

Gabisch, Günter

Article — Digitized Version

## Die wirtschaftspolitische Bedeutung des Turnpike-Theorems

Wirtschaftsdienst

*Suggested Citation:* Gabisch, Günter (1972) : Die wirtschaftspolitische Bedeutung des Turnpike-Theorems, Wirtschaftsdienst, ISSN 0043-6275, Verlag Weltarchiv, Hamburg, Vol. 52, Iss. 3, pp. 154-157

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/134379>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

# Die wirtschaftspolitische Bedeutung des Turnpike-Theorems

Günter Gabisch, Bonn

Die wachstumstheoretische Forschung hat zu einer großen Zahl von Modellsätzen und theoretischen Konzepten geführt, mit deren Hilfe man versucht, deskriptive und zum Teil auch normative Aussagen über das Wachstumsverhalten von Volkswirtschaften zu treffen. Zu den Ansätzen, die letzteres bezwecken, ist ein Theorem der neueren Wachstumstheorie zu rechnen, nämlich das zuerst von Dorfman, Samuelson und Solow<sup>1)</sup> aufgestellte Turnpike-Theorem. Es verbindet den strukturellen Aufbau einer Volkswirtschaft mit ihrem Wachstum und versucht somit der manchmal vernachlässigten Interdependenz von Wirtschaftsstruktur und Wirtschaftswachstum Rechnung zu tragen. Der folgende Beitrag gibt eine Einführung in die Problematik dieses Theorems und dessen wirtschaftspolitische Konsequenzen.

Das reale Problem, das dem Turnpike-Theorem zugrunde liegt, läßt sich folgendermaßen formulieren: Eine Volkswirtschaft hat zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t_0$ , z. B. zu Beginn des Jahres 1971, eine gegebene Struktur. Unter Struktur ist dabei die Aufteilung der Produktion dieser Wirtschaft auf einzelne Sektoren und dann das Verhältnis der Produktionsmengen dieser Sektoren zueinander zu verstehen. Nach  $T$  Perioden, z. B. nach 20 Jahren, soll die Wirtschaft einerseits eine ganz bestimmte, vorher festgelegte Struktur aufweisen und andererseits während dieser Zeit mit einer möglichst großen Rate wachsen. Dabei kann zwar die Endstruktur mit der anfänglichen Struktur übereinstimmen, wird es aber in der Regel nicht. Hier besteht nun die Interdependenz von Wirtschaftsstruktur und Wachstumsverhalten, denn es stellt sich die Frage, mit welcher Struktur soll

die Wirtschaft während der  $T$  Perioden, z. B. 20 Jahre, wachsen? Hierbei ist stillschweigend vorausgesetzt, daß es hinreichende Möglichkeiten gibt, die Struktur einer Wirtschaft zu verändern.

Auf den ersten Blick scheint es im wesentlichen zwei Alternativen zu geben. Erstens, die Wirtschaft behält während des größten Teils der  $T$  Perioden ihre anfängliche Struktur bei und geht erst gegen Ende dieses Zeitraumes auf die gewünschte Endstruktur über. Oder zweitens, man ändert bereits sofort am Anfang der  $T$  Perioden die Wirtschaftsstruktur, so daß dann die Wirtschaft bis zum Zeitpunkt  $t_0 + T$  mit der gewünschten Endstruktur wachsen kann. Natürlich ist auch eine Kombination dieser beiden Alternativen möglich; das Wachstum der Wirtschaft beginnt mit der Anfangsstruktur, die während des ganzen Zeitraums von  $T$  Perioden kontinuierlich geändert wird, so daß wieder zum Zeitpunkt  $t_0 + T$  die gewünschte Endstruktur vorliegt. Alle drei Möglichkeiten beschreiben einen sogenannten *Wachstumspfad* der Wirtschaft; ein Wachstumspfad gibt also die zeitliche und strukturelle Entwicklung einer Wirtschaft wieder. Das dem Turnpike-Theorem zugrunde liegende Problem lautet nun konkret: Gibt es unter den oben genannten Bedingungen einen Wachstumspfad, der die Gesamtproduktion der Wirtschaft mit der

<sup>1)</sup> R. Dorfman, P. A. Samuelson, R. M. Solow: Linear Programming and Economic Analysis, New York, Toronto, London 1958.

