die sich unter der tatsächlichen Korrelation bzw. gemeinsamen Verteilung ergeben würden, eine konservative Abschätzung liefert. Bei letzterem sei auf den mathematischen Anhang verwiesen. Für die Realitätsnähe gilt es hingegen zu beachten, dass es sich bei den Krediten um eine Besicherungseinheit handelt, bei der viele Kredite von den gleichen Sicherheiten besichert werden. Dies lässt auf eine enge Verzahnung der Kredite bzw. Geschäfte schließen, so dass zumindest von einer

hohen Korrelation des Ausfalles der zugehörigen Kontrahenten ausgegangen werden kann. Genaue Aussagen über die tatsächliche Korrelation zwischen zwei Kontrahenten sind außerdem in aller Regel nicht vorhanden. Daher liegen unter den gegebenen Voraussetzungen keine Informationen vor, die die Annahme einer anderen Korrelation rechtfertigen würden.

Zusammengefasst gibt das entwickelte Verfahren eine obere Schranke für den tatsächlichen erwarteten Verlust bzw. jenen unter dem Basel II-Szenario an. Ausgehend von optimalen Sicherheitenverteilungen für alle n Ausfallszenarien $\alpha^{EL_{op}^{sz_k}}$ bzw. $\alpha^{EK_{op}^{sz_k}}$ $(k \in \{1,\ldots,n\})$ kann eine Berechnunssystematik für den $LAD_i(EL_{op}^{sz})$:

$$\frac{\sum_{k=1}^{i}(EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij}^{EL_{op}^{sz_k}} S_j) \cdot BLGD_i \cdot (PD_k - PD_{k-1})}{PD_i} \tag{12}$$

und den $LAD_i(EK_{op}^{sz})$:

$$\frac{\sum_{k=1}^{i}(EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij}^{EK_{op}^{sz_k}} S_j^{EK^{sz}}) \cdot BLGD_i^{EK^{sz}} \cdot (EK_{PD_k}^{sz} - EK_{PD_{k-1}}^{sz})}{EK_{PD_i}^{sz}} \tag{13}$$

angegeben werden. Anschließend bestimmt sich die LGD_i des i-ten Kredites wieder aus dem Verhältnis des Verlustes und des Exposures bei Ausfall.[53]

3.3 Vergleichende Analyse

Die in den vorhergehenden Abschnitten analysierten Verfahren sollen abschließend hinsichtlich ihrer Optimalität und Effizienz verglichen werden. Zunächst liefern alle Verfahren eine konservative Abschätzung der risikogewichteten Aktiva und des erwarteten Verlustes. Ein Verfahren wird daher nachfolgend immer dann als „besser" bezeichnet (hinsichtlich einer dieser beiden Größen), wenn es einen geringeren Wert liefert. Einen ersten Anhaltspunkt, wie die Verfahren danach einzuordnen sind, kann bereits aus der Beispielbesicherungseinheit abgelesen werden. Zu diesem Zweck sind nachfolgend (Abbildung 6) die Parameter zusammengefasst, die sich unter den einzelnen Verfahren ergeben haben. In der Beispielbesicherungseinheit liefert das EL-optimale Verfahren demnach einen geringeren erwarteten Verlust als der EK-optimale Ansatz. Gegensätzlich dazu sind die risikogewichteten Aktiva des EK-optimalen Verfahrens kleiner als jene unter dem EL-optimalen Verfahren. Dies lässt sich intuitiv erklären, da sich die Verfahren im Grunde ausschließlich durch die jeweilig zu minimierende Zielgröße unterscheiden. Von größerem Interesse ist allerdings die Leistungsfähigkeit des szenariobasierten Verfahrens. Für die Beispielbesicherungseinheit liefert es offensichtlich hinsichtlich beider Größen die besten Werte. Dieser Zusammenhang lässt sich auch im Allgemeinen nachweisen, so dass

[53] Die Berechnungssystematik kann im Anhang A.4 an der Beispielbesicherungseinheit nachvollzogen werden.

Verfahren	RW	EL
EL-optimal	32,085T €	3,2T €
EK-optimal	31,88T €	3,4T €
Szenariobasiert	29,08T €	2,9T €

Abbildung 6: Vergleich der Verteilung hinsichtlich risikogewichteter Aktiva und erwartetem Verlust (Quelle: Eigene Darstellung)

sich insgesamt die folgenden Ungleichungen ergeben:[54]

$$EL(LGD^{EL^{sz}_{op}}) \leq EL(LGD^{EL^{op}}) \leq EL(LGD^{EK_{op}}) \text{ und} \tag{14}$$

$$EK(LGD^{EK^{sz}_{op}}) \leq EK(LGD^{EK_{op}}) \leq EK(LGD^{EL^{op}}). \tag{15}$$

