

Fürst, Antje

Book

Auftragsfolge- und Personalplanung: Entscheidungsmodelle zu ausgewählten Job-Shop- Scheduling- und Personalbereitstellungsproblemen

Provided in Cooperation with:

Rainer Hampp Verlag

Suggested Citation: Fürst, Antje (1997) : Auftragsfolge- und Personalplanung: Entscheidungsmodelle zu ausgewählten Job-Shop-Scheduling- und Personalbereitstellungsproblemen, ISBN 3-87988-242-8, Rainer Hampp Verlag, München und Mering

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/116850>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

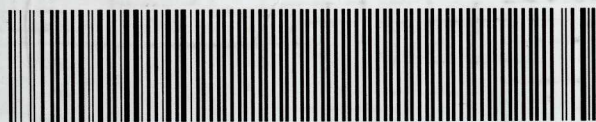
You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

Antje Fürst

Auftragsfolge- und Personalplanung

A 213835



Rainer Hampp Verlag

EIGENTUM
DES
INSTITUTS
FÜR
WELTWIRTSCHAFT
KIEL

BIBLIOTHEK

Auftragsfolge- und Personalplanung

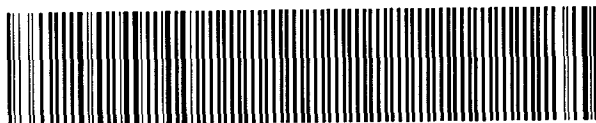
Antje Fürst

Auftragsfolge- und Personalplanung

Entscheidungsmodelle zu
ausgewählten Job-Shop-Scheduling- und
Personalbereitstellungsproblemen

759912

A 213835



Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Fürst, Antje:

Auftragsfolge- und Personalplanung : Entscheidungsmodelle zu
ausgewählten Job-Shop-Scheduling- und
Personalbereitstellungsproblemen / Antje Fürst. - München ; Mering :
Hampp, 1997

ISBN 3-87988-242-8

Liebe Leserinnen und Leser!

*Wir wollen Ihnen ein gutes Buch liefern. Wenn Sie aus irgendwelchen
Gründen nicht zufrieden sind, wenden Sie sich bitte an uns.*

© 1997 Rainer Hampp Verlag München und Mering
Meringerzeller Str. 16 D - 86415 Mering

Alle Rechte vorbehalten. Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne schriftliche Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Mikroverfilmungen, Übersetzungen und die Einspeicherung in elektronische Systeme.

GELEITWORT

Obwohl die Entwicklung von Entscheidungsmodellen zur betrieblichen Personalplanung inzwischen einen ansehnlichen Stand erreicht hat, gibt es noch immer „weiße oder fast weiße Flecken auf der Problem-Landkarte“. Einer dieser (fast) weißen Flecken bezieht sich auf die systematische und umfassende Abstimmung zwischen Produktionsdurchführungs- und Personalplanung.

Modelle zur simultanen Produktionsprogramm- und Personalplanung gehören bereits seit längerem zum Standardrepertoire der Personalwirtschaftslehre. In solchen Modellen wird implizit mit Annahmen bezüglich der Verfügbarkeit über Personal gearbeitet, die die Bedingungen einer problemlosen Umsetzung des geplanten Produktionsprogramms allenfalls für sehr einfach gelagerte Fälle (z.B. bei Reihenfertigung) zutreffend beschreiben. In komplizierteren Fällen (z.B. bei Werkstattfertigung) kann es dazu kommen, daß die vorgesehenen Fertigungsaufträge mit den verfügbaren personellen Ressourcen nicht erledigt werden können.

Die vorliegende Arbeit ist im weiteren Sinne den Problemen der Abstimmung zwischen Produktionsdurchführungs- und Personalplanung gewidmet. Die Verfasserin geht dabei insofern selektiv vor, als sie sich bei der Produktionsdurchführungsplanung auf die Auftragsfolgeplanung beschränkt. Die Auftragsfolgeplanung geht davon aus, daß das Produktionsprogramm bereits vollständig und die Produktionsdurchführung bis auf die Bearbeitungsreihenfolgen der Fertigungsaufträge auf den Maschinen festgelegt ist. Vor diesem Hintergrund läßt sich die in der Arbeit behandelte Problemstellung als ein doppeltes Zuordnungsproblem kennzeichnen. Es geht darum, einerseits die Fertigungsaufträge, andererseits die Arbeitskräfte den einzusetzen den Maschinen zuzuordnen.

Zur Lösung dieses Problems bietet die Verfasserin zwei Vorgehensweisen an, eine sukzessive und eine simultane. Bei der sukzessiven Vorgehensweise wird die Auftragsfolgeplanung als Initialplanung und die Personalplanung als Folgeplanung konzipiert, während bei der simultanen Vorgehensweise Auftragsfolgeplanung und Personalplanung *uno actu* erfolgen.

Im Verlauf der Arbeit werden vor allem Variationen der Maschinenausstattung und ihre Wirkungen auf das doppelte Zuordnungsproblem genauer untersucht. Neben der quantitativen Flexibilisierung werden auch qualitative, intensitätsmäßige und temporale Anpassungsmöglichkeiten der Maschinenausstattung einschließlich ihrer personellen Implikationen herausgearbeitet.

Besondere Stärken der Arbeit liegen erstens in der hoch entwickelten Systematik, zweitens in der Formulierung von Modellen für die Auftragsfolgeplanung bei unterschiedlichen Bedingungskonstellationen für die Maschinenausstattung und den Maschineneinsatz sowie drittens in den erfolgreichen Bemühungen, durch spezifische Restriktionensätze die Personalplanung - sukzessiv oder simultan - mit der Auftragsfolgeplanung zu verknüpfen. Die Autorin demon-

striert dabei ihre außergewöhnliche Kompetenz, auch schwierigste Implikationen im Zusammenhang mit der Bestimmung von Auftragsfolgen bzw. mit der Auftragsfolgeplanung für die Personalplanung zu modellieren. Solides Wissen und Phantasie auf dem Gebiet der (gemischt-)ganzzahligen Programmierung sind dafür notwendige Voraussetzungen.

Das Verständnis des Lesers für die behandelten Problemvarianten und die eingeschlagenen Wege der Problemlösung werden durch viele gut dokumentierte und aufbereitete Zahlenbeispiele unterstützt.

Es ist zu wünschen, daß die vielfältigen Anstöße, die die Arbeit auf dem Feld der gemeinsamen, abgestimmten Planung der Produktionsdurchführung und des Personals vermittelt, aufgenommen und weiterverfolgt werden.

Frankfurt am Main, 06. Mai 1997

HUGO KOSSBIEL

VORWORT

Die vorliegende Arbeit wurde unter gleichem Titel im August 1996 vom Fachbereich Wirtschaftswissenschaften der Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main, als Dissertation angenommen. Sie entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin an der dortigen Professur für Personalwirtschaftslehre.

Ein besonders herzliches Dankeschön geht an die Adresse meines verehrten akademischen Lehrers und Doktorvaters, Herrn Prof. Dr. Hugo Kossbiel, der nicht nur mein Interesse an personalwirtschaftlichen Problemstellungen ursprünglich weckte, sondern auch mein wissenschaftliches Arbeiten auf dem Gebiet der Personalwirtschaft stets mit uneingeschränktem Engagement und mit konstruktiver Kritik begleitete.

Sehr herzlich bedanken möchte ich mich auch bei Herrn Prof. Dr. Heinz D. Mathes für die Erstellung des Zweitgutachtens sowie für seine ermutigenden Zusprüche.

Den weiteren Mitgliedern der Prüfungskommission, Herrn Prof. Dr. Heinz Isermann und Herrn Prof. Dr. Roland Eisen, schulde ich Dank für die rasche Abwicklung der Disputation.

Meinen Kollegen, Herrn Dr. Thomas Spengler und Herrn Dr. Matthias Vieth, danke ich sehr für ihre unermüdliche Diskussions- und Hilfsbereitschaft. Den vielen 'dienstbaren Geistern' an der Professur für Personalwirtschaftslehre in Gestalt der wissenschaftlichen Hilfskräfte und der fürsorglichen Verwaltungsangestellten Frau Reimer, die mir das wissenschaftliche Arbeiten leicht machten, sei ebenfalls sehr herzlich gedankt.

Meiner Familie, meinen Freunden und vor allem meinem Lebensgefährten gegenüber empfinde ich tiefste Dankbarkeit für ihre unerschöpfliche Geduld.

München, im April 1997

ANTJE FÜRST

INHALTSVERZEICHNIS

ABBILDUNGSVERZEICHNIS	XI
TABELLENVERZEICHNIS	XIII
ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS	XV
SYMBOLVERZEICHNIS	XVII
1. EINLEITUNG	1
1.1. Problemstellung	1
1.1.1. Aufgabe der Auftragsfolgeplanung als Teil der Produktionsablaufplanung	1
1.1.2. Aufgabe der Personalplanung	5
1.1.3. Allokationsprobleme der Auftragsfolge- und Personalplanung	8
1.2. Gang der Untersuchung	11
2. GRUNDMODELLE ZUR AUFTRAGSFOLGE- UND PERSONALPLANUNG	15
2.1. Kennzeichnung der Modellsituation	15
2.2. Sukzessive Auftragsfolge- und Personalplanung bei gegebenen Bearbeitungsdauern	19
2.2.1. Auftragsfolgeplanung als Initialplanung	19
2.2.1.1. Ausgangsmodell	19
2.2.1.2. Modifikationen und Erweiterungen	25
2.2.2. Personalplanung als Folgeplanung	34
2.3. Simultane Auftragsfolge- und Personalplanung bei gegebenen Bearbeitungsdauern	45
2.4. Möglichkeiten und Probleme einer Modelllösung	54
2.5. Systematisierung der im weiteren zu untersuchenden Planungssituationen	58
3. UMFANGMÄßIGE FLEXIBILISIERUNG DER MASCHINENAUSSTATTUNG IN MODELLEN ZUR AUFTRAGSFOLGE- UND PERSONALPLANUNG	69
3.1. Systematisierung umfangmäßig flexibilisierter Maschinenausstattungen	69
3.2. Modelle zur quantitativen Maschinenanpassung	71
3.2.1. Kennzeichnung der Modellsituation	71
3.2.2. Sukzessive Auftragsfolge- und Personalplanung bei identischen parallelen Maschinen	73
3.2.2.1. Auftragsfolgeplanung als Initialplanung	73
3.2.2.1.1. Ausgangsmodell	73
3.2.2.1.2. Modifikationen und Erweiterungen	83
3.2.2.2. Personalplanung als Folgeplanung	87
3.2.3. Simultane Auftragsfolge- und Personalplanung bei identischen parallelen Maschinen	97
3.3. Modelle zur selektiven Maschinenanpassung	100
3.3.1. Kennzeichnung der Modellsituation	100
3.3.2. Sukzessive Auftragsfolge- und Personalplanung bei uniformen und hetero- genen parallelen Maschinen	101
3.3.2.1. Auftragsfolgeplanung als Initialplanung	101
3.3.2.1.1. Ausgangsmodell	101
3.3.2.1.2. Modifikationen und Erweiterungen	110
3.3.2.2. Personalplanung als Folgeplanung	120
3.3.3. Simultane Auftragsfolge- und Personalplanung bei uniformen und hetero- genen parallelen Maschinen	126

4. ARTMÄßIGE FLEXIBILISIERUNG DER MASCHINENAUSSTATTUNG IN MO- DELLEN ZUR AUFTRAGSFOLGE- UND PERSONALPLANUNG	131
4.1. Systematisierung artmäßig flexibilisierter Maschinenausstattungen	131
4.2. Modelle zur qualitativen Maschinenanpassung	133
4.2.1. Kennzeichnung der Modellsituation	133
4.2.2. Sukzessive Auftragsfolge- und Personalplanung bei Mehrzweckmaschinen	134
4.2.2.1. Auftragsfolgeplanung als Initialplanung	134
4.2.2.1.1. Ausgangsmodell	134
4.2.2.1.2. Modifikationen und Erweiterungen	142
4.2.2.2. Personalplanung als Folgeplanung	146
4.2.3. Simultane Auftragsfolge- und Personalplanung bei Mehrzweckmaschinen	155
4.3. Modelle zur intensitätsmäßigen Maschinenanpassung	157
4.3.1. Kennzeichnung der Modellsituation	157
4.3.2. Sukzessive Auftragsfolge- und Personalplanung bei 'intensitätsflexiblen' Maschinen	159
4.3.2.1. Auftragsfolgeplanung als Initialplanung	159
4.3.2.1.1. Ausgangsmodell	159
4.3.2.1.2. Modifikation und Erweiterung	163
4.3.2.2. Personalplanung als Folgeplanung	165
4.3.3. Simultane Auftragsfolge- und Personalplanung bei 'intensitätsflexiblen' Maschinen	175
5. ZEITLICHE FLEXIBILISIERUNG DER MASCHINENAUSSTATTUNG IN MO- DELLEN ZUR AUFTRAGSFOLGE- UND PERSONALPLANUNG	177
5.1. Kennzeichnung der Modellsituation	177
5.2. Sukzessive Auftragsfolge- und Personalplanung bei ausgewählten Strategien zur zeitlichen Maschinenanpassung	179
5.2.1. Auftragsfolgeplanung als Initialplanung	179
5.2.2. Personalplanung als Folgeplanung	183
5.3. Simultane Auftragsfolge- und Personalplanung bei ausgewählten Strategien zur zeitlichen Maschinenanpassung	193
6. KRITISCHE SCHLUBBETRACHTUNG	195
ANHANG	199
LITERATURVERZEICHNIS	297

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

ABB. 1:	Allokationsprobleme der Auftragsfolge- und Personalplanung	9
ABB. 2:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel A	25
ABB. 3:	Wirkungsweise der Restriktionen (A.10) - (A.12)	30
ABB. 4:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel A'''	32
ABB. 5:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel A''''	34
ABB. 6:	Bildungsvorschrift für Restriktion (C.2) im Beispiel	39
ABB. 7:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel D	51
ABB. 8:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel D'	52
ABB. 9:	Zusammenhänge unterschiedlicher Zielfunktionsausprägungen bei der Minimierung (gemischt-)ganzzahliger Programmierungsansätze	56
ABB. 10:	Verzweigungsbaum zur Systematisierung unterschiedlicher Maschinen(ausstattungs)situationen der Auftragsfolgeplanung	65
ABB. 11:	'Reine' Maschinen(ausstattungs)situationen	66
ABB. 12:	Zusammenhänge der x_{tik} - und z_{tik} -Variablen	75
ABB. 13:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel E	80
ABB. 14:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel E mit $\overline{A_k^{\max}} = 2 \ \forall \ k = 1,2,3,4$	81
ABB. 15:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel E mit $\overline{A_k^{\max}} = 3 \ \forall \ k = 1,2,3,4$ und ganzzahligen A_{tik} -Werten	82
ABB. 16:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel E mit $\overline{A_k^{\max}} = 3 \ \forall \ k = 1,2,3,4$ und nicht-ganzzahligen A_{tik} -Werten	82
ABB. 17:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel E''	86
ABB. 18:	Auftragsfolgeplan Alternative 1	95
ABB. 19:	Auftragsfolgeplan Alternative 2	95
ABB. 20:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel G mit $A_{tik} \geq 0 \ \forall \ t \in T; k \in K; i \in I_k;$	98
ABB. 21:	Unzulässiger Bearbeitungsbeginnzeitpunkt h_{if}	105
ABB. 22:	Unzulässiger Bearbeitungsbeginnzeitpunkt h_{jf}	105
ABB. 23:	Zulässige Bearbeitungsbeginnzeitpunkte h_{if} und h_{jf}	107
ABB. 24:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel H	109
ABB. 25:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel J	114
ABB. 26:	Mögliche Bearbeitungsbeginnzeitpunkte h_{if} und g_{ik}	115

ABB. 27:	Mögliche Bearbeitungsendzeitpunkte $h_{if} + d_{if}$ und $g_{ik} + d_{ik}$	116
ABB. 28:	Mögliche Lage von Zeitintervallen, innerhalb derer Maschinen nicht an der Auftragsbearbeitung beteiligt werden dürfen	118
ABB. 29:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel H"	119
ABB. 30:	Wirkungsweise der Restriktion (M.1)	126
ABB. 31:	Wirkungsweise der Restriktion (M.2)	127
ABB. 32:	Wirkungsweise der Restriktionen (M.1) - (M.3)	128
ABB. 33:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel N	142
ABB. 34:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel N'	145
ABB. 35:	Zusammenhänge der Restriktionen (S.1) - (S.3) (i. V.m. (N.3))	156
ABB. 36:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel T	162
ABB. 37:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel T'	164
ABB. 38:	Verschiebungsintervall im Vergleich zu $\overline{d_{s*ik}}$ und $\overline{d_{s_kik}}$	171
ABB. 39:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel U'	174
ABB. 40:	Auftragsfolgeplan zu Beispiel X	182
ABB. 41:	Vergleich von Maschinenbetriebs- und Arbeitszeit	187
ABB. 42:	Kennzeichnung von relevanten Periodenabschnitten	189
ABB. 43:	Periodenabschnitte im Falle unterschiedlicher Arbeitszeiten	191

TABELLENVERZEICHNIS

TAB. 1:	Angaben zu Beispiel A	24
TAB. 2:	Angaben zu Beispiel A''	31
TAB. 3:	Angaben zu Beispiel A'''	33
TAB. 4:	(1) Angaben zu Beispiel B	36
TAB. 5:	(2) Angaben zu Beispiel B	36
TAB. 6:	Personaleinsatzplan zu Beispiel B	37
TAB. 7:	Personaleinsatzplan zu Beispiel C	40
TAB. 8:	Personaleinsatzplan zu Beispiel B''	44
TAB. 9:	Personaleinsatzplan zu Beispiel D	51
TAB. 10:	Personaleinsatzplan zu Beispiel D'	53
TAB. 11:	Mögliche Kombinationen von A_k und $ K_f $	70
TAB. 12:	Angaben zu Beispiel E	80
TAB. 13:	Personaleinsatzplan zu Beispiel F	88
TAB. 14:	Personaleinsatzplan zu Beispiel F'	92
TAB. 15:	Zielfunktionswerte bei alternativen Auftragsfolgeplänen	96
TAB. 16:	Personaleinsatzplan zu Beispiel G mit $A_{tik} \geq 0 \forall t \in T; k \in K; i \in I_k$	99
TAB. 17:	Mögliche Konstellationen der Restriktionen (H.8) und (H.9)	106
TAB. 18:	(1) Angaben zu Beispiel H	108
TAB. 19:	(2) Angaben zu Beispiel H	109
TAB. 20:	Mögliche Konstellationen der Restriktionen (J.6) und (J.7)	112
TAB. 21:	Angaben zu Beispiel J	113
TAB. 22:	(1) Angaben zu Beispiel K	123
TAB. 23:	(2) Angaben zu Beispiel K	123
TAB. 24:	Personaleinsatzplan zu Beispiel K	123
TAB. 25:	Angaben zu Beispiel L	125
TAB. 26:	Personaleinsatzplan zu Beispiel L	125
TAB. 27:	Mögliche y_{tik} -Ausprägungen aufgrund der Restriktionen (M.4) und (M.5)	128
TAB. 28:	Mögliche Kombinationen von $ F_k $ (mit $ K_f $) und $ S_k $	132
TAB. 29:	Mögliche Konstellationen der Restriktionen (N.8) und (N.9)	139
TAB. 30:	(1) Angaben zu Beispiel N	140

TAB. 31:	(2) Angaben zu Beispiel N	141
TAB. 32:	(1) Angaben zu Beispiel P	149
TAB. 33:	(2) Angaben zu Beispiel P	149
TAB. 34:	Personaleinsatzplan zu Beispiel P	150
TAB. 35:	Angaben zu Beispiel Q	151
TAB. 36:	Personaleinsatzplan zu Beispiel Q	152
TAB. 37:	Angaben zu Beispiel R	153
TAB. 38:	Personaleinsatzplan zu Beispiel R	153
TAB. 39:	(1) Angaben zu Beispiel T	161
TAB. 40:	(2) Angaben zu Beispiel T	162
TAB. 41:	Angaben zu Beispiel T'	164
TAB. 42:	(1) Angaben zu Beispiel U	166
TAB. 43:	(2) Angaben zu Beispiel U	166
TAB. 44:	Personaleinsatzplan zu Beispiel U	167
TAB. 45:	Angaben zu Beispiel V	168
TAB. 46:	Personaleinsatzplan zu Beispiel V	169
TAB. 47:	Personaleinsatzplan zu Beispiel U'	173
TAB. 48:	(1) Angaben zu Beispiel X	182
TAB. 49:	(2) Angaben zu Beispiel X	182
TAB. 50:	(1) Angaben zu Beispiel Y	186
TAB. 51:	(2) Angaben zu Beispiel Y	186
TAB. 52:	Personaleinsatzplan zu Beispiel Y	187
TAB. 53:	Personaleinsatzplan zu Beispiel Y'	190
TAB. 54:	Personaleinsatzplan zu Beispiel Y''	192

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

ArbZG	: Arbeitszeitgesetz
Diss.	: Dissertation
FUN.	: Function
i.V.m.	: in Verbindung mit
Jg.	: Jahrgang
OBJ.	: Objective
VAR.	: Variable
Vol.	: Volume
u.d.N.	: unter der (den) Nebenbedingung (Nebenbedingungen)

AIIE	: American Institute of Industrial Engineers
DBW	: Die Betriebswirtschaft
FMS	: Flexible Manufacturing System
HWB	: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft
HWO	: Handwörterbuch der Organisation
HWP	: Handwörterbuch des Personalwesens
HWPlan	: Handwörterbuch der Planung
HWProd	: Handwörterbuch der Produktionswirtschaft
IEEE	: Institute of Electrical and Electronics Engineers
IIE	: Institute of Industrial Engineers
OR	: Operations Research
ORSA	: Operations Research Society of America
SIAM	: Society for Industrial and Applied Mathematics
WiSt	: Wirtschaftswissenschaftliches Studium
ZfbF	: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung
ZfB	: Zeitschrift für Betriebswirtschaft
ZOR	: Zeitschrift für Operations Research

SYMBOLVERZEICHNIS*)

INDIZES UND MENGEN

B_{kt}	$= \{b \mid b = 1, 2, \dots, B_{kt}; b \text{ ist ein Abschnitt der Teilperiode } t, \text{ innerhalb dessen an Maschinentyp } k \text{ identische Personalkapazitäten zur Deckung des Personalbedarfes bereitgestellt werden können}\}$
D_{rb}	$= \{d \mid d = 1, 2, \dots, D_{rb}; d \text{ ist ein Arbeitszeitmuster, nach dem Arbeitskräfte der Kategorie } r \text{ in Periodenabschnitt } b \text{ bereitgestellt werden können}\}$
I	$= \{i, j \mid i, j = 1, 2, \dots, I; i, j \text{ ist ein (Fertigungs)Auftrag}\}$
I_f	$= \{i \mid i \text{ ist ein Auftrag, an dem Bearbeitungsart } f \text{ auszuführen ist}\}$
I_k	$= \{i \mid i \text{ ist ein Auftrag, der von Maschinentyp } k \text{ bearbeitet werden muß (bzw. kann)}\}$
$\bar{I}_k$	$= \{\bar{I}_k \mid \bar{I}_k \text{ ist eine Teilmenge der Menge } I_k\}$
I_{kt}	$= \{i \mid i \text{ ist ein Auftrag, der in Teilperiode } t \text{ auf Maschinentyp } k \text{ bearbeitet wird}\}$
I_{rt}	$= \{i \mid i \text{ ist ein Auftrag, den Arbeitskräfte der Kategorie } r \text{ in Teilperiode } t \text{ bearbeiten könnten}\}$
$[IK]$	$= \{[ik] \mid [ik] \text{ ist eine Auftrags-Maschinen-Kombination, für die eine zeitliche Links- bzw. Rechtsverschiebung möglich ist}\}$
$[IK]'$	$= \{[ik] \mid [ik] \text{ ist eine Auftrags-Maschinen-Kombination, für die eine zeitliche Links- bzw. Rechtsverschiebung nicht möglich ist}\}$
$[IK]''$	$= \{[ik] \mid [ik] \text{ ist eine Auftrags-Maschinen-Kombination, für die eine Verlängerung bzw. Verkürzung der Bearbeitungsdauer möglich ist}\}$
F	$= \{f, g \mid f, g = 1, 2, \dots, F; f, g \text{ ist eine Bearbeitungsart}\}$
$\tilde{F}$	$= \{\tilde{F} \mid \tilde{F} \text{ ist eine Teilmenge der Menge } F\}$
F_k	$= \{f \mid f \text{ ist eine Bearbeitungsart, die von Maschinentyp } k \text{ erledigt werden kann}\}$
F_r	$= \{f \mid f \text{ ist eine Bearbeitungsart von denjenigen Maschinentypen, die Arbeitskräfte der Kategorie } r \text{ bedienen können}\}$
F_t	$= \{f \mid f \text{ ist eine Bearbeitungsart, die in Periode } t \text{ ausgeführt wird}\}$
F_{kt}	$= \{f \mid f \text{ ist eine Bearbeitungsart, in der Maschinentyp } k \text{ in Teilperiode } t \text{ genutzt wird}\}$
K	$= \{k, l \mid k, l = 1, 2, \dots, K; k, l \text{ ist ein Maschinentyp}\}$
K'	$= \{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der vom Beginn des Planungszeitraumes bis zum Zeitpunkt } t_k \text{ für eine Auftragsbearbeitung nicht zur Verfügung steht}\}$
K''	$= \{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der ab dem Zeitpunkt } t_k \text{ bis zum Ende des Planungszeitraumes für eine Auftragsbearbeitung nicht zur Verfügung steht}\}$
K'''	$= \{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der zwischen dem Zeitpunkt } t_k \text{ und dem Zeitpunkt } \bar{t}_k \text{ für eine Auftragsbearbeitung nicht zur Verfügung steht}\}$

*) Einige in der Arbeit verwendete Symbole (betrifft z.T. Mengen- und Variablensymbole) sind nicht wohlunterscheidbar, wenn es darum geht, die Modelle mit Beispieldaten auszuformulieren. So ist z.B. in Restriktion (B.2) des Modells B über $k \in K_r \cap K_1$ zu summieren, was u.a. zu der mathematisch inkorrekten und mißverständlichen Vorschrift $k \in K_1 \cap K_1$ führen würde. In Anbetracht der ohnehin großen Symbolvielfalt wird trotz dieser Problematik bewußt auf eine weitergehende Unterscheidung der betroffenen Symbole verzichtet.

XVIII

K_f	$\{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der Bearbeitungsart } f \text{ ausführen kann}\}$
K_r	$\{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der von Arbeitskräften der Kategorie } r \text{ bedient werden kann}\}$
K_t	$\{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der in Teilperiode } t \text{ einen Auftrag bearbeitet}\}$
$K(R)_t$	$\{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der in Teilperiode } t \text{ gerüstet wird}\}$
K_{ti}	$\{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der in Teilperiode } t \text{ durch den Auftrag } i \text{ belegt wird}\}$
K_{fr}	$\{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, den Arbeitskräfte der Kategorie } r \text{ bedienen können, wenn er in der Bearbeitungsart } f \text{ genutzt wird}\}$
K_{ft}	$\{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der in Teilperiode } t \text{ eine Bearbeitung der Art } f \text{ durchführt}\}$
K_{sr}	$\{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, den Arbeitskräfte der Kategorie } r \text{ bedienen können, wenn er in Intensitätsstufe } s \text{ genutzt wird}\}$
K_{st}	$\{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der in Teilperiode } t \text{ in der Intensitätsstufe } s \text{ genutzt wird}\}$
K_{π_i}	$\{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der an } \pi\text{-ter Position der Maschinenfolge des Auftrages } i \text{ eingeplant werden muß}\}$
M_{ik}	$\{m \mid m \text{ ist ein Index der angibt, daß die Auftrags-Maschinen-Kombination } [ik] \text{ zum } m\text{-ten Mal erledigt werden muß}\}$
N_{jk}	$\{n \mid n \text{ ist ein Index der angibt, daß die Auftrags-Maschinen-Kombination } [jk] \text{ zum } n\text{-ten Mal erledigt werden muß}\}$
P_k	$\{p \mid p = 1, 2, \dots, P_k; p \text{ ist eine zeitliche Bearbeitungsstrategie, in der Maschinentyp } k \text{ genutzt werden kann}\}$
Q	$\{q \mid q = 1, 2, \dots, Q; q \text{ ist eine Tätigkeitsart}\}$
Q_k	$\{q \mid q \text{ ist eine Tätigkeitsart, die bei der Bedienung von Maschinen des Typs } k \text{ anfällt}\}$
Q_r	$\{q \mid q \text{ ist eine Tätigkeitsart, die von Arbeitskräften der Kategorie } r \text{ ausgeführt werden kann}\}$
R	$\{r \mid r = 1, 2, \dots, R; r \text{ ist eine Arbeitskräftekategorie}\}$
$R(R)$	$\{r \mid r \text{ ist eine Arbeitskräftekategorie, die für Rüsttätigkeiten bereitgestellt werden kann}\}$
R_k	$\{r \mid r \text{ ist eine Arbeitskräftekategorie, die Maschinentyp } k \text{ bedienen kann}\}$
R_f	$\{r \mid r \text{ ist eine Arbeitskräftekategorie, die all diejenigen Maschinen bedienen kann, die die Bearbeitungsart } f \text{ in ihrem technischen Ausführungsrepertoire haben}\}$
R_q	$\{r \mid r \text{ ist eine Arbeitskräftekategorie, die Tätigkeiten der Art } q \text{ ausführen kann}\}$
R_{fk}	$\{r \mid r \text{ ist eine Arbeitskräftekategorie, die zur Bearbeitung der Art } f \text{ an Maschinentyp } k \text{ eingesetzt werden kann}\}$
R_{sk}	$\{r \mid r \text{ ist eine Arbeitskräftekategorie, die an Maschinentyp } k \text{ eingesetzt werden kann, wenn er in Intensitätsstufe } s \text{ genutzt wird}\}$
S_k	$\{s \mid s = 1, 2, \dots, S_k; s \text{ ist eine Intensitätsstufe, in der Maschinentyp } k \text{ genutzt werden kann}\}$

- $S_{[ik]}$. = {s | s ist eine Intensitätsstufe, die zur Bearbeitung der Operation [ik] gewählt werden kann}
 T . = {t | t = 1, 2, ..., T; t ist eine Teilperiode des Planungszeitraumes}
 $T(R)_{fk}$. = {t | t ist eine Teilperiode, in der Maschinentyp k gerüstet wird, um eine Bearbeitung der Art f ausführen zu können}
 X_k . = {x | x = 1, 2, ..., X_k ; x ist eine Position in der Auftragsfolge des Maschinentyps k}
 Z_{ik} . = {z | z ist diejenige Bearbeitungsdauer, die benötigt wird, um Auftrag i durch den parallelen Einsatz einer gegebenen Anzahl von Maschinen des Typs k zu bearbeiten}
 Π_i . = { π_i | $\pi_i = 1, 2, ..., \Pi_i$; π_i ist eine Position der vorgegebenen Maschinenfolge des Auftrages i}
 Φ_i . = { ϕ_i | $\phi_i = 1, 2, ..., \Phi_i$; ϕ_i ist eine Position der vorgegebenen Bearbeitungsfolge des Auftrages i}

VARIABLEN

- A_{ik} . = Anzahl an (identischen) Maschinen des Typs k, die zur Bearbeitung des Auftrages i eingesetzt werden
 A_{tik} . = Anzahl an (identischen) Maschinen des Typs k, die in Teilperiode t zur Bearbeitung des Auftrages i eingesetzt werden
 a_{tik} . = Binärvariable, die für diejenigen Teilperioden t den Wert 1 annimmt, in denen der Auftrag i auf Maschinentyp k nicht mehr bearbeitet wird; sonst den Wert 0
 b_{tik} . = Binärvariable, die für diejenigen Teilperioden t den Wert 1 annimmt, in denen der Auftrag i auf Maschinentyp k noch nicht bearbeitet wird; sonst den Wert 0
 D_i . = Durchlaufzeit des Auftrages i
 $D(G)_i$. = nächst kleinere ganze Zahl der Durchlaufzeit des Auftrages i
 d_{if} . = Bearbeitungsdauer der Bearbeitungsart f an Auftrag i
 $d_{i\phi}$. = Bearbeitungsdauer derjenigen Bearbeitungsart f ($f = f(\phi_i)$) an Auftrag i, die an ϕ -ter Stelle der Bearbeitungsfolge dieses Auftrages steht
 d_{ik} . = Bearbeitungsdauer des Auftrages i auf Maschinentyp k
 $d_{ik'}$. = Bearbeitungsdauer des Auftrages i auf demjenigen Maschinentyp k' ($k' = f(\pi_i)$), der an π -ter Stelle der Maschinenfolge dieses Auftrages steht
 $d'_{ik'}$. = Bruchteil der letzten Periode, in der Auftrag i auf demjenigen Maschinentyp k' ($k' = f(\pi_i = \Pi_i)$) bearbeitet wird, der an letzter Stelle der Maschinenfolge dieses Auftrages i steht
 h_{if} . = Bearbeitungsbeginn der Bearbeitungsart f an Auftrag i
 $h_{i\phi}$. = Bearbeitungsbeginn derjenigen Bearbeitungsart f' ($f' = f(\phi_i)$) an Auftrag i, die an ϕ -ter Stelle der Bearbeitungsfolge dieses Auftrages steht
 $h_{i\phi'}$. = Bearbeitungsbeginn derjenigen Bearbeitungsart f'' ($f'' = f(\phi_i+1)$) an Auftrag i, die an $\phi+1$ -ter Stelle der Bearbeitungsfolge dieses Auftrages steht
 h_{ik} . = Bearbeitungsbeginn von Auftrag i auf Maschinentyp k

- $h_{ik'}$. = Bearbeitungsbeginn von Auftrag i auf demjenigen Maschinentyp k' ($k' = f(\pi_i)$), der an π -ter Stelle der Maschinenfolge dieses Auftrages steht
- $h_{ik''}$. = Bearbeitungsbeginn von Auftrag i auf demjenigen Maschinentyp k'' ($k'' = f(\pi_i+1)$), der an $\pi+1$ -ter Stelle der Maschinenfolge dieses Auftrages steht
- g_{ik} . = Variable, die nur in Kombination mit der Binärvariablen w_{ik} (bzw. z_{ik}) semantisch eindeutig definiert werden kann, und zwar:
- falls $w_{ik} = 1$ (bzw. $z_{ik} = 1$), gibt g_{ik} den Bearbeitungsbeginn des Auftrages i auf Maschinentyp k an
 - falls $w_{ik} = 0$ (bzw. $z_{ik} = 0$) (restriktionsbedingt impliziert dies $g_{ik} = 0$), wird Auftrag i auf Maschinentyp k nicht bearbeitet
- g_{ifk} . = Variable, die nur in Kombination mit der Binärvariablen w_{ifk} semantisch eindeutig definiert werden kann, und zwar:
- falls $w_{ifk} = 1$, gibt g_{ifk} den Bearbeitungsbeginn des Auftrages i auf Maschinentyp k hinsichtlich der Bearbeitungsart f an
 - falls $w_{ifk} = 0$ (restriktionsbedingt impliziert dies $g_{ifk} = 0$), findet eine Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k hinsichtlich der Bearbeitungsart f nicht statt
- PA_r . = Anzahl an verfügbaren Arbeitskräften der Kategorie r (Personalausstattung der Art r)
- PE_{rkt} . = Anzahl an Arbeitskräften der Kategorie r, die in Teilperiode t an Maschinentyp k eingesetzt werden
- $PE(R)_{rkt}$. = Anzahl an Arbeitskräften der Kategorie r, die in Teilperiode t zum Rüsten von Maschinentyp k eingesetzt werden
- PE_{rki} . = Anzahl an Arbeitskräften der Kategorie r, die in einer Teilperiode an Maschinentyp k zur Bearbeitung des Auftrages i eingesetzt werden
- PE_{rft} . = Anzahl an Arbeitskräften der Kategorie r, die in Teilperiode t an solchen Maschinen eingesetzt werden, die die Bearbeitungsart f erledigen
- PE_{rqkt} . = Anzahl an Arbeitskräften der Kategorie r, die in Teilperiode t an Maschinentyp k zur Erledigung von Tätigkeiten der Art q eingesetzt werden
- $PE_{rkt d}$. = Anzahl an Arbeitskräften der Kategorie r, die in Teilperiode t nach Arbeitszeitmuster d an Maschinentyp k eingesetzt werden
- u_{ik} . = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn mit der Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k erst nach dem Zeitpunkt $\overline{t_k}$ begonnen wird; sonst den Wert 0
- u_{ijk} . = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i vor Auftrag j auf Maschinentyp k bearbeitet wird; sonst den Wert 0
- u_{ijf} . = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i vor Auftrag j die Bearbeitung der Art f erfährt; sonst den Wert 0

- u_{ifjk} . = Binärvariable, die nur in Kombination mit w_{ifk} und w_{jgk} semantisch eindeutig definiert werden kann, und zwar:
- für $w_{ifk} = 1$ und $w_{jgk} = 1$ nimmt u_{ifjk} den Wert 1 an, wenn die Operation [if] zeitlich vor der Operation [jg] auf Maschinentyp k bearbeitet wird; sonst den Wert 0
 - für $w_{ifk} = 0$ und $w_{jgk} = 1$ bzw. $w_{ifk} = 1$ und $w_{jgk} = 0$ bzw. $w_{ifk} = 0$ und $w_{jgk} = 0$ ist u_{ifjk} nicht interpretationsfähig
- v_{ik} . = Anteil am Gesamtumfang des Auftrages i, der von Maschinentyp k bearbeitet wird
- v_{ijk} . = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i direkt vor Auftrag j auf Maschinentyp k bearbeitet wird; sonst den Wert 0
- v_{xik} . = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i auf Maschinentyp k an x-ter Stelle steht; sonst den Wert 0
- v_{zik} . = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn die Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k z Perioden dauert; sonst den Wert 0
- $wz_{ik'k''}$. = Wartezeit des Auftrages i zwischen der Bearbeitung auf Maschinentyp k' (Maschinentyp, der an π -ter Stelle seiner Maschinenfolge steht) und der Bearbeitung auf Maschinentyp k'' (Maschinentyp, der an $\pi+1$ -ter Stelle seiner Maschinenfolge steht)
- $wz_{i0k'}$. = Zeitspanne, die vergeht, bis an Auftrag i die erste Bearbeitung auf Maschinentyp k' ($k' = f(\pi_i = 1)$) vorgenommen wird
- w_{ik} . = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i (vollständig) auf Maschinentyp k bearbeitet wird; sonst den Wert 0
- w_{fk} . = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Maschinentyp k in der Bearbeitungsart f genutzt wird; sonst den Wert 0
- w_{ifk} . = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i eine Bearbeitung der Art f auf Maschinentyp k erfährt; sonst den Wert 0
- x_{ik} . = Auftragsfolgeziffer des Auftrages i auf Maschinentyp k
- x_{tik} . = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn $t \leq h_{ik}$, d.h., wenn eine Teilperiode t betrachtet wird, die vor dem Bearbeitungsbeginn des Auftrages i auf Maschinentyp k liegt; sonst den Wert 0
- x_{tif} . = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i in Teilperiode t eine Bearbeitung der Art f erfährt; sonst den Wert 0
- y_{tik} . = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i in Teilperiode t auf Maschinentyp k bearbeitet wird; sonst den Wert 0
- y_{tifk} . = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i in Teilperiode t auf Maschinentyp k eine Bearbeitung der Art f erfährt; sonst den Wert 0
- y_{tpik} . = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i in Teilperiode t auf Maschinentyp k nach der zeitlichen Bearbeitungsstrategie p bearbeitet wird; sonst den Wert 0
- y_{tsik} . = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i in Teilperiode t auf Maschinentyp k in der Intensitätsstufe s bearbeitet wird; sonst den Wert 0

- z_{ik} := Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Maschinentyp k an der Bearbeitung des Auftrages i beteiligt wird; sonst den Wert 0
 z_{pik} := Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i auf Maschinentyp k nach der zeitlichen Bearbeitungsstrategie p bearbeitet wird; sonst den Wert 0
 z_{sik} := Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i auf Maschinentyp k in der Intensitätsstufe s bearbeitet wird; sonst den Wert 0
 z_{tik} := Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn $t \leq h_{ik} + d_{ik}$, d.h., wenn eine Teilperiode t betrachtet wird, die vor dem Bearbeitungsende des Auftrages i auf Maschinentyp k liegt; sonst den Wert 0

KOEFFIZIENTEN UND DATEN

- β_{ik} := Anzahl an Arbeitskräften, die in einer Teilperiode benötigt werden, um Auftrag i auf Maschinentyp k bearbeiten zu können
 $\beta(R)_{fk}$:= Anzahl an Arbeitskräften, die in einer Teilperiode benötigt werden, um Maschinentyp k auf die Bearbeitungsart f zu rüsten
 β_{iqk} := Anzahl an Arbeitskräften, die in einer Teilperiode für Tätigkeiten der Art q benötigt werden, um Auftrag i auf Maschinentyp k bearbeiten zu können
 β_{ifk} := Anzahl an Arbeitskräften, die in einer Teilperiode benötigt werden, um Auftrag i auf Maschinentyp k hinsichtlich der Bearbeitungsart f bearbeiten zu können
 β_{pik} := Anzahl an Arbeitskräften, die in einer Teilperiode benötigt werden, um Auftrag i auf Maschinentyp k nach der zeitlichen Bearbeitungsstrategie p bearbeiten zu können
 β_{sik} := Anzahl an Arbeitskräften, die in einer Teilperiode benötigt werden, um Auftrag i auf Maschinentyp k in der Intensitätsstufe s bearbeiten zu können
 γ_{ik} := benötigte Rüstzeit, um auf Maschinentyp k die Bearbeitung des Auftrages i zu ermöglichen
 γ_{ijk} := benötigte Rüstzeit, wenn Auftrag i direkt vor Auftrag j auf Maschinentyp k bearbeitet wird
 γ_{fk} := benötigte Rüstzeit, um auf Maschinentyp k Bearbeitungen der Art f zu ermöglichen
 δ_{xik} := Zeitdauer die benötigt wird, um Maschinentyp k so zu präparieren, daß die Bearbeitung des Auftrages i , der an x -ter Stelle der Auftragsfolge dieses Maschinentyps steht, ermöglicht wird
 ϵ := hinreichend kleine Zahl; $0 < \epsilon < 1$
 ζ_{ik} := benötigte Zeiteinheiten zur Bearbeitung einer Einheit des Auftrages i auf Maschinentyp k
 η_{ik} := frühest möglicher Zeitpunkt, zu dem mit der Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k begonnen werden kann
 λ_{sk} := Anzahl an Teilperioden, die Maschinentyp k im Planungszeitraum höchstens in der Intensitätsstufe s genutzt werden kann bzw. soll

σ_{ik}	:= spätest möglicher Zeitpunkt, an dem die Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k abgeschlossen sein muß
τ	:= Zeiteinheiten einer Teilperiode (übliche Betriebszeit)
τ_p	:= Zeiteinheiten einer Teilperiode gemäß Bearbeitungsstrategie p
$\tau_{\max}$	:= maximale Zeiteinheiten einer Teilperiode
τ_{ik}	:= benötigte 'Maschinen-Perioden' zur Bearbeitung des Auftrages i durch <u>eine</u> Maschine des Typs k
Ψ_r	:= Gehaltskosten einer Arbeitskraft der Kategorie r
A_k	:= Anzahl der verfügbaren Maschinen des Typs k
$\overline{AZ}$	:= in Zeiteinheiten gemessene (vertragliche) Arbeitszeit einer Arbeitskraft in einer Teilperiode
$A_{tik}^{\max}$	:= Anzahl an maximal verfügbaren Maschinen des Typs k zur Bearbeitung des Auftrages i in Teilperiode t
$A_k^{\max}$	:= Anzahl an maximal verfügbaren Maschinen des Typs k
$\overline{d}_{ik}$	:= gegebene Bearbeitungsdauer des Auftrages i auf Maschinentyp k
$\overline{d}_{ik'}$	:= gegebene Bearbeitungsdauer des Auftrages i auf demjenigen Maschinentyp k' ($k' = f(\pi_i)$), der an π -ter Stelle der Maschinenfolge des Auftrages i steht
$\overline{d}_{ifk}$	:= gegebene Bearbeitungsdauer des Auftrages i auf Maschinentyp k hinsichtlich der Bearbeitungsart f
$\overline{d}_{sik}$	:= gegebene Bearbeitungsdauer des Auftrages i auf Maschinentyp k, wenn dieser in der Intensitätsstufe s genutzt wird
M	:= hinreichend große Zahl
$PA_r^{\max}$	:= Anzahl an maximal verfügbaren Arbeitskräften der Kategorie r
$\underline{t}_k$	:= Zeitpunkt, ab dem Maschinentyp k für eine Auftragsbearbeitung nicht zur Verfügung steht
$\overline{t}_k$	:= Zeitpunkt, bis zu dem Maschinentyp k für eine Auftragsbearbeitung nicht zur Verfügung steht
$\overline{U}_i$	:= zu bearbeitende(r) Einheiten (Umfang) des Auftrages i

1. EINLEITUNG

1.1. PROBLEMSTELLUNG

1.1.1. AUFGABE DER AUFTRAGSFOLGEPLANUNG ALS TEIL DER PRODUKTIONSBLAUFPLANUNG

Die Literatur zur Produktionsplanung konzentriert sich aus Gründen der Komplexitätsreduktion oft nur auf inhaltliche Teilaspekte des elementaren betrieblichen Aufgabenbereiches 'Produktion'.¹⁾ Vielfach ist bei der Einordnung der jeweiligen Ansätze in einen übergreifenden Zusammenhang die Orientierung an der von GUTENBERG vorgenommenen Grobunterscheidung des Aufgabenbereiches der Produktionsplanung in die Teilprobleme der Produktionsprogramm- und Produktionsdurchführungsplanung zu erkennen.²⁾ Ansätze der Produktionsprogrammplanung bemühen sich im weiten Sinne um die Festlegung der zu produzierenden Güter hinsichtlich Art, Umfang und zeitlicher Lokalisierung (Was ist Gegenstand der zukünftigen wirtschaftlichen Aktivitäten des Unternehmens?). Ansätze der Produktionsdurchführungsplanung untersuchen Probleme, die im Zusammenhang mit der produktionstechnischen Realisierung des beabsichtigten Produktionsprogramms auftreten (Wie sollen die Güter gefertigt werden bzw. wann, wo, wieviele etc.?).

Ausgangspunkt dieser Arbeit ist die Annahme, daß die Planung des Produktionsprogramms als abgeschlossen anzusehen ist. Dies bedeutet, daß ex ante bekannt ist, welche Produktarten in welchen Mengen in den einzelnen Teilperioden des Planungszeitraumes herzustellen sind,³⁾ und damit richtet sich der Blick auf den zweiten inhaltlichen Teilaspekt, die Planung der Produktionsdurchführung, die sich mit der Lösung folgender Teilplanungsprobleme beschäftigt:⁴⁾

- Produktionsaufteilungsplanung

Bei der Produktionsaufteilungsplanung geht es vornehmlich um Fragen der Verteilung des gegebenen Produktionsprogramms auf die dem Unternehmen zur Verfügung stehenden bzw. 'mobilisierbaren' Potentialfaktoren (insbesondere Maschinen und Arbeitskräfte). In Verbindung hiermit sind auch Probleme zu lösen, die die grundsätzliche Art der Nutzung dieser Potentialfaktoren betreffen, wie z.B. die Festlegung der erforderlichen Beschäftigungszeiten.

- Planung der innerbetrieblichen Auftragsgröße

Aufgabe dieses Teilplanungsproblems ist es, die innerhalb des Planungszeitraumes insgesamt zu fertigenden Gütereinheiten in produktionstechnisch umsetzbare Fertigungsaufträge zu transformieren. Bei der Bestimmung dieser Fertigungsaufträge sind im wesentli-

1) Vgl. aber auch KISTNER (1987).

2) Vgl. GUTENBERG (1983), S. 147 - 151.

3) Vgl. JACOB (1990), S. 405.

4) Zur Kennzeichnung dieser Teilplanungsprobleme vgl. ADAM (1990).

Zu alternativen Klassifikationen vgl. z.B. auch ELLINGER (1989); FLEISCHMANN (1988), S. 348 und S. 356 - 361; GUTENBERG (1983), S. 199 - 227; KÜPPER (1982), S. 19 - 32.

chen etwaige Rüst- und Lagerkosten maßgeblich, die ebenso in das ökonomische Kalkül eingehen müssen, wie z.B. Überlegungen bezüglich der Einhaltung (außer- und innerbetrieblich) vereinbarter Auslieferungstermine oder der Aufrechterhaltung der Lieferbereitschaft.