*Dr. Günter Gabisch, 28. M. A., ist akademischer Rat und wissenschaftlicher Assistent bei Prof. Dr. W. Krelle in Bonn.*

gewünschten Struktur zum Zeitpunkt  $t_0 + T$  maximiert? Falls es einen derartigen Wachstumspfad gibt, bezeichnet man ihn als *optimal*.

Die Existenz eines derartig optimalen Wachstumspfades ist anhand von Mehrsektoren-Wachstumsmodellen untersucht worden. Der Grundansatz dieser Modelle ist folgender. Die Wirtschaft ist in  $n$  Sektoren ( $n = 2, 3, \dots$ ) aufgeteilt, und in jedem Sektor wird genau ein Gut hergestellt, so daß es insgesamt  $n$  Güter gibt; mit  $x_i$  bzw.  $y_i$  wird die Faktoreinsatz- bzw. Ertragsmenge des  $i$ -ten Gutes bezeichnet. Kann man zu Beginn einer Produktionsperiode mit Hilfe der Faktoreinsatzmengen  $x_1, \dots, x_n$  am Ende dieser Periode die Ausbringungsmengen  $y_1, \dots, y_n$  erzielen, dann ist  $\begin{matrix} \rightarrow \\ (x, y) \end{matrix}$  ein technisch möglicher Prozeß, wobei  $x$  und  $y$  die entsprechenden Input- bzw. Outputvektoren mit jeweils  $n$  Elementen darstellen.

### Optimaler Wachstumspfad

Es ist nun denkbar, daß es viele derartige technisch mögliche Prozesse gibt; die Menge  $M$  aller dieser technisch möglichen Prozesse heißt *Technologie*. Bei gegebener Technologie und gegebenem Anfangsbestand an Gütern kann diese Wirtschaft sich im Zeitverlauf auf verschiedene Weisen fortentwickeln: Soweit es die Technologie zuläßt, kann die Struktur und das Wachstum der Wirtschaft beliebig geändert werden, d. h. es gibt viele Wachstumspfade, auf denen sich die Wirtschaft bewegen kann. Von diesen vielen möglichen Wachstumspfaden werden manche das durch die Technologie bestimmte Wachstumspotential der Wirtschaft gar nicht oder in nur sehr geringem Maße ausschöpfen; andere Wachstumspfade werden zu einem mäßigen Wirtschaftswachstum führen, und es wird sicherlich einige Wachstumspfade geben, die das vorhandene Wachstumspotential der Wirtschaft maximal ausschöpfen. Man wird also zunächst davon ausgehen müssen, daß mehrere Wachstumspfade existieren, auf denen die Wirtschaft ihre maximale Wachstumsrate erreicht. Postuliert man nun bestimmte Eigenschaften der Technologie  $M$ , z. B. soll  $M$  ein streng konvexer Kegel sein, dann existiert nur noch ein einziger Pfad, auf dem die Wirtschaft ihre maximale Wachstumsrate realisieren kann. Diesen so ausgezeichneten Wachstumspfad nennt man *von Neumann-Pfad*. Damit liegt die wesentliche Aussage des Turnpike-Theorems schon auf der Hand: Bei hinreichend großem  $T$  muß jeder optimale Pfad bis auf den Anfang und das Ende des Zeitraums  $T$  in der Nähe des von Neumann-Pfades verlaufen<sup>2)</sup>. Man muß also nach

dem Zeitpunkt  $t_0$  zunächst die Wirtschaftsstruktur so ändern, daß man in die Nähe des von Neumann-Wachstumspfades gelangt, da dort die Wirtschaft ihre maximale Wachstumsrate erreicht. Während des größten Teils der Periode  $T$  wächst dann die Wirtschaft in der Nähe der größtmöglichen Rate dieses Pfades und geht erst gegen Ende der Periode  $T$  auf die gewünschte Wirtschaftsstruktur über.