Für den zweiten Teil der beiden Ungleichungen wird dabei vorausgesetzt, dass für die Schätzung des erwarteten Verlustes und die Risikoaktiva die gleichen Sicherheitenwerte und Blanko-LGDs Verwendung finden. Diese Annahme wird allerdings - wie bereits in den Beispielen - nur zur Vergleichbarkeit der Verfahren herangezogen und zeigt, dass eine getrennte Optimierung der Sicherheitenzuteilung schon bei der festen Zuteilung unter gleichen Parametern bessere Ergebnisse liefert. Zusätzlich können durch diese Trennung einerseits jeweils angepasste Sicherheitenwerte und Blanko-LGDs Verwendung finden und andererseits für den erwarteten Verlust auch solche Sicherheiten benutzt werden, für die eine aufsichtsrechtliche Zulassung nicht erfolgreich durchgesetzt werden konnte. Durch Anwendung von zwei unterschiedlich festen optimierten Zuordnungsverfahren ergeben sich folglich bereits erhebliche Vorteile für die genauere Schätzung des erwarteten Verlustes sowie für die Minimierung des Eigenkapitals. Weiterhin zeigt der erste Teil der beiden Ungleichungen, dass sich für die flexiblere szenariobasierte Verteilung eine LGD ergibt, die sowohl einen geringeren erwarteten Verlust im Vergleich zur EL-optimalen als auch geringere risikogewichtete Aktiva als die EK-optimale Verteilung zur Folge hat. Die bereits erwähnten Vorteile durch die nach EK- bzw. EL-Optimalität getrennte Sicherheitenzuordnung verbleiben auch bei dieser Verteilungssystematik. Bei Verwendung von gleichen Sicherheitenwerten und Blanko-LGDs für den erwarteten Verlust und die risikogewichteten Aktiva kann allerdings bei dieser flexiblen Verteilungssystematik in den meisten Fällen die gleiche optimierte Verteilung für die einzelnen Ausfallszenarien angewendet werden.[55]

[54]Die jeweils zweite Ungleichung von (14) und (15) folgen direkt aus den jeweiligen Optimierungszielen. Für die beiden ersten Ungleichungen sei auf den mathematischen Anhang A.3 verwiesen.

[55]Finden tatsächlich die gleichen Sicherheitenwerte und Blanko-LGDs Verwendung, so gilt dies genau dann, wenn aus $PD_i \leq PD_j$ bereits $EK^{sz}_{PD_i} \leq EK^{sz}_{PD_j}$ folgt. Dies ist zum Beispiel dann erfüllt, wenn alle Kredite den gleichen Basel II-Segmenten zugeordnet sind. Davon kann in den meisten Fällen ausgegangen werden, da sich Kredite aus verschiedenen Segmenten im Normalfall

Ungeachtet dessen ist die Rechenlaufzeit des szenariobasierten Verfahrens deutlich höher als die der anderen beiden Ansätze. Reicht für die EK- und EL-optimale Verteilung die Lösung eines linearen Optimierungsproblems aus, so sind bei dem szenariobasierten Verfahren bis zu n (=Anzahl der Kredite) Optimierungsprobleme zu lösen, die nur teilweise simpler sind (nur k Kredite im k-ten Szenario). Genauer entspricht die Anzahl der zu lösenden Optimierungsprobleme gerade der Anzahl der verschiedenen PD_i in der Besicherungseinheit, da keine Optimierung im Falle von $PD_k = PD_{k-1}$ notwendig ist. Die Wahrscheinlichkeit für das zugehörige Szenario beträgt ohnehin 0. Des Weiteren sind die Optimierungsprobleme der einzelnen Szenarien unabhängig voneinander, so dass sie prinzipiell gleichzeitig auf mehreren Rechnern bestimmt werden können. Setzt man zusätzlich eine entsprechend effiziente Organisationsstruktur und eine Rechneranzahl voraus, die stets die Anzahl der verschiedenen PDs übertrifft, wäre der Rechenaufwand höchstens um einen konstanten Summanden (Organisation der parallelen Programmierung) höher als bei den beiden anderen Verfahren. Schließlich ist das komplizierteste Optimierungsproblem eines einzelnen Szenarios (jenes, bei dem alle Kredite ausfallen) gerade genauso kompliziert wie das eine Optimierungsproblem der anderen beiden Verfahren. Es sollte jedoch nicht das komplizierte Verfahren verwendet werden, sofern sich durch eine der beiden anderen Ansätze der gleiche Wert für den erwarteten Verlust bzw. für die risikogewichteten Aktiva ergibt. Deshalb wird nachfolgend diskutiert, in welchen Fällen die Gleichheit der beiden Abschätzungen zu EL und EK gilt und wie sich diese im Vorfeld identifizieren lassen.

Nachfolgend soll zunächst untersucht werden, wann die Abschätzung hinsichtlich des erwarteten Verlustes zwischen EL-optimalen und szenariobasierten Verfahren zu einer Gleichheit führt. Für die Gleichheit muss das optimale α^* des EL-optimalen Verfahrens nicht nur zulässig, sondern sogar optimal für die (bis zu) n Optimierungsprobleme des szenariobasierten Verfahren sein. Um sich der Frage zu nähern, wann dies der Fall ist, wird zunächst die Zielfunktionen des k-ten Ausfallszenarios genauer untersucht:

$$\sum_{i=k}^{n}(EAD_i - \sum_{j=1}^{m}\alpha_{ij}S_j) \cdot BLGD_i.$$

Damit ein α für alle k Szenarien optimal sein kann, muss es stets den Kredit n mit der höchsten Priorität besichern, weil er in allen n Szenarien ausfällt, Kredit $n-1$ mit der zweithöchsten Priorität, weil er in $n-1$ Szenarien ausfällt, usw. Die Priorisierung der Kredite wird in der Zielfunktion ausschließlich von $BLGD_i$ determiniert. Folglich existiert ein solches α, wenn $BLGD_i \leq BLGD_j$ für alle $i \leq j$ gilt. Damit ist also ein Fall identifiziert, in dem für alle n Szenarien ein identisches α optimal ist. Selbst bei Verletzung dieser Voraussetzung ist die strikte Ungleichheit

nicht innerhalb einer Besicherungseinheit befinden werden.

aber noch nicht zwingend erfüllt. Schließlich ist es möglich, dass die betreffenden Kredite bei der Zuteilung der Sicherheiten aufgrund der Nebenbedingungen nicht in Konflikt geraten, da ihnen entweder nichts von gleichen Sicherheiten zugewiesen wird oder sie ohnehin beide vollbesichert werden können. Für eine strikte Ungleichheit müssen folglich mindestens die folgenden drei Bedingungen erfüllt sein:

1. $\exists i < j$ s.d. $BLGD_i > BLGD_j$;
2. Eine Sicherheit k existiert, die sowohl Kredit i und Kredit j besichern darf und einem von diesen in α^* zugeordnet wird;
3. Die Kredite i und j werden nicht beide vollbesichert durch α^*.