- Planung der zeitlichen Verteilung der Produktionsmengen

Die Analyse der (z.B. prognostizierten oder vertraglich vereinbarten) Absatzentwicklung und der produktionstechnischen Ausstattung des Unternehmens mündet in Entscheidungen darüber, inwieweit die zeitliche Produktionsentwicklung mit der zeitlichen Absatzentwicklung synchronisiert werden soll bzw. von ihr emanzipiert wird. Ausschlaggebend für Entscheidungen über die zeitliche Verteilung der Produktionsmengen sind u.a. Produktionsauflegungskosten, Produktionskosten, Lagerkosten etc..

- Zeitliche Ablaufplanung

Erklärtes Ziel einer zeitlichen Ablaufplanung ist der "... Entwurf einer Ordnung für den zeitlichen Durchlauf der Produktionsaufträge durch die einzelnen Produktionsstufen"⁵⁾ nach Kosten- bzw. Terminaspekten.

Obwohl die Teilplanungsprobleme der Produktionsdurchführungsplanung stark interdependent sind,⁶⁾ ist deren getrennte Betrachtung unter Gesichtspunkten der Vereinfachung (Ausblendung komplexer Bezüge) und Schwerpunktsetzung (Konzentration auf Problemausschnitte) üblich. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird dieser Vorgehensweise gefolgt, indem das Hauptaugenmerk auf planerische Probleme gerichtet wird, die thematisch der zeitlichen Ablaufplanung zuzurechnen sind; Probleme der übrigen drei Planungsteilbereiche werden weitestgehend ausgeblendet bzw. als gelöst erachtet. Vor diesem Hintergrund soll zuerst einmal geklärt werden, welche Fragen zu beantworten sind, damit sich die zeitliche Struktur der Bearbeitung der Fertigungsaufträge über alle Produktionsstufen hinweg kennzeichnen läßt.

Die Analyse des eingangs vorgestellten Verständnisses von zeitlicher Ablaufplanung deutet aufgrund des Definitionsbestandteils 'Entwurf einer Ordnung' darauf hin, daß ihre Aufgabe als eine systematische und geordnet ablaufende⁷⁾ Verarbeitung zielgerichteter und kontextgebundener Informationen verstanden wird, deren Ergebnis die Antizipation der zeitlichen Durchführung der Produktion ist.⁸⁾ Aus dem Satzteil 'zeitlicher Durchlauf der Produktionsaufträge durch die einzelnen Produktionsstufen' lassen sich weitere Problemmerkmale der zeitlichen

5) ADAM (1990), S. 678.

6) So gilt es z.B. bei der Bestimmung der innerbetrieblichen Auftragsgrößen Lagerkosten zu berücksichtigen, die sich aus der zeitlichen Ablaufplanung, die ihrerseits von vorgegebenen Auftragsgrößen ausgeht, ergeben. Zu derartigen Interdependenzen vgl. auch ADAM (1990), S. 679 - 683; DELLMANN (1975); KURBEL (1978), S. 118 - 126; SCHMIDT (1970).
Interdependenzen bestehen ferner mit der Produktionsprogrammplanung; vgl. u.a. ADAM (1963); DELLMANN (1974), S. 139 - 142; KURBEL (1978), S. 28 - 37; LASSERRE (1992); SEELBACH (1975), S. 178 - 203.

7) Dies schließt nicht aus, daß einzelne Planungsphasen 'chaotisch' erscheinen.

8) Vgl. SCHWEITZER (1993), S. 21.

Ablaufplanung ableiten: Untersuchungsobjekt ist der Zeitraum zwischen dem Produktionsbeginn (erster Bearbeitungsschritt) und dem Produktionsende (letzter Bearbeitungsschritt) der Aufträge.⁹⁾ Für diesen Zeitraum müssen dann zum einen die einzelnen Bearbeitungstermine festgelegt werden, d.h., wann die Bearbeitung der einzelnen Aufträge begonnen werden soll und - bei Kenntnis der entsprechenden Bearbeitungsdauern (bzw. nach deren Ermittlung) - auch wann diese Bearbeitungen abgeschlossen werden. In engem Zusammenhang mit den Bearbeitungsbeginn- und -endzeitpunkten stehen die Leerzeiten (Wartezeiten) von Maschinen (Aufträgen), als Zeiten, in denen der entsprechenden Maschine (der entsprechende Auftrag) kein Auftrag (keiner Maschine) zur Bearbeitung zugeordnet ist. Die 'Auftrag-Maschinen'-Zuordnungsthematik beinhaltet zum anderen Bereitstellungsprobleme, wenn bezüglich der Maschinen Mehrdeutigkeiten in der quantitativen, qualitativen, zeitlichen und/oder lokalen Dimension vorliegen. Das Auftreten solcher Mehrdeutigkeiten kann schließlich Ursache dafür sein, daß auch die Bestimmung der Bearbeitungsdauern zum Problem der zeitlichen Ablaufplanung wird.

Aus der zeitlichen Zuordnung der einzelnen Aufträge zu den Maschinen kann der Planer gleichzeitig weitere zentrale Informationen bezüglich der Struktur des Produktionsvollzuges gewinnen. So ist für jeden Auftrag zu ersehen, in welcher Folge er eine Bearbeitung durch die einzelnen Maschinen erfährt (Maschinen- bzw. Bearbeitungsfolge) und für jede Maschine, in welcher Reihenfolge die einzelnen Aufträge ihr zur Bearbeitung überstellt werden (Auftragsfolge). Die Bestimmung dieser beiden Typen von Reihenfolgen bildet nach LIEDL den eigentlichen Kern der (zeitlichen) Ablaufplanung.¹⁰⁾ Je nachdem, ob über die Maschinen(reihen)folgen und/oder die Auftrags(reihen)folgen zu disponieren ist, ergeben sich unterschiedliche Planungssituationen.¹¹⁾

Die weiteren Ausführungen beziehen sich ausschließlich auf solche Planungssituationen, in denen die Auftragsfolgen zu bestimmen und die Maschinen- bzw. Bearbeitungsfolgen gegeben und damit unbeeinflussbar sind. Im Rahmen dieser sogenannten Auftragsfolgeplanung ist dann für jede Maschine zu ermitteln, in welcher Reihenfolge die Fertigungsaufträge bearbeitet werden sollen und an welchen Zeitpunkten mit den einzelnen Bearbeitungen begonnen werden soll. Bestehen des weiteren quantitative, qualitative, zeitliche und/oder lokale Mehrdeutigkeiten hinsichtlich der Bereitstellung der Maschinen, erweitert sich der Planungsbereich noch zusätzlich: Es ist ferner zu bestimmen, wieviele Maschinen welchen Typs zu welchen Zeitpunkten bzw. über welche Zeiträume an welchen Orten bereitgestellt werden sollen, da dies u.a. auch die Bearbeitungsdauern der Aufträge beeinflußt.

Das Problem der Auftragsfolgeplanung ist immer dann aktuell, wenn ein Unternehmen vor der Aufgabe steht, Aufträge, die um die (meist) knappen Fertigungsressourcen konkurrieren, in

9) Die genauere Kennzeichnung dieses Zeitraumes hängt vom gewählten (sachlichen) Geltungsbereich der Planung ab, je nachdem ob z.B. Zwischenprodukte oder absatzfähige Produkte ausgebracht werden.

10) Vgl. LIEDL (1984), S. 1 - 8.

11) Vgl. HOSS (1965), S. 55 - 59.

den Produktionsprozeß einzuplanen.¹²⁾ Solch eine Konkurrenzsituation kann sich dabei sowohl für den Fall der Einzelfertigung (Teile des Produktes als Fertigungsaufträge verstanden) als auch für den Fall der Mehrfachfertigung ergeben. Aus der Fülle der denkbaren Vollzugspläne, muß im Rahmen der Auftragsfolgeplanung für jede Maschine diejenige Bearbeitungsreihenfolge der Aufträge ausgewählt werden, die nicht nur fertigungstechnisch zulässig ist und alle Auftragspezifika berücksichtigt ('notwendige Bedingung')¹³⁾ sondern zugleich auch ökonomisch legitimiert ist ('hinreichende Bedingung')¹⁴⁾. Die Auswahl eines Auftragsfolgeplans aus der Menge der zulässigen Pläne orientiert sich dabei vorzugsweise an Kosten- bzw. Terminaspekten.¹⁵⁾

Allein die Maschinenkapazitäten stellen gemäß der traditionellen Sicht der Auftragsfolgeplanung eine zu berücksichtigende knappe Fertigungsressource dar.¹⁶⁾ Jedoch hängt die Realisierbarkeit bzw. Zulässigkeit der Planungsergebnisse auch davon ab, ob die Deckung jeder Art von Ressourcenbedarf gewährleistet werden kann.¹⁷⁾ Hat z.B. der zur Auftragsbearbeitung erforderliche Rohstoff nicht die richtige Konsistenz, kann es zu vermehrten Produktionsstörungen, erhöhtem Ausschuß etc. kommen und die vereinbarten Liefertermine lassen sich nicht einhalten. Oder wenn der präferierte Vollzugsplan z.B. ein häufiges Umstellen von Mehrzweckmaschinen vorsieht, das Unternehmen aber nur über ein zweiköpfiges Umrüstteam verfügt, könnte es zu arbeitszeitrechtlichen Verstößen kommen, die die geplanten Auftragsbearbeitungen unmöglich machen.

Ansatzpunkt der weiteren Untersuchungen ist die (zusätzliche) Ressourcenart 'Arbeitskräfte', die zum einen die konkreten Möglichkeiten des Produktionsvollzuges (z.T.) entscheidend mitprägen,¹⁸⁾ denn je nach Umfang, Qualifikationsstruktur sowie zeitlicher und lokaler Verfügbarkeit des Personals eröffnen sich der Auftragsfolgeplanung unterschiedliche Gestaltungssparameter. Zum anderen wird der Personalbedarf als Kriterium (Bezugskategorie) der Personal-

12) Vgl. RODAMMER/WHITE (1988), S. 841.

13) Zulässigkeit der Lösung ist notwendigerweise zu gewährleisten.

14) Optimalität der Lösung wird angestrebt, um "... bestimmten Zweckmäßigkeits- und Ergiebigkeitskriterien [ist] zu genügen ...". SCHWEITZER (1966), S. 41.

15) Zu möglichen Zielen der Auftragsfolgeplanung vgl. z.B. BAKER/SCUDDER (1990); GUPTA (1971); HUCKERT/RHODE/ROGLIN/WEBER (1980); KING/SPACHIS (1980), S. 107 - 110; MELLOR (1966).

16) Vgl. u.a. die folgenden Übersichtsarbeiten zur Auftragsfolgeplanung: ARGYRIS (1977); BAKER (1974); BLAZEWCZ/ECKER/SCHMIDT/WEGLARZ (1994); BRUCKER (1981); COFFMAN (1976); CONWAY/MAXWELL/MILLER (1967); DAY/HOTTENSTEIN (1970); ECKER (1977); EILON (1979); FRENCH (1982); GRAHAM/LAWLER/LENSTRA/RINNOOY KAN (1979); GRAVES (1981); KRYCHA (1972); LAWLER (1983); LAWLER/LENSTRA/RINNOOY KAN (1982); LAWLER/LENSTRA/RINNOOY KAN/SHMOYS (1989); MUTH/THOMPSON (1963); PAULIK (1984); RINNOOY KAN (1976); SALVADOR (1978); SIEGEL (1974); TANAEV/SOTSKOV/STRUSEVICH (1994); WEHR (1980).

17) Vgl. BLAZEWCZ (1987), S. 41 - 47; BLAZEWCZ/LENSTRA/RINNOOY KAN (1983), S. 12.

18) Vgl. FLEISCHMANN (1975), S. 336, der darauf hinweist, daß "beschränkte Personalkapazitäten" restriktiv wirken.

disposition¹⁹⁾ zudem in Abhängigkeit von der Strukturierung des Produktionsprozesses determiniert.²⁰⁾

1.1.2. AUFGABE DER PERSONALPLANUNG

Ähnlich dem Bereich der Produktionswirtschaft läßt sich auch der personalwirtschaftliche Gegenstandsbereich in sachlicher Hinsicht zweiteilen: Unterscheidungsmerkmal ist dabei die Problemsicht in personalwirtschaftlichen Modellen, die sich entweder verstärkt mit Problemen der Deckung des Bedarfs einer Organisation an Personal (sog. Disponibilitätsprobleme²¹⁾) oder mit der Durchsetzung der normativen Ansprüche einer Organisation an das Personalverhalten (sog. Funktionalitätsprobleme²²⁾) auseinandersetzen.²³⁾ Es sprechen einige Gründe dafür, daß diese beiden personalwirtschaftlichen (Primär)Probleme²⁴⁾ nicht trivial sind.²⁵⁾ Erreicht werden soll eine Lösung der primären personalwirtschaftlichen Probleme durch den (kontextgebundenen) Einsatz zentraler personalwirtschaftlicher Maßnahmen, wobei der hier relevante Maßnahmenkatalog in die Bereiche Personalpotentialdisposition und Personalverhaltensbeeinflussung unterteilt werden kann; diese weisen zwar einige Affinitäten zu einerseits dem Disponibilitäts- und andererseits zu dem Funktionalitätsproblem auf, sind aber keineswegs völlig independent.²⁶⁾ Z.B. könnte der Einsatz zweier hochspezialisierter Techniker als Maschinenrüstteam zu fachlich bedingten 'Kompetenzrängeleien' zwischen den beiden führen und dann verhaltensbeeinflussende Maßnahmen erforderlich machen.

Im Zusammenhang mit der in der Arbeit thematisierten Koppelung der betrieblichen Funktionsbereiche 'Produktion' und 'Personal' werden schwerpunktmäßig Probleme der Disposition über das Personalpotential betrachtet: Die Planung der Reihenfolgen, in denen die Aufträge an den einzelnen Maschinen bearbeitet werden sollen, sowie die Planung der diesbezüglichen zeitlichen Struktur induzieren einen quantitativ, qualitativ, zeitlich (und lokal²⁷⁾) determinierten Bedarf an Arbeitskräften zur Bedienung, Beschickung, Wartung etc. der Maschinen. Dieser

19) Vgl. KOSSBIEL (1994), S. 423 - 426.

20) Vgl. auch KÜPPER (1980), S. 71.

21) Zu problemspezifischen Lösungsvorschlägen vgl. z.B. BRAUN (1995); CHARNES/COOPER/NIEHAUS/STEDRY (1969); DOMSCH (1970); DZIELINSKI/GOMORY (1965); FISCHER (1990), S. 177 - 215; GOODMAN (1974); GRÜGER (1981); GÜNTHER (1989); JARR (1974); KOCHEN (1979); KOSSBIEL (1970), (1992a); KÜPPER (1980); MARX (1963); MENSCH (1968b); MUCHE (1989); SPENGLER (1993); STEINBRÜCK (1986); TIEN/KAMIYAMA (1982); YUAN/HOREN/WAGNER (1975).

22) (Teil)Lösungsvorschläge bieten hier einschlägige Literaturquellen zu Themen wie z.B. Gestaltung von Arbeitsstrukturen, Anreizsystemen und Beurteilungskonzepten, verhaltensunterstützende Maßnahmen, Verhaltensnormierung etc. und damit in Zusammenhang stehende Themen wie Motivation, Konflikt, Arbeitszufriedenheit u.a..

23) Vgl. KOSSBIEL (1991), S. 248 - 249.

24) "Die Lösung von Sekundärproblemen, zu denen die Bewältigung von Aufgaben informatischen, administrativen und arbeitsrechtlich bestimmten Inhalts zählt, unterstützt hierbei die Lösung der Primärprobleme." SPENGLER (1993), S. 2.

25) Zu derartigen Gründen vgl. KOSSBIEL (1994), S. 396 - 399.

26) Vgl. KOSSBIEL (1994), S. 400 - 403.

27) Hierüber wird z.B. gekennzeichnet, an welchem von drei funktionsidentischen Aggregaten der Bedarf anfällt. Die lokale Determinierung des Personalbedarfes ist nachfolgend weniger von Bedeutung.

Bedarf soll gedeckt werden, indem Maßnahmen zur Versorgung des Unternehmens mit Arbeitskräften sowie deren Allokation ergriffen werden.²⁸⁾ Probleme der Wirksamkeit, die im Zusammenhang mit der Zuordnung von Arbeitskräften zu Maschinen entstehen können (z.B. Motivationsprobleme beim Einsatz an physisch belastenden Maschinen), werden nicht thematisiert.

Die Aufgabe der (kollektiven²⁹⁾) Personal(potential)planung³⁰⁾ besteht darin, einen Entwurf zur Lösung der personalwirtschaftlichen Disponibilitätsprobleme zu unterbreiten, mittels derer die angestrebten betrieblichen Ziele erreicht werden können. Durch den Ausdruck 'Entwurf zur Lösung' läßt sich wie bereits bei der Definition der Aufgabe der Auftragsfolgeplanung eine Verbindung zu dem Planungsbegriff nach SCHWEITZER (1993) herstellen. Diesbezüglich wird Personalplanung als "... ein geordneter, informationsverarbeitender Prozeß ... [verstanden], in dessen Verlauf die Ausprägung der Personalvariablen vorausschauend ... festgelegt werden ..." ³¹⁾. Diese erste Kennzeichnung der Aufgabe der Personalplanung ist per se zu unspezifisch, da es sich auch auf Funktionalitätsprobleme übertragen ließe. Für personalwirtschaftliche Disponibilitätsprobleme weit spezifischer sind demgegenüber Abstimmungserfordernisse, die im Zusammenhang mit der Bereitstellung von Arbeitskräften beachtet werden müssen und von denen je nach betrachteter Planungssituation (vgl. nächsten Abschnitt) bis zu drei unterschiedliche Arten anfallen:³²⁾

Der Personalbedarf (Art und Anzahl der benötigten Arbeitskräfte zur Erfüllung der betrieblichen Aufgaben; stellenbezogen oder tätigkeitsbezogen), die Personalausstattung (Art und Anzahl der verfügbaren Arbeitskräfte) und der Personaleinsatz (Zuordnung der verfügbaren Arbeitskräfte zu den zu erfüllenden betrieblichen Aufgaben) werden als die Problembereiche der Personalbereitstellung bezeichnet.³³⁾ Die Abstimmung der benötigten mit den verfügbaren Arbeitskräften - explizit oder implizit ³⁴⁾ über den Problembereich Personaleinsatz ist immer dann durchzuführen, wenn bei der Personalplanung Mehrdeutigkeiten hinsichtlich der quantitativen,³⁵⁾ qualitativen, zeitlichen und/oder lokalen Dimension zu beachten sind. Bis auf den Personaleinsatz, der in seiner Funktion als Bindeglied zwischen Personalbedarf und Personalausstattung immer auch Teilbereich der Planung ist, können die anderen beiden Problemberei-

28) Vgl. KOSSBIEL (1988), S. 1052.

29) Planungsobjekte sind (nicht wohlunterschiedene Individuen sondern) Personenkategorien, die nach unterschiedlichsten Kriterien (z.B. Qualifikation, Entlohnungsgruppe, Alter etc.) gebildet werden können.

30) Für Personalpotentialplanung steht im weiteren synonym Personalplanung.

31) KOSSBIEL (1993), Sp. 3127.

32) Zu den nachfolgend dargestellten Abstimmungserfordernissen vgl. KOSSBIEL (1993) und (1994), S. 395 - 437.

33) Vgl. KOSSBIEL (1988), S. 1054 - 1095; Zur präziseren Definition von Personalbedarf, Personalausstattung und Personaleinsatz muß zusätzlich eine Konkretisierung hinsichtlich der Dimensionen 'Zeit' und 'Ort' erfolgen; d.h., es muß z.B. auch Kenntnis darüber vorliegen, wann und wo der Personalbedarf anfällt.

34) Im Gegensatz zur impliziten Abstimmung, bei der nur die Existenz mindestens eines zulässigen Einsatzplanes überprüft wird, läßt sich bei der expliziten Abstimmung ein Einsatzplan - wenn vorhanden - direkt ausweisen.

35) Dies ist nicht Bestandteil einer Personalplanung im engeren Sinne.

che sowohl Referenz- als auch Teilbereich der Planung sein.³⁶⁾ Damit lassen sich vier personalwirtschaftliche Planungssituationen unterscheiden.

Der Fall der reinen Personaleinsatzplanung liegt vor, wenn eine vorgegebene Personalausstattung einem vorgegebenen Personalbedarf so zuzuordnen ist, daß die Erledigung aller betrachteten Betriebsaufgaben sichergestellt wird und daß maximal so viele Arbeitskräfte eingesetzt werden, wie dem Unternehmen zur Verfügung stehen. Stellt der Personalbedarf (die Personalausstattung) ein Datum dar, wird von reiner Personalbereitstellungsplanung (reiner Personalverwendungsplanung) gesprochen. Sind alle drei personalwirtschaftlichen Problembereiche auch Teilbereiche der Planung, dann ist der Fall einer simultanen Personalplanung gegeben.

In den im Verlauf der Arbeit vorgestellten Planungsansätzen wird einheitlich angenommen, daß jeweils über den Umfang und die Struktur der Personalausstattung disponiert werden kann. Alle Entscheidungsmodelle, die eine gleichzeitige Planung der Auftragsfolgen und der Bereitstellung von Arbeitskräften vorsehen, sind somit der Klasse der simultanen Personalplanungsmodelle zuzuordnen. Der 'Umkehrschluß', daß alle (sukzessiven) Personalplanungen, die im Anschluß an eine Auftragsfolgeplanung durchgeführt werden, der Klasse der reinen Personalbereitstellungsplanung zugerechnet werden können, ist unzutreffend. Bei einigen Modellen besteht nämlich die Möglichkeit, im Rahmen der Personalplanung - allerdings unter Beachtung von Vorgaben aus der Auftragsfolgeplanung - über die in einer Periode benötigten Arbeitskräfte zur Bedienung der Maschinen zu disponieren, indem auf ausgewählte Determinanten des Personalbedarfs³⁷⁾ Einfluß genommen wird. Als diesbezügliche Ansatzpunkte werden (*ceteris paribus*) die zeitliche Struktur des Bedienungsprogramms (vgl. Punkt 2.2.2. und Punkt 3.2.2.2.) sowie die Besetzungskoeffizienten (vgl. Punkt 4.3.2.2.) gewählt.

Ist der Personalbedarf in Personalplanungsmodellen Entscheidungsvariable, wird eine weitere Art von Abstimmung erforderlich, nämlich die interaktive Abstimmung des Personalbereichs mit mindestens einem anderen betrieblichen Funktionsbereich. Diese Abstimmungsnotwendigkeit begründet sich zum einen daraus, daß die Personalausstattung in Umfang und Struktur von den geplanten betrieblichen Aktivitäten (exekutiver und dispositiver Art) abhängt, d.h., der Personalbedarf Auslöser für die Gestaltung der Personalausstattung ist. Zum anderen stellt die Personalausstattung einen (Mit)Auslöser für die Gestaltungsmöglichkeiten des Personalbedarfs dar, was bedeutet, daß die geplanten Aktivitäten des Unternehmens nur durchzuführen sind, sofern das erforderliche Personal auch zur Verfügung gestellt werden kann. Personalbedarf und Personalausstattung restringieren sich also wechselseitig. Dadurch, daß der Personalbedarf ein Problembereich der Personalplanung ist, fällt die Abstimmung des Personalbereichs mit den anderen betrieblichen Funktionsbereichen auch dann an, wenn der Personalbedarf nicht Teilbe-

36) Vgl. SPENGLER (1993), S. 161 - 162.

37) Für die hier relevante Bezugsbasis 'Bestandsgrößen' bestimmt sich der Personalbedarf primär über die zu bedienenden Arbeitseinheiten, die Besetzungs- bzw. Bedienungskoeffizienten und die Arbeitszeit pro Arbeitskraft und Periode. Zu Primär- aber auch Sekundärdeterminanten des Personalbedarfes vgl. KOSSBIEL (1992b), Sp. 1598 - 1601.

reich der Planung ist; die Abstimmungen erfolgen jedoch im Rahmen eines sukzessiven Planungsvorgehens und werden deshalb bei der Personalplanung ausblendet.

Einer dritten Art von Abstimmungserfordernissen muß nachgekommen werden, wenn personalbereichsspezifische Restriktionen zu beachten sind. Solche Restriktionen können einerseits arbeitsrechtlicher (z.B. Arbeitszeit der Arbeitnehmer, § 3 ArbZG) oder arbeitsmarktklicher (z.B. geringes Angebot an Ingenieuren der Fachrichtung 'Maschinenbau') Natur sein; sie stellen für die Personalplanung (meist) unumgehbare Begrenzungen dar. Etwas anders verhält es sich andererseits mit Restriktionen, die - gleichsam als Umsetzung personalpolitischer Programme - eine gewisse Selbstverpflichtung des Unternehmens zum Ausdruck bringen und damit unter Umständen reversibel sind. Beispielhaft für solche z.T. nicht unumgehbaren Begrenzungen wären Entlassungsverbote, Quotenregelungen, Weiterbildungsgrundsätze und ähnliches zu nennen. Die personalbereichsspezifischen Restriktionen können sowohl Personalausstattungs- und/oder Personaleinsatzvariablen und/oder deren Determinanten (z.B. Einstellung, Schulung, Versetzung etc.) betreffen. Im Unterschied zu den personalbereichsspezifischen Restriktionen sind Restriktionen, die im Zusammenhang mit Personalbedarfsvariablen zu beachten wären, je nachdem, mit welchem (welchen) der betrieblichen Teilbereiche die Personalplanung integrativ verknüpft wird, dem Bereich Absatz, Produktion, Investition etc. zuzurechnen.

Mit personalplanerischen Aktivitäten wird die Absicht verbunden, die angestrebten betrieblichen (bzw. aus den personalwirtschaftlichen Problemen abgeleiteten) Ziele zu erreichen. Zur Lösung der personalwirtschaftlichen Hauptprobleme bieten sich meist unterschiedlichste Einzelmaßnahmen bzw. Maßnahmenbündel aus dem Bereich der Personalpotentialdisposition sowie der Personalverhaltensbeeinflussung an, so daß die Entscheidung für einen konkreten Lösungsvorschlag allein aufgrund von dessen Zulässigkeit bzw. Tauglichkeit nicht ausreichend ist. Aus diesem Grund müssen die funktional äquivalenten Lösungsvorschläge hinsichtlich ihrer Vorziehenswürdigkeit bewertet werden - sollen keine Willkürentscheidungen getroffen werden. Als Bewertungskriterien können dabei z.B. Gehaltskosten, Erfolgsbeiträge, Zufriedenheit der Mitarbeiter usw. dienen.³⁸⁾

1.1.3. ALLOKATIONSPROBLEME DER AUFTRAGSFOLGE- UND PERSONALPLANUNG

Entscheidungsmodelle zur Auftragsfolge- und Personalplanung müssen (im einfachsten Fall)³⁹⁾ ein zweifaches Zuordnungsproblem bewältigen. Ganz allgemein läßt sich dieses Problem wie folgt beschreiben: Im Rahmen der Auftragsfolgeplanung gilt es, die Zuordnung der Aufträge zu den sie bearbeitenden Maschinen zu bestimmen, und im Rahmen der Personalplanung müssen Arbeitskräfte den vorhandenen Maschinen zugewiesen werden. Folgende Graphik soll die Zusammenhänge veranschaulichen:

38) Vgl. KOSSBIEL (1994), S. 415 - 418.

39) Bezüglich weiterer Zuordnungs(teil)probleme vgl. Punkt 2.5..

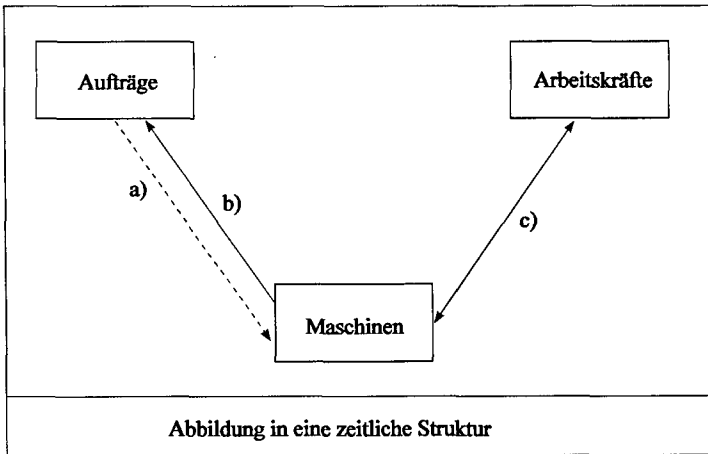


ABB. 1: Allokationsprobleme der Auftragsfolge- und Personalplanung

Das Problem, in welcher Reihenfolge an den einzelnen Aufträgen die zu ihrer Fertigung nötigen Bearbeitungsschritte (sequentiell und/oder parallel) durchgeführt werden sollen, wird bei der Auftragsfolgeplanung als gelöst unterstellt. Hieran anknüpfend werden die Aufträge im weiteren nach eben diesen Maschinenfolgen bzw. Bearbeitungsfolgen - und nur nach diesen - unterschieden.⁴⁰⁾ Die vorgegebenen (Maschinen- bzw. Bearbeitungs)Reihenfolgen, die als Datum in die Planung der Auftragsfolgen eingehen, engen die Zuordnungsalternativen der Aufträge zu den Maschinen auch in zeitlicher Hinsicht ein. Der Bezug auf die Zeit ist maßgeblich, da das Problem, Aufträge Maschinen zuzuordnen, z.T. erst bei einer Betrachtung über die Zeit erkennbar wird. Im Falle einer (zeit-)punktuellen Betrachtung ist es denkbar, daß in keinem der ausgewählten Zeitpunkte ein Auftrag mit einem anderen Auftrag um die Kapazität der fraglichen Maschine konkurriert. Der Bezug auf die Zeit ist auch aus einem weiteren Grund wichtig: Alle nachfolgend untersuchten Planungssituationen bieten zumindest in zeitlicher Hinsicht unterschiedliche Alternativen der Zuordnung von Aufträgen zu Maschinen, d.h., für die zeitliche Lage einer betrachteten Bearbeitung gibt es Wahlmöglichkeiten. In sachlicher Hinsicht, was bedeuten soll, daß sich Aufträge im Hinblick auf eine gerade betrachtete Bearbeitung alternativen Maschinen zuordnen lassen, eröffnen weitaus weniger Planungssituationen (vgl. z.B. Punkt 4.2.2.1.1.) Wahlmöglichkeiten. Immer wird aber die zeitliche Verortung der Bearbeitungen durch die Unbeeinflussbarkeit der auftragsspezifischen Bearbeitungsfolgen restringiert. Im Falle, daß keine Wahlmöglichkeiten bestehen, welche Maschine(n) die fokussierte Bearbeitung übernehmen soll(en), liegt (in sachlicher Hinsicht) Eindeutigkeit (vgl. a) in ABB. 1) darüber vor, wie die Aufträge den Maschinen zugeordnet werden müssen (vorgegebene Maschinenfolgen). Auch im anderen Falle, daß über die Maschine(n) disponiert werden kann, die

40) Unterscheidungen der Aufträge wären z.B. auch hinsichtlich eingehender Rohstoffe, erforderlicher Bearbeitungsgründlichkeit, Kundensegmenten etc. möglich.

die betrachtete Bearbeitung übernehmen soll(en), liegt ebenfalls Eindeutigkeit vor, nun aber Eindeutigkeit hinsichtlich der einzelnen Bearbeitungen (vorgegebene Bearbeitungsfolgen).⁴¹⁾

Im Kontext der weiteren Ausführungen werden Maschinen danach unterschieden, welche Bearbeitungsarten sie ausführen können.⁴²⁾ Für die Maschinen wird die Zuordnung der Aufträge durch Mehrdeutigkeit gekennzeichnet (vgl. b) in ABB. 1), da im Zeitablauf immer wieder Entscheidungen anfallen, welcher Auftrag⁴³⁾ aus der Menge der zur Bearbeitung anstehenden Aufträge als nächstes übernommen werden soll. Welche Aufträge in einem bestimmten Zeitpunkt zur Einplanung überhaupt bereitstehen, hängt zwar u.a. wiederum von den gegebenen Bearbeitungsfolgen der Aufträge ab, läßt aber dennoch Freiheitsgrade hinsichtlich der Struktur der (Auftrags)Reihenfolgen zu.⁴⁴⁾ Selbst für die Fälle, in denen mit Blick auf die Aufträge in sachlicher Hinsicht keine Wahlmöglichkeiten für eine Zuordnung zu den Maschinen bestehen, liegen in umgekehrter Blickrichtung für nicht-triviale⁴⁵⁾ Planungssituationen Zuordnungsmehrdeutigkeiten vor.

Die 'Arbeitskräfte-Maschinen'-Zuordnungsproblematik wird annahmegemäß durch beidseitige Mehrdeutigkeiten (vgl. c) in ABB. 1) in sachlicher Hinsicht gekennzeichnet. Den Maschinen können unterschiedliche Arbeitskräfte zugeordnet werden und die Arbeitskräfte können zudem mehr als einer Maschine zugeordnet werden. Solch ein beidseitig mehrdeutiges Zuordnungsproblem ist auch dann gegeben, wenn die Zuordnungsmöglichkeiten nicht in Bezug auf alle (aber mindestens eine) Maschine(n) und nicht in Bezug auf alle (aber mindestens eine) Arbeitskraft(-kräfte) mehrdeutig sind. Das Merkmal zur Unterscheidung einzelner Arbeitskräfte ist deren Fähigkeit, Maschinen bedienen zu können.

Die soeben skizzierten Allokationsprobleme verschärfen sich noch dadurch, daß der Bereich der Auftragsfolgeplanung mit dem Bereich der Personalplanung 'verbunden' werden muß. Für eine erfolgreiche Fertigung der Aufträge ist es nicht nur nötig, daß ausreichend Maschinenkapazitäten zur Verfügung gestellt werden, sondern daß auch ausreichend Personalkapazitäten verfügbar sind.⁴⁶⁾ Diese Personalkapazitäten müssen sowohl im Hinblick auf die Dimension Quantität ausreichend sein als auch qualitativ so beschaffen sein, daß ihre Zuordnung zu den relevanten Maschinen möglich wird. Und schließlich spielt die Bereitstellbarkeit der Arbeitskräfte in zeitlicher Hinsicht eine wichtige Rolle: Die Zuordnung von geeignetem Personals in ausreichendem Umfang muß zu genau den Zeiten erfolgen, in denen die Maschinen auch durch Aufträge belegt werden (Arbeitskräfte als Maschinenbedienungspersonal) bzw. in denen - in di-

41) Zwischen die Zuordnungsobjekte Aufträge und Maschinen 'schieben' sich gleichsam die Zuordnungsobjekte Bearbeitungen (vgl. 2.5.).

42) In Punkt 2.5. wird ein weiteres Differenzierungskriterium eingeführt, das an dieser Stelle aber für die Argumentation belanglos ist.

43) Eine Maschine soll annahmegemäß (vgl. 2.1.) höchstens von einem Auftrag belegt werden.

44) Diese Aussage ist einzuschränken, wenn der Planungszeitraum nicht beliebig verlängert werden kann.

45) Es gilt: Konkurrenz der Aufträge um Maschinenkapazitäten muß gegeben sein.

46) Die Unterstellung, daß im Falle der Bereitstellung von Maschinen in irgend einer Form auch die Bereitstellung von Arbeitskräften erforderlich wird, erscheint mit Blick auf weite Teile der Praxis gerechtfertigt.

rektem Zusammenhang mit der Auftragsbearbeitung stehende - Folgetätigkeiten an den Maschinen anfallen, wie z.B. Wartungstätigkeiten (Arbeitskräfte als Maschinenwartungspersonal).

Diese Aussagen sollen in aller Deutlichkeit aufzeigen, daß immer dann, wenn Überlegungen angestellt werden, welche Konsequenzen die Planung von Auftragsfolgen für die Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal⁴⁷⁾ hat, es sich um Probleme des zweifach gekoppelten Ressourceneinsatzes handelt.⁴⁸⁾ Eine abgestimmte Disposition über Maschinen- und Personalkapazitäten in Form einer nur im Verbund wirksam werdenden Ressourceneinheit stellt eine notwendige Voraussetzung zur Bearbeitung der Aufträge dar. Diese Ressourcenkoppelungen sollen und können aber nicht als Aggregate behandelt werden, die als Daten in Modelle zur Auftragsfolge- und Personalplanung eingehen. Ursache dafür sind die unterstellten beidseitigen Mehrdeutigkeiten, so daß die jeweiligen Zuordnungen von Arbeitskräften und Maschinen auch zum Gegenstand der Planung werden. In der Betrachtung über die Zeit kann es demzufolge zu unterschiedlichen aus Arbeitskräften und Maschinen zusammengesetzten Ressourceneinheiten kommen.⁴⁹⁾

Eine Auftragsfolgeplanung, die ausschließlich die 'Aufträge-Maschinen'-Allokationsproblematik thematisiert und das Problem der Bereitstellung von Personalkapazitäten völlig ausblendet, kann suboptimale oder sogar unzulässige Auftragsfolgepläne zur Folge haben. In der Sukzessivität des Vorgehens und bei ausbleibender bzw. unzureichender Einbeziehung der Personalbereitstellungsmöglichkeiten wird naturgemäß nicht berücksichtigt, daß ein optimaler Auftragsfolgeplan Personalbedarfe induzieren kann, die in einer nachfolgenden Personalplanung nicht oder nur mit erheblichen Kosten zu decken sind. In solchen Fällen müßten die Auftragsfolgepläne nachträglich korrigiert werden. Darüber hinaus könnten die Ergebnisse der Personalplanung verbessert werden oder unter Umständen das Planungsprozedere insgesamt auch erleichtert werden, wenn schon im Rahmen der Auftragsfolgeplanung Überlegungen zur Abstimmung des betrieblichen Teilbereichs Produktion mit dem betrieblichen Teilbereich Personal angestellt werden.

1.2. GANG DER UNTERSUCHUNG

Der Leitfaden zur Systematisierung der weiteren Ausführungen ist die (strukturelle) Beschaffenheit der betrieblichen Maschinenausstattung, für die eine Planung der Auftragsfolgen sowie die Bereitstellung von Bedienungspersonal durchgeführt werden soll. Die diesbezüglich sehr rigiden Annahmen traditioneller Scheduling-Probleme - untersucht werden in der vorliegenden Arbeit nur Job-Shop-Scheduling-Probleme (zur Kennzeichnung vgl. 2.1.) - bieten zahlreiche Ansatzpunkte zu Verallgemeinerungen. Indem jeweils einzelne dieser Annahmen nacheinander

47) Entsprechend der Modellannahmen (vgl. 2.1.) wird diese Funktion von Arbeitskräften schwerpunktmäßig betrachtet.

48) Zur Konturierung der sogenannten 'dual resource constrained problems' vgl. z.B. FRYER (1974); HOCH (1973), S. 28 - 30; NELSON (1967); (1970); PARK (1991); WEEKS/FRYER (1976).

49) Hierzu vgl. die von DIENSTDORF (1971) vorgeschlagenen Maßnahmen zur Kapazitätsabstimmung. Verzögerungen in den Auftragsbearbeitungen aufgrund von Personalumsetzungsmaßnahmen werden bei GUNTHER (1979) thematisiert.

aufgehoben werden, lassen sich unterschiedliche Planungssituationen der Auftragsfolge- und Personalplanung klassifizieren (vgl. 2.5.), die Gegenstand der weiterführenden Untersuchungen sind.

Methodisch bilden wir die relevanten Zusammenhänge über die Konstruktion mathematischer Entscheidungsmodelle ab.⁵⁰⁾ In solchen Modellen werden die Beziehungen zwischen den Zuordnungsobjekten Aufträge, Maschinen und Arbeitskräfte in Form von (Un)Gleichungssystemen formalisiert und auch die betrieblichen Ziele, die mit den einzelnen Planungen verfolgt werden, werden als (zu optimierende) Gleichungen ausgedrückt. Wenn bei der Modellformulierung darauf geachtet wird, daß alle Variablen jeweils nur in der ersten Potenz auftreten bzw. Variablen nicht multiplikativ verknüpft werden, kann auf standardisierte Verfahren der linearen Optimierung bzw. auch auf diesbezüglich gängige Softwarepakete zur Lösung beispielhafter Ansätze zurückgegriffen werden.⁵¹⁾ Häufig lassen sich erst durch die Interpretation von Beispielergebnissen z.B. Verflechtungen innerhalb der Problemstellung aufdecken und die Sensibilität bzw. Robustheit des Problems gegenüber den einzelnen Inputgrößen diagnostizieren. Derartige Analysen bilden zumeist die Basis für die Entwicklung von spezifischen Lösungsalgorithmen, die für wesentlich komplexere Situationen der Praxis als theoretisch fundierte Entscheidungsunterstützung bei der Bestimmung von Auftragsfolgen und der Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal dienen können.

Planungstechnisch können bei einer Auftragsfolge- und Personalplanung grundsätzlich zwei Wege gegangen werden: Zum einen können in einem sukzessiven Vorgehen die beiden Teilbereiche getrennt geplant werden, wobei dann allerdings auf gegenseitige Abstimmung zu achten ist. Welche Planung zur Initialplanung und welche zur Folgeplanung wird, ist aus theoretischer Sicht beliebig. Als Ergebnis der untersuchten Probleme sollen aber Detailinformationen vorliegen, die sowohl die zeitliche Bearbeitungsstruktur der Aufträge über alle Produktionsstufen als auch die zeitliche Struktur des Personaleinsatzes zu deren Bearbeitung zum Ausdruck bringen. Dies läßt die - im weiteren nur untersuchte - Planungssequenz 'zuerst Auftragsfolgeplanung und dann Personalplanung' vom Abstimmungsaufwand her überlegen erscheinen. Zum anderen können die beiden Teilbereiche aber auch in einem einzigen Ansatz simultan geplant werden. Beide Planungstechniken werden im Rahmen dieser Arbeit behandelt.

Nach diesen allgemeinen Vorbemerkungen wird der Aufbau der Arbeit nachfolgend etwas konkreter erläutert: Das erste Hauptkapitel 2. ist den als traditionell bezeichneten Grundmodellen zur Auftragsfolge- und Personalplanung gewidmet. Zunächst wird die in diesem Kapitel betrachtete Planungssituation gekennzeichnet, wobei der Annahmenkatalog u.a. deshalb so umfangreich ausfällt, weil er in weiten Teilen auch für die Folgekapitel Gültigkeit hat. Die gliederungstechnische Unterscheidung in einerseits sukzessive (2.2.) und andererseits simultane (2.3.) Auftragsfolge- und Personalplanung findet sich thematisch genauso bei den Unterpunk-

50) "Mathematical formulations that exploit the special structure of the scheduling problem offer a readily accessible starting point for research into new areas concerning machine scheduling and algorithm development." RODAMMER/WHITE (1988), S. 845.

51) Die Lösung unserer Beispiele erfolgte mit Hyper Lindo/PC for MS-Dos 2.X/3.X und Lindo 5.3..

ten wieder, die die jeweils untersuchten unterschiedlichen Maschinenausstattungs-situationen ins Betrachtungsfeld rücken. Gleichmaßen grundsätzlichen Charakter hat die Unterteilung des Punktes 'sukzessive Auftragsfolge- und Personalplanung' in die Gliederungspunkte 'Auftragsfolgeplanung als Initialplanung' und 'Personalplanung als Folgeplanung'. In dem ersten Punkt wird zum einen jeweils ein Ausgangsmodell entwickelt, auf dessen beispielhafte Verdeutlichung die Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal dann vorrangig Bezug nimmt, und zum anderen werden problemspezifische Modifikationen und/oder Erweiterungen dieses Ausgangsmodells vorgestellt. In dem zweiten Punkt werden repräsentative Situationen der Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal modellmäßig erfaßt sowie diskutiert und es werden z.T. auch Entscheidungsmodelle unterschiedlicher personalplanerischer Freiheitsgrade analysiert. Die Betrachtungen zur Auftragsfolge- und Personalplanung der einzelnen untersuchten Maschinenausstattungs-situationen enden jeweils mit einem Optimierungsansatz zur simultanen Planung dieser beiden Teilbereiche.

Den Abschluß von Kapitel 2. und den argumentativen Übergang zu den weiteren Kapiteln bilden die beiden Punkte 2.4. und 2.5.: Zuerst werden Möglichkeiten und Probleme einer Modelllösung thematisiert, wobei die Fülle an Literatur, auf die verwiesen wird, einen guten Eindruck darüber vermittelt, worin der Untersuchungsschwerpunkt von Job-Shop-Scheduling-Problemen liegt und welche diesbezüglichen Forschungsbemühungen und -richtungen während der letzten 30 bis 40 Jahre verfolgt wurden. Anschließend werden die im weiteren zu untersuchenden Planungssituationen systematisiert. Das in 2.2.1. dargestellte Ausgangsmodell der Auftragsfolgeplanung bietet sowohl hinsichtlich des Umfanges und der Art an bereitstellbaren Maschinen als auch hinsichtlich der zeitlichen Verfügbarkeit der Maschinen keine Ausgestaltungsmöglichkeiten im Rahmen der Planung. Werden in allen diesen drei Dimensionen Mehrdeutigkeiten zugelassen, leiten sich in unserem Verständnis 32 unterschiedliche Planungssituationen ab, von denen aber lediglich 5 weitergehend untersucht werden. Die Kennzeichnung der nachfolgenden drei Kapitel orientiert sich an den drei Dimensionen 'Umfang', 'Art' und 'Zeit', hinsichtlich derer Mehrdeutigkeiten im Zusammenhang mit der Bereitstellung von Maschinen zugelassen werden.

In dem zweiten Hauptkapitel 3. werden Planungssituationen untersucht, in denen dem Unternehmen mehr als eine Maschine zur Bearbeitung der einzelnen Aufträge zur Verfügung steht. Dies ist - vgl. die das Kapitel einleitende Systematisierung (3.1.) - sowohl für mehrere identische (3.2.) als auch für nicht-identische (3.3.) Maschinen der Fall. Verfügt das Unternehmen über mehrere identische (bzw. nicht-identische) Maschinen, kann die Maschinenbereitstellung entsprechend der jeweiligen Bedarfslage quantitativ (bzw. selektiv) anpaßt werden. Innerhalb der beiden thematischen Unterpunkte wird die in Kapitel 2. eingeführte Gliederungsstruktur angewandt: Im Anschluß an die Kennzeichnung der Modellsituation wird zuerst die Sukzessivität und dann die Simultaneität der Auftragsfolge- und Personalplanung behandelt.

Der Aufbau von Kapitel 4. entspricht demjenigen von Kapitel 3.. Die beiden im dritten Hauptkapitel untersuchten Planungssituationen haben gemeinsam, daß hinsichtlich der Art der bereit-

stellbaren Maschinen planerische Gestaltungsspielräume vorliegen. Im Falle von Mehrzweckmaschinen kann darüber disponiert werden, in welcher Bearbeitungsart eine Maschine genutzt werden soll, was qualitative Anpassungsmöglichkeiten (4.2.) der Maschinenkapazitäten an den Maschinenbedarf impliziert. Eine weitere Art qualitativer Mehrdeutigkeiten ist gegeben, wenn die Intensitäten, mit denen die einzelnen Maschinen betrieben werden sollen, Entscheidungsvariablen der Auftragsfolgeplanung sind (4.3.).

Den letzten inhaltlichen Schwerpunkt der Arbeit stellt Kapitel 5 dar. Gegenstand der Untersuchungen sind Planungssituationen, die Bereitstellungsmöglichkeiten der Maschinen auch über die übliche Betriebszeit hinaus ermöglichen. Die gliederungstechnische Aufbereitung des Kapitels entspricht - bis auf den hier nicht behandelten Punkt Modifikationen und Erweiterungen - den vorherigen Strukturierungen: Im Anschluß an die Kennzeichnung der Modellsituation wird ein situationsspezifisches Ausgangsmodell zur Auftragsfolgeplanung entwickelt. Im Falle des sukzessiven Planungsvorgehens folgt die Personalbereitstellungs- der Auftragsfolgeplanung, die hier insbesondere Abweichungen zwischen Maschinenbetriebszeiten und Arbeitszeiten problematisiert. Zuletzt wird skizziert, wie ein simultanes Entscheidungsmodell zur Auftragsfolge- und Personalplanung bei einer zeitlich flexibilisierten Maschinenausstattung aussehen kann.

In der kritischen Schlußbetrachtung, dem letzten Kapitel der Arbeit, werden ausblickhaft erreichte Grenzen und weiterreichende Probleme aufgezeigt, die im Rahmen der Untersuchungen ersichtlich geworden sind.

2. GRUNDMODELLE ZUR AUFTRAGSFOLGE UND PERSONALPLANUNG

2.1. KENNZEICHNUNG DER MODELLSITUATION

Die Modelle in diesem Kapitel werden als Grundmodelle zur Auftragsfolge- und Personalplanung bezeichnet, da die hier betrachtete Planungssituation - insbesondere die Maschinenausstattungsituation - mit derjenigen übereinstimmt, für die (historisch gesehen) die ersten Entscheidungsmodelle zur Auftragsfolgeplanung entwickelt wurden⁵²⁾ und die in der einschlägigen Literatur vorherrscht. Die Annahmen bezüglich der vorhandenen Maschinenkapazitäten sind, was deren quantitative, qualitative und auch zeitliche Dimension angeht, derart einschränkend, daß sich keine (zusätzlichen) Mehrdeutigkeiten für die Zuordnung von Aufträgen und Maschinen ergeben können (vgl. 2.5.).