### Einschlagen eines Strukturumwegs

Der von Neumann-Wachstumspfad dient der Wirtschaft gewissermaßen als „Autobahn“ oder „Turnpike“<sup>3)</sup>, um ein bestimmtes Wachstumsziel zu erreichen. Dabei ist grundsätzlich vorausgesetzt, daß der „Umweg über eine Autobahn sich lohnt“, d. h. die Periode  $T$  muß hinreichend lang sein, damit der optimale Pfad nahe dem von Neumann-Wachstumspfad verläuft. Diese Situation ist vergleichbar jener, bei der man mit dem Auto von einem vorgegebenen Ort  $A$  zu einem anderen Ort  $B$  fahren will. Liegen beide Orte genügend nahe beieinander, so lohnt sich eine Fahrt über die Autobahn nicht: Man gelangt auf dem geographisch kürzesten Weg am schnellsten von  $A$  nach  $B$ ; diesem Fall entspricht oben ein *nicht* hinreichend großer Zeitraum  $T$ . Liegen dagegen die Orte  $A$  und  $B$  genügend weit auseinander, so ist es vorteilhaft, von  $A$  aus zur nächstgelegenen Autobahn zu fahren, dort mit maximaler Geschwindigkeit in Richtung  $B$  zu fahren, in der Nähe von  $B$  die Autobahn zu verlassen und dann erst direkt nach  $B$  zu fahren; diesem „geographischen Umweg“, der die Fahrzeit *minimiert*, entspricht oben der „Strukturumweg über den von Neumann-Pfad“, der die Gesamtproduktion der Wirtschaft (bei vorgegebener Struktur) *maximiert*.

Dieser im Turnpike-Theorem zum Ausdruck kommende Zusammenhang von Wirtschaftswachstum und Wirtschaftsstruktur kann an einem einfachen Beispiel mit nur zwei Gütern dargestellt werden<sup>4)</sup>.

### Modellbeispiele

Wir betrachten einen Zeitraum, der wieder 20 Perioden umfaßt. Es sollen zwei Güter existieren, die wir mit I und II bezeichnen. Beide Güter sind sowohl Faktoren als auch Endprodukte der Produktionsprozesse, die jeweils eine Periode dauern. Dienen die Güter als Produktionsfaktoren, so bezeichnen wir sie mit  $x_I$  bzw.  $x_{II}$ , sind sie das Endprodukt des Produktionsprozesses, werden sie mit  $y_I$  bzw.  $y_{II}$  bezeichnet. Zu Beginn der ersten Periode seien

<sup>2)</sup> In der theoretischen Herleitung des Turnpike-Theorems sind noch weitere Voraussetzungen zu treffen, vgl. H. NIKAIKO: *Convex Structures and Economic Theory*, New York, London 1968.

<sup>3)</sup> Das Wort „turnpike“ bezeichnet zunächst die Barriere an gebührenpflichtigen Schnellstraßen in den USA und sodann im üblichen Sprachgebrauch allgemein „Schnellstraße“.

<sup>4)</sup> T. C. KOOPMANS: *Economic Growth at a Maximal Rate*. In *Quarterly Journal of Economics*, No. 77, 1964.