Ist das erste Kriterium nicht erfüllt, kann bereits vor der Berechnung ausgeschlossen werden, dass α^* ein suboptimales Ergebnis liefert und eine Vorgehensweise könnte wie folgt aussehen:

- Bestimme die Anzahl der unterschiedlichen PDs (beim aufsteigenden Sortieren ohne zusätzlichen Aufwand möglich). Ist die Anzahl gering, so ist das szenariobasierte Verfahren nicht viel aufwendiger und sollte verwendet werden.
- Bestimme die Summe der positiven Differenzen von allen BLGD-Paaren mit $\exists i < j$ s.d. $BLGD_i > BLGD_j$ und multipliziere diese mit der Summe der zugehörigen EADs. Bei einem niedrigen Wert reicht es aus, α^* zu bestimmen, weil potenzielle Unterschiede gering sind.

Entscheidet man sich trotz einer möglichen Suboptimalität für α^*, so kann während der Berechnung von α^* noch genauer abgeschätzt werden, wie groß die potenzielle Differenz $(EL_{op} - EL_{op}^{sz})$ sein wird. Dazu ist einerseits zu bestimmen, wieviel von den Sicherheiten, die den betreffenden Krediten zugeordnet werden dürfen, auf diese tatsächlich verteilt wird (Kriterium 2). Andererseits ist die Höhe des verbleibenden Verlustes dieser Kredite festzulegen (Kriterium 3). Auf dieser Grundlage kann der potenzielle Fehler quantitativ abgeschätzt und anschließend doch das szenariobasierte Verfahren verwendet werden, wenn eine zuvor festgelegte Schwelle überschritten wird. Unter Umständen werden bei dieser Vorgehensweise zwar beide Verfahren durchlaufen, allerdings ist die Bestimmung von α^* und den $\alpha^{\#k}$ nicht deutlich aufwendiger als eine einzelne Bestimmung von $\alpha^{\#k}$. Insofern sollte dieser Nachteil in Kauf genommen werden. Schließlich führt eine solche Vorgehensweise dazu, dass weder das rechenaufwendigere Verfahren verwendet wird, obwohl α^* auch eine sehr gute Abschätzung geliefert hätte, noch wird α^* trotz eines potenziell großen Unterschiedes benutzt. Wie groß der akzeptierte Unterschied ist, kann durch die festgelegten Schwellen variiert werden. Die festgelegten Schwellen sollten dann sukzessive zugunsten des szenariobasierten Verfahrens verändert werden, wenn sich die Leistung der verwendeten Rechner und/oder der effiziente Einsatz von paralleler Optimierung verbessert.

4 Fazit und Ausblick

Gegenstand dieses Beitrages ist die Modellierung des Einflusses von Sicherheiten auf interne Risikokennzahlen (erwarteter Verlust) und regulatorische Parameter (LGD zur Bestimmung der risikogewichteten Aktiva). In diesem Zusammenhang wurde eine Verteilungssystematik entwickelt, die sowohl für die interne Steuerung als auch regulatorische Parameter anwendbar ist. Nachdem in Kapitel 2 zunächst die notwendigen ökonomischen und regulatorischen Grundlagen gelegt worden sind, wurden in Kapitel 3 zunächst zwei Verfahren (EL-optimales und EK-optimales Verfahren) zur optimierten Verteilung von Sicherheiten analysiert. Diese bauen auf Vorschlägen aus der Literatur auf und teilen die Sicherheiten im Vorfeld fest auf die vorliegenden Kredite zu, um die n:m Beziehung (n Kredite gegenüber m Sicherheiten) in einzelne 1:m Beziehungen aufzulösen. Für diese können anschließend die üblichen Parameter in einfacher Weise bestimmt werden. Der wesentliche Unterschied der beiden Verfahren besteht dann aber in den Optimierungszielen: So wird im EL-optimalen Verfahren diejenige Sicherheitenverteilung unter den zulässigen ausgewählt, die zu dem niedrigsten erwarteten Verlust führt. Analog dazu wird beim EK-optimalen Verfahren die Anforderung an das Eigenkapital minimiert. Damit wird die Besicherungswirkung in beiden Verfahren konservativ abgeschätzt, weil die feste Zuteilung der Sicherheiten eine zusätzliche Einschränkung darstellt, die bei konkreten Ausfällen zugunsten einer Verteilung auf die tatsächlich ausgefallenen Kredite zurückgenommen wird. Als ein weiterer Kritikpunkt ist zu nennen, dass sich beide Verfahren nur für die Quantifizierung der jeweiligen Zielvariable eignen. Diese Problematik kann durch simultane Verwendung beider Verfahren gelöst werden. Dies würde allerdings zu verschiedenen Sicherheitenverteilungen für die interne (EL-optimal) und die regulatorische (EK-optimal) Bestimmung der Verlustquote (LGD) führen.