Im einzelnen basieren die Ausführungen zu den Grundmodellen der Auftragsfolge- und Personalplanung auf den folgenden Annahmen, die in weiten Teilen auch für die übrigen Kapitel Gültigkeit haben, aber an der jeweiligen Stelle je nach betrachteter Planungssituation entsprechend präzisiert, modifiziert, ergänzt oder aufgehoben werden:⁵³⁾

- Das innerhalb des (endlichen) Planungszeitraumes zu fertigende Produktionsprogramm ist nach Art und Umfang gegeben ('statisches Ablaufproblem')⁵⁴⁾. Innerhalb des Planungszeitraumes bestehen hierauf keine Einflußmöglichkeiten.
- Die dem Unternehmen zur Verfügung stehenden Maschinen sind nach Art und Umfang für den gesamten Planungszeitraum konstant.⁵⁵⁾ Von jedem Maschinentyp k ($k = 1, 2, \dots, K$) hat das Unternehmen genau eine Maschine⁵⁶⁾, die darüber hinaus keinerlei Variationen hinsichtlich ihrer Bearbeitungsintensitäten zuläßt. Die zeitlichen Nutzungsmöglichkeiten der Maschinen seien durch die (äquidistanten) Teilperioden⁵⁷⁾ des Planungszeitraumes ('übliche Betriebszeit') begrenzt; z.B. Zusatzschichten können nicht gefahren werden.
- Es liegt Mehrfachproduktion vor, d.h., es werden unterschiedliche Produkte betrachtet, die als (voneinander unabhängige Fertigungs-)Aufträge im Ganzen den Fertigungsprozeß durchlaufen, wobei sie mit $i = 1, 2, \dots, I$ durchnummeriert werden. Eine Splittung der Aufträge in Teilaufträge (Bildung von Fertigungslosen)⁵⁸⁾ ist nicht vorgesehen. Auch sollen die Fertigungstypen der Einzel- und Massenfertigung ausgeblendet und die Serien- oder Sortenfertigung in das Betrachtungsfeld gerückt werden. Auf eine Präzisierung diesbe-

52) Vgl. z.B. BOWMAN (1959); DANTZIG (1959); MANNE (1960); WAGNER (1959).

53) Zu den nachfolgenden Annahmen vgl. auch ADAM (1969), (1986); BAKSHI/ARORA (1969); DINKELBACH (1977); DOMSCHKE/SCHOLL/VOß (1993); FRENCH (1982); HILKE (1981); LIESEGANG/SCHIRMER (1975); SEELBACH (1975), (1979), (1993); SIEGEL (1974); SISSON (1959).

54) Vgl. ADAM (1990), S. 726.

55) Der betriebliche Teilbereich 'Investition' wird ausgeklammert.

56) In diesen Fällen kann immer auch von 'Maschine k ' gesprochen werden.

57) Jede Periode (z.B. Tag) besteht aus einer festen Menge von Zeiteinheiten (z.B. 10 Stunden); vgl. auch DOMSCHKE/SCHOLL/VOß (1993), S. 65.

58) Die Planung der innerbetrieblichen Auftragsgröße sei als abgeschlossen zu betrachten.

züglich wird verzichtet, da qua weiterer Annahmen die wesentlichen Unterschiede (insbesondere z.T. umfangreiche Rüstvorgänge bei Serienfertigung) weitgehend nivelliert werden.

- Wird die Bearbeitung eines Auftrages auf einer Maschine begonnen, so ist diese ohne Unterbrechung zu Ende zu führen; eine Splittung der Bearbeitung in zeitlicher Hinsicht wird also ausgeschlossen.
- Die gleichzeitige Bearbeitung unterschiedlicher Arbeitsgänge ($\hat{=}$ Positionen der Maschinenfolge) eines Auftrages sei unzulässig. Dies bedeutet, daß die Bearbeitung eines Auftrages auf einer Maschine vollständig abgeschlossen sein muß, bevor der Auftrag auf einer anderen Maschine weiter bearbeitet werden darf (geschlossene Fertigung). Es wird zudem von sequentieller Bearbeitung der Arbeitsgänge ausgegangen.
- Jede Maschine wird jeweils nur von einem Auftrag belegt, d.h., die gleichzeitige Bearbeitung unterschiedlicher Aufträge auf einer Maschine wird nicht zugelassen.
- Die (in Perioden ausgewiesenen) Dauern, die die einzelnen Maschinen zur Bearbeitung der betrachteten Aufträge benötigen, sind vorgegeben (und tendenziell unterschiedlich lang);⁵⁹⁾ außerdem seien sie unabhängig von dem Platz, den der jeweilige Auftrag in der Auftragsreihenfolge der einzelnen Maschinen einnimmt. Somit können die Maschinen z.B. weder 'heiß laufen' (Bearbeitungsdauern nehmen tendenziell zu) noch wird die 'optimale Betriebstemperatur' erst allmählich eingefahren (Bearbeitungsdauern nehmen tendenziell ab).
- Transport-, Produktionsauflegungs- und Rüstzeiten werden nicht explizit ausgewiesen, da sie entweder vernachlässigbar gering oder in den gegebenen Bearbeitungsdauern enthalten seien.
- Die Maschinenfolgen der einzelnen Aufträge seien bekannt und zumindest (phasenweise) für einige Aufträge unterschiedlich. Diese und z.T. die nächste Annahme unterscheidet das hier betrachtete Job-Shop-Scheduling-Problem von dem Flow-Shop-Scheduling-Problem.⁶⁰⁾
- Identität der Auftragsfolgen auf den einzelnen Maschinen ist nicht gefordert, kann jedoch Ergebnis der Planung sein. Die Aufträge seien so beschaffen, daß keine weiterreichenden Restriktionen für die Auftragsfolgen aufgrund gegenseitiger Unverträglichkeiten (z.B. chemische Reaktionen bei direktem Kontakt) nötig werden; 'Schwarz-Weiß'-Folgen sind nicht zu beachten.
- Jeder Auftrag sei auf jeder Maschine genau einmal zu bearbeiten (traditionelles Job-Shop-Scheduling-Problem). Dies schließt aus, daß Aufträge auf einzelne Maschinen zu einer erneuten Bearbeitung 'zurückkehren' und daß einige Maschinen nicht das gesamte Spektrum sondern nur ein paar Aufträge bearbeiten müssen.

59) Hierin sind sowohl Zeiten, in denen an den Aufträgen gearbeitet wird, als auch Zeiten, in denen die direkte Bearbeitung ruht (z.B. Trockenvorgänge; Maschinenumstellung), enthalten; vgl. z.B. DICKHUT (1966), S. 69; SEELBACH (1975), S. 14.

60) Vgl. z.B. BRUCKER (1981), S. 15 - 16; (1995), S. 162 - 167; DOMSCHKE/SCHOLL/ VOß (1993), S. 255; ELMAGHRABY (1968), S. 207; LAWLER (1983); MELLOR (1966).

- Weist der zu realisierende Auftragsfolgeplan Wartezeiten der Aufträge aus, so sollen die Lagerkapazitäten des Unternehmens nicht restriktiv wirken; eine Zwischenlagerung der Aufträge sei jederzeit möglich. Für den Fall, daß im Rahmen der Auftragsfolgeplanung Leerzeiten der Maschinen entstehen, führt dies zu keinen Anlaufproblemen (z.B. Vorglühen) der Maschinen.
- Der Planungshorizont ist so zu wählen, daß innerhalb des betrachteten Zeitraumes die Bearbeitung aller Aufträge abgeschlossen werden kann. Ein Auftragsfolgeplan kann demzufolge nur dann zulässig sein, wenn der Zeitpunkt der Fertigstellung des letzten im Fertigungsprozeß befindlichen Auftrages (Zykluszeit) kleiner ist als der Endzeitpunkt des Planungszeitraumes. Orientierungshilfen bei der Bestimmung des Planungshorizontes könnten zum einen Heuristiken⁶¹⁾ zur Generierung einer ersten zulässigen Ausgangslösung,⁶²⁾ zum anderen (eher globale) Abschätzungen anhand der gegebenen Bearbeitungsdauern liefern. Diese Annahme erhält besonders im Zusammenhang mit der Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal große Bedeutung, da der Formulierungsaufwand diesbezüglicher Modelle (wegen der hier vorgenommenen diskreten Zeitbetrachtung) mit zunehmendem Planungszeitraum ansteigt.
- Vorgegebene Auslieferungstermine für die Aufträge seien nicht anzunehmen bzw. die Zeitpunkte, an denen die Endprodukte für den Absatz bereit zu stellen sind, liegen jenseits des Planungszeitraumes. Kein Auftrag hat damit (per se) vorrangige Priorität was die Einplanung in die Auftragsfolgen angeht.
- Alle Aufträge liegen zu Beginn des Planungszeitraumes zur Bearbeitung bereit.⁶³⁾ (Diese sowie die vorhergehende Annahme könnten aber durch einfache Kleiner- bzw. Größergleich-Bedingungen für die entsprechenden Modellvariablen weitgehend entschärft werden.)
- Wartungszeiten und/oder störungsbedingte Ausfallzeiten der Maschinen sind nicht anzunehmen.
- Zielsetzung der Auftragsfolgeplanung sei die Minimierung der Durchlaufzeiten⁶⁴⁾ (Minimierung der Summe aller Durchlaufzeiten bzw. Gesamtdurchlaufzeit). Die Durchlaufzeit als Zielkriterium hat eine gewisse Schlüsselstellung im Rahmen möglicher zeitlicher Kriterien: Zielkriterien werden als regulär bezeichnet, wenn ihre Ausprägung monoton mit der Durchlaufzeit steigt.⁶⁵⁾ Bei Verwendung regulärer Zielkriterien müssen

61) Angesprochen ist hier vor allem die Gruppe der Eröffnungsverfahren; vgl. MÜLLER-MERBACH (1973), (1975a), (1976); ZANAKIS/EVANS/VAZACOPOULOS (1989).

62) Von besonderer Bedeutung sind in diesem Zusammenhang Prioritätsregelverfahren; Näheres hierzu in Punkt 2.4.

63) Es werden nur deterministische Planungssituationen betrachtet, da "... a priori knowledge of ready times and processing times of tasks ..." (BLAZEWICZ (1987), S. 6) unterstellt wird.

64) Die Durchlaufzeit beschreibt hier die Zeitspanne vom Beginn des Planungszeitraumes bis zur Fertigstellung des jeweiligen Auftrages, da zu Beginn des Planungszeitraumes annahmegemäß alle Aufträge bereitstehen.

Zum Begriff der Durchlaufzeit und ihrer Determinanten vgl. z.B. ADAM (1990), S. 688 - 689, 743 - 744; ELLINGER (1959), (1969); HEINEMEYER (1979); STÄHLY (1964).

65) Vgl. u.a. CONWAY/MAXWELL/MILLER (1967), S. 12; KISTNER/STEVEN (1993), S. 119.

aus der Vielzahl der möglichen nur die aktiven Auftragsfolgepläne⁶⁶⁾ näher betrachtet werden. Darüber hinaus sind reguläre Zielkriterien äquivalent in Bezug auf den erzeugten Auftragsfolgeplan, so daß (z.T.) Kriteriensubstitution möglich wäre.⁶⁷⁾ Mit der Zielsetzung der Durchlaufzeitminimierung werden Auftragsfolgepläne angestrebt, die ein möglichst frühzeitiges Bearbeitungsende aller zu bearbeitenden Aufträge in Aussicht stellen. (Dem gegenüber stehen Auftragsfolgepläne, die eine möglichst gleichmäßige Belastung der Fertigungskapazitäten über den gesamten Planungszeitraum ermöglichen;⁶⁸⁾ diesbezüglich vgl. weiter unten.)

Die bisherigen Annahmen betreffen inhaltlich die 'Auftrags-Maschinen'-Zuordnungsproblematik. Im Zusammenhang mit der Zuordnung von Arbeitskräften zu Maschinen werden ergänzend folgende Bedingungen formuliert, die im Kern⁶⁹⁾ auch Grundlage der weiteren Kapitel sind:

- Aus der Menge der bereitstellbaren Arbeitskräfte werden homogene (und disjunkte) Kategorien r ($r = 1, 2, \dots, R$) gebildet, je nachdem, welche Maschinentypen die Arbeitskräfte bedienen können. Die Zuordenbarkeit von Arbeitskräften zu Maschinen sei auftragsunabhängig, d.h., daß, wenn Arbeitskräfte der Kategorie r eine Maschine k bedienen können, deren Einsatz nicht zusätzlich davon abhängig gemacht wird, welcher Auftrag bearbeitet wird.
- Die Personalanfangsausstattung ist Null. Der Umfang und die Struktur der Personalausstattung wird durch vorgegebene, categoriespezifische Obergrenzen restringiert, unterliegt aber ansonsten keinen weiteren Einflüssen. Die Arbeitskräfte des Unternehmens können im Zeitablauf also nicht entlassen, eingestellt, befördert, geschult, versetzt etc. werden.
- In Perioden, in denen einer Maschine ein Auftrag zur Bearbeitung zugewiesen wird, muß der Einsatz von Arbeitskräften zur Bedienung dieser Maschine gewährleistet werden. Hat dagegen die Maschine in einer Periode eine Leerzeit, soll ein Einsatz von Arbeitskräften unterbleiben. Die Bereitstellung von Wartungs-, Reinigungs-, Rüstpersonal etc. ist nicht Gegenstand der Planung. Neben dem Einsatz der Arbeitskräfte im Zusammenhang mit der Auftragsbearbeitung sollen keine alternativen Einsatzmöglichkeiten (z.B. in der Schulung) vorgesehen werden.
- Der Bedarf an Arbeitskräften zur Bedienung der Maschinen wird nicht nach unterschiedlichen Tätigkeiten q ($q = 1, 2, \dots, Q$) wie z.B. Bestücken der Maschine, Steuern der Maschine, Entladen der Maschine etc. präzisiert.

66) Aktive Pläne sind dadurch gekennzeichnet, daß "... keine Operation vorgezogen werden kann, ohne daß eine andere zurückgestellt wird" (KISTNER/STEVEN (1993), S. 116).

Hierzu vgl. auch BAKER (1974), S. 181 - 187; CONWAY/MAXWELL/MILLER (1967), S. 109 - 112; FRENCH (1982), S. 156; GEORGI (1995), S. 32 - 35; GIFFLER/THOMPSON (1960); NEIDHART (1967).

67) Vgl. KISTNER/STEVEN (1993), S. 121.

68) Vgl. GUTENBERG (1983), S. 215 - 220.

69) Auf etwaige Abänderungen einzelner Annahmen wird an entsprechender Stelle hingewiesen.

- Es werden keine Eignungsfaktoren berücksichtigt, so daß die Arbeitskräfte zur Bedienung einer Maschine nur entweder vollständig oder überhaupt nicht geeignet sind.⁷⁰⁾ Weiter wird davon ausgegangen, daß die Arbeitskräfte die Bedienung von Maschinen weder verlernen, noch daß sie bei mehrperiodig andauerndem Einsatz an einer bestimmten Maschine dort Übungseffekte realisieren können. Die Arbeitskräfte haben zudem keine Präferenzen bezüglich ihres Einsatzes an bestimmten Maschinen.
- Die Arbeitsintensitäten seien nicht variierbar und haben ohnehin keinen Effekt auf die Bearbeitungsdauern der Aufträge; ein Vor- oder Nacharbeiten sei nicht möglich.
- Die (vertragliche) Arbeitszeit entspricht der Maschinenbetriebszeit, Überstunden fallen nicht an und z.B. auch Probleme der Schichtplanung, Pausenplanung etc. sind auszublenden. Werden in einer Periode nicht alle Arbeitskräfte des Unternehmens eingesetzt, entstehen auf ihren Arbeitszeitkonten keine Negativsalden.
- Die Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal erfolgt unter der Zielsetzung Gehaltskostenminimierung (Minimierung der Summe der Gehaltskosten). In Abhängigkeit von ihrer Kategoriezugehörigkeit kostet jede Arbeitskraft der Personalausstattung im Planungszeitraum einen bestimmten Geldbetrag - unabhängig davon, ob sie auch über den gesamten Planungszeitraum eingesetzt wird. Das Zielkriterium Minimierung der Gehaltskosten stellt in gewisser Hinsicht ein inhaltliches Gegenstück zu der Zielsetzung Minimierung der Durchlaufzeiten dar: Indem sich der Zielfunktionswert Gehaltskosten pro dem Unternehmen verfügbar gemachter Arbeitskraft um einen spezifischen Betrag verschlechtert, wird eine optimale Lösung die möglichst umfangreiche Auslastung der Personalkapazitäten (als eine Form der Fertigungskapazitäten) anstreben, zumal keine gegenläufigen Zielfunktionskomponenten⁷¹⁾ berücksichtigt werden. Lautet bei einer simultanen Planung der Auftragsfolgen und der Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal die Zielsetzung Gehaltskostenminimierung, lassen sich im Vergleich zur Zielsetzung Durchlaufzeitminimierung u.U. konträre Ergebnisse erzielen.⁷²⁾

2.2. SUKZESSIVE AUFTRAGSFOLGE- UND PERSONALPLANUNG BEI GEGEBENEN BEARBEITUNGSDAUERN

2.2.1. AUFTRAGSFOLGEPLANUNG ALS INITIALPLANUNG

2.2.1.1. AUSGANGSMODELL

Im folgenden soll ein Modell der (gemischt-)ganzzahligen Planungsrechnung vorgestellt werden, mit dem der optimale zeitliche Fertigungsablauf des in 1.1.1 charakterisierten Job-Shop-

70) "... workers are completely efficient at some work centers and completely inefficient at other work centers, instead of partially efficient at some work centers." PARK/ BOBROWSKI (1989).

71) Es werden z.B. keine Kosteneinsparungen durch den Einsatz überschüssiger Arbeitskräfte zur Erledigung von Tätigkeiten (z.B. Renovierung), für die meist andere Arbeitskräfte herangezogen werden, erfaßt.

72) In Zusammenhang mit dieser Problematik vgl. GUTENBERG (1983), S. 215 - 218 und auch DICKHUT (1966); GÜNTHER (1971), (1972); HOSS (1965); MENSCH (1972); MÜLLER-MERBACH (1970); MUSCATI (1967); SCHWEITZER (1967); SEELBACH (1975); WITTE (1986).

Scheduling-Problems bestimmt werden kann.⁷³⁾ Der Modellierungsvorschlag geht auf MANNE (1960) zurück,⁷⁴⁾ soll aber in Anlehnung an SEELBACH (1975) dargestellt werden, der ausdrücklich auch unterschiedliche Maschinen in dem Planungsansatz erfaßt.⁷⁵⁾ Für jede Maschine soll deren Auftragsfolge bestimmt werden, wobei es gilt, die Summe der Durchlaufzeiten aller Aufträge zu minimieren (Gestaltung der zeitlichen Fertigungsablaufplanung ausschließlich nach Terminaspekten) und die (annahmegemäß) technisch (oder aufgrund von Auftragspezifika) vorgegebenen und (zumindest teilweise) unterschiedlichen Maschinenfolgen der einzelnen Aufträge zu berücksichtigen.

Unter Beachtung der Symbole

I	$= \{i, j \mid i, j = 1, 2, \dots, I; i, j \text{ ist ein (Fertigungs)Auftrag}\}$
K	$= \{k, l \mid k, l = 1, 2, \dots, K; k, l \text{ ist ein Maschinentyp}\}$ ⁷⁶⁾
Π_i	$= \{\pi_i \mid \pi_i = 1, 2, \dots, \Pi_i; \pi_i \text{ ist eine Position in der vorgegebenen Maschinenfolge des Auftrages } i\}$ ⁷⁷⁾
$\overline{d}_{ik}$	$= \text{gegebene Bearbeitungsdauer des Auftrages } i \text{ auf Maschinentyp } k$
$\overline{d}_{ik'}$	$= \text{gegebene Bearbeitungsdauer des Auftrages } i \text{ auf demjenigen Maschinentyp } k' \text{ (} k' = f(\pi_i) \text{), der an } \pi\text{-ter Stelle der Maschinenfolge des Auftrages } i \text{ steht}$
M	$= \text{hinreichend große Zahl}$
D_i	$= \text{Durchlaufzeit des Auftrages } i$
h_{ik}	$= \text{Bearbeitungsbeginn von Auftrag } i \text{ auf Maschinentyp } k$ ⁷⁸⁾
$h_{ik'}$	$= \text{Bearbeitungsbeginn von Auftrag } i \text{ auf demjenigen Maschinentyp } k' \text{ (} k' = f(\pi_i) \text{), der an } \pi\text{-ter Stelle der Maschinenfolge dieses Auftrages steht}$
$h_{ik''}$	$= \text{Bearbeitungsbeginn von Auftrag } i \text{ auf demjenigen Maschinentyp } k'' \text{ (} k'' = f(\pi_i + 1) \text{), der an } \pi + 1\text{-ter Stelle der Maschinenfolge dieses Auftrages steht}$
u_{ijk}	$= \text{Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag } i \text{ vor Auftrag } j \text{ auf Maschinentyp } k \text{ bearbeitet wird,}^{79) \text{ sonst den Wert 0}}$

73) Zur Bestimmung der zeitlichen Struktur der Auftragsbearbeitung werden in der Literatur neben der (gemischt-)ganzzahligen Programmierung auch andere Methoden, wie z.B. Simulationen, Heuristiken etc., diskutiert; vgl. u.a. ELMAGHRABY (1968), S. 210 - 216; MÜLLER (1970); MÜLLER-MERBACH (1970), S. 172 - 175.

74) Alternative Formulierungen bieten BOWMAN (1959), DANTZIG (1959), PRITSKER/WATTERS/WOLFE (1969), HAEHLING VON LANZENAUER/HIMES (1970) und WAGNER (1959) an. Hierzu vgl. auch BLAZEWICZ/DROR/WEGLARZ (1991); FISHER/LAGEWEG/LENSTRA/RINNOOY KAN (1983); GREENBERG (1968); LIAO/YOU (1992).

75) Im weiteren Unterschied zu MANNE (1960) operiert SEELBACH (1975) mit einer großen Zahl C (sie entspricht in den vorliegenden Ausführungen M). In den Originalausführungen werden eher 'spezifische Obergrenzen' eingestellt, indem zum Endzeitpunkt des Planungszeitraumes $\overline{d}_{ik}$ bzw. $\overline{d}_{jk}$ addiert wird.

76) In der Symboldefinition wird die Bezeichnung 'Maschinentyp k ' durchgängig beibehalten, obwohl im Text je nach Situation z.T. nur von 'Maschine k ' gesprochen wird.

77) Mengen werden durchgängig **fett** markiert. Die Buchstaben des griechischen Alphabetes sind so aber nicht kenntlich genug, so daß I_i und Φ_i *kursiv* dargestellt werden.

78) Über diesen Variablentyp (h_{ik} , $h_{ik'}$, $h_{ik''}$) werden Zeitpunkte bestimmt.

79) Dies bedeutet nicht, daß Auftrag i zwangsweise direkt vor Auftrag j bearbeitet wird.

kann das Modell A wie folgt formal dargestellt werden:⁸⁰⁾

Zielfunktion:

$$(A.Z) \quad \sum_{i=1}^I D_i = \min!$$

u.d.N.:

$$(A.1) \quad h_{ik'} + \overline{d_{ik'}} \leq h_{ik''} \quad \forall i \in I; k' = f(\pi_i) \text{ und } k'' = f(\pi_i + 1) \text{ mit } \pi_i = 1, \dots, \Pi_i - 1;$$

$$(A.2) \quad h_{ik'} + \overline{d_{ik'}} \leq D_i \quad \forall i \in I; k' = f(\pi_i) \text{ mit } \pi_i = \Pi_i;$$

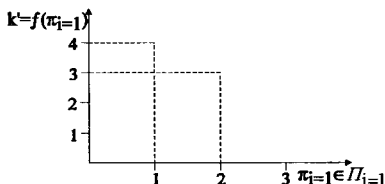
Durch die Restriktionen (A.1) und (A.2) soll sichergestellt werden, daß die (aus technischen und/oder auftragsspezifischen Gründen) vorgegebenen Maschinenfolgen der einzelnen Aufträge eingehalten werden. Mit Hilfe der eindeutigen Abbildungen von π_i auf k' bzw. k'' ⁸¹⁾ ergibt sich beispielsweise für k' der Wert 4 und für k'' der Wert 3, wenn Maschine 4 an erster und Maschine 3 an zweiter Position in der Maschinenfolge des Auftrages $i = 1$ steht ($4 = f(\pi_{i=1} = 1)$ bzw. $3 = f(\pi_{i=1} = 1 + 1)$).⁸²⁾ Diese strikte Formulierung führt für das Beispiel zu der Ausformulierung $h_{14} + \overline{d_{14}} \leq h_{13}$ und gewährleistet, daß die Bearbeitung des Auftrages $i = 1$ auf derjenigen Maschine (im Beispiel Maschine $k = 3$), die an $\pi_{i=1} + 1$ -ter Stelle (im Beispiel 2-ter Stelle) der Maschinenfolge dieses Auftrages liegt, erst nach erfolgter Bearbeitung des Auftrages auf derjenigen Maschine (im Beispiel Maschine $k = 4$), die an $\pi_{i=1}$ -ter Stelle (im Beispiel 1-ter Stelle) der Maschinenfolge des Auftrages liegt, begonnen werden kann. Der Zeitpunkt des Bearbeitungsendes auf derjenigen Maschine, die in der letzten Maschinenfolgeposition (Π_i) des Auftrages i steht, bestimmt gemäß (A.2) und in Verbindung mit der Zielfunk-

80) Aus dem im Anhang befindlichen Verzeichnis der Modelle (S. 241) läßt sich ersehen, aus welchen Bestandteilen die einzelnen Modelle bestehen und ab welcher Seite sie behandelt werden.

81) Vgl. OHSE (1989a), S. 74 - 79. Eine eindeutige Abbildung liegt nur dann vor, wenn jeder Auftrag auf jeder Maschine höchstens einmal bearbeitet wird. 'Kehrt' ein Auftrag im Rahmen seiner Bearbeitung auf eine Maschine 'nochmals zurück', handelt es sich um eine eindeutige Abbildung von π_i auf k' . Mehrdeutige Abbildungen sind durch die Annahmen (vorrangig: Maschinenfolge der einzelnen Aufträge liegt ex ante fest) für den hier angesprochenen Problemtyp ausgeschlossen.

Zu einer ähnlichen Formalisierung vgl. auch NÉMETI (1964), S. 88.

82) Zur Verdeutlichung diene folgende Graphik:



tion dessen Durchlaufzeit - sofern keine Wartezeiten zum Ende der Auftragsbearbeitung (z.B. Nachlagerung⁸³⁾) vorzusehen sind.⁸⁴⁾

$$(A.3) \quad h_{ik} + \overline{d_{ik}} \leq h_{jk} + M \cdot (1 - u_{ijk}) \quad \forall i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I; k \in K;$$

$$(A.4) \quad h_{jk} + \overline{d_{jk}} \leq h_{ik} + M \cdot u_{ijk} \quad \forall i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I; k \in K;$$

Über die Restriktionen (A.3) und (A.4) erfolgt die Einordnung der einzelnen Aufträge in die Auftragsfolgen der einzelnen Maschinen. Die Zuordnung eines Auftrages i zu einer Maschine k kann dabei nur erfolgen, wenn der Auftrag zur Bearbeitung zur Verfügung steht und wenn die Maschine nicht durch einen anderen Auftrag j belegt wird. Über die Ausprägung der Binärvariablen u_{ijk} wird gesteuert, welche der beiden Restriktionen (A.3) oder (A.4) restriktiv wirkt und welche letztlich jeweils eine redundante Restriktion darstellt. Gilt für die Maschine k beispielsweise, daß Auftrag i vor Auftrag j in der Auftragsfolge dieser Maschine steht, so ist zu fordern, daß der Bearbeitungsbeginn h_{jk} größer oder gleich sein muß als der Bearbeitungsbeginn h_{ik} zuzüglich der Bearbeitungsdauer $\overline{d_{ik}}$. Die Binärvariable u_{ijk} nimmt in diesem Fall den Wert 1 an, wodurch (A.3) ex post zur notwendigen Bedingung wird. Entsprechend dem Ausformulierungsbereich der Restriktionen muß jede Maschine k von jedem Auftrag i genau einmal belegt werden.

Für die Modellvariablen gelten folgende Definitionsbereiche:

$$(A.5) \quad \begin{aligned} h_{ik} &\in \mathbb{N}_0 & \forall i \in I; k \in K; \\ D_i &\geq 0 & \forall i \in I; \\ u_{ijk} &\in \{0, 1\} & \forall i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I; k \in K; \end{aligned}$$

Indem in (A.5) gefordert wird, daß die h_{ik} -Variablen der Menge der natürlichen Zahlen einschließlich der Null entstammen müssen, wird der Übergang einer kontinuierlichen zu einer diskreten Zeitbetrachtung vorbereitet,⁸⁵⁾ was der Erleichterung weiterführender Modellformulierungen dienen soll. Zwar ist Ganzzahligkeit der h_{ik} -Werte im Rahmen eines sukzessiven Pla-

83) Könnte als Bearbeitungsvorgang mit (z.B. Abkühlung 'in' der Maschine) oder ohne (z.B. Abkühlung im Lager) Bindung von Maschinenkapazitäten behandelt werden. Im ersten Fall muß die entsprechende Bearbeitungsdauer höher angesetzt werden, im zweiten Fall müßte eine eigenständige 'Maschinenfolgeposition' generiert werden.

84) Der ungewöhnlich anmutende Allquantor der Restriktionen (A.1) und (A.2) kann unter Zuhilfenahme des Symbols

$K_{\pi_i} := \{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der an } \pi_i\text{-ter Position der Maschinenfolge des Auftrages } i \text{ eingeplant werden muß}\};$ (Diese spezifischen Mengen enthalten jeweils nur ein Element, da keinerlei Optionen bezüglich der Bereitstellung von Maschinen bestehen.)

wie folgt modifiziert werden:

(A.1') $h_{ik'} + \overline{d_{ik'}} \leq h_{ik''}$ $\forall i \in I; \pi_i = 1, \dots, \Pi_i - 1; k' \in K_{\pi_i}; k'' \in K_{\pi_i+1};$

(A.2') $h_{ik'} + \overline{d_{ik'}} \leq D_i$ $\forall i \in I; \pi_i = \Pi_i; k' \in K_{\pi_i};$

85) Simultane Modelle zur Personal- und Produktionsablaufplanung vereinen Zeitpunkt- und Zeitraumbetrachtungen (vgl. BRAUN (1995), S. 68 - 69). Einer Zeitraumbetrachtung, i.S.v. Periodisierung, soll (vor allem wegen den Definitionen der verwendeten Personalplanungsgrößen) im weiteren der Vorzug gegeben werden. Die relevanten Zeitpunkte werden dann mit dem zugrunde gelegten Periodenraster in Zusammenhang gesetzt.

nungsvorgehens weniger von Wichtigkeit, da die zeitliche Rasterung bei einer nachfolgenden Personalplanung den Eckdaten des zugrunde gelegten Auftragsfolgeplans angepaßt werden muß. Letztendlich ist aber (auch) eine Harmonisierung zwischen personalwirtschaftlich relevanten Zeitpunkten (z.B. Entlassung immer nur zu Beginn eines Quartals möglich) und den charakteristischen Zeitpunkten des Auftragsfolgeplans (z.B. Zeitpunkte, in denen mit einer Bearbeitung begonnen wird) sicherzustellen, wodurch das Problem eventuell nur auf eine andere Planungsebene verlagert wird.

Wird der Planungszeitraum im weiteren in einzelne Teilperioden t ($t = 1, 2, \dots, T$) unterteilt, so sollen die h_{ik} -Variablen jeweils nur die Ausprägungen der Beginnzeitpunkte der einzelnen Perioden⁸⁶⁾ annehmen können.⁸⁷⁾ Die h_{ik} -Variablen stellen (besonders) in (simultanen) Modellen der Auftragsfolge- und Personalplanung die die beiden betrieblichen Funktionsbereiche verbindenden 'Schlüsselvariablen' dar. Auf die zugrunde gelegte Zeitstruktur projiziert informieren sie darüber, in welchen Zeiträumen die jeweiligen Maschinen durch welche Aufträge belegt werden und demzufolge Arbeitskräfte zur Maschinenbedienung bzw. Auftragsbearbeitung bereitzustellen sind. Wenn zum einen aus Vereinfachungsgründen und zum anderen aus Gründen der Modellkonstruktion nur ganzzahlige Bearbeitungsdauern vorgegeben werden,⁸⁸⁾ könnte die Bedingung (A.5) für die h_{ik} -Variablen als einfache Nichtnegativitätsbedingung formuliert werden.⁸⁹⁾

Die Restriktionen (A.3) und (A.4) dürfen nicht wie bei SEELBACH (1975), S. 53 für alle $i, j \in I$ ($i \neq j$) ausformuliert werden,⁹⁰⁾ sondern nur für alle $i = 1, \dots, I-1$ und für alle $j = i+1, \dots, I$, denn sonst werden anstelle von $\left(\frac{1}{2}\right) \cdot K$ -Binärvariablen (u_{ijk}) und anstelle von $I \cdot (I-1) \cdot K$ -Auftragsfolgebedingungen ((A.3) und (A.4)) jeweils die doppelte Anzahl entsprechender Variablen und Restriktionen generiert. Gilt beispielsweise $I = \{i \mid i = 1, 2, 3, 4\}$ so wären maximal (gemäß der Annahme 'jeder Auftrag ist einmal auf jeder Maschine zu bearbeiten') $12 \cdot K$ - u_{ijk} -Variablen zu bilden ($u_{12k}, u_{13k}, u_{14k}, u_{21k}, u_{23k}, u_{24k}, u_{31k}, u_{32k}, u_{34k}, u_{41k}, u_{42k}, u_{43k}$)⁹¹⁾, anstelle der tatsächlich benötigten $\left(\frac{4}{2}\right) \cdot K$ - u_{ijk} -Variablen ($u_{12k}, u_{13k}, u_{14k}, u_{23k}, u_{24k}, u_{34k}$). Gleiches gilt für die Anzahl an aufzustellenden Restriktionen des Typs (A.3) und (A.4).

86) Der Beginnzeitpunkt der ersten Teilperiode sei Null. Der Beginnzeitpunkt einer Periode t sei identisch mit dem Endzeitpunkt der Vorperiode $t-1$. Der Endzeitpunkt der letzten Teilperiode entspricht damit T .

87) Das wird in der Arbeit durchgängig so gehandhabt, auch wenn sich aufgrund der Beispieldaten z.T. gar keine Werte ergeben können.

88) Dies bewirkt eine künstliche 'Diskretisierung' der an sich kontinuierlichen Zeitbetrachtung.

89) Wenn die frühest möglichen Beginnzeitpunkte für alle Bearbeitungen - ebenso wie die Bearbeitungsdauern selbst - ganzzahlig (bzw. Null) sind und eine möglichst frühzeitige Einplanung aller Bearbeitungen in den Planungszeitraum angestrebt wird, hat der Lösungspolyeder ausschließlich ganzzahlige Ecken. Generell gilt, daß für Modellvariablen, für die Ganzzahligkeit gefordert wird, dann deren Definitionsbereich $\mathbb{N}_0$ auf den Bereich $\mathbb{R}_0^+$ erweitert werden kann, wenn der Fall der 'natürlichen Ganzzahligkeit' bzw. eine unimodulare Koeffizientenmatrix vorliegt; vgl. u.a. BARTELS (1993), Sp.2961; BURKHARD (1989), S. 375; HOFFMAN/KRUSKAL (1956); HU (1972), S. 148 - 152; OHSE (1989b), S. 312 - 313.

90) Diesen Ausformulierungsbereich sehen z.B. auch KISTNER/STEVEN (1990) oder PAULIK (1984) vor.

91) Für alle diese Kombinationen gilt $i, j \in I$ ($i \neq j$).

Nach Einführung des Symbols

$I_k = \{i \mid i \text{ ist ein Auftrag, der von Maschinentyp } k \text{ bearbeitet werden muß}\}$

kann die Annahme, daß alle Aufträge auf allen Maschinen genau einmal bearbeitet werden müssen, aufgehoben werden; es soll jedoch weiterhin gelten, daß keine Maschine in der Maschinenfolge des Auftrages mehr als einmal steht, d.h., daß kein Auftrag auf eine Maschine 'zurückkehrt'. Zur Abbildung dieses Sachverhaltes, muß der Ausformulierungsbereich für die Restriktionen (A.3) und (A.4) nun lauten: $\forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j$. Die Auftragsfolgebbedingungen sind demnach nur für diejenigen Elementpaare i, j ($i, j \in I_k$) aufzustellen, für die $i < j$ gilt, da alle anderen Konstellationen lediglich tautologische Komplemente wären. Schließlich muß auch die Restriktion (A.5) modifiziert werden, da die h_{ik} -Variablen nurmehr für alle $k \in K$ und $i \in I_k$ und die u_{ijk} -Variablen nurmehr für alle $k \in K$ und $i, j \in I_k \mid i < j$ definiert sind.⁹²⁾

Zur Verdeutlichung der bisherigen Ausführungen soll nun ein Beispiel betrachtet werden, auf das im weiteren (soweit es die jeweils untersuchte Planungssituation zuläßt) immer wieder Bezug genommen wird. Eventuell vorzunehmende Erweiterungen oder Modifikationen des zugrunde gelegten Datenmaterials sollen dabei an den entsprechenden Stellen angeführt werden.

Für eine beispielhafte Planungssituation, für die in TAB. 1 die Bearbeitungsdaauern $\overline{d}_{ik}$ (erste Teiltabelle) und die vorgegebenen Maschinenfolgen der einzelnen Aufträge ($k' = f(\pi_i)$; zweite Teiltabelle) zu ersehen sind,

i	k				$\pi_i=1$	$\pi_i=2$	$\pi_i=3$
	1	2	3	4			
1	—	—	4	2	4	3	—
2	3	—	—	3	1	4	—
3	—	2	1	2	2	3	4
4	4	1	2	—	3	1	2

TAB. 1: Angaben zu Beispiel A

ergibt sich der im nachfolgenden Gantt-Diagramm dargestellte durchlaufzeitminimale Auftragsfolgeplan ($\rightarrow$ Beispiel A)⁹³⁾:

- 92) (A.3') $h_{ik} + \overline{d}_{ik} \leq h_{jk} + M \cdot (1 - u_{ijk})$ $\forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j$
 (A.4') $h_{jk} + d_{jk} \leq h_{ik} + M \cdot u_{ijk}$ $\forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j$
 (A.5') $h_{ik} \in \mathbb{N}_0$ $\forall k \in K; i \in I_k$
 $D_i \geq 0$ $\forall i \in I$
 $u_{ijk} \in \{0, 1\}$ $\forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j$
- 93) Mit ' $\rightarrow$ ' wird in diesem Zusammenhang auf den Anhang (hier: Beispiel A) verwiesen, in dem die Ausformulierung des Beispiels sowie dessen Lösung dokumentiert werden.

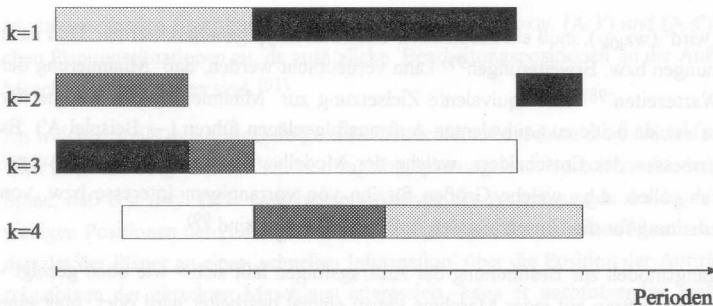


ABB. 2: Auftragsfolgeplan zu Beispiel A

Für dieses Beispiel wird ein Zielfunktionswert von 28 ausgewiesen (Summe der Durchlaufzeiten), wobei Auftrag $i = 1$ eine Durchlaufzeit von 7 Perioden, Auftrag $i = 2$ eine Durchlaufzeit von 8 Perioden, Auftrag $i = 3$ eine Durchlaufzeit von 5 Perioden und Auftrag $i = 4$ eine Durchlaufzeit von 8 Perioden hat. Bei dem vorliegenden Auftragsfolgeplan handelt es sich um einen nicht-unverzögerten aktiven Plan,⁹⁴⁾ da mit der Bearbeitung des Auftrages $i = 1$ auf Maschine $k = 4$ eine Periode früher begonnen werden könnte. Ein Vorziehen dieser Bearbeitung hätte keine Auswirkungen auf den Zielfunktionswert, denn die Bearbeitung keines anderen Auftrages muß zurückgestellt werden. Derartige Mehrdeutigkeiten der Lösung eröffnen dem Entscheider Ausgestaltungsmöglichkeiten.⁹⁵⁾ Sie sind u.a. darauf zurückzuführen, daß - unter Beachtung der Maschinenfolgen - als alleinige Zielsetzung die 'Minimierung der Summe der Durchlaufzeiten' angestrebt wird, denn in dem vorstehenden Planungsansatz zwingt nichts dazu, jede Bearbeitung so weit wie möglich nach links zu verschieben (d.h. vorzuziehen), sondern betroffen sind lediglich einige 'kritische' Bearbeitungen.

2.2.1.2. MODIFIKATIONEN UND ERWEITERUNGEN

Das soeben vorgestellte Ausgangsmodell zur Auftragsfolgeplanung verfolgt eine möglichst zügige Bearbeitung der Aufträge. Dies kann auch erreicht werden, wenn anstelle der Zielsetzung 'Minimierung der Summe der Durchlaufzeiten' z.B. die äquivalente Zielsetzung 'Minimierung der Summe der Wartezeiten' gewählt wird (Modell A').⁹⁶⁾ Zur Formalisierung wird dabei die Variable ($w_{ik'}$) eingeführt, die als Schlupf der Restriktion (A.1) fungiert und definiert ist als 'Wartezeit des Auftrages i zwischen der Bearbeitung auf Maschinentyp k' (Maschinentyp, der an π -ter Stelle seiner Maschinenfolge steht) und der Bearbeitung auf Maschinentyp k (Maschinentyp, der an $\pi+1$ -ter Stelle seiner Maschinenfolge steht)'. Aufgrund dieses Variablentyps wird die Restriktion (A.1) nun als Gleichung formuliert. Zur Abbildung der 'Zeitspanne, die vergeht, bis an Auftrag i die erste Bearbeitung auf Maschinentyp k' ($k' = f(\pi_i = 1)$)

94) Ein Auftragsfolgeplan heißt unverzögert, wenn keine Maschine eine Leerzeit aufweist, in der ein Auftrag zur Bearbeitung ansteht; vgl. z.B. HUTCHISON/CHANG (1990), S. 247; SEELBACH (1975), S. 146 - 148; STORER/WU/VACCARI (1992a), S. 149.

95) Solche Ausgestaltungsmöglichkeiten werden noch betrachtet.

96) Vgl. MENSCH (1968a), S. 43.

vorgenommen wird' (wz_{i0k}), muß ein zusätzlicher Restriktionstyp generiert werden. Und nach diesen Umformungen bzw. Erweiterungen⁹⁷⁾ kann verdeutlicht werden, daß 'Minimierung der Summe aller Wartezeiten'⁹⁸⁾ eine äquivalente Zielsetzung zur 'Minimierung der Summe der Durchlaufzeiten' ist, da beide zu äquivalenten Auftragsfolgeplänen führen ($\rightarrow$ Beispiel A'). Es liegt hier im Ermessen des Entscheiders, welche der Modellvariablen eine explizite Ausgestaltung erfahren sollen, d.h., welche Größen für ihn von vorrangigem Interesse bzw. von vorrangiger Bedeutung für die Umsetzung des Auftragsfolgeplans sind.⁹⁹⁾

Über das Ausgangsmodell zur Bestimmung der Auftragsfolgen läßt sich - wie oben gezeigt - abbilden, daß jeder Auftrag auf jeder Maschine genau einmal bearbeitet wird oder, über eine Modifikation des Ausformulierungsbereiches für die Restriktionen (A.3) - (A.5), daß nicht jeder Auftrag auf jeder Maschine bearbeitet wird. Unter Beibehaltung der Annahme, daß die Maschinenfolgen vorgegeben sind, ist es weiterhin denkbar, daß ein Auftrag im Verlauf seiner Bearbeitung auf eine Maschine einmal (oder mehrmals) zurückkehrt. So könnte beispielsweise für Auftrag $i = 1$ gelten, daß er zuerst auf Maschine $k = 2$, dann auf Maschine $k = 3$, dann auf Maschine $k = 5$ und zuletzt nochmals auf Maschine $k = 2$ eine Bearbeitung erfahren muß. Solche Bearbeitungsvorgaben können in dem Modell über einen weiteren Index (z.B. $m = 1, 2, \dots, M$) erfaßt werden. Für Auftrag $i = 1$ wird beispielsweise differenziert, ob er zum ersten ($m = 1$) oder zweiten Mal ($m = 2$) auf der Maschine $k = 2$ bearbeitet wird, wobei die erweiterten Symbole h_{ikm} (im Beispiel: h_{121} und h_{122}), $\overline{d_{ikm}}$ (im Beispiel: $\overline{d_{121}}$ und $\overline{d_{122}}$) und u_{ijkm} (im Beispiel: u_{1j21} und u_{1j22}) eingeführt werden müssen - wenn auch nur für diejenigen Auftrags-Maschinen-Kombinationen, für die eine mehrmalige Zuordnung erfolgt. In Bezug auf die restlichen Auftrags-Maschinen-Kombinationen sind keine Änderungen vorzunehmen. (Diese Ausführungen beziehen sich allerdings nur auf Situationen, in denen kein Auftrag auf mehr als eine Maschine noch einmal 'zurückkehrt' und keine Maschine von mehr als einem Auftrag mehrfach in Anspruch genommen wird, da sonst noch ein weiterer Index benötigt wird.¹⁰⁰⁾) Die Anzahl

-
- 97) (A.1" a) $h_{ik'} = wz_{i0k'}$ $\forall i \in I; k' = f(\pi_i)$ mit $\pi_i = 1;$
 (A.1" b) $h_{ik'} + \overline{d_{ik'}} + wz_{i0k''} = h_{ik''}$ $\forall i \in I; k' = f(\pi_i)$ und $k'' = f(\pi_i + 1)$
 mit $\pi_i = 2, \dots, \Pi_i - 1;$
- (A.2") $h_{ik'} + \overline{d_{ik'}} = D_i$ $\forall i \in I; k' = f(\pi_i)$ mit $\pi_i = \Pi_i;$
 Die Restriktion (A.2") sollte als Gleichung formuliert werden, wenn das tatsächliche Bearbeitungsende des Auftrages i ausgewiesen werden soll.
- 98) Dies entspricht der Summation aller gebildeten $wz_{i0k'}$ - und $wz_{i0k''}$ -Variablen.
- 99) Die Ausprägungen der $wz_{i0k'}$ - bzw. $wz_{i0k''}$ -Variablen können z.B. ein (erstes) Indiz für zeitlich nutzbare Bearbeitungspuffer sein; vgl. im Näheren S. 49.
- 100) Für den Auftrag i wird bspw. der Operations(wiederholungs)index m ($m \in M_{ik}$) und für den Auftrag j der Operations(wiederholungs)index n ($n \in N_{jk}$) vergeben.
 $M_{ik} := \{m \mid m \text{ ist ein Index der angibt, daß die Auftrags-Maschinen-Kombination } [ik] \text{ zum } m\text{-ten Mal erledigt werden muß}\}$
 $N_{jk} := \{n \mid n \text{ ist ein Index der angibt, daß die Auftrags-Maschinen-Kombination } [jk] \text{ zum } n\text{-ten Mal erledigt werden muß}\}$
 Gilt z.B. $M_{ik} = \{1, 2, 3\}$ und $N_{jk} = \{1, 2\}$, müßten die Symbole h_{ikm} ($h_{ik1}, h_{ik2}, h_{ik3}$), $\overline{d_{ikm}}$ ($\overline{d_{ik1}}, \overline{d_{ik2}}, \overline{d_{ik3}}$), h_{jkn} (h_{jk1}, h_{jk2}), $\overline{d_{jkn}}$ ($\overline{d_{jk1}}, \overline{d_{jk2}}$) und u_{ijkmn} ($u_{ijk11}, u_{ijk12}, u_{ijk21}, u_{ijk22}, u_{ijk31}, u_{ijk32}$) gebildet werden.

an aufzustellenden Restriktionen (A.1), (A.3) und (A.4) (bzw. (A.3') und (A.4')) nimmt in solchen Planungssituationen zu, da zusätzliche 'Bearbeitungspositionen' in die Auftragsfolgen der Maschinen einzuplanen sind.¹⁰¹⁾

An welcher Stelle der Auftragsfolge einer betrachteten Maschine ein bestimmter Auftrag steht, wird über das obige Modell zur Auftragsfolgeplanung eher 'verschlüsselt' dargestellt, in dem Sinne, daß erst nach (z.T. eingehender) Analyse der Ausprägungen der h_{ik} -Variablen die jeweiligen Positionen der Aufträge in den Auftragsfolgen der einzelnen Maschinen sichtbar werden. Ist der Planer an einer 'schnellen Information' über die Position der Aufträge in den Auftragsfolgen der einzelnen Maschinen interessiert, kann er nachfolgendes Teilrestriktionensystem in das ursprüngliche Modell integrieren (Modell A"). Diese Zusatzinformationen müssen aber mit (maximal¹⁰²⁾) $K+2 \cdot \left(\frac{I}{2}\right) \cdot K$ zusätzlichen Restriktionen und $I \cdot K$ zusätzlichen Variablen 'erkauft' werden (Erhöhung des Rechenaufwands).