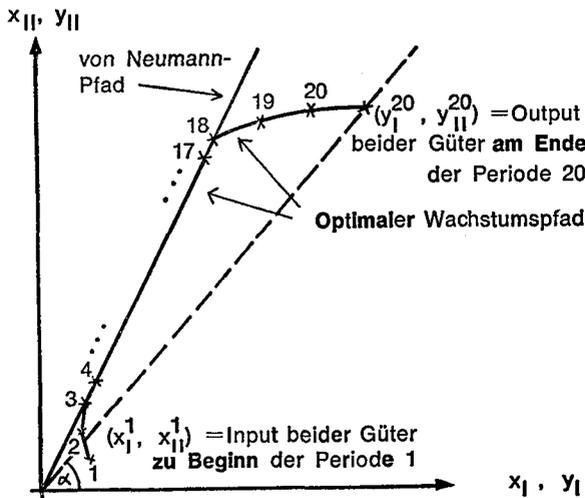
die Mengen beider Güter fest vorgegeben:  $x_{I1}$ ,  $x_{II1}$  (der obere Index bezeichnet die Periode, der untere das Gut). Am Ende der gleichen Periode erhalten wir dann  $y_{I1}$ ,  $y_{II1}$ , wobei nur die Endprodukte am Ende der Periode 1 wieder als Produktionsfaktoren zu Beginn der Periode 2 benutzt werden können; es ist also zu Beginn der Periode 2 der Input eines jeden Gutes höchstens so groß wie der Output des gleichen Gutes am Ende der Periode 1:  $y_{I1} \geq x_{I2}$  und  $y_{II1} \geq x_{II2}$  bzw. falls die gesamte Produktion wieder als Faktor in den Produktionsprozeß eingeht:  $y_{I1} = x_{I2}$  und  $y_{II1} = x_{II2}$ . Da das gleiche für alle übrigen Perioden gilt, erhalten wir demnach:  $y_{I^{t-1}} \geq x_{I^t}$  und  $y_{II^{t-1}} \geq x_{II^t}$  für  $t = 2, 3, \dots, 20$ .

Es ist nun zu fordern, daß am Ende der letzten Periode diese simple Modellwirtschaft eine bestimmte Struktur besitzt, d. h. die zuletzt hergestellten Gütermengen  $y_{I20}$  und  $y_{II20}$  müssen ein bestimmtes Verhältnis zueinander aufweisen, das wir mit  $v$  bezeichnen; wir fordern also  $v = y_{II20}/y_{I20}$ . Die Technologie dieser Modellwirtschaft ist so beschaffen, daß – wie oben bereits ausgeführt – nur ein Wachstumspfad existiert, auf dem die Wirt-

Periode. Am Ende der zwanzigsten Periode muß das durch die gestrichelte Linie gekennzeichnete Verhältnis, nämlich  $v = \text{tg}\alpha$ , zwischen beiden Gütern hergestellt sein. Diese Forderung wird von  $y_{I20}$  und  $y_{II20}$  erfüllt. Am Anfang der dritten Periode befindet sich der optimale Wachstumspfad auf dem von Neumann-Pfad<sup>5)</sup> und bleibt dort bis zum Ende der siebzehnten Periode. Danach wird die Wirtschaft so umstrukturiert, daß am Ende der zwanzigsten Periode die gewünschte Struktur realisiert wird.

Betrachten wir dagegen den Fall, diese Wirtschaft wäre unter den genannten Voraussetzungen nicht auf dem optimalen Pfad gewachsen. Dieser Fall ist in Figur 2 dargestellt; hier wird die Wirtschaft bereits während der ersten Periode auf das gewünschte Verhältnis  $v$  umstrukturiert und wächst dann während der folgenden neunzehn Perioden mit dieser gewünschten Endstruktur, so daß am Ende der zwanzigsten Periode die Bedingung  $v = y_{II20}/y_{I20}$  erfüllt ist. In diesem Fall wird man am Ende der zwanzigsten Periode zwar das gewünschte Verhältnis der Produktionsmengen beider Güter erhalten, diese Mengen sind jedoch geringer als im Falle eines Wachstums auf dem optimalen Wachstumspfad. Zum Vergleich ist die Endproduktionsmenge des optimalen Wachstumspfades aus Figur 1 ebenfalls in Figur 2 eingetragen.