Mit dem Ziel, diese beiden Aspekte in eine risikoadäquatere Modellierung einfließen zu lassen, wird in Abschnitt 3.4 erstmalig eine Sicherheitenverteilung modelliert, die die Einschränkung der festen Zuteilung von Sicherheiten auflöst. Diese Verteilung teilt - unter einer konservativen Annahme über die Korrelation der Ausfälle - die Sicherheiten optimiert für jedes Ausfallszenario zu. Die Zielgröße der Optimierung ist dabei die Minimierung des Verlustes im betreffenden Szenario. Damit wird gewährleistet, dass die Verteilung der Sicherheiten so erfolgt, wie sie auch bei tatsächlichen Ausfällen vorzunehmen wäre. Die Sicherheiten werden also flexibler verteilt. Folglich ergibt sich für dieses Verfahren eine stärkere Besicherungswirkung, die einerseits zu einem geringeren erwarteten Verlust als im EL-optimalen Verfahren und andererseits zu einer geringeren Eigenkapitalanforderung als im EK-optimalen Verfahren führt. Diese beiden Aspekte werden im mathematischen Anhang A.3 bewiesen, nachdem zuvor (vgl. Anhang A.2) bereits gezeigt wurde, dass die Annahme der vollständigen Korrelation tatsächlich konservativ ist.

Die entwickelten Verfahren können eine genauere Schätzung der betreffenden Ri-

sikokennzahlen liefern. Für die Entscheidung über eine Einführung sind allerdings noch andere Aspekte wie der Aufwand der Integration in bestehende Risikosysteme und die damit verbundenen Kosten zu berücksichtigen. Diese sind abzuwägen gegen Vorteile, die sich einerseits durch die Eigenkapitalersparnis und andererseits für die Steuerung der Bank durch eine genauere Risikoquantifizierung ergeben. Nur Kreditinstitute, die ihre Risiken kennen, können diese gegenüber ihren Chancen abwägen und die Risikostruktur ihres Kreditportfolios optimieren. Für die Zukunft ist deshalb wünschenswert, dass die bankbetriebliche Praxis Verfahren zur optimierten Sicherheitenverteilung stärker in die bestehenden Risikosysteme einbaut. Für die Anwendung muss aber stets beachtet werden, auf welchen Annahmen die Verfahren fußen. Diese sind in dem vorliegenden Beitrag dargelegt und analysiert worden. Vor einer praktischen Anwendung sollten die Verfahren jedoch mittels historischer Daten auf ihre Prognosegüte untersucht und gegebenenfalls kalibriert werden. Damit wäre das Risikomanagement und so auch die Bankensteuerung auf ein fundierteres Fundament gestellt.

A Anhang

A.1 Verlustquote und Ausfallwahrscheinlichkeit im IRB-Ansatz

Die Eigenkapitalunterlegung nach Basel II geht auf ein Verlustquantil ($VaR_{99,9} = EAD \cdot LGD \cdot PD^{99,9}$) zurück. $PD^{99,9}$ kann dabei als bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit verstanden werden, die sich unter einer besonders ungünstigen Wirtschaftslage ergibt.[56] Ferner ist durch $EAD \cdot LGD$ der Verlust bei Ausfall gegeben, so dass $VaR_{99,9}$ insgesamt als ein Erwartungswert unter der Bedingung einer besonders ungünstigen Wirtschaftslage verstanden werden kann.[57]

Zur Berechnung der Eigenkapitalformel EK wird das oben dargestellte Verlustquantil $VaR_{99,9}$ um den erwarteten Verlust ($EL = EAD \cdot LGD \cdot PD \cdot LA$) reduziert. Bei der Bestimmung des hierfür verwendeten erwarteten Verlustes wird die gleiche LGD verwendet wie im Verlustquantil. Dies ist allerdings nur dann eine adäquate Vorgehensweise, wenn von der Unabhängigkeit zwischen LGD und PD ausgegangen wird. Die Annahme einer solchen Unabhängigkeit steht nicht nur im Widerspruch zu empirischem Studien, sondern auch zu der Basel II-Vorgabe, bei der LGD-Schätzung eine so genannte „Downturn-LGD"(LGD^{Dt}) zu verwenden. Hierbei wird nämlich als quantitative Anforderungen an die Schätzung der LGD^{Dt} eine Berücksichtigung der Korrelation zwischen Verlustquote und Ausfallwahrscheinlichkeit vorgeschrieben.[58]

Da sich der obige Widerspruch direkt auf die LGD und damit den zentralen Parameter der nachfolgenden Ausführungen bezieht, soll zumindest für die Modellierung in Abschnitt 3.2.3 eine leicht abgewandelte Interpretation verwendet werden. Die Eigenkapitalformel EK wird in diesem Abschnitt daher nicht als ein um den erwarteten Verlust reduziertes Verlustquantil verstanden. Vielmehr wird davon ausgegangen, dass die bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit ($PD^{99,9}$) um die mittlere erwartete Ausfallwahrscheinlichkeit ($PD \cdot LA$) reduziert wurde, um damit eine Wahrscheinlichkeit für den unerwarteten Verlust angeben zu können. In dieser Interpretation kann EK daher als ein Erwartungswert des Portfolioverlustes unter dieser Wahrscheinlichkeit verstanden werden.

A.2 Besicherungswirkung unter vollständiger Ausfallkorrelation

Im Folgenden soll gezeigt werden, dass sich unter vollständiger Ausfallkorrelation die geringste Besicherungswirkung und damit der höchste erwartete Verlust ergibt.