Das nachfolgende Teilrestriktionensystem nimmt auf die Auftragsfolgepläne keinen Einfluß, sondern 'visualisiert' letztlich nur die Positionen, in denen die einzelnen Aufträge auf den Maschinen bearbeitet werden. Die aus den Restriktionen (A.6) - (A.9) gewonnenen Informationen sind eventuell aus praktischer Sicht von Vorteil, wenn z.B. die bei einer konkreten Maschine eingesetzten Arbeitskräfte für die Herbeischaffung von auftragspezifischen Roh- oder Werkstoffen verantwortlich sind, deren Bereithaltung aufgrund mangelnder Lagerkapazitäten aber nicht in direkter Nähe der Maschine möglich ist. Solche Produktionsbedingungen könnten es z.B. erforderlich machen, zu Beginn der ersten produktiven Teilperiode ohne zeitliche Verzögerung Bereitstellungstätigkeiten (z.B. Lieferverträge abschließen) in die Wege zu leiten, die eine möglichst frühzeitige Kenntnis über die Auftragsfolgen unabdingbar erscheinen lassen. Auch kann dies ein möglicher Weg sein, eine simultane Planung der Auftragsfolgen und z.B. des Einsatzes von Arbeitskräften in Rüstteams bei auftragsfolgeabhängigen Rüstzeiten zu unterstützen und/oder einen auftragsfolgebezogenen Bedarf an Rüsthilfsmitteln zu bestimmen. Und hängt beispielsweise die Zeit, die zur Reinigung der Maschinen benötigt wird, davon ab, an welcher Position der Auftragsfolge ein bestimmter Auftrag bearbeitet wird (z.B. bei der Raffination von Rohöl), könnte ebenfalls auf das Modul (A.6) - (A.9) zurückgegriffen werden (vgl. die Ausführungen ab S. 29).

Werden die obigen Symbole um

x_{ik} . = Auftragsfolgeziffer des Auftrages i auf Maschinentyp k

ergänzt, so lautet das Teilrestriktionensystem zur Bestimmung der Auftragsfolgeziffern der Aufträge auf den einzelnen Maschinen:

101) Vom Restriktionstyp (A.1) sind für den betroffenen Auftrag und die betroffene Maschine $M-1$ weitere Restriktionen aufzustellen. Von den Restriktionen (A.3) und (A.4) sind für jede betroffene Auftrags-Maschinen-Kombination (maximal) $(I-1) \cdot (M-1)$ Restriktionen zusätzlich aufzustellen.

102) Dies gilt, wenn jeder Auftrag auf jeder Maschine genau einmal bearbeitet wird.

$$(A.6) \quad \sum_{i \in I_k} x_{ik} = \frac{|I_k| \cdot (|I_k| + 1)}{2} \quad \forall k \in K;$$

$$(A.7) \quad x_{ik} - x_{jk} \geq 1 - M \cdot u_{ijk} \quad \forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j;$$

$$(A.8) \quad x_{ik} - x_{jk} \leq M \cdot (1 - u_{ijk}) - 1 \quad \forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j;$$

$$(A.9) \quad x_{ik} \in \mathbb{N} \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

Über die Restriktion (A.6) i.V.m. (A.9) wird gesteuert, daß alle vorgesehenen Auftragsfolgeziffern, beginnend mit der Auftragsfolgeziffer 1, vergeben werden. Nimmt die Variable u_{ijk} den Wert 1 an, soll also Auftrag i vor Auftrag j auf Maschine k bearbeitet werden, so stellen die Restriktionen (A.7) und (A.8) sicher, daß die Auftragsfolgeziffer von Auftrag i auf Maschine k kleiner ist als die von Auftrag j auf Maschine k ($\rightarrow$ Beispiel A").

Die über das Restriktionensystem (A.6) - (A.9) generierten Auftragsfolgeziffern x_{ik} können auch dann nützlich sein, wenn reihenfolgeabhängige Rüstzeiten bei der Bestimmung des Auftragsfolgeplans zu berücksichtigen sind.¹⁰³⁾ Im Gegensatz zu den u_{ijk} -Variablen bilden sie nämlich direkte Vorgänger/Nachfolger-Beziehungen ab: Gilt $u_{ijk} = 1$, so zeigt dies lediglich an, daß Auftrag i vor Auftrag j auf Maschine k zu bearbeiten ist, wobei zwischen diese beiden Aufträge die Bearbeitung von maximal $|I_k| - 2$ Aufträgen geschoben sein kann. Gilt hingegen $x_{ik} = 2$ und $x_{jk} = 3$, dann erfolgt die Bearbeitung des Auftrages j direkt im Anschluß an die Bearbeitung des Auftrages i , ohne daß andere Aufträge zwischenzeitlich an dieser Maschine k bearbeitet werden.

Ginge es nur darum, reihenfolgeabhängige Rüstzeiten in das in Punkt 2.2.1.1. vorgestellte Modell zu integrieren, so erforderte dies außer der Einstellung einer entsprechenden Rüstzeit (γ_{ijk})¹⁰⁴⁾ keinerlei zusätzliche Formalisierung, da eine zeitliche Zielsetzung verfolgt wird.¹⁰⁵⁾ Anders verhält es sich, wenn Rüstkosten als Zielfunktionskomponenten zu beachten sind, denn dann würden die Binärvariablen u_{ijk} zum Ausweis inkorrekturer Rüstkosten führen.¹⁰⁶⁾ In den folgenden Ausführungen wird die bisher verwendete Zielsetzung beibehalten, da sich auch so zeigen läßt, wie das Teilrestriktionensystem (A.6) - (A.9) genutzt werden kann, um über entsprechende Binärvariablen (v_{ijk}) nur diejenigen Rüstkosten zu induzieren, die tatsächlich anfallen.

Unter Zugrundelegung folgender zusätzlicher Symbole

103) Zum Thema 'reihenfolgeabhängige Rüstaktivitäten' vgl. auch BAKER (1974), S. 94 - 106; BITRAN/GILBERT (1990); RÜGER (1974), S. 89 - 93; SUMICHRAS/BAKER (1987); WHITE/ROGERS (1990); WITTRÖCK (1990).

104) Das Symbol wird im nächsten Abschnitt definiert.

105) Die Auftragsfolgerestriktionen (A.3') und (A.4') wären wie folgt zu verändern:

$$(A.3'') \quad h_{ik} + \overline{d_{ijk}} + \gamma_{ijk} \leq h_{jk} + M \cdot (1 - u_{ijk}) \quad \forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j;$$

$$(A.4'') \quad h_{jk} + \overline{d_{jki}} + \gamma_{jki} \leq h_{ik} + M \cdot u_{ijk} \quad \forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j;$$

106) Hierzu vgl. MENSCH (1969).

- γ_{ijk} . = benötigte Rüstzeit, wenn Auftrag i direkt vor Auftrag j auf Maschinentyp k bearbeitet wird
 γ_{ik} . = benötigte Rüstzeit, um auf Maschinentyp k die Bearbeitung des Auftrages i zu ermöglichen¹⁰⁷⁾
 v_{ijk} . = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i direkt vor Auftrag j auf Maschinentyp k bearbeitet wird; sonst den Wert 0
 ε . = hinreichend kleine Zahl; $0 < \varepsilon < 1$

und in Erweiterung zu den Restriktionen (A.1), (A.2), (A.5'), (A.6) - (A.9) können reihenfolgeabhängige Rüstzeiten wie folgt in das Ausgangsmodell zur Auftragsfolgeplanung integriert werden (Modell A'')¹⁰⁸⁾

$$(A.10) \quad x_{jk} - x_{ik} - u_{ijk} + M \cdot (1 - u_{ijk}) + v_{ijk} \geq 1 \quad \forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j;$$

$$(A.11) \quad x_{jk} - x_{ik} - u_{ijk} - M \cdot u_{ijk} - \varepsilon \cdot v_{ijk} \leq -(1 + \varepsilon) \quad \forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j;$$

$$(A.12) \quad \sum_{i, j \in I_k \mid i \neq j} v_{ijk} = |I_k| - 1 \quad \forall k \in K;$$

$$(A.13) \quad v_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K; i, j \in I_k \mid i \neq j;$$

Über die dreiphasige Implikation (A.10) - (A.12) in Verbindung mit (A.13) wird die Ausprägung der Binärvariablen v_{ijk} bzw. v_{jik} gesteuert, über welche im weiteren die relevante auftragsfolgeabhängige Rüstzeit induziert wird. Nur - und genau - dann, wenn Auftrag i vor Auftrag j bearbeitet wird (es gilt: $u_{ijk} = 1$) und die Differenz der Auftragsfolgeziffern der beiden betrachteten Aufträge genau den Wert 1 annimmt (z.B. $x_{ik} = 2 \wedge x_{jk} = 3 \rightarrow x_{jk} - x_{ik} = 1$), also Auftrag i direkt vor Auftrag j in der Auftragsfolge der Maschine k steht, soll v_{ijk} den Wert 1 annehmen. Entsprechend soll v_{jik} den Wert 1 annehmen, wenn Auftrag j direkt vor Auftrag i auf Maschine k bearbeitet wird (also z.B. $x_{jk} = 4 \wedge x_{ik} = 5$); in diesem Fall ist $u_{ijk} = 0$. Ist die Differenz Δ aus $x_{jk} - x_{ik} - u_{ijk}$ größer oder gleich 1 oder kleiner oder gleich -2, dann sind die Restriktionen (A.10) und (A.11) auch ohne v_{ijk} - bzw. v_{jik} -Variablenausprägungen von Eins erfüllt. Und gemäß Restriktion (A.12) müssen exakt so viele v_{ijk} -Variablen den Wert Eins zugewiesen bekommen, wie direkte Beziehungen in der Auftragsfolge möglich sind. Bei z.B. vier zu bearbeitenden Aufträgen auf Maschine k, ist die Beziehung zwischen dem ersten und dem zweiten, zwischen dem zweiten und dem dritten und zwischen dem dritten und dem vierten in der Auftragsfolge dieser Maschine stehenden Auftrages über entsprechende Ausprägungen der relevanten v_{ijk} -Variablen abzubilden.¹⁰⁹⁾

Folgende Graphik soll die Wirkungsweise der Restriktionen (A.10) - (A.12) verdeutlichen:

107) Der status quo ante des Maschinentyps k zu Beginn des Planungszeitraumes wird dabei als bekannt vorausgesetzt.

108) Alternativ hierzu vgl. auch MENSCH (1972), S. 84 - 86.

109) Zu berücksichtigen sind $|I_k| - 1$ direkte Beziehungen - in diesem Beispiel somit 3.

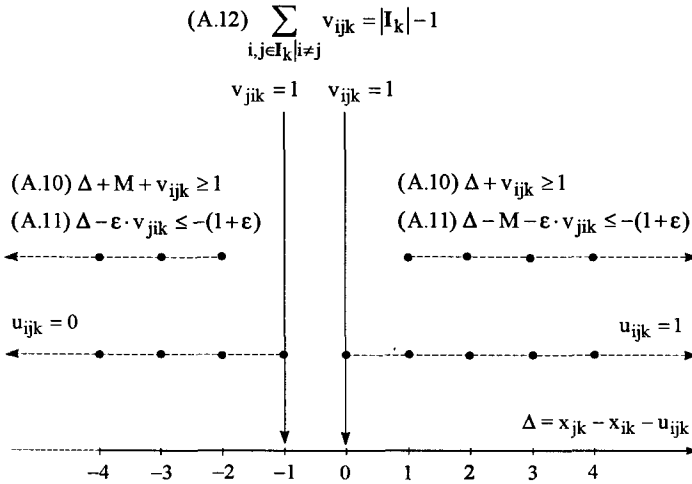


ABB. 3: Wirkungsweise der Restriktionen (A.10) - (A.12)

Mit der Bearbeitung desjenigen Auftrages j bzw. desjenigen Auftrages i, der in der Auftragsfolge der Maschine k direkt nach Auftrag i bzw. direkt nach Auftrag j steht ($v_{ijk} = 1$ bzw. $v_{jik} = 1$), kann erst begonnen werden, wenn

- 1) die Bearbeitung des Auftrages i bzw. des Auftrages j auf Maschine k vollständig abgeschlossen ist,
- 2) die Bearbeitung des Auftrages j bzw. des Auftrages i auf allen in seiner Maschinenfolge vor k stehenden Maschinen vollständig erfolgt ist und
- 3) die (technische) Umrüstung der Maschine k für eine Bearbeitung des Auftrages j bzw. des Auftrages i gänzlich abgeschlossen ist.

Zumindest einer dieser Aspekte restringiert den Bearbeitungsbeginnzeitpunkt des Auftrages j bzw. des Auftrages i auf Maschine k, wobei 2) über die Restriktionen (A.1) und (A.2) erfaßt wird. Die Bedingungen 1) und 3) werden wie folgt modelliert:

$$(A.3'') \quad h_{ik} + \overline{d_{ik}} + \gamma_{ijk} \cdot v_{ijk} \leq h_{jk} + M \cdot (1 - u_{ijk}) \quad \forall k \in K; i, j \in I_k | i < j;$$

$$(A.4'') \quad h_{jk} + \overline{d_{jk}} + \gamma_{jik} \cdot v_{jik} \leq h_{ik} + M \cdot u_{ijk} \quad \forall k \in K; i, j \in I_k | i < j;$$

Für den Fall, daß $u_{ijk} = 1$ und $v_{jik} = 1$, also daß Auftrag i direkt vor Auftrag j auf Maschine k zu bearbeiten ist, darf gemäß (A.3'') h_{jk} nicht kleiner sein als der Bearbeitungsbeginnzeitpunkt des Auftrages i auf Maschine k (h_{ik}) zuzüglich der Bearbeitungsdauer ($\overline{d_{ik}}$) sowie nun auch zuzüglich der Umrüstzeit (γ_{ijk}). Restriktion (A.4'') ist hier redundant. Im Falle $v_{jik} = 1$ (impliziert $u_{ijk} = 0$) wird die Bearbeitung des Auftrages j direkt vor der Bearbeitung des Auftrages i vorgesehen. Die Bearbeitung des Auftrages i kann entsprechend (A.4'') erst dann begonnen werden, wenn die Bearbeitung des Auftrages j abgeschlossen ist ($h_{jk} + \overline{d_{jk}}$) und Maschine k zur Bearbeitung des Auftrages i vorbereitet wurde (γ_{jik}).

Bisher wurden allerdings nur solche Rüstzeiten berücksichtigt, die bei den einzelnen Maschinen bei einem Bearbeitungswechsel von einem Auftrag auf einen anderen anfallen. Jedoch kann auch vor der Bearbeitung des ersten in der Auftragsfolge der jeweiligen Maschine stehenden Auftrages zu Beginn des Planungszeitraumes eine Umrüstung auf dieser Maschine erforderlich sein. Solch ein Sachverhalt kann über folgenden einfachen Ungleichungstyp abgebildet werden:

$$(A.14) \quad h_{ik} \geq \gamma_{ik} \cdot (2 - x_{ik}) \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

Nur für den Fall, daß Auftrag i der erste Auftrag in der Auftragsfolge der Maschine k ist, also für $x_{ik} = 1$ (definitionsmäßig der kleinste mögliche Wert; vgl. (A.9)), hat Restriktion (A.14) Relevanz für die Ausprägung der entsprechenden h_{ik} -Variablen, da für alle anderen Ausprägungen die Nichtnegativitätsbedingung für h_{ik} entweder mit ihr gleichwertig (für $x_{ik} = 2$) oder restriktiver (für $x_{ik} \geq 3$) als sie ist.

Wird zum Beispiel angenommen, daß folgende einfache Rüstzeiten γ_{ik} ($\gamma_{ik} = 0 \quad \forall k = 1, 2, 3, 4; i \in I_k$) gelten,

k	i vor	j			
		1	2	3	4
1	2	—	—	—	2
	4	—	1	—	—
2	3	—	—	—	2
	4	—	—	1	—
3	1	—	—	2	2
	3	1	—	—	2
	4	1	—	1	—
4	1	—	2	2	—
	2	1	—	2	—
	3	1	1	—	—

TAB. 2: Angaben zu Beispiel A'''

dann ergibt sich bei ansonsten unveränderter Beispielsituation der folgende durchlaufzeitminimale Auftragsfolgeplan ($\rightarrow$ Beispiel A'''):

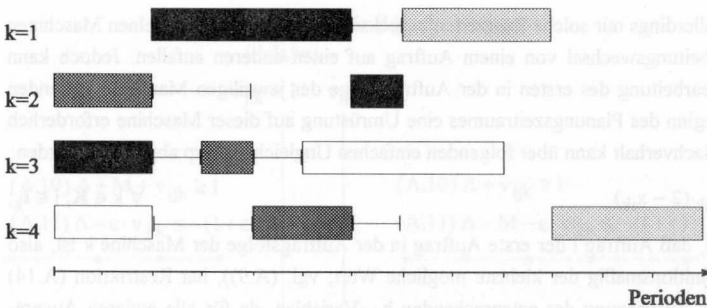


ABB. 4: Auftragsfolgeplan zu Beispiel A'''

Durch die zusätzliche Berücksichtigung auftragsfolgeabhängiger Rüstzeiten erhöht sich die Summe der Durchlaufzeiten auf 35 Perioden. Die zeitliche Lage einiger Rüstaktivitäten, die in ABB. 4 durch die 'Sperrungsstriche' markiert werden, ist nur exemplarisch. So kann z.B. die benötigte einperiodige Rüstzeit, um auf Maschine $k = 4$ Auftrag $i = 2$ nach Auftrag $i = 3$ bearbeiten zu können, in der siebenten, achten, neunten oder zehnten Periode stattfinden. Gestaltungsmöglichkeiten¹¹⁰⁾ bezüglich der zeitlichen Verortung von Rüstaktivitäten sind vor allem dann interessant, wenn die Personalkapazitäten zur Erledigung dieser Umstellungstätigkeiten einen betrieblichen Engpaß darstellen.

Zum Abschluß dieses Punktes soll noch kurz gezeigt werden, wie unter Zuhilfenahme der Auftragsfolgeziffern x_{ik} positionsabhängige Reinigungszeiten, Vorbereitungszeiten etc.¹¹¹⁾ abgebildet werden könnten. Hierzu werden folgende Symbole definiert:

X_k := $\{x \mid x = 1, 2, \dots, X_k; x \text{ ist eine Position in der Auftragsfolge des Maschinentyps } k\}$

v_{xik} := Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i auf Maschinentyp k an x -ter Stelle steht; sonst den Wert 0

δ_{xik} := Zeitdauer die benötigt wird, um Maschinentyp k so zu präparieren, daß die Bearbeitung des Auftrages i , der an x -ter Stelle der Auftragsfolge dieses Maschinentyps steht, ermöglicht wird

In Ergänzung zu den Restriktionen (A.1), (A.2), (A.5'), (A.6) - (A.9) wird formuliert (Modell A'''):

$$(A.10') \quad x_{ik} = \sum_{x \in X_k} x \cdot v_{xik} \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

$$(A.11') \quad \sum_{x \in X_k} v_{xik} = 1 \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

110) Zusätzliche Freiheitsgrade liegen vor, wenn Splitting der Rüstaktivitäten zulässig ist.

111) Zu denken wäre auch an eine von der Auftragsfolgeposition abhängige Verlängerung der Bearbeitungsdauer d_{ik} z.B. aufgrund von Verschleiß von Bohrköpfen.

$$(A.12') \quad v_{xik} \in \{0,1\}$$

$$\forall k \in K; i \in I_k; x \in X_k;$$

Die drei Restriktionen (A.10') - (A.12') steuern die Ausprägungen des Variablentyps v_{xik} , der im Falle $v_{xik} = 1$ zum Ausdruck bringt, daß die Bearbeitung des Auftrages i auf Maschine k an x -ter Stelle der Auftragsfolge dieser Maschine vorgesehen wird.

$$(A.13') \quad h_{ik} \geq \delta_{lik} v_{lik}$$

$$\forall k \in K; i \in I_k;$$

Wird auf Maschine k als erster Auftrag Auftrag i eingeplant, kann mit dessen Bearbeitung erst begonnen werden, wenn eventuelle Vorbereitungen (δ_{lik}) erfolgt sind. Soll dagegen Auftrag i in einer anderen als der ersten Position der Auftragsfolge der Maschine k bearbeitet werden, kann dies über folgende Auftragsfolgerestriktionen erfaßt werden:

$$(A.3''') \quad h_{ik} + \overline{d_{ik}} + \sum_{x=2}^{X_k} \delta_{xjk} \cdot v_{xjk} \leq h_{jk} + M \cdot (1 - u_{ijk})$$

$$\forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j;$$

$$(A.4''') \quad h_{jk} + \overline{d_{jk}} + \sum_{x=2}^{X_k} \delta_{xik} \cdot v_{xik} \leq h_{ik} + M \cdot u_{ijk}$$

$$\forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j;$$

Für jede Kombination aus Auftrag i und Maschine k kann entsprechend (A.11') nur eine Binärvariable v_{xik} den Wert 1 annehmen. Betrifft dies ein $x \in X_k \setminus \{1\}$, wird im Falle $u_{ijk} = 1$ der Beginn der Bearbeitung des Auftrages j auf Maschine k durch das Bearbeitungsende von Auftrag i sowie zusätzlich durch den entsprechenden Koeffizienten δ_{xjk} nach unten restringiert. Gilt $u_{ijk} = 0$, dann muß die Bearbeitung des Auftrages j auf Maschine k erst abgeschlossen und diese Maschine auf die Bearbeitung des Auftrages i vorbereitet werden, bevor mit der Bearbeitung des Auftrages i begonnen werden kann.

Zur Verdeutlichung dieser Zusammenhänge an einem Beispiel wird vereinfachend angenommen, daß $\delta_{xik} = \delta_{xk} \quad \forall i \in I_k$ entsprechend der folgenden Angaben gelte:

k	x		
	1	2	3
1	0	2	—
2	0	2	—
3	0	1	2
4	0	1	2

TAB. 3: Angaben zu Beispiel A'''

Für das Beispiel wird ein durchlaufzeitminimaler Auftragsfolgeplan wie folgt ausgewiesen ($\rightarrow$ Beispiel A'''):

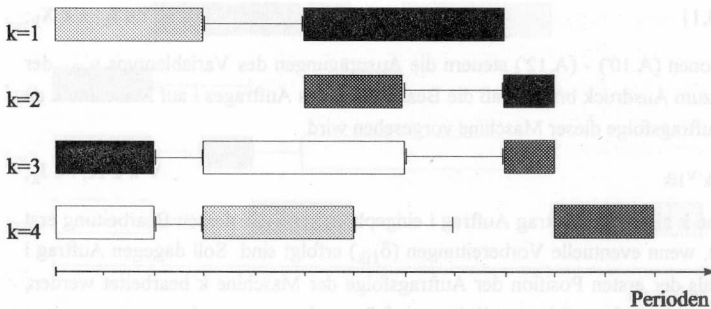


ABB. 5: Auftragsfolgeplan zu Beispiel A'''

Die Lösung des Beispiels A''' führt zu einem Zielfunktionswert von 35 Perioden.

2.2.2. PERSONALPLANUNG ALS FOLGEPLANUNG

Bei sukzessivem Planungsvorgehen schließt sachlogisch an die Bestimmung der Auftragsfolgen der Maschinen (hier: Initialplanung) die Planung der Besetzung der Maschinen mit Personal (hier: Folgeplanung) an. Die über das Modell zur Auftragsfolgeplanung bestimmten Bearbeitungsbeginn- und (abgeleitet auch die) -endzeitpunkte sind für eine nachgelagerte Personalbereitstellungsplanung Datum.¹¹²⁾ Immer dann, wenn ein Auftrag einer Maschine zur Bearbeitung überstellt wird, müssen (mengen- und qualitätsmäßig¹¹³⁾ ausreichend Arbeitskräfte zur Bedienung dieser Maschinen bereitgestellt werden, wogegen in Perioden, in denen eine Maschine eine Leerzeit hat, keine Zuweisung von Maschinenbedienungspersonal erfolgen soll. Ein erstes einfaches Modell (Modell B) zur Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal soll unter Geltung der Symbole

$T = \{t \mid t = 1, 2, \dots, T; t \text{ ist eine Teilperiode des Planungszeitraumes}\}^{114)}$

$R = \{r \mid r = 1, 2, \dots, R; r \text{ ist eine Arbeitskräftekategorie}\}$

$R_k = \{r \mid r \text{ ist eine Arbeitskräftekategorie, die Maschinentyp } k \text{ bedienen kann}\}$

$K_r = \{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der von Arbeitskräften der Kategorie } r \text{ bedient werden kann}\}$

$K_t = \{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der in Teilperiode } t \text{ einen Auftrag bearbeitet}\}^{115)}$

112) Planungsvariable der vorgelagerten Planungsstufe 'Auftragsfolgebestimmung', die als Datum in die nachgelagerte Planungsstufe 'Personalbereitstellung' eingehen, werden zur Unterscheidung kursiv dargestellt.

113) Arbeitskräfte können i.d.R. jeweils nur einen Teil der Maschinen bedienen; vgl. HOCH (1973), S. 30. Im Unterschied vgl. BLAZEWICZ/LENSTRA/RINNOOY KAN (1983), S. 12; BLAZEWICZ/FINKE/HAUPT/SCHMIDT (1988), S. 306; SLOWINSKI (1984).

114) Laut Annahme S. 20 ist zu beachten, daß $\max_i D_i \leq T \forall i \in I$ gelten muß.

115) Die konkrete Ausgestaltung von K_t (stellvertretend für weitere Symbole) basiert zwar ebenfalls auf dem Ergebnis der Auftragsfolgeplanung; dieses Symbol wird aber nicht mehrdeutig verwendet, so daß eine gesonderte Kennzeichnung ('kursiv') unterbleibt.

- PA_r := Anzahl an verfügbaren Arbeitskräften der Kategorie r (Personalausstattung der Art r)
 PE_{rkt} := Anzahl an Arbeitskräften der Kategorie r , die in Teilperiode t an Maschinentyp k eingesetzt werden
 Ψ_r := Gehaltskosten einer Arbeitskraft der Kategorie r
 β_{ik} := Anzahl an Arbeitskräften, die in einer Teilperiode benötigt werden, um Auftrag i auf Maschinentyp k bearbeiten zu können¹¹⁶⁾
 $\overline{PA_r^{\max}}$:= Anzahl an maximal verfügbaren Arbeitskräften der Kategorie r

wie folgt aussehen:

Zielfunktion:

$$(B.Z) \quad \sum_{r \in R} \Psi_r \cdot PA_r = \min!$$

u.d.N.:

$$(B.1) \quad \beta_{ik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall k \in K; i \in I_k; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + \overline{d_{ik}};$$

$$(B.2) \quad \sum_{k \in K_r \cap K_t} PE_{rkt} \leq PA_r \quad \forall r \in R; t \in T;$$

$$(B.3) \quad PA_r \leq \overline{PA_r^{\max}} \quad \forall r \in R;$$

$$(B.4) \quad \begin{array}{ll} PE_{rkt} \geq 0 & \forall r \in R; t \in T; k \in K_r \cap K_t; \\ PA_r \geq 0 & \forall r \in R; \end{array}$$

Ungeachtet der in der konkreten Planungssituation auszugestaltenden Zielfunktion, weiterer zu berücksichtigender Bedingungen und/oder vorzunehmender Modifikationen kann prinzipiell über das Modul (B.1) - (B.4) die Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal gesteuert werden. Der Personalbedarf, den es durch die Bereitstellung von Arbeitskräften zu decken gilt, wird aus den im Rahmen der Auftragsfolgeplanung ermittelten Bearbeitungsbeginnzeitpunkten abgeleitet. Wegen deren Kenntnis kann mit Hilfe der gegebenen Bearbeitungsdauern in einem ersten Schritt konkretisiert werden, in welchen Perioden zur Bearbeitung welcher Aufträge an welchen Maschinen Personal zu deren Bedienung bereitzustellen ist. Um in einem zweiten Schritt dann den Umfang an benötigtem Maschinenbedienungspersonal zu bestimmen, müssen die Anzahl der zu bedienenden Maschinen und die Besetzungskoeffizienten β_{ik} (benötigte Arbeitskräfte pro Maschine bzw. Bedienungseinheit)¹¹⁷⁾ bekannt sein; letztere können nach unse-

116) Die (gegebene) Anzahl an β_{ik} -Arbeitskräften wird dabei in jeder Teilperiode benötigt, in der Auftrag i auf Maschine k bearbeitet wird (Besetzungskoeffizient).
Zu einem 'aggregatbezogenen' Personalbedarf vgl. DOMSCH (1970), S. 22.

117) Hierin gehen die Primärdeterminanten des Personalbedarfs 'benötigte Arbeitszeit pro Maschine und Teilperiode' und 'Arbeitszeit pro Arbeitskraft und Teilperiode' auf, vgl. KOSSBIEL (1992b), Sp. 1604 - 1606.

rer Definition sowohl maschinenspezifische als auch (z.B. je nach Gewicht, Größe etc. der Aufträge) auftragsspezifische Ausprägungen annehmen. Da das Unternehmen von jedem Maschinentyp annahmegemäß nur eine Maschine hat, spiegeln die β_{ik} -Werte direkt den Personalbedarf wider.¹¹⁸⁾

Gemäß (B.1) wird für jede mögliche Auftrags-Maschinen-Kombination und deren 'Bearbeitungsperioden' t ($h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik}$) gewährleistet, daß der Personalbedarf durch den Einsatz von ausreichend Personal gedeckt wird, das die entsprechende Maschine auch handhaben kann. Für jede (relevante) Teilperiode¹¹⁹⁾ und jede Arbeitskräftekategorie wird ferner gefordert ((B.2) i.V.m. (B.3)), daß nicht mehr Arbeitskräfte eingesetzt werden können, als dem Unternehmen Arbeitskräfte der jeweiligen Kategorien zur Verfügung stehen.

In Erweiterung der Angaben zu Beispiel A wird angenommen, daß folgende Maschinenbesetzungskoeffizienten β_{ik} gelten:

k				
i	1	2	3	4
1	—	—	2	3
2	5	—	—	3
3	—	3	7	1
4	3	4	5	—

TAB. 4: (1) Angaben zu Beispiel B

Über die Zuordnungsmöglichkeiten von Arbeitskräften der Kategorie r zu Maschinen des Typs k informiert folgendes Tableau ('X' bedeutet Zuordnung möglich; '—' bedeutet Zuordnung nicht möglich). Es gibt ferner Auskunft darüber, wieviele Arbeitskräfte der einzelnen Kategorien höchstens zur Verfügung gestellt werden können ($PA_r^{\max}$) und wie hoch die Gehaltskosten pro Arbeitskraft der Kategorie r im Planungszeitraum (Ψ_r) zu veranschlagen sind:

k						
r	1	2	3	4	$PA_r^{\max}$	Ψ_r
1	X	—	—	—	8	2.000
2	—	X	—	—	7	2.000
3	X	—	X	—	8	3.000
4	—	X	—	X	6	3.000
5	X	—	X	X	6	4.000

TAB. 5: (2) Angaben zu Beispiel B

118) Vgl. KOSSBIELE (1988), S. 1057 - 1059 und auch das Beispiel bei HACKSTEIN/NÜSSGENS/UPHUS (1971), S. 172.

119) Eine Maschine k ist auch dann Element von K_t , wenn sie nicht die gesamte Periode sondern nur einen Bruchteil davon an der Auftragsbearbeitung beteiligt ist.

- PA_r := Anzahl an verfügbaren Arbeitskräften der Kategorie r (Personalausstattung der Art r)
 PE_{rkt} := Anzahl an Arbeitskräften der Kategorie r , die in Teilperiode t an Maschinentyp k eingesetzt werden
 Ψ_r := Gehaltskosten einer Arbeitskraft der Kategorie r
 β_{ik} := Anzahl an Arbeitskräften, die in einer Teilperiode benötigt werden, um Auftrag i auf Maschinentyp k bearbeiten zu können¹¹⁶⁾
 $PA_r^{\max}$:= Anzahl an maximal verfügbaren Arbeitskräften der Kategorie r

wie folgt aussehen:

Zielfunktion:

$$(B.Z) \quad \sum_{r \in R} \Psi_r \cdot PA_r = \min!$$

u.d.N.:

$$(B.1) \quad \beta_{ik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall k \in K; i \in I_k; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + \overline{d_{ik}};$$

$$(B.2) \quad \sum_{k \in K_r \cap K_t} PE_{rkt} \leq PA_r \quad \forall r \in R; t \in T;$$

$$(B.3) \quad PA_r \leq \overline{PA_r^{\max}} \quad \forall r \in R;$$

$$(B.4) \quad \begin{aligned} PE_{rkt} &\geq 0 & \forall r \in R; t \in T; k \in K_r \cap K_t; \\ PA_r &\geq 0 & \forall r \in R; \end{aligned}$$

Ungeachtet der in der konkreten Planungssituation auszugestaltenden Zielfunktion, weiterer zu berücksichtigender Bedingungen und/oder vorzunehmender Modifikationen kann prinzipiell über das Modul (B.1) - (B.4) die Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal gesteuert werden. Der Personalbedarf, den es durch die Bereitstellung von Arbeitskräften zu decken gilt, wird aus den im Rahmen der Auftragsfolgeplanung ermittelten Bearbeitungsbeginnzeitpunkten abgeleitet. Wegen deren Kenntnis kann mit Hilfe der gegebenen Bearbeitungsdauern in einem ersten Schritt konkretisiert werden, in welchen Perioden zur Bearbeitung welcher Aufträge an welchen Maschinen Personal zu deren Bedienung bereitzustellen ist. Um in einem zweiten Schritt dann den Umfang an benötigtem Maschinenbedienungspersonal zu bestimmen, müssen die Anzahl der zu bedienenden Maschinen und die Besetzungskoeffizienten β_{ik} (benötigte Arbeitskräfte pro Maschine bzw. Bedienungseinheit)¹¹⁷⁾ bekannt sein; letztere können nach unse-

116) Die (gegebene) Anzahl an β_{ik} -Arbeitskräften wird dabei in jeder Teilperiode benötigt, in der Auftrag i auf Maschine k bearbeitet wird (Besetzungskoeffizient).

Zu einem 'aggregatbezogenen' Personalbedarf vgl. DOMSCH (1970), S. 22.

117) Hierin gehen die Primärdeterminanten des Personalbedarfs 'benötigte Arbeitszeit pro Maschine und Teilperiode' und 'Arbeitszeit pro Arbeitskraft und Teilperiode' auf; vgl. KOSSBIEL (1992b), Sp. 1604 - 1606.

rer Definition sowohl maschinenspezifische als auch (z.B. je nach Gewicht, Größe etc. der Aufträge) auftragsspezifische Ausprägungen annehmen. Da das Unternehmen von jedem Maschinentyp annahmegemäß nur eine Maschine hat, spiegeln die β_{ik} -Werte direkt den Personalbedarf wider.¹¹⁸⁾

Gemäß (B.1) wird für jede mögliche Auftrags-Maschinen-Kombination und deren 'Bearbeitungsperioden' t ($h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + \bar{d}_{ik}$) gewährleistet, daß der Personalbedarf durch den Einsatz von ausreichend Personal gedeckt wird, das die entsprechende Maschine auch handhaben kann. Für jede (relevante) Teilperiode¹¹⁹⁾ und jede Arbeitskräftekategorie wird ferner gefordert ((B.2) i.V.m. (B.3)), daß nicht mehr Arbeitskräfte eingesetzt werden können, als dem Unternehmen Arbeitskräfte der jeweiligen Kategorien zur Verfügung stehen.

In Erweiterung der Angaben zu Beispiel A wird angenommen, daß folgende Maschinenbesetzungskoeffizienten β_{ik} gelten:

i \ k	1	2	3	4
1	–	–	2	3
2	5	–	–	3
3	–	3	7	1
4	3	4	5	–

TAB. 4: (1) Angaben zu Beispiel B

Über die Zuordnungsmöglichkeiten von Arbeitskräften der Kategorie r zu Maschinen des Typs k informiert folgendes Tableau ('X' bedeutet Zuordnung möglich; '–' bedeutet Zuordnung nicht möglich). Es gibt ferner Auskunft darüber, wieviele Arbeitskräfte der einzelnen Kategorien höchstens zur Verfügung gestellt werden können ($\overline{PA}_r^{\max}$) und wie hoch die Gehaltskosten pro Arbeitskraft der Kategorie r im Planungszeitraum (Ψ_r) zu veranschlagen sind:

r \ k	1	2	3	4	$\overline{PA}_r^{\max}$	Ψ_r
1	X	–	–	–	8	2.000
2	–	X	–	–	7	2.000
3	X	–	X	–	8	3.000
4	–	X	–	X	6	3.000
5	X	–	X	X	6	4.000

TAB. 5: (2) Angaben zu Beispiel B

118) Vgl. KOSSBIEL (1988), S. 1057 - 1059 und auch das Beispiel bei HACKSTEIN/NÜSSGENS/UPHUS (1971), S. 172.

119) Eine Maschine k ist auch dann Element von K_t , wenn sie nicht die gesamte Periode sondern nur einen Bruchteil davon an der Auftragsbearbeitung beteiligt ist.

$t=4$: $I_{34} \neq I_{33} (\{4,1\} \neq \{2,3\}) \Rightarrow (C.2)$ ist für $t=4$ aufzustellen:

$$\sum_{k \in \{1,3\} \cap \{1\}} PE_{3k4} + \sum_{k \in \{1,3\} \cap \{3\}} PE_{3k1} \leq PA_3$$

$t=5$: $I_{35} = I_{34} \Rightarrow (C.2)$ ist für $t=5$ nicht aufzustellen.

$t=6$: $I_{36} = I_{35} \Rightarrow (C.2)$ ist für $t=6$ nicht aufzustellen.

$t=7$: $I_{37} = I_{36} \Rightarrow (C.2)$ ist für $t=7$ nicht aufzustellen.

$t=8$: $I_{38} = \emptyset \Rightarrow (C.2)$ ist für $t=8$ nicht aufzustellen.

$t=9$: $I_{39} = \emptyset \Rightarrow (C.2)$ ist für $t=9$ nicht aufzustellen.

Es ist ersichtlich, daß die Restriktion (C.2) zunächst für Teilperiode $t=1$ (falls $I_{r1} \neq \emptyset$) auszuformulieren ist und dann nurmehr für diejenigen Teilperioden des Planungszeitraumes, in denen erstmals eine Änderung in der Maschinen-Auftrags-Kombination derjenigen Maschinen stattfindet, die von der gerade betrachteten Arbeitskräftekategorie r bedient werden können.¹²⁴⁾ Diese Zusammenhänge lassen sich auch graphisch verdeutlichen:

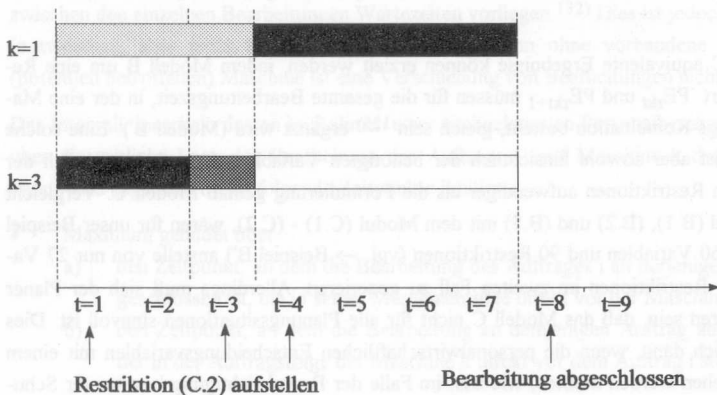


ABB. 6: Bildungsvorschrift für Restriktion (C.2) im Beispiel

Unter Beibehaltung der vorherigen Beispieldaten ändert sich der Personaleinsatzplan nun wie folgt ($\rightarrow$ Beispiel C):

124) Oder: Bei einer Betrachtung entlang des Zeitstrahls ist die Restriktion (C.2) immer dann aufstellen, wenn für eine betrachtete Arbeitskräftekategorie r gilt, daß

- mindestens eine der von dieser Arbeitskräftekategorie bedienbaren Maschinen durch einen Auftrag belegt ist und
- ein Wechsel in der Maschinen-Auftrags-Kombination stattgefunden hat.

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
k = 1	r = 1	5	5	5	3	3	3	3	–	–
	r = 3	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	r = 5	–	–	–	–	–	–	–	–	–
k = 2	r = 2	3	3	–	–	–	–	–	3	–
	r = 4	–	–	–	–	–	–	–	1	–
k = 3	r = 3	4	4	6	2	2	2	2	–	–
	r = 5	1	1	1	–	–	–	–	–	–
k = 4	r = 4	–	3	3	–	–	2	2	2	–
	r = 5	–	–	–	1	1	1	1	1	–

TAB. 7: Personaleinsatzplan zu Beispiel C

Die zusätzliche Beschränkung des Lösungsraumes dadurch, daß während der gesamten Bearbeitung eines Auftrages an einer Maschine keine Veränderung der zugeordneten Arbeitskräfte vorgenommen werden darf, verschlechtert den vorherigen Zielfunktionswert um 2.000 Geldeinheiten auf nunmehr 47.000 Geldeinheiten - mit $PA_1 = 5$, $PA_2 = 3$, $PA_3 = 6$, $PA_4 = 3$ und $PA_5 = 1$.

Dem Modell C äquivalente Ergebnisse können erzielt werden, indem Modell B um eine Restriktion der Art PE_{rkt} und PE_{rkt+1} müssen für die gesamte Bearbeitungszeit, in der eine Maschinen-Auftrags-Kombination besteht, gleich sein¹²⁵⁾ ergänzt wird (Modell B'). Eine solche Formulierung ist aber sowohl hinsichtlich der benötigten Variablen als auch hinsichtlich der aufzustellenden Restriktionen aufwendiger als die Formulierung gemäß Modell C. Vergleicht man das Modul (B.1), (B.2) und (B.5) mit dem Modul (C.1) - (C.2), wären für unser Beispiel im ersten Fall 60 Variablen und 90 Restriktionen (vgl. → Beispiel B') anstelle von nur 27 Variablen und 29 Restriktionen im zweiten Fall zu generieren. Allerdings muß sich der Planer darüber im klaren sein, daß das Modell C nicht für alle Planungssituationen sinnvoll ist. Dies gilt hauptsächlich dann, wenn die personalwirtschaftlichen Entscheidungsvariablen mit einem Zeitindex versehen werden müßten, wie z.B. im Falle der Berücksichtigung bestimmter Schulungsmaßnahmen¹²⁶⁾ oder von der Betriebszugehörigkeit abhängiger Arbeitsproduktivitäten. Ähnliches gilt auch, wenn der Auftrag i auf Maschine k mehr als einmal bearbeitet wird, denn dann ist ein Personaleinsatz über den Variablentyp PE_{rki} nicht eindeutig gekennzeichnet.

Der Personalplanung für das obige Beispiel liegt ein Auftragsfolgeplan zugrunde, bei dem die Bearbeitung des Auftrages $i = 1$ auf Maschine $k = 4$ in der zweiten Periode beginnt. Es handelt sich hierbei - wie bereits erläutert - um einen nicht-unverzögerten aktiven Plan, da ein zeitliches Vorziehen dieser Bearbeitung um eine Periode möglich ist, ohne daß dies Auswirkungen auf die Auftragsfolgen hätte. Auch wenn dieser (Auftragsfolge)Plan hinsichtlich der Summe der

125) Formal gilt:

(B.5) $PE_{rkt} = PE_{rkt+1}$ $\forall k \in K; i \in I_k; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik} - 1;$

126) Vgl. z.B. KOSSBIEL (1993), Sp. 3132 - 3133.

Durchlaufzeiten ebenso gut ist, wie der aus ihm ableitbare unverzögerte Plan, könnte eine Nutzung der bestehenden zeitlichen Puffer¹²⁷⁾ für eine nachgelagerte Personalbereitstellungsplanung zur Verbesserung (z.B.) des Zielfunktionswertes 'Summe der Gehaltskosten' führen. Engpässe bei der Bereitstellung von geeignetem Bedienungspersonal könnten durch eine Verschiebung der Bearbeitungen (innerhalb der vorgegebenen Grenzen) eventuell vermieden bzw. gemildert werden,¹²⁸⁾ indem die sich aus der Mehrdeutigkeit von Maschinenbelegungsplänen ergebenden 'Verschiebungspotentiale' ausgeschöpft werden.¹²⁹⁾ Bei der Inanspruchnahme der zeitlichen Puffer muß allerdings gewährleistet sein, daß sich die Struktur des Auftragsfolgeplans nicht ändert,¹³⁰⁾ da dies eine nachträgliche Revision der Ergebnisse der vorgelagerten Auftragsfolgeplanung bedeuten würde,¹³¹⁾ die Intention des sukzessiven Planungsvorgehens würde dem entgegenstehen.

Es stellt sich die Frage, wie solche zeitlichen Puffer überhaupt zu erkennen sind. Trotz recht anschaulicher Darstellungsmöglichkeiten können Auftragsfolgepläne so komplex sein, daß die Identifizierung von zeitlichen Puffern durch bloßes 'Betrachten des Plans' lediglich für recht kleine Beispiele möglich ist. Eine potentielle (Links- bzw. Rechts)Verschiebung der Auftragsbearbeitung könnte (bezüglich des Auftrages) grundsätzlich nur dort zustande kommen, wo zwischen den einzelnen Bearbeitungen Wartezeiten vorliegen.¹³²⁾ Dies ist jedoch nur eine erste (notwendige, aber nicht hinreichende) Bedingung, denn ohne vorhandene Leerzeiten der (potentiell betroffenen) Maschine ist eine Verschiebung von Bearbeitungen nicht möglich.

Das Intervall, innerhalb dessen im Rahmen einer nachgelagerten Personalbereitstellungsplanung über die zeitliche Lage der Bearbeitung des Auftrages i auf Maschine k disponiert werden kann, wird allgemein durch folgende Zeitpunkte limitiert:

- Maximum gebildet über
 - a) den Zeitpunkt, an dem die Bearbeitung des Auftrages i an derjenigen Maschine abgeschlossen ist, die in seiner Maschinenfolge direkt vor der Maschine k steht, und
 - b) den Zeitpunkt, an dem die Bearbeitung an demjenigen Auftrag abgeschlossen ist, der in der Auftragsfolge der Maschine k direkt vor dem Auftrag i steht.

127) Der Auftragsfolgeplan, der einer nachfolgenden Personalplanung zugrunde gelegt wird, ist dahingehend zu prüfen, ob zeitliche Links- bzw. Rechtsverschiebungen einzelner Bearbeitungen möglich sind - ohne jedoch die Bearbeitungsbeginnzeitpunkte der jeweils anderen Aufträge zu verändern.

128) Hierzu vgl. auch KOSSBIEL (1981), S. 422 - 423.

129) Natürlich nur insoweit dies nicht mit anderen Bedingungen (z.B. fertigungstechnischer Natur) bzw. Annahmen kollidiert; Näheres hierzu weiter unten.

130) Auftragsfolgepläne sind strukturell identisch, wenn sie die Bearbeitung der Aufträge in gleicher Reihenfolge vorsehen.

131) Eine zusätzliche Einschränkung muß bezüglich der jeweils letzten Bearbeitungen an den einzelnen Aufträgen gemacht werden: Zeitliche Rechtsverschiebungen über die jeweiligen D_i -Werte hinaus dürfen nicht zugelassen werden, da sich der Zielfunktionswert der vorausgehenden Auftragsfolgeplanung sonst verschlechtert.

132) Als Indikatoren könnten hier die Ergebnisse einer Auftragsfolgeplanung mit der Zielsetzung 'Minimierung der Summe der Wartezeiten' (vgl. S. 25) dienen.

Aus diesem Maximum kann der frühest mögliche Zeitpunkt bestimmt werden, zu dem mit der Bearbeitung des Auftrages i auf der Maschine k begonnen werden kann.

- Minimum gebildet über
 - c) den Zeitpunkt, an dem die Bearbeitung des Auftrages i auf derjenigen Maschine beginnt, die in seiner Maschinenfolge direkt nach der Maschine k steht, und
 - d) den Zeitpunkt, an dem die Bearbeitung an demjenigen Auftrag begonnen wird, der in der Auftragsfolge der Maschine k direkt nach dem Auftrag i steht.