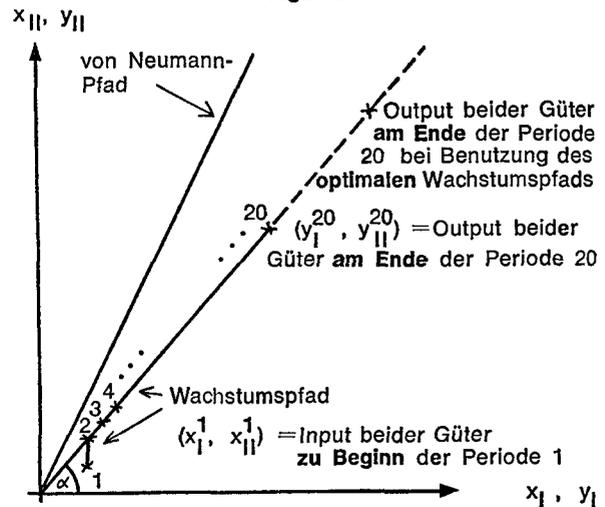
Figur 1



schaft mit maximaler Rate wachsen kann, d. h. es gibt nur einen von Neumann-Wachstumspfad. Der in diesem Beispiel optimale Wachstumspfad, wie er sich aufgrund des Turnpike-Theorems ergibt, ist in Figur 1 eingezeichnet.

Auf den Achsen sind die Faktoreinsatz- bzw. Endproduktmengen beider Güter abgetragen. Das wirtschaftliche Wachstum beginnt am Anfang der ersten Periode mit den Mengen  $x_{I1}$  und  $x_{II1}$ , in der Abbildung mit 1 gekennzeichnet; die Ziffern bezeichnen jeweils den Anfang der betreffenden

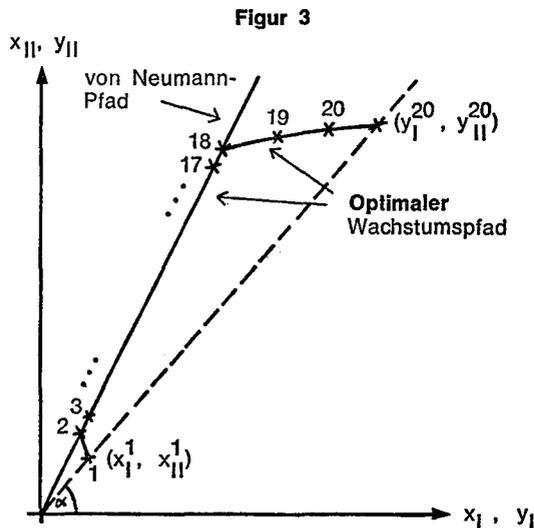
Figur 2



In Figur 3 ist der Fall eingezeichnet, daß Anfangs- und gewünschte Endstruktur der Wirtschaft miteinander übereinstimmen. Auch hierbei führt der optimale Wachstumspfad am von Neumann-Pfad entlang.

<sup>5)</sup> In der theoretischen Analyse kommt man nur „In die Nähe“ dieses Pfades.

Jeder Pfad, der anders als die beiden in den Figuren 1 und 3 eingezeichneten Wachstumspfade verlief, wäre nicht optimal und würde somit „unterhalb“ des Punktes  $(y_I^{20}, y_{II}^{20})$  auf der gestrichel-



ten Linie enden – wie z. B. in Figur 2 dargestellt. Damit wäre die Gesamtproduktion der Wirtschaft nicht so groß, wie sie bei Benutzung des optimalen Pfades sein könnte.