[56] Inwiefern sich aus den Modellgrundlagen von Basel II ableiten lässt, dass es sich bei $PD^{99,9}$ um eine bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit handelt, kann in Rau-Bredow (2001) nachgelesen werden.
[57] „Dadurch könnte die IRB-Formel auch als Expected Loss verstanden werden, der mit einer 99,9%igen worst case Ausfallwahrscheinlichkeit zu berechnen ist." Vgl. Vetter/Cremers (2008), S. 53
[58] Dieser Widerspruch wird detailliert in Gürtler/Heithecker (2004) behandelt.

Daraus soll anschließend der folgende Zusammenhang gefolgert werden:[59]

$$EL_{op}^{P_Z} \leq EL_{op}^{sz} \text{ für alle } P_Z \text{ mit } Z_i \sim U(0,1) \text{ für alle } 1 \leq i \leq n. \tag{16}$$

Zunächst sei dazu $EL_{op}^{P_Z}$ wie folgt umgeformt:

$$\begin{aligned} EL_{op}^{P_Z} &= \int_{[0,1]^n} \min_{\alpha \in M} \sum_{i=1}^{n} (EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} S_j) \cdot BLGD_i \cdot \mathbf{1}_{[0,PD_i]}(Z_i)\, dP_Z \\ &= \sum_{i=1}^{n} EAD_i \cdot BLGD_i \int_{[0,1]^n} \mathbf{1}_{[0,PD_i]}(Z_i)\, dP_Z \\ &\quad - \int_{[0,1]^n} \max_{\alpha \in M} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} S_j \cdot BLGD_i \cdot \mathbf{1}_{[0,PD_i]}(Z_i)\, dP_Z. \end{aligned} \tag{17}$$

Der erste Teil dieser Formel ist ökonomisch als der unbesicherte erwartete Verlust zu verstehen und kann wegen:

$$\int_{[0,1]^n} \mathbf{1}_{[0,PD_i]}(Z_i)\, dP_Z = PD_i \tag{18}$$

unabhängig von der konkreten Ausfallkorrelation ausgewertet werden. Der zweite Teil (17) - nachfolgend BW - stellt die Besicherungswirkung dar. Diese soll anschließend umgeformt werden. Dazu sei $\lambda(z)$ die Menge der optimalen Lösungen des Optimierungsproblems, das sich unter z ergibt:

$$\begin{aligned} BW &= \int_{[0,1]^n} \max_{\alpha \in M} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} S_j \cdot BLGD_i \cdot \mathbf{1}_{[0,PD_i]}(Z_i)\, dP_Z \\ &= \sum_{i=1}^{n} BLGD_i \cdot \sum_{j=1}^{m} S_j \int_{[0,1]^n} \alpha_{ij}(z) \cdot \mathbf{1}_{[0,PD_i]}(Z_i)\, dP_Z. \end{aligned} \tag{19}$$

Durch die vorgegebene Randverteilung (vgl. (18)) ist in der so entstandenen Formel (19) bereits determiniert, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Besicherungswirkung eines Kredites tragend wird.[60] Letzteres kann also nicht mehr durch Wahl der gemeinsamen Verteilung P_Z beeinflusst werden. Es besteht vielmehr nur noch Unsicherheit darüber, wie sich die Wahrscheinlichkeit auf die einzelnen Szenarien verteilt. Des Weiteren ist dabei nur noch der optimale Zuordnungsparameter $\alpha(z)$ konkret vom Aufsfallszenario abhängig. Dieser soll daher nachfolgend genauer be-

[59] Dann folgt analog:

$$RW_{op}^{P_Z} \leq RW_{op}^{sz} \text{ für alle } P_Z \text{ mit } Z_i \sim U(0,1) \text{ für alle } 1 \leq i \leq n.$$

$U(0,1)$ steht in beiden Formeln für die Gleichverteilung zwischen 0 und 1.

[60] Diese Wahrscheinlichkeit entspricht genau der Ausfallwahrscheinlichkeit des betreffenden Kredites.

trachtet werden, um schließlich eine Wahrscheinlichkeitsverteilung mit besonders geringer Besicherungswirkung zu identifizieren.

Sei dazu $P(z) := \{1 \leq i \leq n | \mathbf{1}_{[0,PD_i]}(z_i) = 1\}$ die Menge der ausgefallenen Kredite unter einer Ausprägung $z \in [0,1]^n$ des Zufallsvektors Z. Es sollen nun zwei Ausfallszenarien z und $\tilde{z}$ betrachtet werden, die sich nur insofern unterscheiden, als in $\tilde{z}$ ein weiterer Kredit im Vergleich zu z ausfällt, d.h. $P(z) \subset P(\tilde{z})$ mit $\#P(z) + 1 = \#P(\tilde{z})$. Dann existiert zu einem $\alpha(z) \in \lambda(z)$ (Lösung des Optimierungsproblems unter z) stets ein $\alpha(\tilde{z}) \in \lambda(\tilde{z})$ (Lösung des Optimierungsproblems unter $\tilde{z}$), so dass $\alpha_{ij}(\tilde{z}) \leq \alpha_{ij}(z)$ für alle $1 \leq j \leq n$ und $i \in P(z)$. Mit anderen Worten muss es mindestens eine Lösung des Optimierungsproblems unter $\tilde{z}$ geben, welche keinen der bereits ausgefallenen Kredite besser stellt als in der optimalen Zuordnung unter z.[61] Daraus ergibt sich iterativ, dass für z^* mit $P(z^*) = \{1,\ldots,n\}$ (Szenario, in dem alle Kredite ausfallen) ohne Einschränkung von $\alpha_{ij}(z^*) \leq \alpha_{ij}(z)$ für alle $1 \leq j \leq n$ und $i \in P(z)$ ausgegangen werden kann. Schließlich ist die Besicherungswirkung über alle Kredite unabhängig von der Wahl des Optimums (siehe (19)).