Aus diesem Minimum ergibt sich der spätest mögliche Zeitpunkt, zu dem die Bearbeitung des Auftrages i auf der Maschine k abgeschlossen sein muß.

Verbleibt zwischen dem frühest möglichen Zeitpunkt, zu dem die Bearbeitung des Auftrages i auf Maschine k begonnen werden kann, und dem spätest möglichen Zeitpunkt, zu dem die Bearbeitung beendet sein muß, eine Zeitspanne, die (echt) größer ist als die gegebene Bearbeitungsdauer dieser Auftrags-Maschinen-Kombination,¹³³⁾ so liegt ein zeitlicher Puffer vor, der genutzt werden könnte. Zur genauen Bestimmung der frühest möglichen Bearbeitungsbeginn- bzw. spätest möglichen -endzeitpunkte kann das Ausgangsmodell zur Auftragsfolgebestimmung herangezogen werden, indem - bei (manueller) Setzung der durchlaufzeitminimalen Auftragsfolgen (also der u_{ijk} -Variablen) und restriktionsmäßiger Fixierung des ursprünglichen Zielfunktionswertes 'Summe der Durchlaufzeiten' - zum einen die minimalen und zum anderen die maximalen Ausprägungen der Bearbeitungsbeginnzeitpunkte h_{ik} ermittelt werden. Nachdem diejenigen Auftrags-Maschinen-Kombinationen feststehen, für die eine zeitliche Verschiebung der Bearbeitung in Frage kommt, muß für sie geprüft werden, ob Unzulässigkeiten dergestalt entstehen könnten, daß ein Auftrag auf zwei Maschinen gleichzeitig bearbeitet wird und/oder zwei Aufträge auf einer Maschine gleichzeitig bearbeitet werden. Für solche Fälle, in denen sich die Verschiebungsintervalle eines Auftrages in Bezug auf zwei, in seiner Maschinenfolge direkt nacheinander stehenden Maschinen bzw. zweier benachbarter Aufträge der Auftragsfolge einer Maschine überschneiden würden, müssen derartige Verletzungen der Modellannahmen per Restriktion ausgeschlossen werden.

Um die vorstehenden Überlegungen auch formal abzubilden, werden die folgenden (zusätzlichen) Symbole eingeführt:

- y_{tik} .= Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i in Teilperiode t auf Maschinentyp k bearbeitet wird; sonst den Wert 0
- η_{ik} .= frühest möglicher Zeitpunkt, zu dem mit der Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k begonnen werden kann¹³⁴⁾

133) Die Annahmen des Modells zur Auftragsfolgeplanung bewirken, daß der Zeitraum zwischen dem frühest möglichen Beginn- und dem spätest möglichen Endzeitpunkt der Bearbeitung des Auftrages i auf Maschine k nicht kleiner werden kann als d_{ik} .

134) Die erste mögliche Bearbeitungsperiode ist $\eta_{ik} + 1$; vgl. Fußnote 86).

- σ_{ik} . = spätest möglicher Zeitpunkt, an dem die Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k abgeschlossen sein muß
- $[\mathbf{IK}]$. = $\{[ik] \mid [ik] \text{ ist eine Auftrags-Maschinen-Kombination, für die eine zeitliche Links- bzw. Rechtsverschiebung möglich ist}\}$
- $[\mathbf{IK}]'$. = $\{[ik] \mid [ik] \text{ ist eine Auftrags-Maschinen-Kombination, für die eine zeitliche Links- bzw. Rechtsverschiebung nicht möglich ist}\}$

Modell B" besteht dann aus der Zielfunktion (B.Z), den Restriktionen (B.2), (B.3), (B.4) und den im weiteren vorzustellenden Restriktionen:

$$(B.1'a) \quad \beta_{ik} \cdot y_{tik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall [ik] \in [\mathbf{IK}]; \eta_{ik} + 1 \leq t \leq \sigma_{ik};$$

$$(B.1'b) \quad \beta_{ik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall [ik] \in [\mathbf{IK}]'; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + \overline{d}_{ik};$$

Die Binärvariable y_{tik} wird eingeführt, da für diejenigen Bearbeitungen, für die eine zeitliche Links- bzw. Rechtsverschiebung möglich ist, a priori nicht bestimmt werden kann, in welchen Teilperioden sie stattfinden sollen. Die Abstimmung zwischen dem Personalbedarf und dem Personaleinsatz ist danach zu unterscheiden, ob es um Bearbeitungen geht, die diese zeitlichen Verschiebungen zulassen ($[ik] \in [\mathbf{IK}]$) oder nicht ($[ik] \in [\mathbf{IK}]'$). Für den letzten Fall bleibt der Restriktionstyp (B.1), bis auf eine Umformulierung im Allquantor, unverändert, wogegen für den ersten Fall der Besetzungskoeffizient mit der neu generierten Binärvariablen y_{tik} verknüpft werden muß. So kann erreicht werden, daß ein Personaleinsatz nur dann initiiert wird, wenn Auftrag i in der entsprechenden Teilperiode t auf Maschine k auch tatsächlich bearbeitet wird. Restriktion (B.1'a) muß für all diejenigen Teilperioden t ausformuliert werden, die für eine Bearbeitung des Auftrages i in Betracht kommen ($\eta_{ik} + 1 \leq t \leq \sigma_{ik}$).

$$(B.6) \quad \sum_{t=\eta_{ik}+1}^{\sigma_{ik}} y_{tik} = \overline{d}_{ik} \quad \forall [ik] \in [\mathbf{IK}];$$

Um zu verhindern, daß durch die Setzung aller y_{tik} -Variablen auf den Wert Null der Zielfunktionswert verbessert wird, indem den betreffenden Auftrags-Maschinen-Kombinationen einfach kein Bedienungspersonal zugeordnet werden, ist zusätzlich zu formulieren, daß genau so viele y_{tik} -Variable den Wert Eins annehmen müssen, wie die Bearbeitung des Auftrages i auf Maschine k dauert.

Tritt die Situation ein, daß für einige Auftrags-Maschinen-Kombinationen $[ik] \in [\mathbf{IK}]$ zeitliche Überschneidungen in den Bearbeitungen explizit ausgeschlossen werden müssen, so ist für den Fall, daß ein Auftrag auf zwei in seiner Maschinenfolge aufeinander folgende Maschinen k und l gleichzeitig bearbeitet werden könnte, für jede der in beiden Intervallen doppelt auftretenden Teilperioden zu formulieren, daß höchstens eine y_{tik} -Variable den Wert Eins annehmen darf (z.B. entweder y_{tik} oder y_{tij}). Für all diejenigen Perioden, in denen die Gefahr besteht, daß auf einer Maschine zwei in ihrer Auftragsfolge aufeinander folgende Aufträge i und j gleichzeitig

bearbeitet werden könnten, muß analog gefordert werden, daß höchstens eine der beiden y_{tik} -Variablen den Wert Eins annehmen kann (z.B. entweder y_{tik} oder $y_{t+1,ik}$).

Bei der Nutzung der zeitlichen Puffer der Auftrags-Maschinen-Kombinationen $[ik] \in [IK]$ könnte es zu Splittungen in den Auftragsbearbeitungen kommen.¹³⁵⁾ Soll dies explizit ausgeschlossen werden, ist des weiteren Restriktion (B.7) aufzustellen:¹³⁶⁾

$$(B.7) \quad \overline{d}_{ik} \cdot y_{tik} - \overline{d}_{ik} \cdot y_{t+1,ik} + \sum_{t'=t+2}^{\sigma_{ik}} y_{t'ik} \leq \overline{d}_{ik} \quad \forall [ik] \in [IK]; \eta_{ik} + 1 \leq t \leq \sigma_{ik} - 2;$$

Wird in einer Teilperiode t der Auftrag i auf der Maschine k bearbeitet, dann wird gemäß Restriktion (B.7) ausgeschlossen, daß in den übernächsten Folgeperioden ab $t+2$ eine Auftragsbearbeitung stattfindet, wenn der Auftrag nicht auch in der Periode $t+1$ bearbeitet wird. Gilt also $y_{tik} = 1$, dann muß auch $y_{t+1,ik} = 1$ sein, damit die Variablen $y_{t+2,ik}$, $y_{t+3,ik}$ usw. Werte größer Null annehmen können. 'Lücken' in bzw. zeitliche Splitting der Auftragsbearbeitung können so nicht zustande kommen.

$$(B.8) \quad y_{tik} \in \{0,1\} \quad \forall [ik] \in [IK]; \eta_{ik} + 1 \leq t \leq \sigma_{ik};$$

Schließlich ist zu fordern, daß der Definitionsbereich der Variablen y_{tik} auf die Werte Null und Eins beschränkt ist.

Unter erneuter Verwendung der vorstehenden Beispielangaben ergibt sich folgender gehaltskostenminimaler Einsatzplan für das Maschinenbedienungspersonal ($\rightarrow$ Beispiel B"):

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
k = 1	r = 1	5	5	5	3	1	1	—	—	—
	r = 3	—	—	—	—	2	2	3	—	—
	r = 5	—	—	—	—	—	—	—	—	—
k = 2	r = 2	3	3	—	—	—	—	—	3	—
	r = 4	—	—	—	—	—	—	—	1	—
k = 3	r = 3	4	4	4	—	2	2	1	—	—
	r = 5	1	1	3	2	—	—	1	—	—
k = 4	r = 4	1	1	—	—	—	—	1	—	—
	r = 5	2	2	—	1	1	3	2	3	—

TAB. 8: Personaleinsatzplan zu Beispiel B"

Die ausgewiesene Personalausstattung ($PA_1 = 5$, $PA_2 = 3$, $PA_3 = 4$, $PA_4 = 1$, $PA_5 = 3$) führt zu Gehaltskosten in Höhe von 43.000 Geldeinheiten. Dieser um 2.000 Geldeinheiten reduzierte Zielfunktionswert kommt dadurch zustande, daß die Bearbeitung des Auftrages $i = 1$ auf Ma-

135) Beispielsweise würde bei der Bearbeitung des Auftrages $i = 1$ auf Maschine $k = 4$ auch $y_{114} = 1$, $y_{214} = 0$ und $y_{314} = 1$ die Restriktion (B.6) erfüllen.

136) Vgl. GEWALD/KASPER/SHELLE (1972), S. 53.

schine $k = 4$ um eine Periode nach vorne verschoben wurde, was zu einer 'Entlastung' in der Teilperiode $t = 3$ führt: In dieser Periode werden zur Bearbeitung des Auftrages $i = 3$ auf Maschine $k = 3$ genau 7 Arbeitskräfte der Kategorien $r = 3$ und/oder $r = 5$ benötigt; eine Bereitstellung von 3 Arbeitskräften der Kategorie $r = 4$ und/oder $r = 5$ zur Bearbeitung des Auftrages $i = 1$ auf Maschine $k = 4$ entfällt. Durch Nutzung des zeitlichen Puffers hinsichtlich der Auftrags-Maschinen-Kombination [1,4] wird ein ökonomisch sinnvoller Einsatz der 'relativ teuren' Arbeitskräftekategorien $r = 3$, $r = 4$ und $r = 5$ gewährleistet.

2.3. SIMULTANE AUFTRAGSFOLGE- UND PERSONALPLANUNG BEI GEGEBENEN BEARBEITUNGSDAUERN

Das häufig in der Planungsrealität zu beobachtende Vorgehen der schrittweisen Bestimmung der optimalen Auftragsfolgen und der anschließenden Zuordnung von Arbeitskräften zu den Maschinen in denjenigen Teilperioden des Planungszeitraumes, in denen die Maschinen durch die einzelnen Aufträge belegt sind, birgt bei Nichtberücksichtigung der produktions- und personalwirtschaftlichen Interdependenzen die Gefahr der Suboptimalität.¹³⁷⁾ Besteht beispielsweise die Möglichkeit, über unterschiedliche Auftragsreihenfolgen Einfluß auf die Anzahl und die Qualifikation des benötigten Personals und damit auch auf die Personalkosten zu nehmen, so steht dem Unternehmen ein Instrument zum Aufbau von Wettbewerbsvorteilen zur Verfügung. Oder sehen z.B. personalpolitische Regelungen vor, daß in rezessiven Wirtschaftsphasen keine Entlassungen vorzunehmen sind, so gestaltet sich die Planung der Auftragsfolgen unter anderen Vorzeichen, als wenn dieser personalwirtschaftliche Maßnahmenkomplex nicht ausgeschlossen wird. Bei der Bestimmung einer 'optimalen Auftragsfolge' sollte die personalwirtschaftliche Planungssituation also direkt miteinbezogen werden.¹³⁸⁾ Virulent wird die Forderung nach einer simultanen Planung vor allem auch im Hinblick auf die teilweise konträren Zielsetzungen der Produktions- und Personalplanung. Ein simultaner Planungsansatz bietet hier eine erste Chance¹³⁹⁾, daß gegenläufige Optimierungstendenzen der singulären Zielsetzungen (z.B. schnelle Durchlaufzeiten versus Ausnutzung der vorhandenen Personalkapazitäten) a priori in einem Kompromiß Erfassung finden können.

Im folgenden soll gezeigt werden, wie eine simultane Auftragsfolge- und Personalplanung abgebildet werden kann.¹⁴⁰⁾ Dabei wird auch hier die 'Minimierung der Summe der Durchlaufzeiten aller Aufträge' verfolgt. Mit den bisher geltenden Symbolen und

a_{tik} .= Binärvariable, die für diejenigen Teilperioden t den Wert 1 annimmt, in denen der Auftrag i auf Maschinentyp k nicht mehr bearbeitet wird; sonst den Wert 0

137) Vgl. DOMSCH (1970), S. 20 - 23.

138) "Most job shops are dual constrained with more machine resources than labor resources. A key ingredient of the job shop is the skill of the labor resource that is required to operate the general purpose machines to produce quality batches of products." PARK/ BOBROWSKI (1989).

139) Gemeint ist hiermit die Optimierung einer Zielsetzung unter Beachtung von Restriktionen hinsichtlich einer anderen Zielsetzung.

140) Ein erstes Modell hierzu stellte MENSCH (1968b), S. 476 - 481 vor, jedoch ohne Berücksichtigung qualifikatorischer Unterschiede der bereitstellbaren Arbeitskräfte.

b_{tik} := Binärvariable, die für diejenigen Teilperioden t den Wert 1 annimmt, in denen der Auftrag i auf Maschinentyp k noch nicht bearbeitet wird; sonst den Wert 0

wird das Grundmodell zur simultanen Auftragsfolge- und Personalplanung (Modell D) wie folgt modelliert:

Zielfunktion:

$$(D.Z) \quad \sum_{i=1}^I D_i = \min!$$

u.d.N.:

$$(D.1) \quad h_{ik'} + \overline{d_{ik'}} \leq h_{ik''} \quad \forall i \in I; k' = f(\pi_i) \text{ und } k'' = f(\pi_i+1) \text{ mit } \pi_i = 1, \dots, \Pi_i-1;$$

$$(D.2) \quad h_{ik'} + \overline{d_{ik'}} \leq D_i \quad \forall i \in I; k' = f(\pi_i) \text{ mit } \pi_i = \Pi_i;$$

$$(D.3) \quad h_{ik} + \overline{d_{ik}} \leq h_{jk} + M \cdot (1 - u_{ijk}) \quad \forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j;$$

$$(D.4) \quad h_{jk} + \overline{d_{jk}} \leq h_{ik} + M \cdot u_{ijk} \quad \forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j;$$

Neben den bereits aus Modell A inhaltlich bekannten Restriktionen (D.1) - (D.4) werden im weiteren folgende Restriktionen konstruiert:¹⁴¹⁾

$$(D.5) \quad t - h_{ik} - \sum_{t'=\max\{t, \overline{d_{ik}}+1\}}^{t-1} y_{tik} - M \cdot a_{tik} - \varepsilon \cdot y_{tik} \leq 1 - \varepsilon \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

$$(D.6) \quad t - h_{ik} - \sum_{t'=\max\{t, \overline{d_{ik}}+1\}}^{t-1} y_{tik} + M \cdot b_{tik} + \varepsilon \cdot y_{tik} \geq 1 + \varepsilon \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

$$(D.7) \quad a_{tik} + b_{tik} + y_{tik} \leq 1 \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

Im Rahmen einer simultanen Auftragsfolge- und Personalplanung müssen Restriktionen eingebracht werden, die den Produktions- und den Personalbereich verbinden. Eine solche Verbindung muß gewährleisten, daß immer dann, wenn eine Maschine durch einen Auftrag belegt wird, dieser Maschine gleichzeitig auch Bedienungspersonal zugeordnet wird. Zu diesem Zweck werden neben der bereits bekannten Binärvariable y_{tik} die beiden binären Hilfsvaria-

141) Ähnlich auch bei STEINBRÜCK (1986), S. 230 - 234, wenngleich dort mit arbeitsgruppenabhängigen Bearbeitungsdauern gearbeitet wird.

Eine 'Übersetzung' des Modells von STEINBRÜCK in unsere Symbolik würde wie folgt aussehen:

(D.5') $t - h_{ik} - \overline{d_{ik}} < M \cdot (1 - a_{tik}) \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$

(D.6') $- M \cdot (1 - b_{tik}) \leq t - h_{ik} \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$

(D.7'a) $y_{tik} \leq a_{tik} \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$

(D.7'b) $y_{tik} \leq b_{tik} \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$

Bei STEINBRÜCK sind die Variablen a_{tik} , b_{tik} und y_{tik} darüber hinaus mit einem Index zur Kennzeichnung unterschiedlicher Arbeitsgruppen versehen und die Beginnzeitpunkte der einzelnen Teilperioden sind mit diesen identisch.

blen¹⁴²⁾ a_{tik} und b_{tik} definiert. Über das Zusammenspiel dieser Variablen in den Restriktionen (D.5), (D.6) und (D.7) kann abgebildet werden, in welchen Teilperioden t eine Belegung der Maschine k durch den Auftrag i stattfindet, da genau in diesen Teilperioden die entsprechende Binärvariable y_{tik} den Wert 1 annimmt. Teilperioden, in denen der Auftrag i auf Maschine k noch nicht bearbeitet wird, bewirken eine Ausprägung der jeweiligen Binärvariable b_{tik} von Eins; Teilperioden, in denen der Auftrag i auf Maschine k nicht mehr bearbeitet wird, führen zu einer Ausprägung von Eins der jeweiligen a_{tik} -Variable.

Das Restriktionenteilsystem (D.5), (D.6) und (D.7) steuert die Ausprägungen der Binärvariablen wie folgt: Für jede Teilperiode t wird überprüft, ob sie mit dem Beginnzeitpunkt der Bearbeitung von Auftrag i auf Maschine k identisch ist.¹⁴³⁾ Wenn dies der Fall ist, nimmt die entsprechende y_{tik} -Variable den Wert Eins an, da nur so die beiden Restriktionen (D.5) und (D.6) erfüllt werden; eine zusätzliche Festsetzung einer der Binärvariablen a_{tik} und b_{tik} auf den Wert Eins würde (D.7) verletzen. Der y_{tik} -Variable muß für den Fall $t = h_{ik}+1$ erstmals der Wert Eins zugewiesen werden und diesen Wert nimmt sie - aufgrund der vorliegenden Formulierung - auch für alle Folgeperioden an, in denen die Bearbeitung des Auftrages i auf der Maschine k noch nicht abgeschlossen ist. Solange $t \leq h_{ik}$ ($t > h_{ik} + d_{ik}$) werden die Restriktionen (D.5) und (D.6) nicht verletzt, wenn b_{tik} (a_{tik}) gleich Eins ist. Da diese binären Hilfsvariablen nicht mit den personalwirtschaftlichen Variablen verknüpft sind (vgl. (D.8)), initiiert dies in der entsprechenden Periode jedoch keinen Einsatz von Personal.

Die beispielhafte Aufstellung der Restriktionen (D.5) und (D.6) unter der Annahme, daß $h_{ik} = 2$ und $d_{ik} = 3$ sei, soll die obigen Ausführungen unterstützen:

$$\begin{array}{rcccl}
 t = 1: & 1 & - & 2 & \\
 & & - & M \cdot a_{1ik} & - \epsilon \cdot y_{1ik} \leq 1 - \epsilon \\
 & & \downarrow & \downarrow & \\
 & & 0 & 0 & \\
 \\
 & 1 & - & 2 & \\
 & & + & M \cdot b_{1ik} & + \epsilon \cdot y_{1ik} \geq 1 + \epsilon \\
 & & \downarrow & \downarrow & \\
 & & 1 & 0 &
 \end{array}$$

b_{1ik} muß hier den Wert Eins annehmen, damit die beiden Ungleichungen erfüllt werden. In Verbindung mit der Restriktion (D.7) bedeutet dies, daß a_{1ik} und y_{1ik} jeweils nur den Wert Null annehmen können.

142) Es handelt sich i.d.S. um binäre Hilfsvariablen, als sie nur insofern relevant sind, die Ausprägung der 'wichtigen' Variable y_{tik} zu steuern.

143) Hierbei ist zu erinnern, daß

- der Beginnzeitpunkt der ersten Periode den Wert 0, der Beginnzeitpunkt der zweiten Periode den Wert 1 usw. hat und
- eine Summationsvorschrift, deren untere Summationsgrenze größer als ihre obere ist, nicht definiert ist, was bedeutet, daß Teilperioden vor dem Planungszeitraum keine Berücksichtigung finden.

$$\begin{array}{ccccccc} \underline{t=2}: & 2 & - & 2 & - & y_{1ik} & - M \cdot a_{2ik} - \varepsilon \cdot y_{2ik} \leq 1 - \varepsilon \\ & & & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ & & & 0 & & 0 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & 2 & - & 2 & - & y_{1ik} & + M \cdot b_{2ik} + \varepsilon \cdot y_{2ik} \geq 1 + \varepsilon \\ & & & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ & & & 0 & & 1 & 0 \end{array}$$

Auch in $t = 2$ muß die Variable b_{tik} den Wert Eins annehmen, um die Ungleichungen zu erfüllen.

$$\begin{array}{ccccccc} \underline{t=3}: & 3 & - & 2 & - & y_{1ik} & - y_{2ik} - M \cdot a_{3ik} - \varepsilon \cdot y_{3ik} \leq 1 - \varepsilon \\ & & & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ & & & 0 & & 0 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & 3 & - & 2 & - & y_{1ik} & - y_{2ik} + M \cdot b_{3ik} + \varepsilon \cdot y_{3ik} \geq 1 + \varepsilon \\ & & & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ & & & 0 & & 0 & 0 \end{array}$$

Da der Anfangszeitpunkt der dritten Teilperiode den Wert 2 hat, ist für $t = 3$ zum ersten Mal zu gewährleisten, daß in dieser Periode simultan Maschinenbedienungspersonal bereitgestellt wird. Die Variable y_{3ik} müßte also den Wert Eins annehmen, wenn hierüber eine Verbindung des Personal- und Produktionsbereichs erfolgen soll. Und für das obige Beispiel ist auch zu sehen, daß nur für $y_{3ik} = 1$ die Ungleichungen erfüllt werden, zumal laut (D.7) höchstens eine der drei Binärvariablen (a_{3ik} , b_{3ik} , y_{3ik}) den Wert Eins annehmen darf.

$$\begin{array}{ccccccc} \underline{t=4}: & 4 & - & 2 & - & y_{2ik} & - y_{3ik} - M \cdot a_{4ik} - \varepsilon \cdot y_{4ik} \leq 1 - \varepsilon \\ & & & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ & & & 0 & & 1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & 4 & - & 2 & - & y_{2ik} & - y_{3ik} + M \cdot b_{4ik} + \varepsilon \cdot y_{4ik} \geq 1 + \varepsilon \\ & & & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ & & & 0 & & 1 & 0 \end{array}$$

Auch für die Teilperiode $t = 4$ muß die y_{tik} -Variable den Wert Eins annehmen, da die Bearbeitung des Auftrages i auf Maschine k noch nicht abgeschlossen ist. Durch die jeweilige Berücksichtigung aller y_{tik} -Werte der ($\underline{d_{ik}} - 1$)-Vorperioden - hier also y_{2ik} ($= 0$) und y_{3ik} ($= 1$) - sind die obigen Ungleichungen auch wieder nur dann erfüllt, wenn $y_{4ik} = 1$ gilt.

$$\begin{array}{ccccccc} \underline{t=5}: & 5 & - & 2 & - & y_{3ik} & - & y_{4ik} & - & M \cdot a_{5ik} & - & \varepsilon \cdot y_{5ik} & \leq & 1 & - & \varepsilon \\ & & & & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & \\ & & & & & 1 & & 1 & & 0 & & 1 & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & 5 & - & 2 & - & y_{3ik} & - & y_{4ik} & + & M \cdot b_{5ik} & + & \varepsilon \cdot y_{5ik} & \geq & 1 & + & \varepsilon \\ & & & & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & \\ & & & & & 1 & & 1 & & 0 & & 1 & & & & \end{array}$$

Für $t = 5$ gelten analoge Aussagen wie für $t = 4$.

$$\begin{array}{ccccccc} \underline{t=6}: & 6 & - & 2 & - & y_{4ik} & - & y_{5ik} & - & M \cdot a_{6ik} & - & \varepsilon \cdot y_{6ik} & \leq & 1 & - & \varepsilon \\ & & & & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & \\ & & & & & 1 & & 1 & & 1 & & 0 & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & 6 & - & 2 & - & y_{4ik} & - & y_{5ik} & + & M \cdot b_{6ik} & + & \varepsilon \cdot y_{6ik} & \geq & 1 & + & \varepsilon \\ & & & & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & \\ & & & & & 1 & & 1 & & 0 & & 0 & & & & \end{array}$$

Für die sechste Teilperiode (und für alle Folgeperioden des Planungszeitraumes) können die Ungleichungen (D.5) und (D.6) nurmehr erfüllt werden, wenn die entsprechenden a_{tik} -Variablen den Wert Eins annehmen.

Wird in (D.6) anstelle von b_{tik} der Ausdruck $(1 - y_{tik})$ geschrieben und b_{tik} in (D.7) gestrichen sowie eine zusätzliche Restriktion der Form $\sum_{t=1}^T y_{tik} = \overline{d}_{ik} \quad \forall k \in K \text{ und } i \in I_k$ formuliert, kann der Variablentyp b_{tik} eingespart werden, wodurch die - oben angestrebte - Anschaulichkeit der Zusammenhänge der Restriktionen (D.5) bis (D.7) aber etwas leidet.¹⁴⁴⁾ Der zusätzliche Restriktionstyp ist notwendig, um zu verhindern, daß über die Setzung nur der a_{tik} -Variablen auf den Wert Eins die Restriktionen (D.5) - (D.7) erfüllt werden, was gleichzeitig zu Ausprägungen von jeweils Null der den Personalbedarf steuernden Variablen y_{tik} führt.¹⁴⁵⁾ Schließlich würden auch keine von Null verschiedenen Ausprägungen der Personaleinsatzvariablen initiiert

144) Eine dritte Formulierungsalternative benötigt sogar nur y_{tik} als einzige Binärvariable:

(D.5'') $t - h_{ik} + M \cdot (1 - y_{tik}) \geq 1 - \varepsilon \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$

(D.6'') $t - (h_{ik} + \overline{d}_{ik}) - M \cdot (1 - y_{tik}) \leq 1 - \varepsilon \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$

(D.7'') $\sum_{t \in T} y_{tik} = \overline{d}_{ik} \quad \forall k \in K; i \in I_k;$

Zur prinzipiellen Wirkungsweise der Restriktionen (D.5'') - (D.7'') vgl. S. 126 - 129. (Da in dieser Arbeit durchgängig $h_{ik} \in \mathbb{N}_0$ gilt, könnte auf der rechten Seite der jeweils ersten Restriktion dieses Implikationstyps auf ε verzichtet werden.)

Die Restriktion (D.7'') darf nur für ganzzahlige $\overline{d}_{ik}$ -Werte in Gleichungsform formuliert werden; bezüglich dieser Restriktion vgl. auch KRELLE (1958), S. 171.

145) Problematisch wird dies besonders bei einer Zielsetzung, die z.B. die Personalkosten zu minimieren sucht.

werden, d.h., daß den Maschinen trotz vorgesehener Bearbeitungen kein Bedienungspersonal zugewiesen wird. Für Modelle der gemischt-ganzzahligen Optimierung können aber kaum Aussagen darüber gemacht werden, ob vorrangig die Anzahl der (ganzzahligen) Variablen oder die Art und Anzahl der Restriktionen (Struktur des Problems) für eventuelle rechentechnische Schwierigkeiten verantwortlich sind.¹⁴⁶⁾

$$(D.8) \quad \sum_{i \in I_k} \beta_{ik} \cdot y_{tik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall t \in T; k \in K;$$

$$(D.9) \quad \sum_{k \in K_r} PE_{rkt} \leq PA_r \quad \forall t \in T; r \in R;$$

$$(D.10) \quad PA_r \leq \overline{PA_r^{\max}} \quad \forall r \in R;$$

$$(D.11) \quad \begin{aligned} h_{ik} &\in \mathbb{N}_0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\ D_i &\geq 0 & \forall i \in I; \\ PE_{rkt} &\geq 0 & \forall t \in T; r \in R; k \in K_r; \\ PA_r &\geq 0 & \forall r \in R; \\ u_{ijk} &\in \{0,1\} & \forall k \in K; i,j \in I_k \mid i < j; \\ a_{tik}, b_{tik}, y_{tik} &\in \{0,1\} & \forall t \in T; k \in K; i \in I_k; \end{aligned}$$

Die letzten drei Restriktionen dieses Modells (neben den Nichtnegativitätsbedingungen (D.11)¹⁴⁷⁾) gewährleisten die Bereitstellung von (geeignetem) Maschinenbedienungspersonal. Über die Verknüpfung der Besetzungskoeffizienten β_{ik} mit den Binärvariablen y_{tik} wird der simultane Einsatz von z.B. drei Arbeitskräften pro Bearbeitungsperiode des Auftrages i auf Maschine k simultan gesteuert.¹⁴⁸⁾ Der zur Deckung des Personalbedarfs geplante Personaleinsatz darf dabei das verfügbare Personal der jeweiligen Personalkategorie nicht übersteigen ((D.9) i.V.m. (D.10)).

Unter Bezugnahme auf die Beispieldaten von S. 30 und S. 43 + 44 ergibt sich der folgende durchlaufzeitminimale (Zielfunktionswert: 28 Perioden) Auftragsfolgeplan ($\rightarrow$ Beispiel D)

146) Vgl. HILLIER/LIEBERMAN (1988), S. 386.

147) Bei Verwendung der Restriktionen (D.1) - (D.4), (D.5') - (D.7'), (D.8) - (D.10) muß (D.11) wie folgt angepaßt werden:

$$(D.11') \quad \begin{aligned} h_{ik} &\in \mathbb{N}_0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\ D_i &\geq 0 & \forall i \in I; \\ PE_{rkt} &\geq 0 & \forall t \in T; r \in R; k \in K_r; \\ PA_r &\geq 0 & \forall r \in R; \\ u_{ijk} &\in \{0,1\} & \forall k \in K; i,j \in I_k \mid i < j; \\ y_{tik} &\in \{0,1\} & \forall t \in T; k \in K; i \in I_k; \end{aligned}$$

148) Vgl. MENSCH (1968b), S. 476 - 481 bezüglich einer Planungssituation, in der die Bearbeitungsdauer der Aufträge u.a. von der Anzahl der jeweils eingesetzten Arbeitskräfte abhängt.
Vgl. auch CRAMER/POLLATSCHEK (1979); STEINBRÜCK (1986), S. 212 - 216.

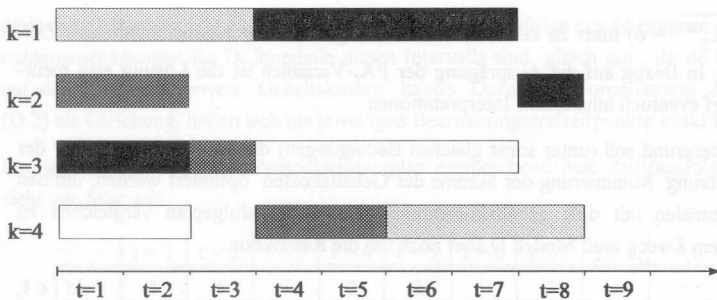


ABB. 7: Auftragsfolgeplan zu Beispiel D

und folgender Einsatzplan der Arbeitskräfte:

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
k = 1	r = 1	–	5	–	–	–	–	3	–	–
	r = 3	4	–	–	3	–	3	–	–	–
	r = 5	1	–	5	–	3	–	–	–	–
k = 2	r = 2	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	r = 4	3	3	–	–	–	–	–	4	–
k = 3	r = 3	–	5	6	–	2	–	–	–	–
	r = 5	5	–	1	2	–	2	2	–	–
k = 4	r = 4	3	3	–	1	–	3	–	–	–
	r = 5	–	–	–	–	1	–	3	3	–

TAB. 9: Personaleinsatzplan zu Beispiel D

In dem Lösungsausdruck zu dem vorliegenden Beispiel werden die Personalausstattungsvariablen mit $PA_1 = 5$, $PA_2 = 0$, $PA_3 = 8$, $PA_4 = 6$ und $PA_5 = 6$ ausgewiesen, was Gehaltskosten in Höhe von 76.000 Geldeinheiten bewirken würde. Allerdings sind diese Variablenausprägungen größer als nötig, da eine Variablenbelegung von $PA_1 = 5$, $PA_2 = 0$, $PA_3 = 6$, $PA_4 = 6$ und $PA_5 = 6$ den vorliegenden Personaleinsatzplan ebenso erfüllen und zudem die Gehaltskosten um 6.000 Geldeinheiten reduzieren würde. Diese überhöhte, (ceteris paribus) unwirtschaftliche Personalausstattung kommt deshalb zustande,¹⁴⁹⁾ weil in dem Modell 'Personal nichts kostet', d.h., eine Variation der Personalausstattung zwischen der geringst möglichen Personalausstattung entsprechend dem Personaleinsatzplan ($PA_1 = 5$, $PA_2 = 0$, $PA_3 = 6$, $PA_4 = 6$, $PA_5 = 6$; vgl. auch (D.8)) und den jeweiligen Obergrenzen ($PA_1^{\max} = 8$, $PA_2^{\max} = 7$, $PA_3^{\max} = 8$,

149) Falls anstelle von (D.9) und (D.10) direkt

$$(D.9') \quad \sum_{k \in K_r} PE_{rkt} \leq PA_r^{\max} \quad \forall r \in R; t \in T;$$

formuliert wird, kommt es zu nicht zu interpretationsbedürftigen PA_r -Ausprägungen, da diese erst aus der Lösung abzuleiten wären.

$\overline{PA_4^{\max}} = 6$, $\overline{PA_5^{\max}} = 6$) führt zu keinerlei Verbesserungen des durchlaufzeitminimalen Zielfunktionswertes. In Bezug auf die Ausprägung der PA_r -Variablen ist die Lösung also mehrdeutig und bedarf eventuell inhaltlicher Interpretationen.

Vor diesem Hintergrund soll (unter sonst gleichen Bedingungen) das Modell D nun unter der konträren Zielsetzung 'Minimierung der Summe der Gehaltskosten' optimiert werden, um den durchlaufzeitminimalen mit dem gehaltskostenminimalen Auftragsfolgeplan vergleichen zu können. Zu diesem Zweck muß Modell D aber noch um die Restriktion

$$(D.12) \quad D_i \leq T \quad \forall i \in I,$$

erweitert werden, da sich sonst inhaltlich unsinnige Ergebnisse ergeben könnten. Mit (D.12) wird nämlich sichergestellt, daß die Bearbeitung aller Aufträge innerhalb des Planungszeitraumes erledigt werden muß, und ohne eine solche Restriktion hätte es eine zielfunktionswertverbessernde Wirkung, wenn die Auftragsbearbeitungen bis jenseits des Planungszeitraumes verschoben werden: Für Teilperioden nach T sind die Binärvariablen y_{tik} nämlich nicht definiert; diese Variablen sind es aber, die einen Personaleinsatz bedingen und letztlich Gehaltskosten verursachen. Im Optimum könnten so Gehaltskosten in Höhe von 0 Geldeinheiten erreicht werden.

Angewandt auf das Beispiel ergibt sich lediglich eine andere zeitliche Bearbeitungsstruktur des ansonsten strukturell identischen Auftragsfolgeplans. Die Bedingung, daß die Bearbeitung jedes Auftrages innerhalb des Planungszeitraumes abgeschlossen werden muß, ist erfüllt. Die Summe der Durchlaufzeiten beträgt 29 Perioden.¹⁵⁰⁾

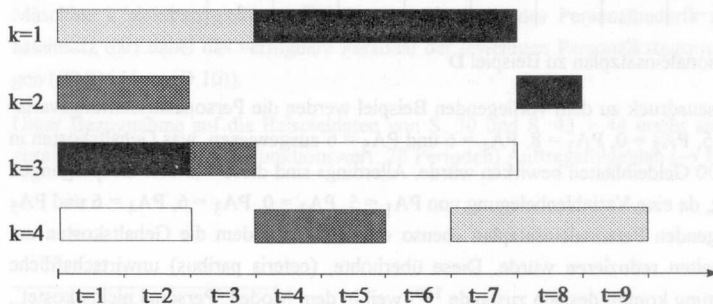


ABB. 8: Auftragsfolgeplan zu Beispiel D'

Ähnliche Interpretationsprobleme wie bei den PA_r -Variablen können sich hier nun für die D_i -Werte ergeben, wenn Restriktion (D.2) als Ungleichung formuliert bleibt. Die Ausprägung der D_i -Variablen wird nach oben durch T begrenzt und nach unten durch das Bearbeitungsende an

¹⁵⁰⁾ Bis auf die Zielfunktion und vier zusätzliche Restriktion (D.12) entspricht Modell D' dem Aufbau von Modell D, weshalb auf seine beispielhafte Ausgestaltung im Anhang verzichtet wird und die Ergebnisse hier direkt präsentiert werden.

derjenigen Maschine, die an letzter Position der Maschinenfolge des Auftrages i steht. Alle Variablenausprägungen für D_i innerhalb dieses Intervalls sind 'gleich gut', da sie keinen Einfluß auf den Zielfunktionswert 'Gehaltskosten' haben. Durch die Formulierung der Restriktion (D.2) als Gleichung, ließen sich die jeweiligen Bearbeitungszeitpunkte exakt bestimmen.

Der gehaltskostenminimale Personaleinsatzplan entsprechend dem Auftragsfolgeplan ABB. 8 sieht wie folgt aus:

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
k = 1	r = 1	5	5	5	2	3	—	3	—	—
	r = 3	—	—	—	—	—	3	—	—	—
	r = 5	—	—	—	1	—	—	—	—	—
k = 2	r = 2	3	3	—	—	—	—	—	3	—
	r = 4	—	—	—	—	—	—	—	1	—
k = 3	r = 3	4	4	4	—	—	—	2	—	—
	r = 5	1	1	3	2	2	2	—	—	—
k = 4	r = 4	1	1	—	1	—	—	—	—	1
	r = 5	2	2	—	—	1	—	3	3	2

TAB. 10: Personaleinsatzplan zu Beispiel D'

Die Personalausstattung besteht aus $PA_1 = 5$, $PA_2 = 3$, $PA_3 = 4$, $PA_4 = 1$, $PA_5 = 3$ und führt zu einem Zielfunktionswert von 43.000 Geldeinheiten. Dieser Wert ist (u.a.) geringer als die Gehaltskosten, die sich gemäß Modell B (vgl. S. 37) ergeben. Durch die Verschiebung der Bearbeitung des Auftrages $i = 2$ auf Maschine $k = 4$ um eine Periode nach hinten und der Bearbeitung des Auftrages $i = 1$ auf Maschine $k = 4$ um eine Periode nach vorne, kann ein um 2.000 Geldeinheiten verbesserter Zielfunktionswert erzielt werden. Die Struktur des Auftragsfolgeplans bleibt dabei gleich, auch wenn dies vermutlich nicht der Normalfall und eher auf das konkrete Beispiel zurückzuführen ist.

Welche Zielsetzung als Zielfunktion und welche als Restriktion berücksichtigt wird, erfordert letztlich eine ex ante Entscheidung über die Rangordnung der Ziele (lexikographische Zielanordnung). Diejenige Zielsetzung, die in Form einer Zielfunktion berücksichtigt wird, wird optimiert, wogegen für diejenige(n) Zielsetzung(en), die in Form von Nebenbedingungen berücksichtigt wird (werden), sich 'allenfalls' z.B. (ein) Anspruchsniveau(s) formulieren ließe(n). Eine Alternative zu der Einzielloptimierung bieten in dieser Hinsicht diejenigen Verfahren einer Mehrzielloptimierung¹⁵¹⁾, die - zumindest explizit - keine ex ante Entscheidungen über den Rang einer Zielsetzung bzw. deren Gewichtung voraussetzen.¹⁵²⁾

151) Zu Mehrzielloptimierung im Zusammenhang mit 'Job-Shop-Scheduling'-Problemen vgl. z.B. GRAVEL/MARTEL/NADEAU/PRICE/TREMBLAY (1992).

152) Vgl. z.B. ZIMMERMANN/GUTSCHE (1991), S. 137 - 197.

2.4. MÖGLICHKEITEN UND PROBLEME EINER MODELLÖSUNG

Die Bestimmung der Auftragsfolgen der Maschinen stellt ein kombinatorisches Problem (Permutation ohne Wiederholung)¹⁵³⁾ dar. Für jede Maschine k existieren $|I_k|!$ mögliche Anordnungen (Permutationen) der auf ihr zu bearbeitenden Aufträge, und da für alle Maschinen deren Auftragsfolge zu ermitteln ist, wären $\prod_{k \in K} |I_k|!$ (strukturell) unterschiedliche Auftrags-

folgepläne denkbar.¹⁵⁴⁾ Die formale Abbildung des Job-Shop-Problems über Modelle der mathematischen Programmierung führt i.d.R. in den Bereich der (gemischt-)ganzzahligen Optimierung,¹⁵⁵⁾ weshalb derartige Planungsprobleme auch schon für relativ kleine Beispiele eine sehr große Anzahl an generierbaren Plänen beinhalten und damit meist erhebliche Lösungsschwierigkeiten verursachen.¹⁵⁶⁾

Eine optimale Lösung von (gemischt-)ganzzahligen Modellen zur Auftragsfolgeplanung könnte (u.a.) durch vollständige Enumeration¹⁵⁷⁾, durch die Anwendung von Entscheidungsbaumverfahren (dynamische Programmierung,¹⁵⁸⁾ begrenzte Enumeration, Branch-and-Bound-Verfahren¹⁵⁹⁾ oder Schnittebenenverfahren¹⁶⁰⁾ erfolgen.¹⁶¹⁾ (Die zum Einsatz kommenden Algorithmen sind dabei häufig Kombinationen einzelner Aspekte dieser analytischen Kategorien.) Aber trotz Verwendung leistungsstarker elektronischer Rechner scheitert die Lösbarkeit der meisten realen Beispiele zur Auftragsfolgeplanung an deren Umfang. Lediglich für Spezialfälle (z.B. nie gleichzeitig beliebig viele Aufträge, beliebig viele Maschinen, beliebig lange Bearbeitungsdauern etc.) existieren polynomial beschränkte Algorithmen¹⁶²⁾.¹⁶³⁾ Verständlicherweise nehmen die Lösungsschwierigkeiten noch zu, wenn simultan mit den Auftragsfolgen auch die Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal zu planen ist, so daß für das in 2.3. entwickelte Simultanmodell (nach derzeitigem Erkenntnisstand) keine Aussicht auf allgemeine Lösbarkeit besteht. Damit führen auch Überlegungen zur Verkleinerung des Lösungsraumes z.B.

153) Vgl. OHSE (1989a), S. 50 - 51.

154) Hierin sind zwar auch unzulässige (die vorgegebenen Maschinenfolgen verletzende) Pläne enthalten, doch selbst die um diese reduzierte Menge der möglichen Auftragsfolgepläne kann extrem groß sein.

155) Vgl. KORTE (1979), S. 46 - 49.

156) Vgl. MÜLLER-MERBACH (1975b), Sp. 3212; PARKER/RARDIN (1988), S. 5 - 6.

157) Die kleinste Menge an Plänen, in der sich die optimale Lösung eines regulären Zielkriteriums befindet, ist die Menge aller aktiven Pläne. Zu deren Bestimmung vgl. insbesondere GIFFLER/THOMPSON (1960) aber auch BROOKS/WHITE (1965).

158) Vgl. z.B. BAKER/SCHRAGE (1978); LAWLER/MOORE (1969).

159) Vgl. vor allem BRÜCKER/JURISCH (1993); BRÜCKER/JURISCH/KRÄMER (1992); BRÜCKER/JURISCH/SIEVERS (1991); CARLIER (1982); CARLIER/ PINSON (1989), (1990), (1994). Vgl. u.a. auch ASHOUR/HIREMATH (1973); BALAS (1969); BARKER/McMAHON (1985); CHARLTON/DEATH (1970); LAGEWEG/LENSTRA/RINNOOY KAN (1977); TOWNSEND (1977).

160) Vgl. z.B. APPLGATE/COOK (1991).

161) Zur diesbezüglichen Systematisierung vgl. MÜLLER-MERBACH (1975a) sowie GEOFFRION/MARSTEN (1972) und KING/SPACHIS (1980), S. 116 - 121.

162) "Ein Algorithmus heißt polynomial beschränkt, wenn der Rechenaufwand höchstens polynomial mit dem Umfang des Inputs wächst." BRÜCKER (1975), S. 363.

163) Vgl. z.B. KING/SPACHIS (1980), S. 113 - 115; LENSTRA (1977), S. 20 - 39 und 125 - 140; RINNOOY KAN (1976); SASIENI/YASPAK/FRIEDMAN (1971), S. 256 - 274.

dadurch, daß die Restriktionen (D.5) - (D.9) nur für diejenigen Teilperioden auszuformulieren sind, die durch die entsprechenden frühest möglichen bzw. spätest möglichen Bearbeitungsbeginnzeitpunkte begrenzt werden, allenfalls für kleinere Beispiele zu Rechenvereinfachungen.

Größere Praktikabilität als die oben beschriebenen optimierenden Verfahren weisen sog. heuristische Verfahren auf, die die Bestimmung von zufriedenstellenden Lösungen bzw. Näherungslösungen zum Ziel haben.¹⁶⁴ Deren zunehmende Erforschung und stetige Weiterentwicklung ist vor allem auf die Erkenntnis zurückzuführen, daß Job-Shop-Scheduling-Probleme mit zu den komplexesten Problemen des Operations Research zählen.¹⁶⁵ Zur Bestimmung von Näherungslösungen werden in der Literatur sowohl Verfahren diskutiert, die die zuvor relaxierten Entscheidungsprobleme optimieren,¹⁶⁶ als auch Verfahren, die mittels ad-hoc Entscheidungsregeln (bzw. Kombinationen aus einzelnen Entscheidungsregeln) erste zulässige Lösungen aufbauen¹⁶⁷; schließlich werden Verfahren, die den Lösungsraum systematisch aber nicht zwangsläufig vollständig absuchen,¹⁶⁸ den heuristischen Verfahren

-
- 164) Zur Abgrenzung zwischen 'nicht-heuristischen' und 'heuristischen' Lösungsverfahren vgl. STREIM (1975); ZEHNDER (1969), S. 10 - 12.
Zu Argumenten, die für den Einsatz heuristischer Verfahren sprechen, vgl. SIMON (1980); WITTE (1979), S. 72 - 85; ZANAKIS/EVANS (1981).
- 165) Vgl. BACHEM (1980); GAREY/JOHNSON (1975), (1979), S. 242; GAREY/JOHNSON/SETHI (1976); GEORGI (1995), S. 39 - 42; GONZALEZ/SAHNI (1978); JOHNSON (1983), S. 198 - 200; KARP (1972), S. 93 - 100; LENSTRA/RINNOOY KAN/BRUCKER (1977); LEWIS/PAPADIMITRIOU (1978); MÜLLER-MERBACH (1973); PARKER/RARDIN (1988), S. 28 - 33; ULLMAN (1975).
- 166) Durch z.B. Dekomposition des Problems, Aggregation von Planungsobjekten oder Relaxation ausgewählter Bedingungen soll das ursprüngliche Entscheidungsproblem entschärft werden. Ähnliche Wirkungen können erzielt werden, wenn z.B. alternative Lösungen exogen vorgegeben werden, aus denen die optimale Lösung auszuwählen ist; vgl. hierzu CHU/PORTMANN/PROTH (1992); DOMSCHKE/SCHOLL/VOß (1993), S. 371 - 372; DZIELINSKI/GOMORY (1965); PEARL (1984), S. 113 - 118.
- 167) Mit dieser Kategorie werden vorrangig Prioritätsregelverfahren in Verbindung gebracht; vgl. diesbezüglich u.a. ALBACH (1965), S. 17 - 19; BLACKSTONE/PHILLIPS/HOGG (1982); BUZI (1971); CONWAY (1965a), (1965b); CONWAY/ JOHNSON/MAXWELL (1960); DAY/HOTTENSTEIN (1970); DULGER (1993), S. 111 - 204; GERE (1966); HAUPT (1989); JONES (1973); KÜPPER (1982), S. 197 - 202; NEW (1975); O'GRADY/HARRISON (1985); PANWALKAR/ISKANDER (1977); ROWE (1959), (1960).
Bezüglich weiterer Verfahren zur Generierung einer 'guten' zulässigen Lösung vgl. aber auch ADAMS/BALAS/ZAWACK (1988); ALLI (1989); BROOKS/WHITE (1965); HELLER/LOGEMANN (1961); HUTCHISON/CHANG (1990); WERNER/WINKLER (1995).
- 168) Der Lösungsraum wird z.B. dann nicht vollständig untersucht, wenn
- ein optimierender Algorithmus entsprechend vorab definierter Kriterien vorzeitig abgebrochen wird (vgl. z.B. NEUMANN/MORLOCK (1993), S. 404), oder wenn
 - eine vorhandene zulässige Lösung auf iterativem Wege verbessert wird (vgl. z.B. GALLUS (1976)).
- Hierzu sind insbesondere auch Verfahren der lokalen Suche bzw. 'large-step-optimization' zu rechnen, die eine spezifisch definierte Nachbarschaft der Ausgangslösung auf bessere Lösungen hin untersuchen (vgl. AARTS/VAN LAARHOVEN/LENSTRA/ULDER (1994); CRAMA/KOLEN/PESCH (1995); LOURENÇO (1995); PIRLOT (1992); VAESSENS (1995)).
Als Suchstrategien haben sich dabei vor allem simulated annealing (vgl. z.B. VAN LAARHOVEN/AARTS/LENSTRA (1992)), tabu search (vgl. z.B. BARNES/CHAMBERS (1995); BARNES/LAGUNA/GLOVER (1995), S. 112 - 117; DELL'AMICO/TRUBIAN (1993); DE WERRA/HERTZ (1989); GLOVER (1989), (1990); SUN/BATTA/LIN (1995)) und genetische Algorithmen (vgl. z.B. BIERWIRTH (1995); DELLA CROCE/TADEL/VOLTA (1995); DÖRNDORF/ PESCH (1993), (1995); MICHALEWICZ (1992), S. 203 - 209; STORER/WU/VACCARI (1992b)) bewährt.
Eine gute vergleichende Übersicht der Rechenergebnisse ausgewählter 'local search' Verfahren findet sich bei VAESSENS (1995), S. 83 - 93.

zugerechnet.¹⁶⁹⁾ Entgegen dem hier eventuell zu gewinnenden Eindruck kombinieren überzeugende heuristische Verfahren meistens eine ganze Reihe von Elementen der einzelnen hier angesprochenen Kategorien.