### Wirtschaftspolitische Konsequenzen

Das Turnpike-Theorem bietet damit nicht nur die Verknüpfung eines maximalen Wirtschaftswachstums mit Strukturänderungen der Wirtschaft, sondern führt zu weiteren wirtschaftspolitischen Konsequenzen. Solange nämlich die Wirtschaft sich auf dem von Neumann-Pfad befindet, kann die gewünschte zukünftige Endstruktur geändert werden, ohne daß dadurch die Optimalität des Wachstumspfad es beeinträchtigt würde. Dieser Effekt wird dadurch bewirkt, daß alle optimalen Wachstumspfade, unabhängig von der jeweiligen Anfangs- und Endstruktur der Wirtschaft, entlang dem von Neumann-Pfad verlaufen müssen. Solange die Wirtschaft auf dem von Neumann-Pfad mit der maximal möglichen Rate wächst, verschenkt man keine Wachstumschancen für die Wirtschaft und hat Zeit, in Übereinstimmung mit den ökonomischen und gesellschaftlichen Zielvorstellungen die Endstruktur der Wirtschaft festzulegen – Endstruktur im Sinne der Beendigung der Periode  $T$ , also für den Zeitpunkt  $t_0 + T$  bzw. im Zahlenbeispiel für den Beginn des Jahres 1991. Erst wenn man den von Neumann-Pfad verläßt, muß man sich über die endgültige Wirtschaftsstruktur im klaren sein.

Von dieser Möglichkeit her lassen sich – mit allen gebührenden Vorbehalten – u. U. neue Ansatzpunkte zur Beurteilung von wirtschaftspolitischen Zielsetzungen herleiten. Beispielsweise fordern „Wachstumsfanatiker“ ein maximales Wachstum des realen Sozialprodukts pro Jahr, unter Berücksichtigung eventueller Nebenbedingungen, und erheben somit die prozentuale Zunahme des Brutto-sozialprodukts oder einer vergleichbaren Größe zu einer wirtschaftspolitischen Zielvariablen. Dabei wird häufig übersehen, daß die Maxime des maximalen Wirtschaftswachstums erfüllt werden kann, indem man Maschinen baut, mit deren Hilfe man Maschinen bauen kann und mit denen wieder ... Natürlich bleibt damit immer noch die Freude an Statistiken erhalten, die eine wachsende Produktion ausweisen. Aber der *ökonomische* Sinn jeder wirtschaftlichen Tätigkeit sollte letzten Endes darin bestehen, die Menschen mit Gütern und Dienstleistungen zu versorgen. Deswegen ist es notwendig, nicht „Wachstum an sich“ zu propagieren, sondern Nutzenvorstellungen der Wirtschaftssubjekte über die zeitliche und sachliche Versorgung mit Konsumgütern (Konsumgüter im weitesten Sinne) mit dem wirtschaftlichen Wachstum zu verbinden. Dann bietet sich als sinnvolle wirtschaftspolitische Zielgröße die Maximierung eines derartigen „Konsumnutzens“ an. Solche Ansätze sind in der Wachstumstheorie schon häufig vorgebracht worden <sup>4)</sup>.

### Differenzierteres Urteil möglich

Hier scheint sich eine neue Möglichkeit der Beurteilung dieser „Wachstumsfanatiker“ zu ergeben. Man versucht, während eines gewissen Zeitraums die maximale Wachstumsrate einer Wirtschaft zu realisieren, indem man z. B. den Investitionsgütersektor ausbaut. Wenn dann die Wirtschaft genügend lange mit der maximalen Rate gewachsen ist, wird sie eine größere Leistungsfähigkeit als bei irgendeiner anderen Wirtschaftspolitik erreicht haben. Dann kann anschließend die Wirtschaft so umstrukturiert werden, daß sie eine bestimmte gewünschte Struktur aufweist. Sicherlich kann man praktische Beispiele für ein derartiges Vorgehen aufführen, z. B. bei den Entwicklungsländern und eventuell bei Japan. Man sollte sich mit einer derartigen Beurteilung der wirtschaftlichen Möglichkeiten zumindest auseinandersetzen, und damit ist eine der Aufgaben angesprochen, die vielen theoretischen Konzepten zukommt: Man kann ein differenzierteres und abwägenderes Urteil über praktische Probleme fällen, als es ohne Kenntnis dieser zumindest theoretisch denkbaren Zusammenhänge möglich wäre.

<sup>4)</sup> F. P. Ramsey: A Mathematical Theory of Saving. In *Economic Journal*, Vol. 38, 1928; C. Chr. von Weizsäcker: Existence of Optimal Programs of Accumulation for an Infinite Time Horizon. In: *Review of Economic Studies*, Vol. 32, 1965.