Insgesamt ergibt sich die geringste Besicherungswirkung in dem Szenario, bei dem alle Kredite gleichzeitig ausfallen. Dies kann für die Summe der einzelnen Besicherungswirkungen übertragen werden und führt schließlich dazu, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung $\hat{P}_Z$ mit der geringsten Besicherungswirkung eine derjenigen sein muss, welche dem gemeinsamen Ausfall aller Kredite die höchstmögliche Wahrscheinlichkeit beimisst. Mathematisch ergibt sich daraus die folgende Bedingung:

$$\hat{P}_Z(A(1,n)) = PD_1 \text{ mit } A(k,n) := \{z \in [0,1]^n | \mathbf{1}_{[0,PD_i]}(z_i) = 1 \forall k \leq i \leq n\}, \tag{20}$$

weil Kredit 1 die kleinste Ausfallwahrscheinlichkeit hat[62] und damit der Wahrscheinlichkeit des gemeinsamen Ausfalls aller Kredite maximal diese Wahrscheinlichkeit zugeordnet werden kann.

Darauf aufbauend soll der folgende Zusammenhang per Induktion über die Anzahl der Kredite für die Wahrscheinlichkeitsverteilung mit geringster Besicherungswirkung bewiesen werden:[63]

$$\hat{P}_Z(A(k,n)) = PD_k - PD_{k-1}. \tag{21}$$

Induktionsanfang: $n = 1$ ist trivial, weil die gesamte Verteilung schon durch die Randverteilung gegeben ist.

Induktionsschritt: $n \to n + 1$

[61] Schließlich wäre sonst bereits die optimale Zuordnung unter z nicht optimal.

[62] An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, dass die Kredite nach der Höhe der Ausfallwahrscheinlichkeit PD_i geordnet wurden. Im Übrigen gelte für die nachfolgenden Ausführungen wieder $PD_0 = 0$.

[63] Dieser Zusammenhang impliziert, dass nur die Ausfallszenarien eine positive Wahrscheinlichkeit haben, in denen die letzten k Kredite ausfallen ($1 \leq k \leq n$).

Sei also ein Portfolio aus $n+1$ Krediten gegeben. In (20) wurde bereits gezeigt, dass die Besicherungswirkung am geringsten ist, wenn dem Szenario, in dem alle Kredite ausfallen, die Wahrscheinlichkeit PD_1 zugeordnet wird. Damit folgt direkt (21) für $k = 1$ und $n+1$ Kredite. Folglich ist einerseits die Korrelation des ersten Kredites mit den anderen maximal und andererseits die Wahrscheinlichkeit für jedes andere Szenario, in dem der Kredit 1 ausfällt, 0. Folglich kann der bedingte Wahrscheinlichkeitsraum - unter der Bedingung Kredit 1 fällt nicht aus - betrachtet werden. In diesem gilt mit $Z^* = (Z_2, \ldots, Z_{n+1})$:

$$PD_i^* = P(0 \leq Z_i^* \leq PD_i | Z_i > PD_1) = \frac{PD_{i+1} - PD_1}{1 - PD_1}. \tag{22}$$

Da es sich im bedingten Wahrscheinlichkeitsraum nur noch um n Kredite handelt, folgt aus der Induktionsvoraussetzung:

$$\begin{aligned} \hat{P_{Z^*}}(A(k,n))|Z_1 > PD_1) &= PD_k^* - PD_{k-1}^* \\ &= \frac{PD_{k+1} - PD_1}{1 - PD_1} - \frac{PD_k - PD_1}{1 - PD_1} \\ &= \frac{PD_{k+1} - PD_k}{1 - PD_1}. \end{aligned}$$

Dieses Ergebnis kann auf $\hat{P_Z}$ übertragen werden, so dass für alle $k \geq 2$ folgt:

$$\begin{aligned} \hat{P_Z}(A(k,n+1)) &= \hat{P_{Z^*}}(A(k-1,n)) \\ &= (1 - PD_1) \cdot \hat{P_{Z^*}}(A(k-1,n)|Z_1 > PD_1) = PD_k - PD_{k-1}. \end{aligned}$$

Es bleibt also lediglich Formel (16) zu zeigen:[64]

$$\begin{aligned} EL_{op}^{P_Z} &= \underbrace{EAD_i \cdot BLGD_i \cdot PD_i}_{=EL_{oS}} - \int_{[0,1]^n} \max_{\alpha \in M} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} S_j \cdot BLGD_i \cdot \mathbf{1}_{[0,PD_i]}(Z_i)\, dP_Z \\ &\leq EL_{oS} - \int_{[0,1]^n} \max_{\alpha \in M} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} S_j \cdot BLGD_i \cdot \mathbf{1}_{[0,PD_i]}(\hat{Z}_i)\, d\hat{P_Z} \qquad (23) \\ &= EL_{oS} - \sum_{k=1}^{n} (PD_k - PD_{k-1}) \max_{\alpha \in M} \sum_{i=k}^{n} \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} S_j \cdot BLGD_i = EL_{op}^{sz}. \qquad (24) \end{aligned}$$

[64] In (23) wird für eine unter der gegebenen Randverteilung beliebigen Wahrscheinlichkeitsverteilung P_Z diejenige mit der geringsten Besicherungswirkung $\hat{P_Z}$ eingesetzt. Letztere wird anschließend mit Hilfe von (21) in (24) ausgewertet.