Angesichts der Komplexität realer Auftragsfolgeprobleme könnte man geneigt sein, auf deren formale Abbildung - Ausgangspunkt für die Weiterentwicklung und Anwendung optimierender Verfahren - zu verzichten. Zu einer derartigen Haltung meint MÜLLER-MERBACH: "Before the design of a heuristic begins, the attempt should be made to develop a comprehensive mathematical model of the problem (or of the problem statement, ...). Even if the model would be of a zero-one-programming type (and no efficient converging algorithms available) the structure of the model would provide much insight into structural aspects of the problems."¹⁷⁰⁾ Dieser Ansicht wird vor dem Hintergrund, daß selbst die vielversprechenden Ergebnisse des Einsatzes der derzeit favorisierten 'Metaheuristiken'¹⁷¹⁾ letztlich durch einen entsprechenden Problemzuschnitt z.T. erst möglich, aber auf jeden Fall entscheidend beeinflusst werden, nur zugestimmt. Kenntnis über die jeweils spezifische Struktur des Problems und über das Zusammenwirken der Entscheidungsvariablen unterstützt also die Ausgestaltung guter Näherungsverfahren¹⁷²⁾.

In umgekehrter Sicht wird die Bestimmung optimaler Variablenausprägungen aber auch durch den Einsatz von heuristischen Verfahren unterstützt.¹⁷³⁾ Denn soll z.B. die Zielfunktion in einem (gemischt-)ganzzahligen Programmierungsansatz minimiert werden, gelten folgende Zusammenhänge:¹⁷⁴⁾

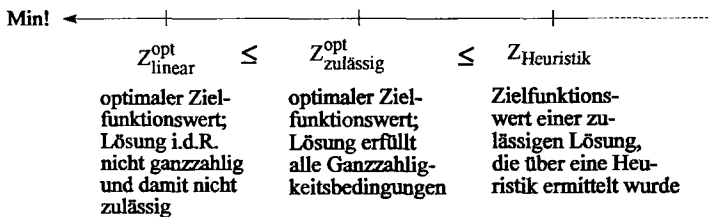


ABB. 9: Zusammenhänge unterschiedlicher Zielfunktionsausprägungen bei der Minimierung (gemischt-)ganzzahliger Programmierungsansätze

169) Zu dieser Einteilung vgl. KING/SPACHIS (1980), S. 121 - 124.

Gute Übersichten über Näherungsverfahren zur Bestimmung von Auftragsfolgen vermitteln z.B. BLAZEWICZ/DOMSCHKE/PESCH (1995), S. 18 - 41; BROWN/MARIN/SCHERER (1995), S. 1 - 17; SANDEWALL (1971); SILVER/VIDAL/DE WERRA (1980), S. 157 - 159; STORER/WU/VACCARI (1992a); ZANAKIS/EVANS/VAZACOPOULOS (1989).

170) MÜLLER-MERBACH (1981), S.20.

Zu weiteren Begründungen vgl. auch: ADAM (1980), S. 106 - 109; BERENS/DELFMANN (1995), S. 119 - 124; BOENKENDORF (1964), S. 1139; HAHN/ROSCHMANN (1966), S. 67; MÜLLER-MERBACH (1975c), S. 7 und 14.

171) Vgl. PIRLOT (1992), S. 9; gemeint sind auf 'iterative improvement' basierende neue Algorithmen.

172) Zur Bewertung von Näherungsverfahren vgl. z.B. PFOHL/HEBEL (1982).

173) Hierzu APPELGATE/COOK (1991), S. 153: "In an optimization procedure, it is important to have a good heuristic method for obtaining an initial schedule."

174) Vgl. z.B. BURKHARD (1989), S. 378 - 379.

Würde das Entscheidungsproblem hinsichtlich aller Ganzzahligkeitsbedingungen relaxiert werden, ergibt sich ein optimaler Zielfunktionswert ($Z_{\text{linear}}^{\text{opt}}$), der jedoch größtenteils zu gebrochenen Ausprägungen der Entscheidungsvariablen führt. Eine optimale, alle Ganzzahligkeitsrestriktionen erfüllende Lösung mit dem Zielfunktionswert $Z_{\text{zulässig}}^{\text{opt}}$ kann damit höchstens so gut sein, wie die Lösung des relaxierten Programms, d.h., $Z_{\text{linear}}^{\text{opt}}$ stellt eine Untergrenze für $Z_{\text{zulässig}}^{\text{opt}}$ dar. Indem nun mittels eines heuristischen Verfahrens eine zulässige Ausgangslösung (mit dem Zielfunktionswert $Z_{\text{Heuristik}}$) bestimmt wird, soll eine Annäherung an $Z_{\text{zulässig}}^{\text{opt}}$ aus dem Unendlichen beschleunigt werden. Die Bestimmung von $Z_{\text{Heuristik}}$ führt zu einer Obergrenze, an der sich aussichtsreiche Lösungen messen lassen müssen, wodurch die Anzahl der im Rahmen des optimierenden Verfahrens näher zu betrachtenden Lösungen frühzeitig eingeschränkt und damit der Rechenaufwand vermindert werden kann. Je enger der Korridor ist, innerhalb dessen $Z_{\text{zulässig}}^{\text{opt}}$ liegen kann, desto schneller konvergiert das Lösungsverfahren; dies unterstreicht die Bedeutung einer 'guten' heuristisch bestimmten Obergrenze.

Das Verhältnis zwischen optimierenden und heuristischen Verfahren offenbart sich hier als zirkulär, und zwar - grob gesprochen - in folgender Weise: Will man eine gute Heuristik entwickeln, sollte ein mathematisches Modell des Problems als Ausgangspunkt dienen; die Optimierung sollte wiederum durch den Einsatz guter Heuristiken unterstützt werden. Versteht man die Entwicklung guter Heuristiken als einen iterativen Prozeß, klärt sich dieses Verhältnis von optimierenden und heuristischen Verfahren. Indem für ausgewählte Planungssituationen Beispielfälle konstruiert und mit Unterstützung eher einfacher Heuristiken optimiert werden, ist ein Erkenntniszugewinn über die Wirkungszusammenhänge der Modellgrößen 'im Kleinen' zu erwarten. Mit diesem Erkenntniszugewinn lassen sich z.T. sehr spezifische Heuristiken ausgestalten und begründen, die dann auch 'im Großen' zu guten Näherungslösungen führen sollen. Soll abgeschätzt werden, wie gut die Ergebnisse solch spezifizierter Heuristiken im Falle realistischer Planungssituationen sind,¹⁷⁵⁾ kann u.a. auch deren Anwendung auf die bereits bekannten Beispiele von Nutzen sein.¹⁷⁶⁾

Die gesichtete Literatur zur Auftragsfolge- bzw. Personalplanung stellt hauptsächlich Algorithmen zur Lösung von Problemen jeweils eines betrieblichen Funktionsbereiches vor, schwerpunktmäßig zur Auftragsfolgeplanung.¹⁷⁷⁾ Eine simultane Berücksichtigung von Auftragsfolge- und Personalplanungsproblemen erfolgt allenfalls unter personalwirtschaftlich höchst restriktiven Annahmen (Verwendungs- und Bereitstellungseindeutigkeiten) und für ausgewählte Spezialfälle der Auftragsfolgeplanung.¹⁷⁸⁾ Auf diesem Gebiet ist weiterer For-

175) Zu Problemen in Zusammenhang mit der Evaluation heuristischer Verfahren vgl. z.B. FISCHER/KRUSCHWITZ (1980).

176) Hierzu vgl. auch BERENS (1992), S. 167 - 202 und BRÜCKER (1976).

177) Vgl. auch TRELEVEN (1987) und TRELEVEN/ELVERS (1985) bezüglich Regeln der Zuordnung von Arbeitskräften zur Maschinen.

178) Vgl. z.B. BLAZEWICZ/ECKER/SCHMIDT/WEGLARZ (1994), S. 192 - 215.

schungsbedarf zu erkennen:¹⁷⁹⁾ Nicht nur sollten allgemeingültigere Situationen einer Auftragsfolgeplanung ins Auge gefaßt werden, sondern es sollte vor allem auch der Multifunktionalität des betrieblichen Personalpotentials explizit Rechnung getragen werden. Bei der Entwicklung von praktikablen Heuristiken zur Lösung derartiger Planungssituationen sollten aus unserer Sicht produktions- und personalwirtschaftliche Zielsetzungen simultan in das Entscheidungskalkül eingehen.

2.5. SYSTEMATISIERUNG DER IM WEITEREN ZU UNTERSUCHENDEN PLANUNGSSITUATIONEN

Im Rahmen des in Punkt 2.2.1.1. dargelegten traditionellen Job-Shop-Scheduling-Problems werden einzelne Aufträge einzelnen Maschinen zugeordnet, wobei für jeden Auftrag eine gegebene Maschinenfolge zu berücksichtigen ist. Diese Planungssituation kann als ein Spezialfall der Auftragsfolgeplanung angesehen werden, da allgemeiner betrachtet bei der Fertigung der Aufträge in einer - wie hier grundsätzlich angenommen - gegebenen Reihenfolge vornehmlich bestimmte Bearbeitungsarten f ($f = 1, 2, \dots, F$), z.B. erst Schleifen, dann Polieren etc., ausgeführt werden müssen. Eigentlich sind es diese Bearbeitungsarten, die an den einzelnen Aufträgen zu erledigen sind und deshalb wäre besser anstelle von 'vorgegebenen Maschinenfolgen' von 'vorgegebenen Bearbeitungsfolgen' der Aufträge zu sprechen. Bei der Zuordnung der Aufträge zu den Maschinen wäre prinzipiell also der (Um)Weg über die zur Fertigung der jeweiligen Aufträge benötigten und von den jeweiligen Maschinentypen k ($k = 1, 2, \dots, K$)¹⁸⁰⁾ durchführbaren Bearbeitungsarten zu gehen. Für den Fall allerdings, daß jeder Maschinentyp k nur eine Bearbeitungsart f durchführen kann (Verwendungseindeutigkeit) und jede Bearbeitungsart f nur von einem Maschinentyp k bearbeitet werden kann (Bereitstellungseindeutigkeit), kann aufgrund dieser beidseitigen Eindeutigkeiten auf den Index f verzichtet werden, an dessen Stelle dann der Index k tritt. Genau dies geschieht bei den traditionellen Job-Shop-Scheduling-Problemen. Jedoch sind auch Konstellationen denkbar, für die diese Eineindeutigkeiten von f und k nicht mehr gegeben sind:

- Maschinentyp k kann nur eine Bearbeitungsart f durchführen (Verwendungseindeutigkeit); für die Durchführung dieser Bearbeitungsart kommen aber mehrere Maschinentypen in Betracht (Bereitstellungsmehrdeutigkeit). Auf den Index f kann hier insofern nicht verzichtet werden, als a priori keine 'Maschinenfolge' angegeben werden kann, da ja erst im Rahmen der Planung entschieden wird, welcher Maschinentyp(en) an welchem Auftrag Bearbeitungsart f durchführt (durchführen).

179) Vgl. GRABOWSKI/JANIAK (1987), S. 72.

180) Es sollen folgende zwei Differenzierungskriterien für k gelten:

- 1) Alle Maschinen eines Typs k können dieselbe(n) Bearbeitungsart(en) erledigen und
- 2) die benötigten Zeiteinheiten zur Bearbeitung einer Auftrageinheit seien auf jeder Maschine dieses Typs identisch.

Letzteres bedeutet im Umkehrschluß, daß alle Maschinen eines Typs k in Bezug auf alle zu bearbeitenden Aufträge über einheitliche (wenn auch eventuell auftragsabhängige) Intensitätsstufen verfügen; vgl. auch S. 63.

- Bearbeitungsart f kann (z.B. aufgrund von Bestückungsproblemen, wenn das Werkstück zu klein oder groß ist) bzw. soll (z.B. aufgrund betriebspolitischer Überlegungen) nur jeweils von einem Maschinentyp k durchgeführt werden (Bereitstellungseindeutigkeit); Maschinentyp k beherrscht jedoch mehrere Bearbeitungsarten (Verwendungsmehrdeutigkeit). Aufgrund der Tatsache, daß Maschinentyp k multifunktional ist, kann ein Auftrag auch mehr als eine Bearbeitungsart auf diesem Maschinentyp erfahren. Deshalb wird der Index f benötigt, um zum einen die Einhaltung der vorgegebenen Bearbeitungsfolgen zu gewährleisten und zum anderen Mehrdeutigkeiten bezüglich der Art der Bearbeitung, die ein bestimmter Auftrag an Maschinentyp k erfährt, auszuräumen.
- Maschinentyp k beherrscht mehrere Bearbeitungsarten und für die Durchführung der Bearbeitungsart f können auch mehrere Maschinentypen herangezogen werden (Verwendungsmehrdeutigkeit, Bereitstellungsmehrdeutigkeit). Zur Abbildung solcher wechselseitigen Mehrdeutigkeiten ist der Index f unverzichtbar.

In direktem Zusammenhang mit der Verwendungseindeutigkeit der Maschinen und der Bereitstellungseindeutigkeit in Bezug auf die Bearbeitungsarten sowie den Annahmen, daß genau eine Maschine von jedem Maschinentyp vorhanden ist und keinerlei intensitätsmäßige und zeitliche Nutzungsalternativen möglich sind, muß bei den traditionellen Job-Shop-Scheduling-Problemen u.a. auch die ex ante Ableitung der Bearbeitungsdauern ($\bar{d}_{ik}$) gesehen werden. Allerdings ist es wenig realistisch anzunehmen, daß die Bearbeitungsdauern der einzelnen Aufträge auf den einzelnen Maschinen bekannt und vorgegeben sind. Vielmehr wird die Dauer, die die Bearbeitung eines Auftrages i auf einer Maschine k erfordert, durch eine Vielzahl von Merkmalen beeinflusst, die vor allem in Zusammenhang mit der Art¹⁸¹⁾ und dem Umfang der einsetzbaren Maschinen stehen, aber (u.a.) auch von der Länge der Maschinenbetriebszeit¹⁸²⁾ abhängen.¹⁸³⁾ So ist es z.B. unmittelbar einsichtig, daß die Bearbeitungsdauer eines Auftrages dann Variable des Modells wird, wenn ein Unternehmen über mehrere (funktionsgleiche) Einzweckmaschinen verfügt und der betrachtete Auftrag auf diesen z.T. zeitlich parallel bearbeitet wird. Somit stellt sich die Frage, welche Merkmale die Maschinenausstattung eines Unternehmens - die im Planungszeitraum als nicht veränderbar angenommen wird; vgl. S. 15 - im wesentlichen kennzeichnen?

Die Menge der Merkmale, anhand derer die Maschinenausstattung eines Unternehmens beschrieben werden könnte, wird zu analytischen Zwecken auf einige als wesentlich erachtete Merkmale eingegrenzt, nämlich

181) Dies betrifft die Nutzungsmöglichkeiten der Maschinen hinsichtlich Funktionalität und Intensität.

182) Unterschiedlich lange zeitliche Nutzungen der Maschinen beeinflussen natürlich auch die in Perioden gemessenen Bearbeitungsdauern; vgl. hierzu Kapitel 5..

183) Diese spezifisch auf die jeweilige Maschinensituation bezogenen Einflußgrößen determinieren direkt die Bearbeitungsdauer eines Auftrages auf einem Maschinentyp. Die gesamte Verweildauer eines Auftrages an einem bestimmten Maschinentyp wird darüber hinaus durch weitere - eher zufällige - Einflüsse, wie z.B. zeitliche Verzögerungen bei der Bereitstellung von Hilfsstoffen, Maschinenausfälle etc., beeinflußt (Verteilzeiten); derartige Einflüsse werden aber per Annahme ausgeblendet.

- 'Anzahl an vorhandenen Maschinen eines Typs',
- 'ausführbare Bearbeitungsarten' ($\hat{=}$ Verwendungsspektrum) und
- 'nutzbare Intensitätsstufen'.

Des weiteren ist auch die

- 'zeitliche Verfügbarkeit'

über das Maschinenpotential zur Kennzeichnung unterschiedlicher Maschinenausstattungs-situationen von Relevanz.

Eine gewisse Sonderstellung nimmt das zusätzlich zu betrachtende Merkmal

- 'bereitstellbare Maschinentypen' ($\hat{=}$ Bereitstellungsspektrum)

ein, das - obwohl kein Merkmal der Maschinenausstattung - direkt mit dem obigen Merkmal 'ausführbare Bearbeitungsarten' einer Maschine korrespondiert: Dieses Bereitstellungsspektrum charakterisiert den Maschinenbedarf (in qualitativer Hinsicht) über die zu seiner Deckung in Frage kommenden Maschinentypen; das Verwendungsspektrum bringt dagegen zum Ausdruck, zur Deckung welcher Bedarfskategorien die einzelnen Maschinenausstattungskategorien herangezogen werden können. Eine Berücksichtigung des Merkmals 'bereitstellbare Maschinentypen' ist vor allem deshalb unerlässlich, weil die Maschinen innerhalb einer Kategorie k annahmegemäß bezüglich der Bearbeitungsarten, die sie ausführen können, sowie bezüglich der Zeiteinheiten, die sie zur Bearbeitung einer Auftrags-einheit benötigen, homogen sind. Dies ist auch der Grund, warum, selbst wenn jeder Maschinentyp nur eine einzige Bearbeitungsart ausführen kann (hier z.B. Bearbeitungsart f), es auf die Bearbeitungsdauer der Bearbeitungsart f an Auftrag i einen Einfluß hat, ob diese Bearbeitungsart von mehr als einem Maschinentyp - eventuell auch zeitlich parallel - ausgeführt werden kann; denn die verschiedenen Maschinenkategorien k unterscheiden sich hier ja zumindest bezüglich der Zeiteinheiten, die sie zur Bearbeitung einer Auftrags-einheit benötigen.

Das Merkmal 'bereitstellbare Maschinentypen' determiniert also den Bedarf an Maschinenkapazität in qualitativer Hinsicht, den es durch die vorhandene Maschinenausstattung eines Unternehmens zu decken gilt. Da der Ausgangspunkt weiterführender Betrachtungen die Unterscheidung typologischer Maschinen(ausstattungs)situationen ist (vgl. S. 61 und 66), würden einige der noch zu konstruierenden Modelle einen großen Teil ihrer Brisanz verlieren, wenn nicht auch die 'Bedarfsseite' qualitativ variierbar ist. Dies betrifft besonders Modelle, in denen Mehrdeutigkeiten der Verwendung von Maschinen abgebildet werden (vgl. Punkt 4.2.), aber auch Modelle, die einen gleichzeitigen Einsatz mehrerer nicht-identischer Maschinen zur Bearbeitung eines Auftrages vorsehen (vgl. Punkt 3.3).

Die Maschinensituation des oben vorgestellten Job-Shop-Scheduling-Problems soll im weiteren hinsichtlich Umfang, Art und zeitlicher Verfügbarkeit flexibilisiert werden. Mit dem Begriff der Flexibilisierung (abgeleitet vom lateinischen 'flexibilis' (biegsam, lenksam, anpassungsfähig und geschmeidig)) wird die Vorstellung verbunden, daß die Maschinen - im Gegensatz zur bisherigen Situation - dann über Potentiale zur Anpassung an sich verändernde Bedingungen verfü-

gen.¹⁸⁴⁾ Die Gründe, warum die maschinellen Anpassungsmöglichkeiten tatsächlich genutzt werden, können dabei exogener (z.B. Auslieferungstermine sind einzuhalten) und/oder endogener (z.B. hohe Kapazitätsauslastung wird angestrebt) Natur sein.¹⁸⁵⁾ Da hier der Bereich der marktlichen Verwertung der fertiggestellten Auftragsseinheiten ausgeblendet bleibt, liegt das Schwergewicht nachfolgender Betrachtungen auf dem endogenen Aspekt, was bedeutet, daß die Anpassungspotentiale der Maschinen unter dem isolierten Blickwinkel der Erreichung besserer Zielfunktionswerte für die Auftragsfolge- und Personalplanung genutzt werden.

In jedem der oben beschriebenen Merkmale können Flexibilisierungen vorgenommen werden. So bedeutet beispielsweise eine Flexibilisierung hinsichtlich des Merkmals 'nutzbare Intensitätsstufen', daß der betrachtete Maschinentyp nicht mehr nur in einer einzigen Intensitätsstufe zur Auftragsbearbeitung eingesetzt werden kann, sondern daß innerhalb der Menge der von der Maschine nutzbaren Intensitätsstufen Wahlmöglichkeiten bestehen. Oder z.B. der Fall der 'quantitativen Flexibilisierung' liegt dann vor, wenn das Unternehmen von jedem Maschinentyp über mehr als eine einzige Maschine verfügt und dadurch parallele Auftragsbearbeitungen möglich werden. Eine Planungssituation der Auftragsfolge- und Personalplanung kann demzufolge (u.a.) darüber gekennzeichnet werden, in Bezug auf welche Merkmale die Ausgangssituation des traditionellen Job-Shop-Scheduling-Problems flexibilisiert wird.

Zum Zwecke der Vereinfachung entsprechender Modellformulierungen werden nur 'reine' Maschinsensituationen betrachtet, indem die folgenden beiden Typisierungen vereinbart werden:

- 1) Es wird jeweils nur ein Merkmal flexibilisiert: Maschinelle Anpassungsmöglichkeiten betreffen entweder das Merkmal 'Anzahl an vorhandenen Maschinen eines Typs' oder das Merkmal 'nutzbare Intensitätsstufen' oder das Merkmal 'zeitliche Verfügbarkeit' oder das Merkmal 'bereitstellbare Maschinentypen'. (Aufgrund des hier sehr eingeschränkten Verständnisses von Flexibilisierung hinsichtlich der 'zeitlichen Verfügbarkeit' der Maschinen (vgl. S. 64), kann diese Aussage auch dann aufrechterhalten werden, wenn Aspekte einer zeitlichen Anpassung im Zusammenhang mit anderen Merkmalen 'autonom' auftreten.¹⁸⁶⁾ Eine Ausnahme ist allerdings zu beachten: Gleichzeitig mit der Flexibilisierung des Merkmals 'ausführbare Bearbeitungsarten' werden auch in Bezug auf das Merkmal 'bereitstellbare Maschinentypen' Mehrdeutigkeiten vorgesehen,¹⁸⁷⁾ denn eine Planungssituation, die von Mehrzweckmaschinen ausgeht, aber deren Einsatzmöglichkeiten von der Maschinenbedarfsseite her völlig restringiert (keine Einsatzalternativen), ist ein Spezialfall des hier behandelten allgemeineren Falles.¹⁸⁸⁾

184) Vgl. KALUZA (1993), Sp. 1173 und PAULLI (1993), S. 3.

185) Vgl. auch SWITALSKI (1989), S. 258 - 259.

Bei mehrstufigen Produktionsprozessen müssen bei der Nutzung betrieblicher Flexibilitätspotentiale vielfältige Zusammenhänge beachtet werden; vgl. MURAMATSU/ISHII/TAKAHASHI (1985).

186) Gemeint ist hier z.B. die unterschiedlich lange Nutzung von Bearbeitungsperioden bei Modellen der quantitativen Maschinenanpassung; vgl. Punkt 3.2.

187) Dies gilt aufgrund der Definition von *k nicht* in umgekehrter Argumentationsrichtung.

188) Vgl. hierzu auch S. 131.

- 2) In Bezug auf jedes der Merkmale ist durchgängig entweder Ein- oder Mehrdeutigkeit gegeben: Wird z.B. das Merkmal 'nutzbare Intensitätsstufen' flexibilisiert, dann soll jede Maschine des Unternehmens in mehr als einer möglichen Bearbeitungsintensität zur Auftragsbearbeitung herangezogen werden können. Obwohl diese Festlegung überprägnant erscheint, lassen sich damit eventuell erforderlich werdende Fallunterscheidungen vermeiden.

Unter Zuhilfenahme der folgenden Symbole

$F = \{f, g \mid f, g = 1, 2, \dots, F; f, g \text{ ist eine Bearbeitungsart}\}^{189)}$

$K_f = \{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der Bearbeitungsart } f \text{ ausführen kann}\}$

$F_k = \{f \mid f \text{ ist eine Bearbeitungsart, die von Maschinentyp } k \text{ erledigt werden kann}\}$

$S_k = \{s \mid s = 1, 2, \dots, S_k; s \text{ ist eine Intensitätsstufe, in der Maschinentyp } k \text{ genutzt werden kann}\}^{190)}$

$P_k = \{p \mid p = 1, 2, \dots, P_k; p \text{ ist eine zeitliche Bearbeitungsstrategie, in der Maschinentyp } k \text{ genutzt werden kann}\}^{191)}$

$A_k = \text{Anzahl der verfügbaren Maschinen des Typs } k$

sind unterschiedliche Ausprägungen einer Maschinenausstattungssituation in den einzelnen Merkmalen auch formal kenntlich zu machen. Vorab soll geklärt werden, wie die Planungssituation bezüglich des Maschinenbedarfs aussehen kann, um dann auf die Merkmale der Maschinenausstattung einzugehen:

- Spektrum der Maschinentypen, die Bearbeitungsart f erfüllen können (K_f)

Hinsichtlich dieses Merkmals kann unterschieden werden, ob Bereitstellungseindeutigkeit ($|K_f| = 1 \forall f \in F$) oder Bereitstellungsmehrdeutigkeit ($|K_f| > 1 \forall f \in F$) vorliegt. Bereitstellungseindeutigkeit, welche u.a. eine Voraussetzung dafür ist, auf den Index f verzichten zu können, ist dann gegeben, wenn jede Bearbeitungsart f nur von genau einem Maschinentyp erledigt werden kann. Im Falle der Bereitstellungsmehrdeutigkeit können jeweils mindestens zwei unterschiedliche Maschinentypen die einzelnen Bearbeitungsarten ausführen.

- Anzahl an vorhandenen Maschinen des jeweiligen Typs (A_k)

Von einem bestimmten Maschinentyp können dem Unternehmen entweder eine ($A_k = 1 \forall k \in K$) oder mehrere Maschinen ($A_k > 1 \forall k \in K$) zur Verfügung stehen. Der Umfang an vorhandenen Maschinen des Typs k ist (neben z.B. den Variationsmöglichkeiten in Bezug auf die nutzbare Intensität) u.a. ein Indikator dafür, ob bei der Modellformulie-

189) Synonym für 'Bearbeitungsart' können auch die Begriffe 'Bearbeitungsfunktion' und 'Bearbeitungsmodus' verwendet werden.

190) Jede Intensitätsstufe $s \in S_k$ (Output-Input-Relation) spiegelt ein bestimmtes (maschinentypspezifisches) Verhältnis von bearbeiteten Auftragsseinheiten pro Bezugszeitraum (z.B. Periode) wider.

191) Eine zeitliche Bearbeitungsstrategie bringt zum Ausdruck, wieviele Zeiteinheiten lang der Maschinentyp k in einer Periode zur Auftragsbearbeitung genutzt werden kann.

nung eher von variablen oder gegebenen Bearbeitungsdauern der Bearbeitungsart f an Auftrag i auszugehen ist; letztere Situation könnte überhaupt nur für den Fall $A_k = 1 \forall k \in K$ auftreten. Eine zeitlich parallele Bearbeitung eines Auftrages auf mehreren hierfür geeigneten Maschinen setzt dessen Teilbarkeit voraus. Teilbarkeit in dem hier verstandenen Sinne meint, für jeweils eine Position der Bearbeitungsfolge kann der Fertigungsauftrag auf die Anzahl an Maschinen (nicht zwangsläufig gleich) verteilt werden, die für die Bearbeitung vorgesehen sind.¹⁹²⁾ Vor dem Wechsel von einer Bearbeitungsposition zu einer nächsten schließen sich diese Teile wieder zu dem kompletten Auftrag zusammen, denn mit der Bearbeitung einer Position der Bearbeitungsfolge des Auftrages soll erst dann begonnen werden, wenn die Bearbeitung auch der letzten Einheit des Auftrages auf der vorhergehenden Position vollständig abgeschlossen ist.¹⁹³⁾

- Spektrum der Bearbeitungsarten, die Maschinentyp k ausführen kann (F_k)

Neben Einzweckmaschinen, die jeweils nur eine Bearbeitungsart (z.B. Polieren) in ihrem technischen Ausführungsrepertoire haben ($|F_k| = 1 \forall k \in K$; Verwendungseindeutigkeit), könnte ein Unternehmen aber auch über Mehrzweckmaschinen verfügen, die zwei oder mehr Bearbeitungsarten (z.B. Polieren, Schleifen und Fräsen) beherrschen ($|F_k| > 1 \forall k \in K$; Verwendungsmehrdeutigkeit). Einzweckmaschinen sind ebenfalls eine Voraussetzung für den Verzicht auf den Index f . Liegt der Fall der Mehrzweckmaschinen vor, so sollen per Annahme alle Maschinentypen k bezüglich der Erfüllungsqualität der Bearbeitungsart f gleichwertig sein, d.h., auf welchem Maschinentyp k Auftrag i eine Bearbeitung der Art f erfährt, ist unter Qualitätsgesichtspunkten gleichgültig.

- Spektrum an Intensitätsstufen, in denen Maschinentyp k nutzbar ist (S_k)

Die verfügbaren Maschinen eines Unternehmens können zum einen intensitätsmäßig invariant ($|S_k| = 1 \forall k \in K$) sein, was bedeutet, daß sie keinerlei Veränderung der Relation 'gefertigte Auftragseinheiten pro Bezugszeitraum' ermöglichen. Zum anderen kann ein Unternehmen auch über Maschinen verfügen, die bezüglich der zu nutzenden Intensität variierbar sind ($|S_k| > 1 \forall k \in K$). Solche Maschinen können in unterschiedlichen (annahmegemäß diskreten) Intensitätsstufen genutzt werden. Und da die Wahl der Intensitätsstufe, in der Maschinentyp k genutzt wird, Ergebnis der Planung ist, ist a priori nicht bekannt, wieviele Einheiten eines bestimmten Auftrages pro Bezugszeitraum tatsächlich gefertigt werden. In diesen Fällen wäre eine Zusammenfassung aller Maschinen mit gleicher Ausprägung der 'benötigten Zeiteinheiten pro Auftragseinheit' (Kehrwert der Intensität) zu einer Kategorie k (entsprechend Fußnote 180)) nicht möglich, so daß im weiteren allgemeingültiger gefordert wird: Alle Maschinen eines Maschinentyps seien 1) hinsichtlich ihres Funktionalitätsspektrums (Spektrum der Bearbeitungsarten, die sie über-

192) Diese Teilbarkeitsprämisse steht im Unterschied zur Losgrößenproblematik (Auflegungsgrößen), bei der es vielmehr darum geht, Fertigungslose zu bestimmen, die in einer Einheit den gesamten Produktionsprozeß durchlaufen.

193) Im Unterschied hierzu vgl. DAUZERE-PERES/LASSERRE (1993).

nehmen können) und 2) hinsichtlich ihres Intensitätsspektrums (Intensitätsstufen, in denen dieser Maschinentyp nutzbar ist) homogen.¹⁹⁴⁾

- Spektrum der zeitlichen Bearbeitungsstrategien, in denen Maschinentyp k nutzbar ist (P_k)

Gilt $|P_k| = 1 \forall k \in K$, sind die Zeiteinheiten, während derer Maschinentyp k in einer Periode zur Auftragsbearbeitung betrieben wird, nicht Gegenstand der Planung. (Allerdings ist zu beachten, daß, indem als Bearbeitungsbeginnzeitpunkte nur ganzzahlige Werte in Betracht kommen, Maschinen z.T. kürzer als die übliche Betriebszeit genutzt werden.¹⁹⁵⁾ Die übliche Betriebszeit (nutzbare Zeiteinheiten einer Periode) ist hier annahmegemäß vorgegeben und für jede Periode gleich. Dagegen kann im Falle $|P_k| > 1 \forall k \in K$ im Rahmen der Planung bestimmt werden, wieviele Zeiteinheiten lang der Maschinentyp k in einer Periode zur Bearbeitung von Aufträgen betrieben wird. Die Bearbeitungsstrategien $p \in P_k$ können theoretisch sowohl weniger als auch mehr Zeiteinheiten als die vergleichbare übliche Betriebszeit vorsehen. Entsprechend unserer Zielsetzung 'Minimierung der Summe der Durchlaufzeiten' lassen sich tendenziell jedoch Lösungen erwarten, die eine Bearbeitung der Aufträge über die übliche Betriebszeit hinaus ansetzen, so daß im weiteren davon ausgegangen wird, daß eine betrachtete Bearbeitungsstrategie $p > 2$ ($p = 1$ entspricht annahmegemäß der 'Normalstundenstrategie') immer eine 'Überstundenstrategie' darstellt.¹⁹⁶⁾

Aus der Kombination der fünf soeben näher erläuterten Merkmale können insgesamt 2^5 - unterscheidbare Planungssituationen konstruiert werden, die in nachfolgender Graphik systematisch aufbereitet werden:

194) Handelt es sich bei den betrachteten Maschinen um Mehrzweckmaschinen ($|F_k| > 1$), beziehen sich die Intensitätsspektren sinnvollerweise zusätzlich auf jeweils eine konkrete Bearbeitungsart (bearbeitungsartsspezifische Intensitätsspektren; S_{kf}), da es wenig realistisch ist, daß für jede ausführbare Bearbeitungsart f die gleichen Intensitätsspektren gelten (hier aber: Typisierung).

195) Dieser Effekt kommt dann zustande, wenn die Lösung eines Planungsmodells Bearbeitungsdauern mit nicht-ganzzahligen Werten vorsieht.

196) Von zeitlicher Flexibilisierung der Maschinenausstattung wird also nur gesprochen, wenn $|P_k| > 1$ gilt.

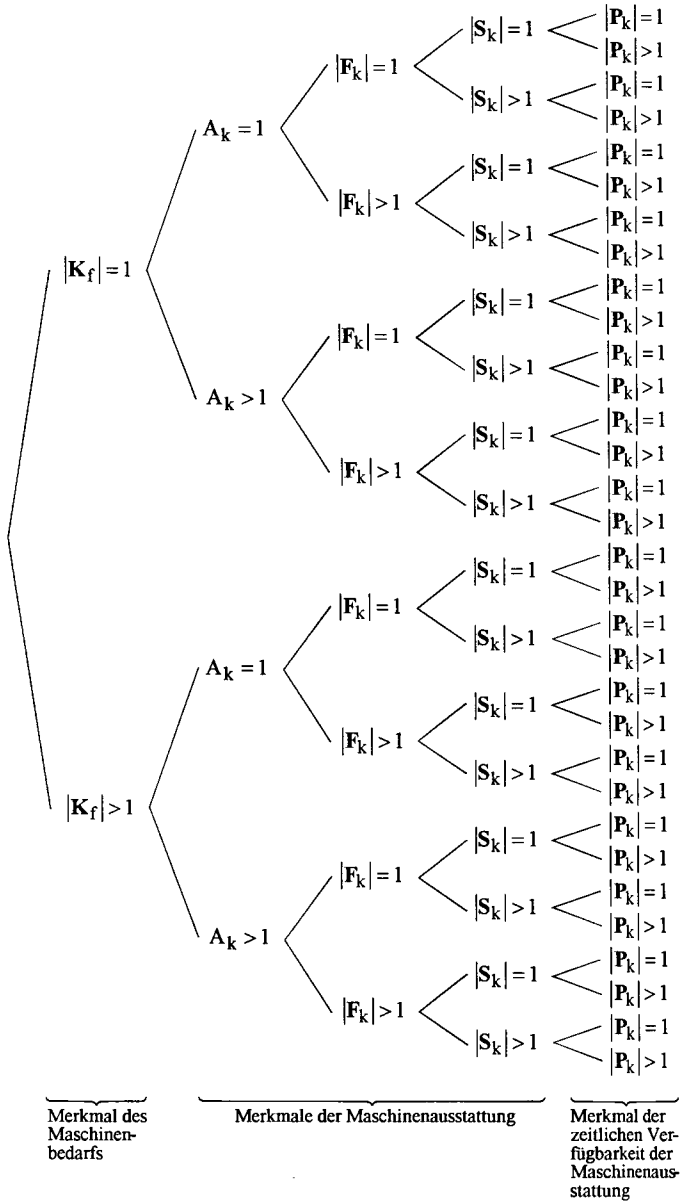


ABB. 10: Verzweigungsbaum zur Systematisierung unterschiedlicher Maschinen(ausstattungs)situationen der Auftragsfolgeplanung

Indem all diejenigen Äste des Verzweigungsbaumes der ABB. 10 abgeschnitten werden, die die Flexibilisierung der Maschinenausstattung in mehr als einem Merkmal vorsehen (einzige Ausnahme stellt wie bereits besprochen die Situation 'Verwendungs- und Bereitstellungsmehrdeutigkeit' dar), kommt man zu den folgenden 'reinen' Situationstypen, die dann in den weiteren Kapiteln eingehender untersucht werden:

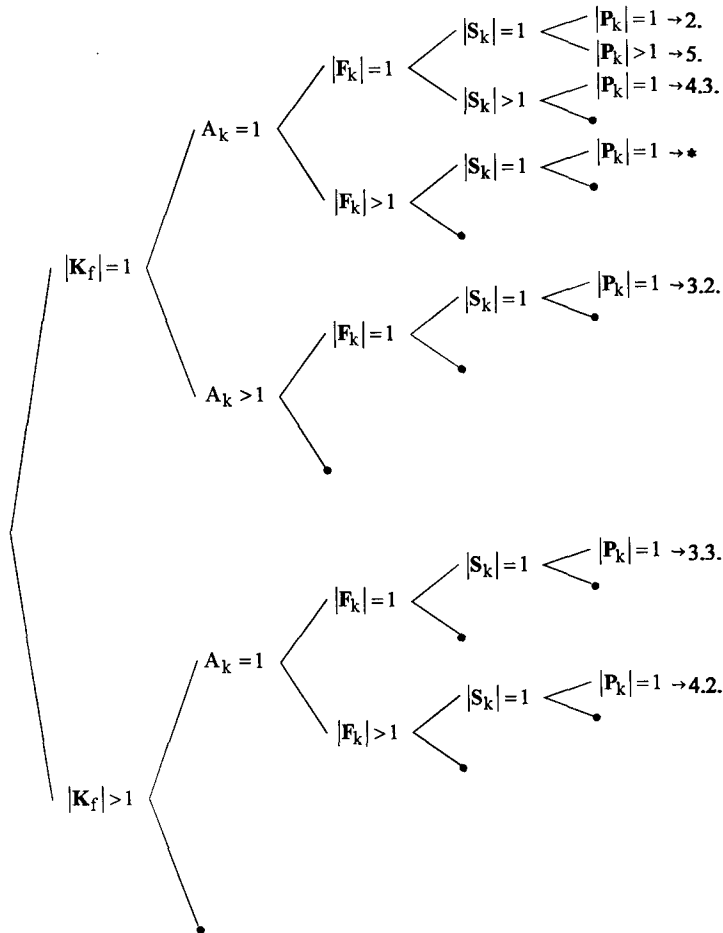


ABB. 11: 'Reine' Maschinen(ausstattungs)situationen

An den Enden des Verzweigungsbaumes wird mit einem Pfeil jeweils auf diejenigen Gliederungspunkte verwiesen, in denen für die entsprechend charakterisierte Planungssituation Entscheidungsmodelle zur Auftragsfolge- und Personalplanung entwickelt werden. Die mit '*' gekennzeichnete Situation ('Bereitstellungsein- und Verwendungsmehrdeutigkeit') wird in der in

Punkt 4.2. untersuchten Planungssituation implizit erfaßt und deshalb vernachlässigt (vgl. S. 133).

Die in 2.1. getroffenen Annahmen zur Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal sind weit weniger restriktiv als die vergleichbaren Annahmen des traditionellen Job-Shop-Scheduling-Problems. Den Modellen der Gliederungspunkte 2.2.2. und 2.3. wurden nämlich personalwirtschaftliche Planungssituationen zugrunde gelegt, die bereits Aspekte einer umfang- und artmäßigen Flexibilisierung der Personalausstattung beinhalten: So wurde die Anzahl an verfügbaren Arbeitskräften einer Kategorie r (PA_r) nicht auf Eins begrenzt und die berücksichtigten Bereitstellungs- und Verwendungsspektren (R_k und K_r) enthalten durchaus mehr als jeweils nur ein Element. Lediglich was die Arbeitsintensität der Arbeitskräfte und deren zeitliche Verfügbarkeit angeht, wurden den Maschinen entsprechend äquivalente Einschränkungen gemacht (vgl. 2.1.).

So wie an den Aufträgen unterschiedliche Bearbeitungen durchzuführen sind, ist die Bedienung von Maschinen des Typs k häufig mit der Erledigung unterschiedlicher Tätigkeiten verbunden. Die Maschinen müssen z.B. bestückt werden, gesteuert werden, kontrolliert werden etc.¹⁹⁷ Sollen auch derartige Tätigkeiten explizit berücksichtigt werden, wird die Zuordnungsproblematik von Arbeitskräften zu Maschinen um einen weiteren Zuordnungsschritt ausgedehnt. Mit unter anderem folgenden Symbolen

- Q $\cdot = \{q \mid q = 1, 2, \dots, Q; q \text{ ist eine Tätigkeitsart}\}$
 Q_k $\cdot = \{q \mid q \text{ ist eine Tätigkeitsart, die bei der Bedienung von Maschinen des Typs } k \text{ anfällt}\}$
 Q_r $\cdot = \{q \mid q \text{ ist eine Tätigkeitsart, die von Arbeitskräften der Kategorie } r \text{ ausgeführt werden kann}\}$
 R_q $\cdot = \{r \mid r \text{ ist eine Arbeitskräftekategorie, die Tätigkeiten der Art } q \text{ ausführen kann}\}$
 β_{iqk} $\cdot = \text{Anzahl an Arbeitskräften, die in einer Teilperiode für Tätigkeiten der Art } q \text{ benötigt werden, um Auftrag } i \text{ auf Maschinentyp } k \text{ bearbeiten zu können}$
 PE_{rqkt} $\cdot = \text{Anzahl an Arbeitskräften der Kategorie } r, \text{ die in Teilperiode } t \text{ an Maschinentyp } k \text{ zur Erledigung von Tätigkeiten der Art } q \text{ eingesetzt werden}$

kann für Modell B beispielhaft skizziert werden, wie durch eine Modifikation der Restriktionen (B.1), (B.2) und (B.4) die Bereitstellung von Arbeitskräften zur Erledigung unterschiedlicher Tätigkeiten q , die im Zusammenhang mit der Auftragsbearbeitung auf den Maschinen anfallen, formal zu gewährleisten wäre (Modell B''):

$$(B.1'') \quad \beta_{iqk} = \sum_{r \in R_q} PE_{rqkt} \quad \forall k \in K; i \in I_k; q \in Q_k; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + \overline{d}_{ik};$$

$$(B.2') \quad \sum_{k \in K_t} \sum_{q \in Q_k \cap Q_r} PE_{rqkt} \leq PA_r \quad \forall r \in R; t \in T,$$

197) Vgl. hierzu auch HACKSTEIN/NÜSSGENS/UPHUS (1971), S. 110 - 111.

$$(B.4') \quad \begin{aligned} PE_{rqkt} &\geq 0 \\ PA_r &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \forall r \in R; t \in T; k \in K_i; q \in Q_k \cap Q_r; \\ \forall r \in R; \end{aligned}$$

Die mit der Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k anfallenden Tätigkeiten der Art q führen - in jeder Bearbeitungsperiode t - zu einem Personalbedarf in Höhe von β_{iqk} -Arbeitskräften, der durch den Einsatz von Arbeitskräften, die die jeweiligen Tätigkeiten ausführen können, zu decken ist (B.1''). Die PA_r Arbeitskräfte einer Kategorie r können im Leistungsprozeß immer dann eingesetzt werden, wenn die von ihnen ausführbaren Tätigkeiten ($q \in Q_r$) an einer Maschine k - falls diese in der betrachteten Periode t aktiv ist ($k \in K_t$) - auch anfallen ($q \in Q_k$).¹⁹⁸⁾

Für die weiteren Ausführungen wird vereinfachungsbedingt wieder unterstellt, daß keine unterschiedlichen Bedienungstätigkeiten q zu berücksichtigen seien. Dies ist problemlos zu erreichen, indem Tätigkeitstyp q von nun an als 'Bedienen des Maschinentyps k ' definiert wird. Anstelle von Einzeltätigkeiten werden ab jetzt Bündel von Anforderungen betrachtet, die in Gänze erfüllt werden müssen.¹⁹⁹⁾ Trotz dieser 'Einschränkung' ist die Zuordnung von Arbeitskräften zu Maschinen weiterhin als artmäßig flexibilisiert (vgl. z.B. die Indexmengen K_r und R_k) zu bezeichnen.

198) Das exemplarische Abstimmungsmodul (B.1'') und (B.2') wäre entsprechend zu modifizieren, wenn z.B. berücksichtigt werden soll, daß die Tätigkeiten, die im Zusammenhang mit der Maschinenbedienung anfallen, auch von dem jeweiligen Auftrag abhängen, der bearbeitet wird oder daß die Einsatzmöglichkeiten der Arbeitskräfte sowohl tätigkeits- als auch maschinentypabhängig sind.

199) Wird eine Maschine als Stelle interpretiert, erfolgt wieder der Ausweis stellenbezogener statt tätigkeitsbezogener Personalbedarfe.

3. UMFANGMÄßIGE FLEXIBILISIERUNG DER MASCHINENAUSSTATTUNG IN MODELLEN ZUR AUFTRAGSFOLE- UND PERSONALPLANUNG

3.1. SYSTEMATISIERUNG UMFANGMÄßIG FLEXIBILISIERTER MASCHINENAUSSTATTUNGEN

Eine umfangmäßig flexibilisierte Maschinenausstattung zeichnet sich in unserem Verständnis dadurch aus, daß ein Unternehmen zur Bearbeitung einer Position der Maschinenfolge (bzw. Bearbeitungsfolge) eines Auftrages auf mehr als eine einzige Maschine zurückgreifen kann.²⁰⁰⁾ Bei diesen Maschinen handelt es sich weiterhin um Einzeckmaschinen ($|F_k| = 1 \forall k \in K$), die darüber hinaus keinerlei intensitätsmäßige ($|S_k| = 1 \forall k \in K$) und zeitliche Nutzungsalternativen ($|P_k| = 1 \forall k \in K$) zulassen.²⁰¹⁾ In den nachfolgend entwickelten Entscheidungsmodellen werden unter ansonsten gleichen Bedingungen wie in Kapitel 2. hinsichtlich des Umfanges an nutzbaren Maschinen Ausgestaltungsalternativen implementiert, so daß u.a. die tatsächliche Anzahl der zur Auftragsbearbeitung (parallel) eingesetzten Maschinen zu bestimmen ist.²⁰²⁾

Soll der Umfang der Maschinenausstattung flexibilisiert werden, so wird damit vordergründig das Merkmal A_k ('Anzahl an vorhandenen Maschinen des jeweiligen Typs') angesprochen. Die alleinige Variation in diesem Merkmal würde aber die Menge der klassifizierbaren Planungssituationen übermäßig einengen bzw. um zwei Fälle reduzieren. Und spätestens jetzt wird die zusätzliche Berücksichtigung des Merkmals 'Spektrum der Maschinentypen, die Bearbeitungsart f erfüllen können' ($|K_f|$) zur qualitativen Kennzeichnung des Maschinenbedarfs verständlich. Hierzu zunächst folgende Tabelle, die die möglichen Kombinationen von A_k und $|K_f|$ zusammenstellt:

200) Ausgewählte Planungssituationen der einstufigen Fertigung finden in der Literatur breiten Raum; vgl. z.B. ABU CENNA/TABUCANON (1991); BAKER/MERTEN (1973); BARNES/BRENNAN (1977); CHENG (1989); CHENG/SIN (1990); DE/MORTON (1980); DEKEL/SAHNI (1983); DROR/STERN/LENSTRA (1987); DOGRAMACI/SURKIS (1979); EASTMAN/EVEN/ISAACS (1964); GABREL (1995); GRAHAM/LAWLER/LENSTRA/RINNOOY KAN (1979); GUPTA/MAYKUT (1973); GUSFIELD (1984); HARIRI/POTTS (1991); HIRSCHBERG (1992); HORN (1973); HO/CHANG (1995); HU (1961); IBARRA/KIM (1977); KUNDE (1981); LAWLER/LENSTRA/RINNOOY KAN (1982); LENSTRA/SHMOYS/TARDOS (1990); LI (1995); McNAUGHTON (1959); NUNNIKHOVEN/EMMONS (1977); POTTS (1985); RAJARAMAN (1975), (1977); ROOT (1965); ROTHKOPF (1966); SARIN/AHN/BISHOP (1988); SO (1990); WOOLSEY (1990).

Eine ähnlich starke Auseinandersetzung mit Planungssituationen der mehrstufigen Fertigung (vgl. aber u.a. BRAH/HUNSUCKER/SHAH (1991); BRUCKER (1995), S. 264 - 280; HOITOMT/LUH/PATTIPATI (1993); SAWIK (1987); TANAIEV/SOTSKOV/STRUSEVICH (1994), S. 312 - 318) ist nicht zu erkennen.

201) Dies sind die Grundannahmen der weiteren Ausführungen dieses Kapitels.

202) Der parallele Einsatz von mehreren Maschinen zur Bearbeitung einer Operation muß nicht zwangsläufig Ergebnis der Planung sein. In 3.3. werden u.a. Modelle konstruiert, mittels derer eine Entscheidung darüber getroffen werden muß, welche Maschine aus der Menge der möglichen Maschinen die Bearbeitung eines Auftrages übernehmen soll. Auch in solchen (Planungs)Situationen liegt aber der Fall 'umfangmäßiger Mehrdeutigkeiten' vor.

	$ K_f = 1 \forall f \in F$	$ K_f > 1 \forall f \in F$
$A_k = 1 \forall k \in K$	1) Grundmodelle zum Job-Shop-Scheduling	3) selektive Maschinenanpassung
$A_k > 1 \forall k \in K$	2) quantitative Maschinenanpassung	4) kombinierte selektive und quantitative Maschinenanpassung

TAB. 11: Mögliche Kombinationen von A_k und $|K_f|$

- Zu 1): Liegt eine Situation vor, die dadurch gekennzeichnet ist, daß dem Unternehmen pro Maschinentyp k jeweils nur eine einzige Maschine zur Verfügung steht ($A_k = 1 \forall k \in K$) und daß jede Bearbeitungsart f jeweils nur von einem Maschinentyp bearbeitet werden kann (Bereitstellungseindeutigkeit; $|K_f| = 1 \forall f \in F$), so stellt dies die Planungssituation dar, wie sie in Kapitel 2. vorherrscht. Diesbezügliche Modelle sind vorabbestimmt, was die Einplanung der einzelnen Maschinen zur Bearbeitung aller auszuführenden Operationen²⁰³⁾ betrifft. Diese Situation kann als ein Sonderfall umfangmäßig flexibilisierter Maschinenausstattungen verstanden werden.
- Zu 2): Die zweite Konstellation soll als quantitative Maschinenanpassung²⁰⁴⁾ bezeichnet werden, da das betrachtete Unternehmen zur Bearbeitung der einzelnen Operationen über den Einsatz von A_k identischen Maschinen des Typs $k \in K$ disponieren kann.
- Zu 3): Auch wenn dem Unternehmen je Maschinentyp $k \in K$ nur eine einzige Maschine zur Verfügung steht, gilt aufgrund der vorherrschenden Bereitstellungsmehrdeutigkeiten ($|K_f| > 1 \forall f \in F$) dennoch, daß seine Maschinenausstattung in Bezug auf den Umfang flexibilisiert ist. Denn zur Bearbeitung der einzuplanenden Operationen sind (jeweils) mehrere Maschinentypen in Betracht zu ziehen, die - obwohl funktionsgleich - nicht identisch sind. Der Gruppe der soeben skizzierten Planungssituationen eröffnen sich Möglichkeiten der selektiven Maschinenanpassung²⁰⁵⁾, die aufgrund der gewählten (inhaltlichen) Definition des Indexes k ²⁰⁶⁾ auch als eine Form der umfangmäßigen Flexibilisierung von Maschinenausstattungen interpretiert werden kann.
- Zu 4) Verfügt ein Unternehmen über die Möglichkeit, sowohl selektive als auch quantitative Maschinenanpassung vorzunehmen, so ist der Umfang seiner Maschinenausstattung in doppelter Hinsicht flexibilisiert: Es können nicht nur hinsichtlich der benötigten Zeiteinheiten pro Auftragsseinheit unterschiedliche Maschinenkategorien ($|K_f| > 1 \forall f$

203) 'Operation' ($[ik]$ bzw. $[if]$) steht im weiteren synonym für eine 'Auftrags-Maschinen-' bzw. 'Auftrags-Bearbeitungs-Kombination'.

204) Vgl. GUTENBERG (1983), S. 371, 379 - 386.

205) Vgl. GUTENBERG (1983), S. 386 - 389.

206) Vgl. S. 58 + 63.

$\in F$) zur Bearbeitung der einzelnen Operationen eingesetzt werden, sondern pro Maschinenkategorie kann darüber hinaus über den Einsatz mehrerer identischer Maschinen ($A_k > 1 \forall k \in K$) disponiert werden.

Gegenstand der weiteren Ausführungen sind die Planungssituationen 2) und 3).

3.2. MODELLE ZUR QUANTITATIVEN MASCHINENANPASSUNG

3.2.1. KENNZEICHNUNG DER MODELLSITUATION

"Ein gegebener Betrieb paßt sich quantitativ an sich ändernde Beschäftigungslagen an, wenn er bei rückgängiger Beschäftigung von mehreren gleichartigen betrieblichen Teileinheiten (Maschinen, Öfen, Kesseln, Förderbändern) eine oder mehrere stilllegt und bei zunehmender Beschäftigung betriebliche Teileinheiten der geschilderten Art zusätzlich zur Produktion heranzieht."²⁰⁷ Diese Definition impliziert, daß Beschäftigungsänderungen - seien sie nun betriebsextern (z.B. Nachfrageänderungen schlagen durch) oder betriebsintern (z.B. Lageraufbau wird angestrebt) begründet - betriebliche (hier: quantitative) Anpassungsmaßnahmen initiieren. Bei der Konstruktion eines entsprechenden Planungsmodells zur Beschäftigungsanpassung ist die geänderte Beschäftigungslage des Unternehmens als eine (exogen vor-)gegebene Größe einzustellen. Ob einzelne betriebliche Teileinheiten²⁰⁸ innerhalb einer Teilperiode an der Leistungserstellung beteiligt sind oder nicht, ist also eine Reaktion auf die Beschäftigungsänderung ('Beschäftigungsänderungen bewirken Anpassungsmaßnahmen')²⁰⁹. Dieser kausale Zusammenhang erfährt eine gewisse Umkehrung, wenn - gemäß der hier untersuchten Sachverhalte - die im Planungszeitraum insgesamt zu fertigenden Arbeitseinheiten zwar vorgegeben sind, jedoch der Umfang der in den einzelnen Teilperioden zu produzierenden Arbeitseinheiten noch Gegenstand der Planung ist; dann determinieren betriebliche Entscheidungen hinsichtlich der Anzahl an Maschinen, die in einer Teilperiode an der Auftragsbearbeitung beteiligt sind, die Beschäftigung (bzw. Beschäftigungsänderungen)²¹⁰ der einzelnen Perioden ('Maßnahmen bewirken Beschäftigungsänderungen')²¹¹.

Gleichgültig aber, in welcher Richtung dieser Ursache-Wirkungs-Zusammenhang aufgestellt wird, gilt letztlich immer, daß die innerhalb eines bestimmten Bezugszeitraumes geplanten Arbeitseinheiten auch gefertigt werden sollen. Die Fertigung kann dabei nur über eine wechsel-

207) GUTENBERG (1983), S. 380.

208) Unter einer betrieblichen Teileinheit ist hier eine Maschine zu verstehen.

209) Vgl. auch GUTENBERG (1983), S. 345/346. ("... Die Beschäftigung ist in diesem Fall die unabhängige Variable, die sich in Änderungen der Faktorproportionen auswirkt.")

210) Der Begriff der Beschäftigung(sänderungen) kann entweder Bezug nehmen auf die Potentialfaktoren und deren Auslastung (vgl. GUTENBERG (1983), S. 345) oder auf die Ausbringung/Output (Arbeitseinheiten/Bezugszeitraum) (vgl. KILGER (1958), S. 11); letztere Sichtweise liegt den weiteren Ausführungen zugrunde.

211) Die hier angesprochenen Maßnahmen sind als Vorabfestlegungen im Bereich der quantitativen Dimension der betrieblichen Teileinheiten zu verstehen. (Eventuell müssen zusätzlich spezifische Restriktionen wie z.B. terminlich vereinbarte Liefermengen beachtet werden; vgl. DZIELINSKI/GOMORY (1965).)

seitige Abstimmung der in den einzelnen Perioden auszubringenden Arbeitseinheiten und den bereitgestellten Maschinen gewährleistet werden, sei es nun, daß die zu fertigenden Arbeitseinheiten pro (Teil-)Periode gegeben sind (Kausalitätsbeziehung der ersten Sichtweise) oder nicht (Kausalitätsbeziehung der zweiten Sichtweise). Im ersten Fall werden die betrieblichen Maßnahmen zur Maschinenanpassung sukzessiv (der Beschäftigungsplanung nachfolgend) geplant. Im zweiten Fall ist nochmals zu unterscheiden: Zum einen kann in einer (der eigentlichen Beschäftigungsplanung) vorausgehenden (Sukzessiv-)Planung der Frage nachgegangen werden, welche prinzipiellen Effekte sich auf die Beschäftigung des Betriebes aufgrund unterschiedlicher (quantitativer) Maßnahmen hinsichtlich der Maschinenausstattung eröffnen (i.S.v. was kann an Beschäftigung erreicht werden).²¹²⁾ Zum anderen können die zu ergreifenden Maßnahmen - die Anzahl an bereitzustellenden Maschinen und die zu fertigenden Arbeitseinheiten pro Bezugszeitraum betreffend - aber auch im Rahmen einer Simultanplanung bestimmt werden; diese Vorgehensweise liegt den folgenden Ausführungen zugrunde.²¹³⁾

Mit dem Etikett 'quantitative Maschinenanpassung' wird im weiteren die Flexibilisierung des Merkmals 'Anzahl an vorhandenen Maschinen des jeweiligen Typs (A_k)' versehen. Unter Beibehaltung der übrigen Annahmen (vgl. Punkt 2.1.) wird die Annahme aufgegeben,²¹⁴⁾ daß dem Unternehmen pro Maschinentyp k nur eine einzige Maschine zur Verfügung steht. Der Planer kann somit über den parallelen Einsatz mehrerer identischer Maschinen disponieren. Da zunächst weiterhin gilt, daß jede Bearbeitungsart f nur von einem Maschinentyp k bearbeitet werden kann und daß jeder Maschinentyp k nur eine einzige Bearbeitungsart f ausführen kann, kann auch hier auf den Index f verzichtet (vgl. S. 58 + 59) und (weiterhin) von einer gegebenen Maschinenfolge ausgegangen werden.

Um die formale Abbildung der hier zu untersuchenden Planungssituation zu vereinfachen, sollen die folgenden einschränkenden Annahmen gelten:

- Die einzelnen Maschinen jedes Typs k sind von gleicher technischer Güte, was den Prozeß der Bearbeitung betrifft: So werden annahmegemäß z.B. jeweils die gleichen (Produktions)Kosten induziert und der Verbrauch von Hilfsstoffen, Werkstoffen etc. ist identisch. Homogenität der einzelnen Maschinen eines Typs k ist also bezüglich deren Alter, deren Abnutzungsgrad, deren technischen Stand etc. zu fordern. Über die inhaltliche Definition des Index k wird ebenfalls gewährleistet, daß jede Maschine einer Kategorie k gleich lange für die Bearbeitung einer Auftragsseinheit benötigt.²¹⁵⁾ Demzufolge er-

212) Hier sind Anknüpfungspunkte zum betrieblichen Teilbereich 'Investition' gegeben.

213) Aufgrund der letzten Überlegungen müßte die mehrdeutige Aussage 'Maßnahmen bewirken Beschäftigungsänderungen' in entweder 'Maßnahmen bewirken Beschäftigungsänderungen (i.e.S.)' (sukzessives Vorgehen) oder 'Maßnahmen und Beschäftigungsänderungen wirken interdependent' (simultanes Vorgehen) konkretisiert werden.

214) Natürlich müssen auch alle mit dieser Annahme in Zusammenhang stehenden Annahmen (z.B., daß die Bearbeitungsdauern gegeben sind) aufgehoben werden.

215) Es liegt der sog. Fall 'identisch paralleler' Maschinen vor (hier allerdings mit dem Job-Shop-Scheduling Problem in Verbindung gebracht); vgl. z.B. BLAZEWCZ (1987), S. 2 - 4, 38 - 41; GRAHAM/LAWLER/LENSTRA/RINNOOY KAN (1979), S. 288.

geben sich keine Zuordnungsprobleme, welche der einzelnen Maschinen welche Aufträge bzw. Auftragsteile fertigen sollen.

- Die Qualität der bearbeiteten Auftragsteile sei unabhängig davon, auf welcher der Maschinen des Typs k sie gefertigt werden; Ausschuß oder Minderqualität wird ausgeschlossen.
- Es sei technisch möglich, daß nur Teile eines Auftrages auf einzelnen Maschinen bearbeitet werden; Forderungen hinsichtlich der mindestens durch eine Maschine zu bearbeitenden Auftragsseinheiten existieren ebenso wenig wie bestimmte Mindestlaufzeiten der Maschinen in Bezug auf einzelne Aufträge.²¹⁶⁾
- In direktem Zusammenhang mit der vorhergehenden Annahme ist auch zu fordern: Maschinen, die in einigen Teilperioden nicht aktiv an der Fertigung beteiligt sind, unterliegen keinerlei Beeinträchtigungen ihrer technischen Funktionen. Stillliegende Maschinen verrosten also nicht, sind problemlos ab- und anzustellen, verursachen keine zeitlichen Verzögerungen bei der Auftragsbearbeitung aufgrund ihrer Stilllegung bzw. Inbetriebnahme etc..
- Die einzelnen Maschinen jedes Maschinentyps sind selbständige Einheiten, so daß ein isoliertes (voneinander unabhängiges) In- bzw. Außerbetriebnehmen möglich ist.²¹⁷⁾
- Auch ist Teilbarkeit der Aufträge (i.S.v. Verteilbarkeit auf die Maschinen) zu unterstellen, wenngleich wegen abbildungsbedingter Modellvereinfachungen 'Regeln' für die mögliche Teilung der Aufträge zu beachten sind (vgl. hierzu im Detail S. 76 + 77).

Für die Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal haben die Annahmen gemäß Abschnitt 2.1. unverändert Gültigkeit.

3.2.2. SUKZESSIVE AUFTRAGSFOLGE- UND PERSONALPLANUNG BEI IDENTISCHEN PARALLELEN MASCHINEN

3.2.2.1. AUFTRAGSFOLGEPLANUNG ALS INITIALPLANUNG

3.2.2.1.1. AUSGANGSMODELL

Durch Aufhebung der Annahme, daß dem Unternehmen von jedem Maschinentyp jeweils nur eine Maschine zur Verfügung steht, wird die Bearbeitungsdauer des Auftrages i auf Maschinentyp k in dem folgenden Modell erstmals zur entscheidungsabhängigen Größe. Unter Beibehaltung der übrigen Symbole und

- d_{ik} = Bearbeitungsdauer des Auftrages i auf Maschinentyp k
 $d_{ik'}$ = Bearbeitungsdauer des Auftrages i auf demjenigen Maschinentyp k' ($k' = f(\pi_i)$),
 der an π -ter Stelle der Maschinenfolge dieses Auftrages steht

216) Diese Annahme erfährt aber eine modellierungsbedingte Relativierung in Restriktion (E.10); vgl. auch Fußnote 220).

217) Vgl. GUTENBERG (1985), S. 355 - 356.

- τ_{ik} = benötigte 'Maschinen-Perioden' zur Bearbeitung des Auftrages i durch eine Maschine des Typs k²¹⁸⁾
- x_{tik} = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn $t \leq h_{ik}$, d.h., wenn eine Teilperiode t betrachtet wird, die vor dem Bearbeitungsbeginn des Auftrages i auf Maschinentyp k liegt; sonst den Wert 0
- z_{tik} = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn $t \leq h_{ik} + d_{ik}$, d.h., wenn eine Teilperiode t betrachtet wird, die vor dem Bearbeitungsende des Auftrages i auf Maschinentyp k liegt; sonst den Wert 0
- A_{tik} = Anzahl an (identischen) Maschinen des Typs k, die in Teilperiode t zur Bearbeitung des Auftrages i eingesetzt werden²¹⁹⁾

ist das Ausgangsmodell zur Auftragsfolgeplanung bei identischen parallelen Maschinen (Modell E) wie folgt aufgebaut:

Zielfunktion:

$$(E.Z) \quad \sum_{i=1}^I D_i = \min!$$

u.d.N.:

$$(E.1) \quad h_{ik'} + d_{ik'} \leq h_{ik} \quad \forall i \in I; k' = f(\pi_i) \text{ und } k'' = f(\pi_i+1) \text{ mit } \pi_i = 1, \dots, \Pi_i - 1;$$

$$(E.2) \quad h_{ik'} + d_{ik'} \leq D_i \quad \forall i \in I; k' = f(\pi_i) \text{ mit } \pi_i = \Pi_i;$$

$$(E.3) \quad h_{ik} + d_{ik} \leq h_{jk} + M \cdot (1 - u_{ijk}) \quad \forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j;$$

$$(E.4) \quad h_{jk} + d_{jk} \leq h_{ik} + M \cdot u_{ijk} \quad \forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j;$$

Das vorstehende, inhaltlich bereits bekannte Teilrestriktionensystem zur Bestimmung der Auftragsfolgen wurde hier lediglich dahingehend abgeändert, daß die Bearbeitungsdauer eines Auftrages i durch (eine) Maschine(n) des Typs k (d_{ik}) nun nicht mehr gegebene Größe sondern Entscheidungsvariable des Modells ist.

218) Ähnlich auch bei LAWLER/LABETOULLE (1978).

Wenn die Frage gestellt wird: 'Wieviele Perioden würde eine Maschine des Typs k benötigen, um alleine den Auftrag der Art i zu bearbeiten?', dann kann die Antwort (unter der Annahme, daß dies in Bezug auf den Auftrag i auch möglich sei) z.B. 5 lauten. Gemäß unserer Definition bedeutet dies, daß eine einzelne Maschine des Typs k 5 Perioden lang den Auftrag der Art i bearbeiten würde. Tatsächlich könnten aber z.B. 2 Maschinen des Typs k zur Bearbeitung herangezogen werden, und zwar beide Maschinen zwei Perioden lang und anschließend eine Maschine eine Periode lang.

Die Dimensionierung 'Maschinen-Perioden' spiegelt wider, daß nur durch die Angabe, wieviele Maschinen (hier definitionsgemäß nur eine) wieviele Perioden lang benötigt werden, τ_{ik} inhaltlich sinnvoll interpretiert werden kann. Insofern ist die in der Definition enthaltene Bezugnahme auf jeweils eine einzige Maschine ein Spezialfall.

τ_{ik} sei annahmegemäß ganzzahlig für alle $k \in K$ und alle $i \in I_k$.

219) Dieses Symbol ist in Zusammenhang mit τ_{ik} zu sehen: Ebenso wie τ_{ik} ist auch A_{tik} in 'Maschinen-Perioden' dimensioniert. Wegen der Bezugnahme auf eine Maschine verbindet man mit ersterem aber 'Perioden', wogegen man mit A_{tik} 'Maschinen' assoziiert, da in diesem Fall auf eine Periode abgestellt wird.

$$(E.5) \quad t - h_{ik} \geq -M \cdot x_{tik} + 1 \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

$$(E.6) \quad t - h_{ik} \leq M \cdot (1 - x_{tik}) \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

Die Restriktionen (E.5) und (E.6) bewirken, daß, solange die Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k noch nicht begonnen hat, die Binärvariable x_{tik} den Wert 1 annimmt. Wenn beispielsweise dem Auftrag $i = 1$ auf Maschinentyp $k = 3$ der Bearbeitungsbeginnzeitpunkt $h_{13} = 3$ zugewiesen wird, dann nimmt x_{t13} in der vierten Teilperiode ($t = 4$), deren Beginnzeitpunkt der Zeitpunkt 3 ist, zum ersten Mal den Wert 0 an - und für alle Folgeperioden ebenso.

$$(E.7) \quad t - (h_{ik} + d_{ik}) \geq -M \cdot z_{tik} + 1 \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

$$(E.8) \quad t - (h_{ik} + d_{ik}) \leq M \cdot (1 - z_{tik}) \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

Den beiden Restriktionen (E.7) und (E.8) liegen im Prinzip dieselben Überlegungen zugrunde wie den Restriktionen (E.5) und (E.6). Hier nimmt die Binärvariable z_{tik} solange den Wert 1 an, solange die Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k noch nicht beendet ist. Wird die Variable d_{13} z.B. mit dem Wert 3 ausgewiesen (es gelte wie oben $h_{13} = 3$), werden die Restriktionen (E.7) und (E.8) durch $z_{t13} = 1$ für $t = 1, \dots, 6$ und durch $z_{t13} = 0$ für $t > 6$ erfüllt.

Unter Zugrundelegung dieser Beispielwerte können die soeben dargestellten Zusammenhänge mit folgender Graphik verdeutlicht werden:

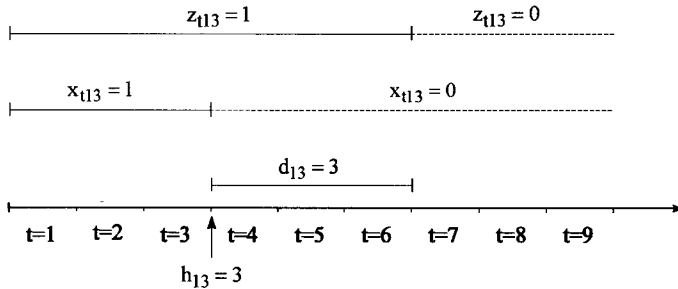


ABB. 12: Zusammenhänge der x_{tik} - und z_{tik} -Variablen

In ABB. 12 ist auch zu erkennen, daß die Variable 'Bearbeitungsdauer des Auftrages i auf Maschinentyp k ' (d_{ik}) genau aus dem Zusammenspiel der jeweiligen z_{tik} - und x_{tik} -Variablen resultiert, was formal über die Gleichung

$$(E.9) \quad \sum_{t=1}^T (z_{tik} - x_{tik}) = d_{ik} \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

ausgedrückt wird. Die Differenz $\Delta = z_{tik} - x_{tik}$ zeigt an, ob Maschinentyp k in Teilperiode t durch den Auftrag i belegt wird ($\Delta = 1$) oder nicht ($\Delta = 0$). Δ nimmt für solche Teilperioden t den Wert Null an, in denen die Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k entweder noch nicht stattgefunden hat ($x_{tik} = 1; z_{tik} = 1$) oder schon abgeschlossen ist ($x_{tik} = 0; z_{tik} = 0$). Der

Fall $\Delta = 1$ kann sich nur dann ergeben, wenn diese Bearbeitung in der betrachteten Teilperiode t begonnen ($x_{tik} = 0$) aber noch nicht abgeschlossen ist ($z_{tik} = 1$). Die Bearbeitungsdauer d_{ik} resultiert gemäß (E.9) aus der Anzahl an Teilperioden, die Auftrag i dem Maschinentyp k zur Bearbeitung zugeordnet wird. In Teilperioden, in denen diese Bearbeitung vorgesehen wird, muß die Bereitstellung von Maschinen des Typs k auch gewährleistet werden; dies wird durch die nachfolgenden drei Restriktionen erreicht.

$$(E.10) \quad A_{tik} \geq 1 - M \cdot (1 - z_{tik} + x_{tik}) \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

$$(E.11) \quad A_{tik} \leq M \cdot (z_{tik} - x_{tik}) \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

$$(E.12) \quad \sum_{t=1}^T A_{tik} = \tau_{ik} \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

Die Restriktionen (E.10) und (E.11) steuern die Ausprägung der Variablen 'Anzahl an (identischen) Maschinen des Typs k , die in Teilperiode t zur Bearbeitung des Auftrages i eingesetzt werden' (A_{tik}). Dieser Variablentyp nimmt jeweils nur dann einen von Null verschiedenen Wert an, wenn $\Delta = 0$ gilt (vgl. (E.11)), muß aber im Fall $\Delta = 1$ mindestens den Wert 1 annehmen, d.h. es muß mindestens eine Maschine des Typs k die Bearbeitung des Auftrages i in der Teilperiode t übernehmen (vgl. (E.10))²²⁰. Eine Begrenzung der parallel laufenden Maschinen des Typs k nach oben wird hier über eine große Zahl M gesteuert (vgl. (E.11)). Indem anstelle von M spezifische Obergrenzen²²¹ eingebracht werden, kann die Anzahl der in Teilperiode t an der Bearbeitung des Auftrages i beteiligten Maschinen des Typs k realistischer limitiert werden.²²²

Da es i.d.R. nicht ökonomisch sinnvoll ist, mehr Maschinen bereitzustellen, als zur Bearbeitung der einzelnen Aufträge benötigt werden - auch wenn hierfür keine Kostengrößen in die Zielfunktion eingestellt sind - wird über (E.12) sichergestellt, daß, kumuliert über den Planungszeitraum, genau die Anzahl an Maschinen bereitgestellt werden, die zur Bearbeitung des jewei-

220) Für jede vorgesehene Bearbeitungsperiode ($\Delta = 1$) muß mindestens eine Maschine für die gesamte Periode bereitgestellt werden, soll keine unzulässige (zeitliche) Auftragsplittung erzeugt werden. Dies sei eine Prämisse der weiteren Ausführungen.

Restriktion (E.10) könnte alternativ z.B. dahingehend formuliert werden, daß in jeder Periode, in der $\Delta = 1$ gilt, eine bestimmte (ökonomisch, technisch etc. begründete) Mindestmenge des jeweiligen Auftrages zu bearbeiten ist, was dann u.a. bedeuten kann, daß zwar eine Maschine bereitgestellt wird, die jedoch nur einen Bruchteil der Periode aktiv ist. (Mindestlaufzeiten der Maschinen könnten in ähnlicher Weise berücksichtigt werden.)

Hierbei ist zu beachten, daß ohne eine - wie immer auch konzipierte - 'Mindestbereitstellungsrestriktion' vom Typ (E.10) im Falle von $\Delta = 1$ keine Koppelung mit $A_{tik} > 0$ erzielt werden kann.

221) Beispiele für solche Obergrenzen wären:

$A_{tik}^{\max}$ = Anzahl an maximal verfügbaren Maschinen des Typs k zur Bearbeitung des Auftrages i in Teilperiode t

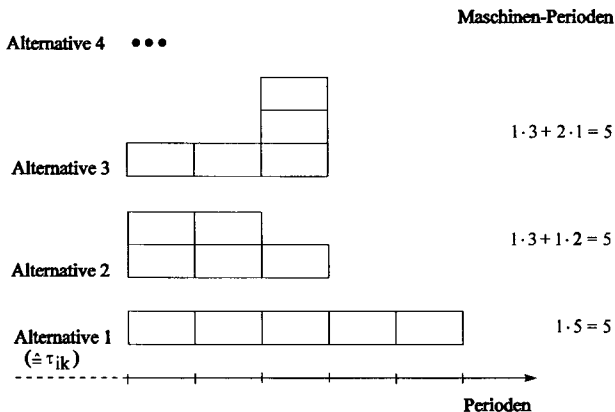
$A_k^{\max}$ = Anzahl an maximal verfügbaren Maschinen des Typs k

222) Derartige Obergrenzen korrespondieren zudem besser mit der Prämisse einer gegebenen Maschinenausstattung.

ligen Auftrages benötigt werden. Hiermit ist die Vorstellung verbunden, daß, unabhängig von der zeitlichen Verteilung der Auftragsbearbeitung, Maschinen des Typs k zur Bearbeitung des Auftrages i eine bestimmte Anzahl an Perioden bereitzustellen sind - nämlich genau τ_{ik} 'Maschinen-Perioden'. So könnte beispielsweise eine einzige Maschine des Typs k zur Bearbeitung des Auftrages i fünf Perioden lang, oder eine Maschine drei Perioden lang und eine weitere Maschine zwei Perioden lang, oder eine Maschine drei Perioden lang und zwei Maschinen jeweils eine Periode lang, oder etc. bereitgestellt werden, nur muß letztlich der Bedarf von 5 'Maschinen-Perioden' gedeckt werden.²²³⁾

Über die Anzahl an parallel laufenden Maschinen des Typs k bestimmt sich in dem vorgestellten Planungsmodell die Bearbeitungsdauer des Auftrages i an diesem Maschinentyp. Wegen der getroffenen Annahmen und der Zusammenfassung identischer Maschinen zu jeweils einer Kategorie werden alle an der Produktion beteiligten Maschinen in Bezug auf jeweils eine Teilperiode und einen konkreten Auftrag zeitlich und umfangmäßig gleichmäßig belastet. D.h. zum einen, daß keine Maschine - falls sie zur Produktion eingesetzt wird - zeitlich weniger beansprucht wird als die anderen eingesetzten Maschinen (z.B. nur 6 Stunden der 8 Stunden umfassenden Teilperiode)²²⁴⁾ und zum anderen, daß jeder der 'angeschalteten' Maschinen der gleiche Anteil an Auftragseinheiten zur Bearbeitung überstellt wird. Da die Bearbeitungsdauer einer Einheit des Auftrages i auf allen Maschinen eines Typs identisch ist, benötigen die jeweils

- 223) Für dieses Beispiel lassen sich die hinter Restriktion (E.12) stehenden Überlegungen wie folgt graphisch verdeutlichen:



Jedes Kästchen steht für eine Maschine und eine Periode. Bei der beispielhaften Berechnung der Maschinen-Perioden entspricht die erste Zahl jedes Termes der Anzahl an eingesetzten Maschinen und die zweite Zahl der Anzahl an Perioden, die diese Maschine(n) jeweils aktiv ist (sind).

- 224) Hierbei wird unterstellt, daß die gesamte Länge der Teilperiode (8 Stunden) auch der zur Produktion verwandten Zeit entspricht; denn die Teilperioden könnten ja auch so geschnitten werden, daß ihre Länge zwar 8 Stunden beträgt, die Betriebszeit aber nur jeweils 6 Stunden beträgt. Die zeitliche Gleichbelastung der Maschinen bezieht sich demzufolge auf die produktiv genutzte Zeit der einzelnen Teilperioden.

eingesetzten Maschinen die gleiche Zeit für die Bearbeitung der ihnen übertragenen Auftragsanteile. Damit und aufgrund der vereinfachenden Annahme, τ_{ik} sei ganzzahlig, ergibt sich für die hier vorliegende Modellsituation, daß eine 'Schneidung' der Aufträge (i.S. einer Verteilung auf die Maschinen) nur in gleichgroße Teile möglich ist. Die Planung der zeitlichen Verteilung dieser 'Blöcke' (unter Beachtung der sonstigen Restriktionen) ist wesentlicher Gegenstand des vorliegenden Modells.²²⁵⁾

$$\begin{aligned}
 \text{(E.13)} \quad & h_{ik} \in \mathbb{N}_0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\
 & d_{ik} \geq 0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\
 & A_{tik} \geq 0 & \forall t \in T; k \in K; i \in I_k; \\
 & u_{ijk} \in \{0,1\} & \forall k \in K; i,j \in I_k | i < j; \\
 & x_{tik}, z_{tik} \in \{0,1\} & \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;
 \end{aligned}$$

Die Maschinenlaufzeiten innerhalb der einzelnen Teilperioden stellen annahmegemäß keine Aktionsvariablen des Modells E dar, so daß periodenweise nur 'ganze Maschinen' zur Auftragsbearbeitung eingeplant werden können (Unteilbarkeitsprämisse für Potentialfaktoren). Dies würde eigentlich eine entsprechend einschränkende Definition der A_{tik} -Variablen ($A_{tik} \in \mathbb{N}_0 \forall t \in T; k \in K; i \in I_k$) erfordern,²²⁶⁾ aber aufgrund der gewählten Formulierung (vor allem M als Obergrenze für A_{tik}) und insbesondere der Ganzzahligkeit von τ_{ik} in Verbindung mit dem Optimierungskriterium 'Minimierung der Summe der Durchlaufzeiten', kommen keine gebrochenen A_{tik} -Werte zustande. Wenn aber

- 1) nicht-ganzzahlige τ_{ik} -Werte zugelassen werden,
- 2) der parallele Einsatz mehrerer identischer Maschinen durch spezifische Obergrenzen restringiert wird,²²⁷⁾

225) $|T| \cdot |K| \cdot |I_k|$ -Binärvariablen und doppelt so viele Restriktionen ließen sich einsparen, wenn wie folgt formuliert wird:

$$\text{(E.9')} \quad \sum_{t=1}^T y_{tik} = d_{ik} \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

$$\text{(E.10')} \quad A_{tik} \geq 1 - M \cdot (1 - y_{tik}) \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

$$\text{(E.11')} \quad A_{tik} \leq M \cdot y_{tik} \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

Zusätzlich müssen die Restriktionen (E.5) - (E.8) durch

$$\text{(E.5')} \quad t - h_{ik} + M \cdot (1 - y_{tik}) \geq 1 - \varepsilon \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

$$\text{(E.6')} \quad t - (h_{ik} + d_{ik}) - M \cdot (1 - y_{tik}) \leq 1 - \varepsilon \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

und die Restriktion (E.13) durch

$$\text{(E.13')} \quad h_{ik} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

$$d_{ik} \geq 0 \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

$$A_{tik} \geq 0 \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

$$u_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall k \in K; i,j \in I_k | i < j;$$

$$y_{tik} \in \{0,1\} \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

ersetzt werden. Hierzu vgl. auch die Ausführungen S. 126 - 129.

226) Eine solche Variablendefinition - zumal für die große Anzahl an A_{tik} -Variablen - führt allerdings meist zu erheblichen Lösungsproblemen, weshalb es zu prüfen gilt, ob z.B. eine 'Umschreibung' anhand von 0/1-Variablen (vgl. NEUMANN/MORLOCK (1993), S. 382) zu einem geringeren Lösungsaufwand führt.

227) Vgl. hierzu auch die weiteren Ausführungen.

- 3) der Planungszeitraum statt mit Null (Beginnzeitpunkt der ersten Teilperiode) z.B. mit 0,2 beginnt, wenn also mit der Bearbeitung des Auftrages i auf Maschine k nicht schon zu Beginn der ersten bzw. erst zu Beginn der zweiten Teilperiode sondern innerhalb der ersten Teilperiode begonnen werden kann,²²⁸⁾ oder wenn
- 4) weitere (hier insbesondere: personalwirtschaftliche) Kapazitätsgrenzen greifen (vgl. 3.2.2.2.),

müßte der Definitionsbereich für die A_{tik} -Variablen auf die Menge der natürlichen Zahlen einschließlich der Null festgelegt werden, soll die Unteilbarkeitsprämisse nicht verletzt werden²²⁹⁾ bzw. soll keine zeitliche (und umfangmäßige) Ungleichbelastung der in den einzelnen Perioden eingesetzten Maschinen zugelassen werden.

Im Falle einer sukzessiven Auftragsfolge- und Personalplanung ist die Relaxation des Definitionsbereichs der A_{tik} -Variable gemäß (E.13) - wodurch positive Auswirkungen auf die Rechenbarkeit des Modells zu vermuten sind - indessen auch wie folgt zu rechtfertigen:²³⁰⁾ Für beispielsweise $\tau_{ik} = 4$ erfüllen die beiden Ausprägungen $A_{tik} = 1,4$ ²³¹⁾ und $A_{t+1,ik} = 2,6$ die Restriktion (E.12) ebenso gut wie die beiden Ausprägungen $A_{tik} = 2$ und $A_{t+1,ik} = 2$. Wird wenigstens gewährleistet, daß pro 'Bearbeitungsperiode' zumindest eine Maschine bereitgestellt wird (was gemäß (E.10) ja der Fall ist), haben beide Ausgestaltungsalternativen der A_{tik} -Variablen den gleichen Einfluß auf den Zielfunktionswert von Modell E. Lediglich bei der Interpretation der Ergebnisse und deren 'Weiterverwendung' in einer nachgeordneten Personalbereitstellungsplanung können sich für die erste Alternative Probleme ergeben. So ist zum einen nicht mehr von einer typisierten Situation gemäß Seite 73 und 74 zu sprechen, wenn gebrochene A_{tik} -Werte vorliegen, da sowohl die quantitative als auch die zeitliche Dimension der Maschinenausstattung flexibilisiert wurde. Zum anderen muß pro eingesetzter Maschine eine gegebene Anzahl an Bedienungspersonal (β_{ik}) bereitgestellt werden, gleichgültig, wie lange die Maschine in der betrachteten Periode tatsächlich zeitlich belastet wird, da die PE_{ikt} -Variablen keinen Einsatzwechsel innerhalb einer Periode zulassen. Vor diesem Hintergrund macht es freilich einen Unterschied, ob in t und t+1 jeweils zweimal β_{ik} -Arbeitskräfte (für $A_{tik} = 2$ und $A_{t+1,ik} = 2$) oder in t zweimal β_{ik} - und in t+1 dreimal β_{ik} -Arbeitskräfte (für $A_{tik} = 1,4$ und $A_{t+1,ik} = 2,6$)

228) Gleiches gilt für jede andere Teilperiode des Planungszeitraumes.

229) Dies wird jedoch meist nicht beachtet; vgl. FANDEL (1994), S. 35.

230) Vgl. TAHA (1975), S. 343 -346.

231) Die Bereitstellung von 1,4 Maschinen-Perioden könnte wie folgt aussehen:

- Durch verspäteten Beginn, frühzeitige Beendigung und/oder ein- oder mehrmalige Unterbrechungen der Auftragsbearbeitung wird eine Maschine die gesamte und eine weitere Maschine nur 40% der Periodenlänge produktiv genutzt.
- Zwei Maschinen werden jeweils nur einen Bruchteil der Periodenlänge zur Auftragsbearbeitung eingesetzt.
- Mehr als zwei Maschinen werden nur Bruchteile der Periodenlänge produktiv genutzt.

Die letzte Bereitstellungssituation impliziert Ressourcenverschwendung, weshalb davon auszugehen ist, daß nicht mehr Maschinen eingesetzt werden, als die nächst größere ganze Zahl zum nicht-ganzzahligen A_{tik} -Wert.

Als repräsentative Situation soll hier 'frühzeitige Beendigung der Auftragsbearbeitung auf einer Maschine und zeitliche Vollausslastung aller anderen Maschinen' gelten.

eingesetzt werden müssen. (Auf die hier skizzierte Problematik wird in Punkt 3.2.2.2. genauer eingegangen.)

Zur Illustration der obigen Ausführungen wird auf das in 2.2.1.1. konstruierte Beispiel zurückgegriffen, wobei die von dort übernommene, nachfolgend nochmals aufgezeigte Tabelle in Teilen inhaltlich anders belegt werden muß. Die Neuinterpretation bezieht sich auf die Elemente der ersten Teiltabelle, welche nun nicht mehr gegebene Bearbeitungsdauern (d_{ik}) sondern die benötigten Perioden zur Bearbeitung des Auftrages i durch eine einzige Maschine des Typs k darstellen (τ_{ik}). Diese vermeintliche Spitzfindigkeit (bezieht sich ersteres nicht auch auf eine Maschine?) muß in Zusammenhang mit den jeweiligen Modellformulierungen gesehen werden: Im ersten Fall sind die Bearbeitungsdauern gegebene Größen, im zweiten sind sie Variablen des Modells, die über die Anzahl an parallel laufenden Maschinen bestimmt werden; τ_{ik} ist demzufolge eine 'Ersatzbezeichnung' um die semantischen Widersprüche zu umgehen, die sich ergeben würden, wenn die Bearbeitungsdauern zum einen Daten (d_{ik}) und zum anderen gleichzeitig Variablen (d_{ik}) des Modells sind.

i \ k	1	2	3	4	$\pi_i = 1$	$\pi_i = 2$	$\pi_i = 3$
1	—	—	4	2	4	3	—
2	3	—	—	3	1	4	—
3	—	2	1	2	2	3	4
4	4	1	2	—	3	1	2

TAB. 12: Angaben zu Beispiel E

Für das Beispiel wird folgender durchlaufzeitminimaler Auftragsfolgeplan ausgewiesen (→ Beispiel E):²³²⁾

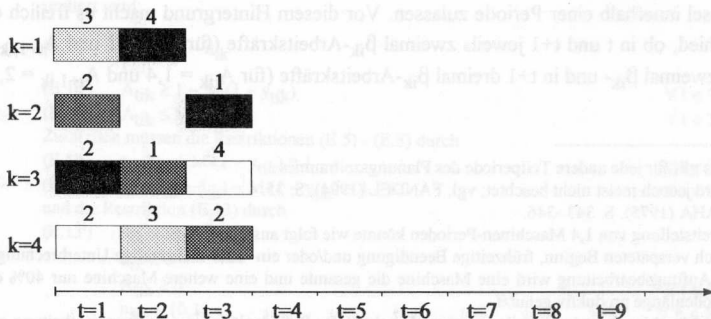


ABB. 13: Auftragsfolgeplan zu Beispiel E

232) Die Zahlenangaben über den Kästchen geben die Anzahl an jeweils parallel eingesetzten Maschinen an.

In diesem Auftragsfolgeplan wird für die Bearbeitung jeder Operation genau eine Periode vorgesehen, die Summe der Durchlaufzeiten beträgt 11 Perioden. Die Ausprägungen der d_{ik} -Variablen sind wenig verwunderlich, da für A_{tik} keine (restriktiv wirkenden) Obergrenzen eingestellt wurden und - entsprechend der Zielfunktion - die maximal mögliche Anzahl an parallel einzusetzenden Maschinen (vgl. Restriktion (E.12)) auch tatsächlich eingesetzt wird. Z.B. sind in Periode $t = 1$ gleichzeitig 3 Maschinen des Typs $k = 1$ zur Bearbeitung des Auftrages $i = 2$ eingesetzt.

Wird das Beispiel nun dahingehend abgeändert, daß pro Maschinentyp jeweils nur zwei Maschinen vorhanden sind ($A_k^{\max} = 2 \forall k = 1, 2, 3, 4$), dann sähe ein durchlaufzeitminimaler Ablaufplan wie folgt aus:

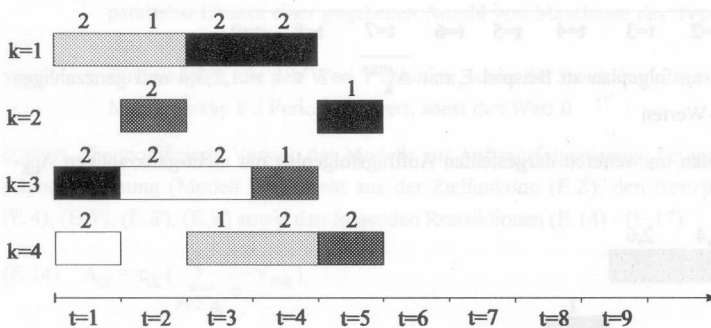


ABB. 14: Auftragsfolgeplan zu Beispiel E mit $A_k^{\max} = 2 \forall k = 1, 2, 3, 4$

Durch die Beschränkung der verfügbaren Maschinen können pro Periode maximal zwei Maschinen jeden Typs gleichzeitig an der Auftragsbearbeitung beteiligt sein. So werden z.B. zur Bearbeitung des Auftrages $i = 2$ auf dem Maschinentyp $k = 1$ in der ersten Teilperiode zwei Maschinen und in der zweiten Teilperiode eine Maschine eingesetzt, um die insgesamt benötigten (Maschinen-)Perioden in Höhe von $\tau_{21} = 3$ bereitzustellen. Die Bearbeitungsdauer d_{21} erhöht sich im Gegensatz zum vorherigen Ergebnis auf 2 Perioden und die Summe der Durchlaufzeiten auf insgesamt 17 Perioden. Darüber hinaus ändert sich bei Maschinentyp $k = 3$ wegen der nun wirksam werdenden Obergrenzen für die Anzahl an parallel eingesetzten Maschinen die Auftragsfolge: Auftrag $i = 3$ und $i = 1$ tauschen die Plätze.

Die Ganzzahligkeit der A_{tik} -Variablen bei vorstehender Lösung (ABB. 14) ergibt sich (u.a.) aus den spezifischen Obergrenzen $A_1^{\max} = A_2^{\max} = A_3^{\max} = A_4^{\max} = 2$, da keine Kombination von Zahlen größer 1 (Untergrenze) und kleiner 2 (Obergrenze) existiert, die sich zu zwei addieren läßt. Nur für einen weniger restriktiven Fall von z.B. $A_k^{\max} = 3 \forall k = 1, 2, 3, 4$ kann demzufolge gezeigt werden, daß eine ganzzahlige und eine nicht-ganzzahlige ' A_{tik} -Lösung' zu gleichen Zielfunktionswerten 'Summe der Durchlaufzeiten' führen. Unter Zugrundelegung der

ansonsten identischen Beispielangaben ergibt sich sowohl für den folgenden Auftragsfolgeplan mit ganzzahligen A_{tik} -Werten

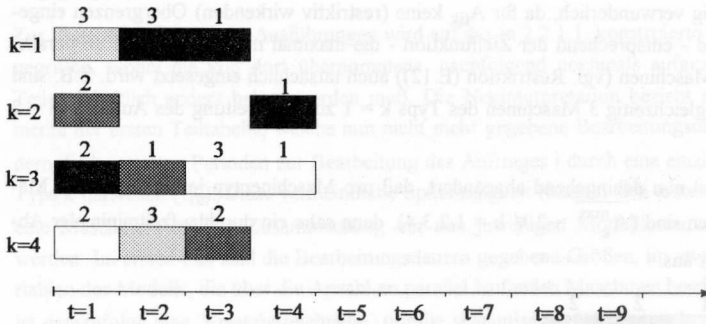


ABB. 15: Auftragsfolgeplan zu Beispiel E mit $A_k^{\max} = 3 \forall k = 1, 2, 3, 4$ und ganzzahligen A_{tik} -Werten

ebenso wie für den im weiteren dargestellten Auftragsfolgeplan mit nicht-ganzzahligen A_{tik} -Werten²³³⁾

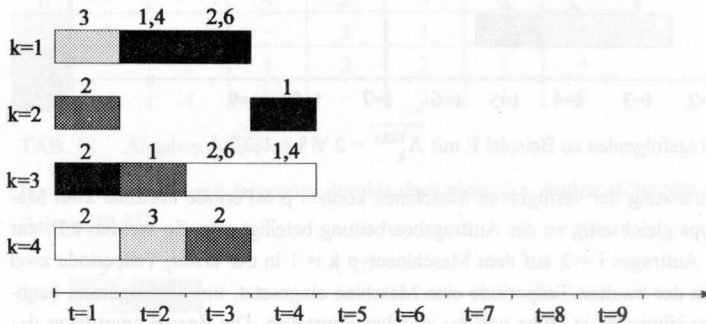


ABB. 16: Auftragsfolgeplan zu Beispiel E mit $A_k^{\max} = 3 \forall k = 1, 2, 3, 4$ und nicht-ganzzahligen A_{tik} -Werten

jeweils ein Zielfunktionswert von 13 Perioden. Die beiden Auftragsfolgepläne sind strukturell und hinsichtlich der zeitlichen Lage der Bearbeitungen identisch, lediglich die umfangmäßige Verteilung der Bearbeitung des Auftrages $i = 4$ auf dem Maschinentyp $k = 1$ bzw. des Auftrages $i = 1$ auf dem Maschinentyp $k = 3$ in den jeweiligen Bearbeitungsperioden ist unterschiedlich. In Bezug auf die Zielsetzung 'Minimierung der Summe der Durchlaufzeiten' ist keiner der beiden Auftragsfolgepläne dem jeweils anderen gegenüber ohne weitergehende Begründung vorzuziehen.