A.3 Hinweise zu den Ungleichungen (14) und (15)

Wegen $EL_{op}^{sz} = EL(LGD^{EL_{op}^{sz}})$ und $EL_{op} = EL(LGD^{EL^{op}})$ ist $EL_{op}^{sz} \leq EL_{op}$ zu zeigen:[65]

$$
\begin{aligned}
EL_{op}^{sz} &= \sum_{k=1}^{n}(PD_k - PD_{k-1}) \min_{\alpha \in M} \sum_{i=k}^{n}(EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} S_j) \cdot BLGD_i \\
&\leq \sum_{k=1}^{n}(PD_k - PD_{k-1}) \cdot \sum_{i=k}^{n}(EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij}^{*} S_j) \cdot BLGD_i \\
&= \sum_{i=1}^{n}(EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij}^{*} S_j) \cdot BLGD_i \cdot \sum_{k=1}^{i}(PD_k - PD_{k-1}) \\
&= \sum_{i=1}^{n}(EAD_i - \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij}^{*} S_j) \cdot BLGD_i \cdot PD_i = EL_{op}.
\end{aligned}
$$

A.4 LGD-Quantifizierung der Beispielbesicherungseinheit unter dem szenariobasierten Verfahren

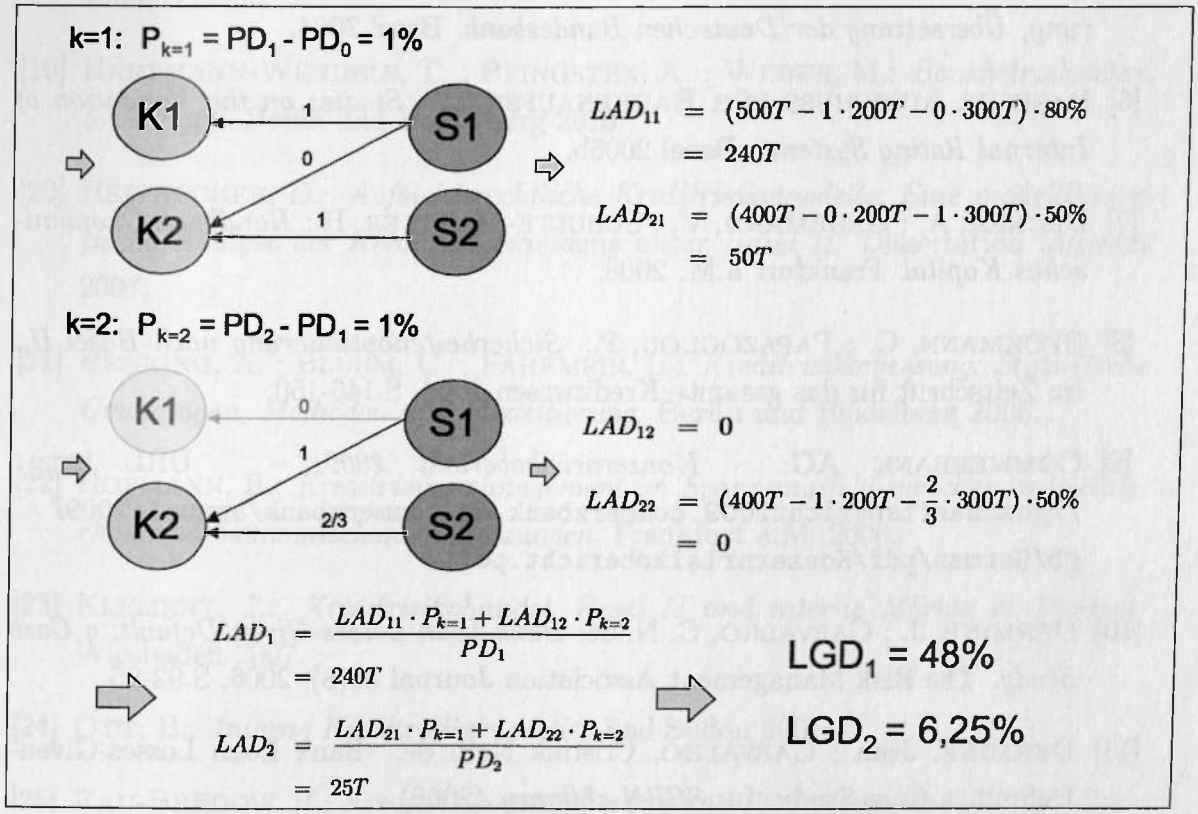

Abbildung 7: LGD-Quantifizierung der Beispielbesicherungseinheit unter dem szenariobasierten Verfahren (Quelle: Eigene Darstellung)

[65] Dann folgt auch $RW(LGD^{RW_{op}^{sz}}) \leq RW(LGD^{RW_{op}})$ mit analoger Vorgehensweise.

Literatur

[1] ACHTELIK, O. ; DREXLER, E. ; FLACH(HRSG.), J.: *Sicherheiten-Management nach neuer SlvV & MaRisk.* Heidelberg 2007.

[2] ALBRECHT, P.: *Zur Messung von Finanzrisiken.* Mannheimer Manuskripte zur Risikotheorie, Portfolio Management und Versicherungswirtschaft, Nr. 143, 2003.

[3] ASARNOW, E. ; EDWARDS, D.: *Measuring Loss on Defaulted Bank Loans: a 24 year Study.* In: Journal of Commercial Bank Lending, Vol. 77, No. 7, 1995, S.11-23.

[4] BASELER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUFSICHT: *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards - A Revised Framework.* Basel 2005a.

[5] BASELER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUFSICHT: *Internationale Konvergenz der Kapitalmessung und Eigenkapitalanforderungen Überarbeitete Rahmenvereinbarung, Übersetzung der Deutschen Bundesbank.* Basel 2004.

[6] BASELER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUFSICHT: *Studies on the Validation of Internal Rating Systems.* Basel 2005b.

[7] BECKER, A. ; GEHRMANN, V. ; SCHULTE-MATTLER, H.: *Handbuch Ökonomisches Kapital.* Frankfurt a.M. 2008.

[8] BECKMANN, C. ; PAPAZOGLOU, P.: *Sicherheitenoptimierung nach Basel II,.* In: Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen 2004, S.146-150.

[9] COMMERBANK AG: *Konzernrisikobericht 2009.* – URL `http://geschaeftsbericht2009.commerzbank.de/commerzbank/annual/2009/gb/German/pdf/Konzernrisikobericht.pdf`.

[10] DERMINE, J. ; CARVALHO, C. N. de: *Bank Loan Losses-Given-Default, a Case Study.* The Risk Management Association Journal 86(8), 2006, S.92-95.

[11] DERMINE, Jean ; CARVALHO, Cristina Neto de: Bank Loan Losses-Given-Default, a Case Study. In: *SSRN eLibrary* (2005)

[12] DEUTSCHE BANK AG: *Risikobericht 2009.* – URL `http://geschaeftsbericht.deutsche-bank.de/2009/gb/serviceseiten/downloads/files/dbfy2009_risikobericht.pdf`.

[13] EALES, R. ; BOSWORTH, E.: *Severity of Loss in the Event of Default in Small Business and Large Consumer Loans.* In: The Journal of Lending and Credit Risk management, May 1998, S.58-65.

[14] GORDY, M.: *A Risk-Factor Model Foundation for Ratings-Based Bank Capital Rules,*. In: Journal of Financial Intermediation, Vol. 12, Nr. 3, 2003, S. 199-232.

[15] GÜRTLER, M. ; HEITHECKER, D.: *Der Loss Given Default und die Behandlung erwarteter Verluste im Baseler IRB-Ansatz.* In: Zeitschrift für das gesamte Kreditweisen, Vol. 57, 2004, S.1279-1282.

[16] HAILER, A.C. ; LOCH, F. ; STORK, P.: *Basel II: Optimale Zuordnung von Sicherheiten auf Kredite.* In: Zeitschrift für das gesamte Kreditweisen, Vol.55, 2002, S.1202-1206.

[17] HALTMAN, E.: *Default Recovery Rates and LGD in Credit Risk Modeling and Practice: An Updated Review of the Literature and Empirical Evidence.* 2006. – URL `http://pages.stern.nyu.edu/~ealtman/UpdatedReviewofLiterature.pdf`.

[18] HAMERLE, A. ; KNAPP, M. ; WILDENAUER, N.: *Modelling Loss Given Default: A Point in Time - Approach.* The Risk Management Association Journal 86(8), 2004, S.92-95.

[19] HARTMANN-WENDELS, T. ; PFINGSTEN, A. ; WEBER, M.: *Bankbetriebslehre, 5. Auflage.* Berlin und Heidelberg 2010.

[20] HEITHECKER, D.: *Aufsichtsrechtliche Kreditrisikomodelle: Eine modelltheoretische Analyse der Kreditrisikomessung unter Basel II.* Dissertation Münster 2007.

[21] HENKING, A. ; BLUHM, C. ; FAHRMEIR, L.: *Kreditrisikomessung: Statistische Grundlagen, Methoden und Modellierung.* Berlin und Heidelberg 2006.

[22] HOFMANN, B.: *Kreditrisikomanagement im Spannungsfeld zwischen aufsichtlichen und ökonomischen Zielsetzungen.* Frankfurt a.M. 2006.

[23] KLEMENT, J.: *Kreditrisikohandel, Basel II und interne Märkte in Banken.* Wiesbaden 2007.

[24] OTT, B.: *Interne Kreditrisikomodelle.* Bad Soden 2001.

[25] RAU-BREDOW, H.: *Kreditrisikomodellierung und Risikogewichte im neuen Basler Accord.* In: Zeitschrift für das gesamte Kreditweisen, Vol.18, 2001, S.1004-1005.

[26] RIEDER, M. J. ; KESSLING, F.: *Anwendung des Merton'schen Modells zur Risikobewertung, LGD-Schätzung mit Hilfe des Optionsansatzes,*. In: Risiko Manager, 20/2006, S. 1 und S.4-9.

[27] SIDDIQI, N. A. ; ZHANG, M.: *A General Methodology for Modelling Loss Given Default.* The Risk Management Association Journal 86(8), 2004, S.92-95.

[28] STEINBRÜGGE, J.: *Optimale Fremdfinanzierung nach Basel II.* Wiesbaden 2008.

[29] STRAUSS, M.: *Wertorientiertes Risikomanagement in Banken.* Wiesbaden 2008.

[30] VETTER, M. ; CREMERS, H.: *Das IRB-Modell des Kreditrisikos im Vergleich zum Modell einer logarithmisch normalverteilten Verlustfunktion.* Frankfurt School - Working Paper Series, Frankfurt a.M. 2008.