233) Für die Operation [4,1] und [1,3] wurden die folgenden nicht-ganzzahligen Werte fixiert, bevor die Modellösung bestimmt wurde.

3.2.2.1.2. MODIFIKATIONEN UND ERWEITERUNGEN

Das Ausgangsmodell zur Auftragsfolgeplanung bei identischen parallelen Maschinen geht davon aus, daß für jede Teilperiode und jede Operation [ik] darüber disponiert werden kann, wieviele Maschinen jeweils parallel eingesetzt werden sollen. Es ist offensichtlich, daß eine solche Ausprägungsfreiheit die Modellkomplexität erhöht. Ein diesbezüglich etwas weniger komplexes (weil Variablen und Restriktionen einsparendes) Modell soll im folgenden vorgestellt werden. Dazu werden die bereits eingeführten Symbole um

A_{ik} := Anzahl an (identischen) Maschinen des Typs k , die zur Bearbeitung des Auftrages i eingesetzt werden

Z_{ik} := $\{z \mid z \text{ ist diejenige Bearbeitungsdauer, die benötigt wird, um Auftrag } i \text{ durch den parallelen Einsatz einer gegebenen Anzahl von Maschinen des Typs } k \text{ zu bearbeiten}\}^{234}$

v_{zik} := Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn die Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k z Perioden dauert; sonst den Wert 0

ergänzt. Die modifizierte Version des Modells zur Auftragsfolgeplanung bei quantitativer Maschinenanpassung (Modell E') besteht aus der Zielfunktion (E.Z), den Restriktionen (E.1) - (E.4), (E.5'), (E.6'), (E.9') sowie den folgenden Restriktionen (E.14) - (E.17):

$$(E.14) \quad A_{ik} = \tau_{ik} \cdot \left(\sum_{z \in Z_{ik}} \frac{1}{z} \cdot v_{zik} \right) \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

Um sich Restriktion (E.14) verständlich zu machen, sollte man sich z.B. vergegenwärtigen, daß ein Bedarf von vier Maschinen-Perioden ($\tau_{ik} = 4$) durch die Bereitstellung von zwei Maschinen ($A_{ik} = 2$) für die Dauer von zwei Perioden ($d_{ik} = 2$) gedeckt werden kann. Die formale Entsprechung ($A_{ik} \cdot d_{ik} = \tau_{ik}$) macht andere Lösungsalgorithmen nötig, als sie im Rahmen der (gemischt-)ganzzahligen Optimierung - der hier verwendeten Methodik - zum Einsatz kommen. Aus diesem Grund wird die Menge Z_{ik} als 'inhaltliches Komplement' zu parametrisch variierten A_{ik} -Ausprägungen definiert. Sie enthält diejenigen Bearbeitungsdauern, die alternative, vom Planer in Erwägung gezogene A_{ik} -Ausprägungen benötigen würden, um den Auftrag i zu bearbeiten. Gemäß Restriktion (E.14) sind die A_{ik} -Ausprägungen dann immer ein $\frac{1}{z}$ -faches von τ_{ik} .

$$(E.15) \quad \sum_{z \in Z_{ik}} v_{zik} = 1 \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

234) Für jede Operation [ik] ist vorab festzulegen, wieviele Maschinen parallel zum Einsatz kommen könnten, wobei bis zu den ausstattungsbedingten Obergrenzen planerische Gestaltungsfreiheiten bestehen. Die so bestimmten Werte müssen mit einem z multipliziert jeweils τ_{ik} ergeben. (Sollen z.B. 3 Maschinen gleichzeitig eingesetzt werden, so muß $z = 2$ sein, damit $\tau_{ik} = 6$ gilt.) Insofern repräsentieren die unterschiedlichen $z \in Z_{ik}$ die Bearbeitungsdauern, die jeweils unterschiedlich viele Maschinen des Typs k (im Falle ihres parallelen Einsatzes) benötigen, um Auftrag i zu bearbeiten.

Für jede Operation [ik] muß genau eine v_{zik} -Variable den Wert Eins annehmen, d.h., daß sich die Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k durch eine Bearbeitungsdauer von z Perioden kennzeichnen läßt.

$$(E.16) \quad \sum_{z \in Z_{ik}} z \cdot v_{zik} = d_{ik} \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

Die Verwendung der Binärvariablen v_{zik} ermöglicht schließlich die indirekte Verknüpfung zwischen korrespondierenden A_{ik} - und d_{ik} -Werten.²³⁵⁾ Restriktion (E.16) bewirkt nämlich, daß zwischen den z Perioden zur Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k und der Variablen d_{ik} Identität besteht.

Für die Modellvariablen sind die folgenden Definitionsbereiche zu beachten:

$$(E.17) \quad \begin{array}{ll} h_{ik} \in \mathbb{N}_0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\ d_{ik} \geq 0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\ A_{ik} \geq 0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\ u_{ijk} \in \{0,1\} & \forall k \in K; i,j \in I_k \mid i < j; \\ y_{tik} \in \{0,1\} & \forall t \in T; k \in K; i \in I_k; \\ v_{zik} \in \{0,1\} & \forall k \in K; i \in I_k; z \in Z_{ik}; \end{array}$$

Die Abbildung der Situation, daß für jede Operation [ik] die Anzahl an parallel eingesetzten Maschinen (A_{ik}) unabhängig von der jeweiligen Bearbeitungsperiode bestimmt wird, ist zunächst formulierungstechnisch zu begründen: Die Anzahl der vormalis zu bildenden A_{tik} -Variablen kann in dem modifizierten Modell E' um $|T-1| \cdot |K| \cdot |I_k|$ reduziert werden, zudem werden die Restriktionen (E.10) und (E.11) überflüssig. Die so erreichten Einsparungen werden jedoch z.T. durch die Einführung der Binärvariablen v_{zik} und den damit nötig werdenden Restriktionen (E.15) und (E.16) kompensiert. Obwohl rechentechnische Überlegenheiten des einen gegenüber dem anderen Modell von Fall zu Fall zu prüfen wären, erscheinen folgende Tendenzaussagen berechtigt: Je größer die Menge T, je mehr Operationen [ik] einzuplanen (Multiplikatoreffekt) und je kleiner die jeweiligen Mengen Z_{ik} ²³⁶⁾ sind, desto vorteilhafter präsentiert sich Modell E' im Vergleich zu Modell E bezüglich der Lösbarkeit.

Auch sprechen weitere Gründe für eine nicht nur rechentechnisch begründete Sinnhaftigkeit von Modell E': Ist es z.B. technisch nicht ohne weiteres möglich und/oder aus Wirtschaftlichkeitsaspekten heraus nicht ratsam, Maschinen jederzeit betriebsbereit zu halten, erscheint die Modellierung identischer parallel einsetzbarer Maschinen über A_{ik} vorteilhaft. Denn wenn die Entscheidung für eine konkrete Ausprägung von A_{ik} gefallen ist, werden alle betroffenen Maschinen für die gesamte Bearbeitungsdauer des Auftrages produktiv genutzt. Eine bestimmte Maschine ist also entweder an der Bearbeitung eines bestimmten Auftrages (gleichrangig) oder überhaupt nicht beteiligt. In letzterem Fall muß die Maschine für die Dauer der Bearbeitung

235) Ein A_{ik} -Wert korrespondiert mit einem d_{ik} -Wert dann, wenn deren Multiplikation den Wert τ_{ik} ergibt.

236) Hier ist eine Einflußnahme durch entsprechende Vorfestlegungen möglich.

dieses Auftrages (über die Sicherung der Funktionstüchtigkeit hinaus) nicht betriebsbereit gehalten werden, wodurch Ressourceneinsparungen möglich werden. (Eine gewisse Einschränkung hierzu wäre das Vorhalten von 'Reservekapazitäten' für mögliche Maschinenausfälle.)

Wenn die Bearbeitung eines Auftrages auf einem bestimmten Maschinentyp spezifische Vorbereitungs- und/oder Nachbereitungsprozeduren (z.B. Schutzmaßnahmen, Reinigungen etc.) an den Maschinen erforderlich macht, wäre es ebenfalls sinnvoll, Maschinen nur entweder voll oder gar nicht an der Auftragsbearbeitung zu beteiligen. Für eine Modellierung identischer parallel eingesetzter Maschinen über A_{ik} ist z.B. auch dann zu plädieren, wenn die Aufträge nicht beliebig teilbar sind - sei es aus Gründen die in der Art des Auftrages selbst und/oder der Art der relevanten Maschinentypen liegen.

Zur Anwendung des Modells E' auf das Beispiel von S. 80 wurden die Mengen Z_{ik} wie folgt gebildet: In Bezug auf jede Operation $[ik]$ wurde τ_{ik} durch ausgewählte ganzzahlige A_{ik} -Ausprägungen zwischen 1 und τ_{ik} dividiert.²³⁷⁾ (Z.B. für $[4,1]$ mit $\tau_{41} = 4$ ergibt sich $Z_{41} = \{4,2,1\}$). Wenn A_{ik} den Wert τ_{ik} annimmt, dann dauert die Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k genau eine Periode. Deshalb ist es kaum verwunderlich, daß der hier ermittelte Auftragsfolgeplan mit dem in ABB. 13 dargestellten identisch ist ($\rightarrow$ Beispiel E').

In der vorliegenden Planungssituation stehen dem Unternehmen jeweils mehrere Maschinen eines bestimmten Typs zur Verfügung, von denen einige an der Bearbeitung bestimmter Aufträge überhaupt nicht beteiligt werden. Aufbauend auf Modell E' wird im weiteren eine Abbildungsmöglichkeit entwickelt, freie Maschinenkapazitäten für eine gleichzeitige Bearbeitung zweier oder mehrerer Aufträge zu nutzen (Modell E''). Eine periodenweise Einplanung verfügbarer Aufträge zum Zwecke der Auslastung der Maschinenkapazitäten ist allerdings nicht möglich, da die Restriktionen (E.5'), (E.6') und (E.9') eine ununterbrochene Bearbeitung der Aufträge bedingen.

Nach Einführung des Symbols

$$\tilde{I}_k = \{ \tilde{I}_k \mid \tilde{I}_k \text{ ist eine Teilmenge der Menge } I_k \}$$

werden die (Auftragsfolge)Restriktionen (E.3) und (E.4) durch

$$(E.18) \quad \sum_{i \in \tilde{I}_k} A_{ik} \leq \overline{A_k^{\max}} \cdot (|\tilde{I}_k| + 1 - \sum_{i \in \tilde{I}_k} y_{tik}) \quad \forall t \in T; k \in K; \tilde{I}_k \in \tilde{I}_k \mid |\tilde{I}_k| \geq 2;$$

ersetzt. Diese neue Restriktion bildet letztlich die Forderung ab, daß in jeder Teilperiode pro Maschinentyp höchstens die Anzahl an vorhandenen Maschinen eingesetzt werden kann.²³⁸⁾ Die Menge $\tilde{I}_k$ beinhaltet alle Teilmengen der Menge I_k , denn die leere Menge ist Teilmenge

237) Um eventuelle Rundungsprobleme zu vermeiden, wurden solche A_{ik} -Werte, die z.B. zu einem $z = 3/2$ geführt hätten, nicht berücksichtigt. Immer berücksichtigt wurden dagegen die Werte 1 und τ_{ik} .

238) Die formale (nicht-lineare) Entsprechung würde lauten:

$$\sum_{i \in \tilde{I}_k} y_{tik} \cdot A_{ik} \leq A_k^{\max} \quad \forall t \in T; k \in K;$$

jeder Menge und jede Menge enthält sich selbst als Teilmenge. Abgesehen von der leeren Menge stellt somit jedes Element $\tilde{I}_k$ von $\tilde{I}_k$ eine mögliche Kombination dar, welche Aufträge auf Maschinentyp k gleichzeitig bearbeitet werden könnten.²³⁹⁾ Wenn die Restriktion (E.18) nur für diejenigen $\tilde{I}_k$ auszuformulieren ist, die mehr als ein Element enthalten, so liegt dies daran, daß, falls nur ein Auftrag bearbeitet wird, die Restriktionen (E.14) - (E.16) bereits eine Obergrenze für A_{ik} generieren. Für die Ausprägungen der A_{ik} -Variablen müssen aber weitergehende Einschränkungen formuliert werden, wenn zwei, drei etc. Aufträge gleichzeitig die vorhandenen Maschinen belegen. Dabei wirkt die rechte Seite von (E.18) jedoch nur dann restriktiv, wenn alle Aufträge $i \in \tilde{I}_k$ in der betrachteten Teilperiode auch bearbeitet werden ($y_{iik} = 1 \forall i \in \tilde{I}_k$).

In dem Beispiel auf S. 80 gilt beispielsweise $I_{k=3} = \{1,3,4\}$, so daß die relevanten $\tilde{I}_k \in \{\{1,3\}, \{1,4\}, \{3,4\}, \{1,3,4\}\}$ sind. Sollen die beiden Aufträge $i = 1$ und $i = 4$ in Periode t gleichzeitig auf Maschinentyp $k = 3$ bearbeitet werden ($y_{113} = 1, y_{43} = 1$), muß gelten, daß A_{13} und A_{43} zusammen nicht größer werden darf als $A_3^{\max}$. Mit der Annahme, daß $A_3^{\max} = 5$ und $A_k^{\max} = 4$ für $k = 1,2,4$ sei, ergibt sich der folgende durchlaufzeitminimale Auftragsfolgeplan ($\rightarrow$ Beispiel E):

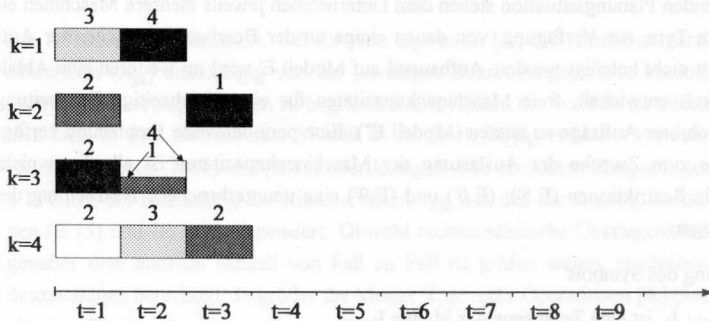


ABB. 17: Auftragsfolgeplan zu Beispiel E"

Die Summe der Durchlaufzeiten beträgt hier 10 Perioden. In Periode $t = 2$ wird der Auftrag $i = 1$ auf vier Maschinen und mit ihm gleichzeitig der Auftrag $i = 3$ auf einer Maschine des Typs $k = 3$ bearbeitet.

In den bisherigen Überlegungen wurde unterstellt, daß für alle τ_{ik} -Werte Ganzzahligkeit gegeben ist. Allerdings ist es wohl eher die Ausnahme, daß die zur Bearbeitung des gesamten Auftrages benötigten Perioden durch Bezugnahme auf eine einzige Maschine zu jeweils ganzen Teilperioden führen. Bevor auch beliebige bzw. nicht-ganzzahlige τ_{ik} -Werte für die oben vorgestellten Modelle zur Auftragsfolgeplanung bei identischen parallelen Maschinen zugelassen werden, sei auf zweierlei hingewiesen: Für die d_{ik} -Variablen können sich wegen der

239) Hier wären weitergehende Einschränkungen denkbar.

‘Abzählung’ der Bearbeitungsperioden (vgl. Restriktion (E.9)) nur ganzzahlige Ausprägungen ergeben; in mindestens einer Teilperiode hat der Auftrag aber Wartezeiten, die korrekterweise nicht als Bestandteil der Bearbeitungsdauer zu interpretieren sind. Damit in Zusammenhang stehend sollten A_{tik} -Werte kleiner Eins zugelassen werden, um inhaltliche Interpretationen zu erleichtern. Werden in einer Periode nurmehr ‘Reste’ eines Auftrages bearbeitet, müßte in Übereinstimmung mit vorherigen Aussagen $A_{tik} = 1$ bedeuten, daß eine Maschine eine Periode lang eingesetzt wird, während $A_{tik} = 0,4$ als der Einsatz einer Maschine für 40% der Periodenlänge zu interpretieren wäre. Problematisch gestaltet sich hierbei aber die Bestimmung einer in die entsprechenden Mindestbereitstellungsrestriktionen (E.10) einzustellenden Untergrenze (z.B. ϵ).²⁴⁰⁾

3.2.2.2. PERSONALPLANUNG ALS FOLGEPLANUNG

Wird ein sukzessives Planungsvorgehen gewählt, so ist anhand des ermittelten Auftragsfolgeplans in einem weiteren Planungsschritt die Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal zu bestimmen. Da die jeweiligen Ausprägungen der A_{tik} -, der h_{ik} - und der d_{ik} -Variablen Ergebnisse der vorgelagerten Planung sind,²⁴¹⁾ kann für einen gegebenen Auftragsfolgeplan mit ganzzahligen A_{tik} -Werten ein erstes Modell (Modell F) zur Personalbereitstellung wie folgt aussehen:

Zielfunktion:

$$(F.Z) \quad \sum_{r \in R} \Psi_r \cdot PA_r = \min!$$

u.d.N.:

$$(F.1) \quad \beta_{ik} \cdot A_{tik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall k \in K; i \in I_k; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik};$$

$$(F.2) \quad \sum_{k \in K_r \cap K_t} PE_{rkt} \leq PA_r \quad \forall r \in R; t \in T;$$

$$(F.3) \quad PA_r \leq \overline{PA_r}^{\max} \quad \forall r \in R;$$

$$(F.4) \quad \begin{aligned} PE_{rkt} &\geq 0 & \forall r \in R; t \in T; k \in K_r \cap K_t; \\ PA_r &\geq 0 & \forall r \in R; \end{aligned}$$

Der Personalbedarf zur Bearbeitung jedes Auftrages $i \in I_k$ auf jedem (relevanten) Maschinentyp $k \in K$ in jeder Teilperiode ihrer spezifischen Bearbeitungsdauern ($h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik}$) muß durch den Einsatz von geeignetem Maschinenbedienungspersonal genau gedeckt werden (F.1). Es können gemäß Restriktion (F.2) jedoch nicht mehr Arbeitskräfte einer Kategorie ein-

²⁴⁰⁾ Vgl. Fußnote 220).

²⁴¹⁾ Aus diesem Grund werden sie kursiv dargestellt; vgl. Fußnote 112).

gesetzt werden, als dem Unternehmen zur Verfügung stehen bzw. verfügbar gemacht werden können (F.3).

Unter Rückgriff auf die beispielhaften Maschinenbesetzungskoeffizienten (TAB. 4) sowie die Zuordnungsmöglichkeiten, Gehaltskosten und Obergrenzen für die Personalausstattung (TAB. 5) der für die Bereitstellung in Frage kommenden Arbeitskräftekategorien $r = 1, 2, 3, 4, 5$ (vgl. S. 36), ist für den Auftragsfolgeplan der ABB. 13 überhaupt kein zulässiger Personaleinsatzplan zu bestimmen. In Periode $t = 1$ werden für Maschinentyp $k = 1$ nämlich 15 Arbeitskräfte der Kategorien $r = 1$, $r = 3$ und/oder $r = 5$ und für Maschinentyp $k = 3$ 10 Arbeitskräfte der Kategorien $r = 3$ und/oder $r = 5$ als Bedienungspersonal benötigt. Diese beiden Bedarfskategorien ergeben zusammen einen Bedarf von 25 Arbeitskräften, dem aber höchstens 22 Arbeitskräfte dieser drei Kategorien zur Deckung gegenüber stehen. Damit tritt hier der Fall ein, daß die Vorgaben aus der vorgelagerten Planungsstufe auf der nachgelagerten Planungsstufe zu Unzulässigkeiten führen bzw. eine Umsetzbarkeit unmöglich ist. (Dieser Auftragsfolgeplan wird in 3.2.2.2. auch nicht mehr betrachtet.)

Für den Auftragsfolgeplan (ABB. 14) hingegen, der der restriktiveren Restriktion (E.11) ($A_{tik} \leq 2 \cdot (z_{tik} - x_{tik}) \forall t \in T; k \in K; i \in I_k$) unterliegt,²⁴²⁾ ergibt sich folgender gehaltskostenminimale Einsatzplan für das Maschinenbedienungspersonal ($\rightarrow$ Beispiel F):

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
k = 1	r = 1	8	5	2	6	—	—	—	—	—
	r = 3	—	—	4	—	—	—	—	—	—
	r = 5	2	—	—	—	—	—	—	—	—
k = 2	r = 2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	r = 4	—	6	—	—	4	—	—	—	—
k = 3	r = 3	8	—	4	3	—	—	—	—	—
	r = 5	2	4	—	4	—	—	—	—	—
k = 4	r = 4	6	—	—	6	—	—	—	—	—
	r = 5	—	—	3	—	2	—	—	—	—

TAB. 13: Personaleinsatzplan zu Beispiel F

Im Beispiel F werden die Personalausstattungsvariablen mit $PA_1 = 8$, $PA_2 = 0$, $PA_3 = 8$, $PA_4 = 6$ und $PA_5 = 4$ ausgewiesen. Die bereitgestellten Arbeitskräfte verursachen Gehaltskosten in Höhe von 74.000 Geldeinheiten.

242) Da auch für die Planungssituation mit $A_k^{\max} = 3 \forall k = 1, 2, 3, 4$ nicht ausreichend Arbeitskräfte zur Bedienung der Maschinen bereitgestellt werden könnten, beziehen sich die weiteren Exemplifikationen vornehmlich auf den Auftragsfolgeplan der ABB. 14 - zumal die grundsätzlichen Zusammenhänge daran ebenso zu demonstrieren sind.

Um auch für nicht-ganzzahlige (gemäß (E.13) ja mögliche; vgl. ABB. 16) A_{tik} -Ausprägungen eine inhaltlich schlüssige Personalbereitstellungsplanung zu gewährleisten, müßte konsequenterweise für Restriktion (F.1) eigentlich (vgl. nachfolgenden Absatz) folgende Fallunterscheidung gelten:²⁴³⁾

$$(F.1'a) \quad \beta_{ik} \cdot A_{tik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall k \in K; i \in I_k; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik} \mid A_{tik} \in \mathbb{N}_0;$$

$$(F.1'b) \quad \beta_{ik} \lceil A_{tik} + 1 \rceil = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall k \in K; i \in I_k; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik} \mid A_{tik} \notin \mathbb{N}_0;$$

Werden z.B. pro Maschine eines Typs k 5 Arbeitskräfte als Maschinenbedienungspersonal benötigt, dann müssen gemäß (F.1'b) im Falle $A_{tik} = 1,4$ 10 und nicht nur $(1,4 \cdot 5 =) 7$ Arbeitskräfte bereitgestellt werden. Die Bereitstellung dieser 10 Arbeitskräfte bindet aber mehr Personalkapazitäten als nötig wären.²⁴⁴⁾ Denn für beispielsweise die Situation $A_{tik} = 1,4$ und $A_{t+1,ik} = 2,6$ müßten in t 10 und in $t+1$ 15 Arbeitskräfte bereitgestellt werden,²⁴⁵⁾ wogegen je 10 Arbeitskräfte in t und $t+1$ für die Situation $A_{tik} = 2$ und $A_{t+1,ik} = 2$ ausreichen würden. Diese Überlegungen begründen zum einen das einschränkende 'eigentlich' des vorherigen Absatzes und veranlassen zum anderen die Suche nach verbesserten Formulierungen.

Wenn der Zielfunktionswert 'Summe der Durchlaufzeiten' davon unberührt bleibt, wie die konkrete Ausgestaltung der A_{tik} -Variablen aussieht, sind die folgenden ganzzahligen Lösungen und die Lösung der nicht-ganzzahligen Beispielsituation ($A_{tik} = 1,4$ und $A_{t+1,ik} = 2,6$) 'gleich gut':²⁴⁶⁾

- In Periode t wird eine Maschine und in Periode $t+1$ werden drei Maschinen bereitgestellt.²⁴⁷⁾
- In Periode t und $t+1$ werden jeweils zwei Maschinen bereitgestellt.

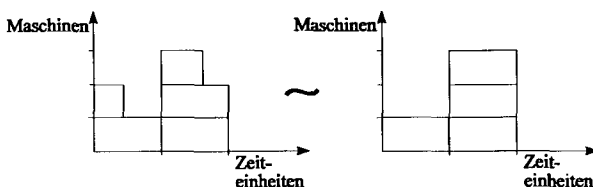
243) Durch Verwendung der Ganzzahligkeitsfunktion $\lceil \cdot \rceil$ (Gaußsche Klammer; "... größte ganze Zahl, die kleiner oder gleich dem Argument ist." OHSE (1989a), S. 135) und Erweiterung um eins wird für gebrochene A_{tik} -Werte sichergestellt, daß jeweils die nächst größere ganze Zahl auf der linken Gleichungsseite eingestellt wird.

244) Personalkapazitäten werden durch Beanspruchung oder durch Blockierung, i.S.v. anderweitige Nutzung nicht möglich, gebunden; vgl. KOSSBIEL (1970), S. 60.

245) Auch wenn die hier bereitgestellten Arbeitskräfte zeitlich nicht voll ausgelastet sind.

246) In der Menge der möglichen (optimalen) Lösungen sind auch solche mit ausschließlich ganzzahligen A_{tik} -Werten enthalten; diese Lösungen interessieren hier.

247) Graphisch läßt sich die Äquivalenz (-) z.B. dieser beiden Situationen unter der Zielsetzung 'Minimierung der Summe der Durchlaufzeiten' wie folgt darstellen:



- In Periode t werden drei Maschinen und in Periode $t+1$ wird eine Maschine bereitgestellt. Jede dieser drei Lösungsmöglichkeiten führt zu der Summe von A_{tik} -Werten in Höhe von $\tau_{ik} = 4$, der Auftrag i wird auf Maschinentyp k also jeweils komplett bearbeitet. Somit ist jede dieser ganzzahligen Lösungen der (als Beispiel dienenden) nicht-ganzzahligen Lösung äquivalent.

Auf diesen Überlegungen aufbauend und sie verallgemeinernd wird ein weiteres Modell zur Bereitstellungsplanung von Maschinenbedienungspersonal formuliert, das in Grenzen²⁴⁸⁾ eine Ausgestaltung der A_{tik} -Variablen zuläßt.²⁴⁹⁾ Dieses Modell F' besteht aus der Zielfunktion (F.Z), den Restriktionen (F.2), (F.3), (F.4), der abgeänderten Restriktion (F.1'') und den zusätzlichen Restriktionen (F.5), (F.6) und (F.7):

$$(F.1'') \quad \beta_{ik} \cdot A_{tik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall k \in K; i \in I_k; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik};$$

Die formulierungstechnische Identität von (F.1'') und (F.1) darf nicht darüber hinweg täuschen, daß im Gegensatz zu vorher die Ausprägungen der A_{tik} -Variablen in den jeweiligen Zeitintervallen $[h_{ik} + 1; h_{ik} + d_{ik}]$ hier nun geplant werden können.

$$(F.5) \quad A_{tik} \geq 1 \quad \forall k \in K; i \in I_k; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik};$$

In jeder Bearbeitungsperiode muß mindestens eine Maschine bereitgestellt werden, um keine Widersprüchlichkeiten mit (E.10) zu erzeugen.

$$(F.6) \quad \sum_{t=h_{ik}+1}^{h_{ik}+d_{ik}} A_{tik} = \tau_{ik} \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

Restriktion (F.5) alleine garantiert nicht, daß die Aufträge auch komplett bearbeitet werden. Aus diesem Grund ist zusätzlich zu fordern, daß kumuliert über das jeweilige Bearbeitungsintervall exakt so viele Maschinen-Perioden bereitgestellt werden, wie zur Auftragsbearbeitung benötigt werden.

$$(F.7) \quad A_{tik} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall k \in K; i \in I_k; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik};$$

Die möglichen Ausprägungen der A_{tik} -Variablen müssen jetzt auf die Menge der natürlichen Zahlen einschließlich der Null eingegrenzt werden.²⁵⁰⁾

Zur Begründung, warum diese Einschränkung des Definitionsbereiches der A_{tik} -Variablen über (F.7) i.V.m. (F.5) (bzw. (F.7')) bei Modell F' nun nötig wird, muß etwas weiter ausgeholt werden: Der Hintergrund ist zunächst, daß die personalwirtschaftlichen Variablentypen PE_{rkt} und

248) Diese Grenzen werden durch die ursprünglich ermittelten Bearbeitungsbeginn- und -endzeitpunkte markiert.

249) Gemäß Modell F' können nicht-ganzzahlige A_{tik} -Ausprägungen einer vorgelagerten Auftragsfolgeplanung nachträglich abgeändert werden und eventuell auch bessere Zielfunktionsausprägungen bei der Personalbereitstellung erreicht werden.

250) Die beiden Restriktionen (F.5) und (F.7) könnten zu

(F.7'') $A_{tik} \in \mathbb{N}$

zusammengefaßt werden.

$\forall k \in K; i \in I_k; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik};$

PA_r (entsprechend ihrer Definition) jeweils in 'Arbeitskräfte' dimensioniert sind, weshalb in jeder Teilperiode eindeutige Arbeitskräfte-Maschinen-Zuordnungen gegeben sein müssen. So bedeutet z.B. $PE_{rkt} = 0,5$ und $PE_{rkt} = 0,5$ eben nicht, daß jeweils eine halbe Arbeitskraft an Maschine k und an Maschine l eingesetzt wird (Unteilbarkeitsprämisse), sondern daß in Periode t jeweils 50% der Arbeitszeit dieser Arbeitskräftekategorie an Maschine k und an Maschine l 'eingesetzt' wird. Um eine zufriedenstellende Interpretation auch nicht-ganzzahliger PE_{rkt} -Variablen zu ermöglichen, wären sie zweckmäßiger in der Dimension 'Arbeitszeit pro Periode' zu definieren.

Wird die Zielfunktion 'Minimierung der Gehaltskosten' in der ursprünglichen Form beibehalten, könnte - trotz ganzzahliger PE_{rkt} -Ausprägungen²⁵¹⁾ - im Falle eines kontinuierlichen Definitionsbereiches für A_{tik} ebenfalls eine derartige Umdefinierung nötig werden, um die Lösung des Personalbereitstellungsmodells im nachhinein inhaltlich sinnvoll zu interpretieren: Gilt z.B. $\tau_{ik} = 3$, dann stellt wie bereits ausgeführt $A_{tik} = 1,4$ und $A_{t+1,ik} = 1,6$ eine zulässige Lösung des Auftragsfolgeproblems dar (vgl. auch ABB. 20). Sollen zur Bearbeitung des Auftrages i an Maschinentyp k z.B. 5 Arbeitskräfte als Bedienungspersonal ($\beta_{ik} = 5$) bereitgestellt werden, ist (ceteris paribus) die Lösung 1 ($PE_{rkt} = 7$, $PE_{rk,t+1} = 8$) der Lösung 2 ($PE_{rkt} = 10$, $PE_{rk,t+1} = 10$) offenkundig vorzuziehen.

Lösung 1 bedeutet aber inhaltlich: Einer der beiden in Periode t eingesetzten Maschinen werden 5 Vollzeitkräfte zugeordnet, wogegen der zweiten Maschine 5 Teilzeitkräfte mit einer Arbeitszeit, die 40% der Arbeitszeit einer Vollzeitkraft entspricht, zugeordnet werden müssen.²⁵²⁾ In Periode $t+1$ werden für eine Maschine 5 Vollzeitarbeitskräfte und für die zweite Maschine 5 Teilzeitkräfte mit 60% Arbeitszeit einer Vollzeitkraft vorgesehen²⁵³⁾. Tatsächlich werden also jeweils 10 Arbeitskräfte eingesetzt, weshalb auch im Falle ganzzahliger PE_{rkt} -Variablen interpretatorische Schwierigkeiten auftreten können.

Befürwortet man eine (inhaltliche ex post) Umdefinierung der PE_{rkt} -Variablen in 'Arbeitszeit pro Periode', ist aber zu bedenken, daß mit der Zielfunktion (F.Z.) für jede Arbeitskraft einer Kategorie gleichviel Gehalt vorzusehen wäre, unabhängig von der von ihr bereitgestellten Arbeitszeit pro Periode. Die Ausprägungen $PE_{rkt} = 7$ und $PE_{rk,t+1} = 8$ verursachen deswegen nur 75% der Gehaltskosten von $PE_{rkt} = 10$ und $PE_{rk,t+1} = 10$. Entlohnungstechnisch würde dies bedeuten, daß entweder 5 Teilzeitkräfte wie 2 Vollzeitkräfte behandelt werden, oder 5 Vollzeitkräfte, die nur 40% ihrer Arbeitszeit effektiv eingesetzt werden, auch jeweils nur 40% des Gehalts einer Vollzeitkraft erhalten. Solch ein Tatbestand läßt sich personalwirtschaftlich aber kaum legitimieren.

Es gilt also: Um zum einen eindeutige Interpretationen der PE_{rkt} -Variablen zu ermöglichen und zum anderen die Sinnhaftigkeit der eingeführten Zielfunktion (F.Z.) nicht zu verletzen, kann auf

251) Interpretationsprobleme wie soeben würden dann ja nicht entstehen.

252) 5 Teilzeitkräfte (5 Arbeitskräfte müssen ja als Bedienungspersonal bereitgestellt werden) mit 40% der Arbeitszeit einer Vollzeitkraft ergeben rein rechnerisch 2 Vollzeitkräfte.

253) Es könnten aber auch 5 Vollzeitkräfte eingesetzt werden, die 60% ihrer Arbeitszeit 'Däumchen drehen'.

Restriktion (F.7) nicht verzichtet werden. Die Anzahl der relevanten A_{tik} -Variablen ist dabei geringer als $|T| \cdot (\sum_{k \in K} |I_k|)$, was der Anzahl der im Modell zur Auftragsfolgeplanung (vgl. Modell E) zu bildenden A_{tik} -Variablen entspricht. Ohne Optimalitätsverlust kann zunächst durch $\mathbb{R}_0^+$ als Definitionsbereich für A_{tik} (vgl. (E.13)) die Lösbarkeit des Modells zur Auftragsfolgeplanung erleichtert werden.²⁵⁴ Erst bei der Bereitstellung von Arbeitskräften ist aus den oben genannten Gründen dann $A_{tik} \in \mathbb{N}_0$ zu fordern. (Die Zahl der auszuformulierenden A_{tik} -Variablen könnte darüber hinaus eingeschränkt werden, indem nicht alle in Frage kommenden Operationen sondern nur einige ausgewählte berücksichtigt werden.)

Bei der Bestimmung der A_{tik} -Variablen über Modell F' wären eventuell noch weitere Vorgaben des Produktionsbereiches zu berücksichtigen, wenn z.B. die in einer Periode t zur Bearbeitung des Auftrages i einsetzbaren Maschinen des Typs k nach oben beschränkt sind, weil eine Wartung oder Reparatur einzelner Maschinen vorgesehen wird.

Für den Auftragsfolgeplan gemäß ABB. 14 ergibt sich der gehaltskostenminimale Einsatzplan für das Maschinenbedienungspersonal nun wie folgt ($\rightarrow$ Beispiel F'):

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
k = 1	r = 1	5	4	5	5	—	—	—	—	—
	r = 3	—	4	—	—	—	—	—	—	—
	r = 5	—	2	1	1	—	—	—	—	—
k = 2	r = 2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	r = 4	—	6	—	—	4	—	—	—	—
k = 3	r = 3	8	4	4	7	—	—	—	—	—
	r = 5	2	—	—	—	—	—	—	—	—
k = 4	r = 4	6	—	3	6	—	—	—	—	—
	r = 5	—	—	—	—	2	—	—	—	—

TAB. 14: Personaleinsatzplan zu Beispiel F'

Die Lösung sieht für $PA_1 = 5$, $PA_2 = 0$, $PA_3 = 8$, $PA_4 = 6$ und $PA_5 = 2$ vor, die daraus resultierenden Gehaltskosten betragen 60.000 Geldeinheiten. Dadurch, daß im Rahmen der Personalbereitstellungsplanung - innerhalb der durch die vorgeschaltete Auftragsfolgeplanung bestimmten Grenzen - auch über die Anzahl an parallel eingesetzten, identischen Maschinen (A_{tik}) disponiert werden kann, lassen sich die ursprünglichen Gehaltskosten von 74.000 Geldeinheiten um 14.000 reduzieren. Der Auftragsfolgeplan kann zwar nachträglich nicht hinsichtlich der Auftragsfolgen geändert werden, aber hinsichtlich der Maschinenbereitstellung ergeben sich nun folgende Änderungen: Waren in Bezug auf die Operation [2,1] vormals in der ersten Bearbeitungsperiode zwei Maschinen und in der zweiten Bearbeitungsperiode eine Maschine

254) A_{tik} -Ausprägungen aus $]0;1[$ sind restriktionsbedingt jedoch nicht möglich.

des Typs $k=1$ bereitzustellen gewesen, sieht die Lösung von Beispiel F' diesbezüglich einen 'Tausch' vor.

Die planerischen Freiheitsgrade der Personalbereitstellung bei der Bestimmung der A_{tik} -Variablen können zusätzlich erweitert werden, falls der zugrunde gelegte Auftragsfolgeplan auch zeitliche Links- bzw. Rechtsverschiebung einzelner Bearbeitungen zuläßt (vgl. S. 41 + 42). Das im weiteren vorgestellte Modell F'' ((F.Z), (F.2) - (F.4), (F.1''a), (F.1''b), (F.5'a), (F.5'b), (F.8) - (F.11)) nutzt auch diesen Mehrdeutigkeitsaspekt von Auftragsplänen:

$$(F.1''a) \quad \beta_{ik} \cdot A_{tik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall [ik] \in [IK]; \eta_{ik} + 1 \leq t \leq \sigma_{ik};$$

$$(F.1''b) \quad \beta_{ik} \cdot A_{tik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall [ik] \in [IK]'; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik};$$

Restriktion (F.1'') gewährleistet, daß der in den einzelnen Teilperioden jeweils anfallende Bedarf an Maschinenbedienungspersonal durch den Einsatz geeigneten Personals genau gedeckt wird. Für diejenigen Operationen, für die eine Rechts- und/oder Linksverschiebung möglich ist ($[ik] \in [IK]$), ist die Restriktion für alle Perioden t auszuformulieren, für die $\eta_{ik} + 1 \leq t \leq \sigma_{ik}$ gilt. Das Intervall $[\eta_{ik} + 1; \sigma_{ik}]$ ist dabei um zumindest eine Periode größer als das gegebene Bearbeitungszeitintervall $[h_{ik} + 1; h_{ik} + d_{ik}]$. In Bezug auf die Operationen $[ik] \in [IK]'$ stehen weder die Bearbeitungsbeginn- noch die Bearbeitungszeitpunkte zur Disposition, so daß die Bereitstellung von Bedienungspersonal für die vorgegebenen Bearbeitungsperioden t ($h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik}$) zu erfolgen hat.

$$(F.5'a) \quad \sum_{t=\eta_{ik}+1}^{\sigma_{ik}} A_{tik} = \tau_{ik} \quad \forall [ik] \in [IK];$$

$$(F.5'b) \quad \sum_{t=h_{ik}+1}^{h_{ik}+d_{ik}} A_{tik} = \tau_{ik} \quad \forall [ik] \in [IK]';$$

Sowohl für diejenigen Operationen, für die eine zeitliche Links- bzw. Rechtsverschiebung möglich ist, als auch für diejenigen Operationen, für die dies nicht möglich ist, muß sichergestellt werden, daß die zur Auftragsbearbeitung bereitgestellten Maschinen-Perioden des Maschinentyps k dem 'Bedarf an Maschinen-Perioden' zur Bearbeitung des Auftrages i (τ_{ik}) entsprechen.

Falls periodenweise Unterbrechungen in der Bearbeitung der Aufträge auf den einzelnen Maschinentypen nicht zulässig sein sollen, ist des weiteren zu formulieren:²⁵⁵⁾

$$(F.8) \quad A_{tik} \geq 1 - M \cdot (1 - y_{tik}) \quad \forall [ik] \in [IK]; \eta_{ik} + 1 \leq t \leq \sigma_{ik};$$

$$(F.9) \quad A_{tik} \leq M \cdot y_{tik} \quad \forall [ik] \in [IK]; \eta_{ik} + 1 \leq t \leq \sigma_{ik};$$

255) Die Restriktionen (F.8) - (F.10) betreffen nur die Operationen $[ik] \in [IK]$, da für $[ik] \in [IK]'$ (F.5) i.V.m. (F.7) (bzw. (F.7')) gilt, was hier in (F.11) erfaßt wird.

$$(F.10) \quad \tau_{ik} \cdot y_{tik} - \tau_{ik} \cdot y_{t+1,ik} + \sum_{t=t+2}^{\sigma_{ik}} y_{tik} \leq \tau_{ik} \quad \forall [ik] \in [IK]; \eta_{ik} + 1 \leq t \leq \sigma_{ik} - 2;$$

Damit in einer Teilperiode, in der die Bearbeitung des Auftrages i auf dem Maschinentyp k vorgesehen wird, wenigstens eine Maschine dieses Typs bereitgestellt werden kann, muß die Binärvariable y_{tik} den Wert Eins annehmen (vgl. (F.9) aber auch S. 76). Für $y_{tik} = 1$ gilt gemäß (F.8), daß mindestens eine Maschine des Typs k zur Auftragsbearbeitung vorzusehen ist. Wegen Restriktion (F.10) kann eine Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k in Periode t nur dann in den übernächsten Folgeperioden ab $t+2$ fortgesetzt werden, wenn der Auftrag auch in Periode $t+1$ bearbeitet wird ($y_{t+1,ik} = 1$); ein periodenweises 'Ruhen' der Bearbeitung ist also nicht möglich.

$$(F.11) \quad \begin{aligned} y_{tik} &\in \{0,1\} & \forall [ik] \in [IK]; \eta_{ik} + 1 \leq t \leq \sigma_{ik}; \\ A_{tik} &\in \mathbb{N}_0 & \forall [ik] \in [IK]; \eta_{ik} + 1 \leq t \leq \sigma_{ik}; \\ A_{tik} &\in \mathbb{N} & \forall [ik] \in [IK]; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik}; \end{aligned}$$

Die Variablen des vorliegenden Modells zur Personalbereitstellung unterliegen den Nichtnegativitäts- und Ganzzahligkeitsbedingungen (F.11) und (F.4).²⁵⁶⁾

Für die angegebenen Beispieldaten - nur bezüglich der Operation [3,2] wäre überhaupt eine zeitliche Rechts- bzw. Linksverschiebung möglich - ergibt sich bei Anwendung des Modells F" keine Veränderung des Zielfunktionswertes, die Gehaltskosten betragen wiederum 60.000 Geldeinheiten ($\rightarrow$ Beispiel F"). Ein sich hier ergebender Zielfunktionswert kann nicht schlechter sein als ein über das vorherige Modell F' bestimmter, da die Ausgestaltungsmöglichkeiten betreffend die Operationen $[ik] \in [IK]$ identisch sind und bezüglich der Operationen $[ik] \in [IK]$ zusätzliche Freiheitsgrade gewährt werden.

Die Berücksichtigung möglicher Links- bzw. Rechtsverschiebungen bei der vorliegenden Planungssituation hat einen wesentlichen Unterschied zu derjenigen in Modell B" (vgl. S. 43): Mit Modell B" konnte (in einem engen Sinne)²⁵⁷⁾ die gegebene Bearbeitungsdauer $\bar{d}_{ik}$ der betroffenen Operation $[ik]$ quasi nur als 'Block' innerhalb des Zeitintervalls $[\eta_{ik} + 1; \sigma_{ik}]$ verschoben werden (chronologische Veränderung). Hier ist es nun möglich, die Bearbeitungsdauer innerhalb dieses Intervalls zu 'strecken', wenn damit bessere Zielfunktionswerte bei der Personalbereitstellungsplanung zu erreichen sind;²⁵⁸⁾ die Bearbeitungsdauern der entsprechenden Operationen könnten demzufolge sowohl chronologisch als auch chronometrisch verändert werden. (Annahme: Für das Intervall $[\eta_{ik} + 1; \sigma_{ik}]$ liegen keine Vorabdispositionen des Produktionsbereichs bezüglich einzelner Maschinen vor.)

256) Zusätzliche Restriktionen wären anzufügen, wenn für einige Operationen $[ik] \in [IK]$ zeitliche Überschneidungen in den Bearbeitungen explizit ausgeschlossen werden müssen; vgl. hierzu die Ausführungen in 2.2.2..

257) Auftragssplittung ist nicht zulässig.

258) Eventuell mögliche Kürzungen der Bearbeitungsdauern führen ceteris paribus zu keiner Verringerung der Gehaltskosten.

Die Nutzung der in den der Personalbereitstellungsplanung zugrunde gelegten Auftragsfolgeplänen enthaltenen Mehrdeutigkeiten ist insofern sehr selektiv, als diese Pläne auch in struktureller Hinsicht mehrdeutig sein können. So führen z.B. die beiden nachfolgenden Auftragsfolgepläne jeweils zu einem Zielfunktionswert von 17 Perioden:

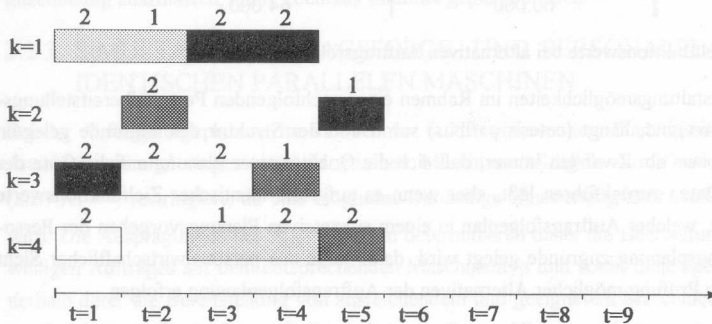


ABB. 18: Auftragsfolgeplan Alternative 1²⁵⁹⁾

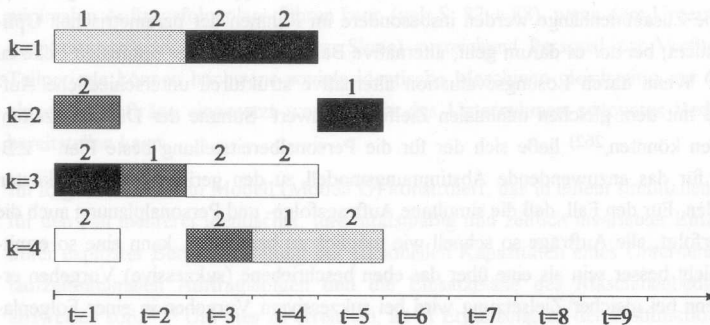


ABB. 19: Auftragsfolgeplan Alternative 2

Die Alternative 2 sieht gegenüber der Alternative 1 vor, daß der Auftrag $i = 3$ auf den Maschinentypen $k = 3$ und $k = 4$ um jeweils eine Auftragsfolgeposition vorgezogen wird. Bei Anwendung der oben vorgestellten drei Modelle zur Personalbereitstellung ergeben sich - wie der folgenden Tabelle zu entnehmen ist - für die beiden Alternativen z.T. recht unterschiedliche Zielfunktionswerte:

259) Die obigen Ausführungen wurden anhand dieses Planes exemplifiziert.

	Auftragsfolgeplan Alternative 1	Auftragsfolgeplan Alternative 2
Modell F	74.000	74.000
Modell F'	60.000	74.000
Modell F''	60.000	64.000

TAB. 15: Zielfunktionswerte bei alternativen Auftragsfolgeplänen

Welche Ausgestaltungsmöglichkeiten im Rahmen einer nachfolgenden Personalbereitstellungsplanung gegeben sind, hängt (*ceteris paribus*) somit von der Struktur des zugrunde gelegten Auftragsfolgeplans ab. Zwar gilt immer, daß sich die Qualität einer Planung auf die Güte der eingehenden Daten zurückführen läßt, aber wenn es aufgrund identischer Zielfunktionswerte gleichgültig ist, welcher Auftragsfolgeplan in einem sukzessiven Planungsvorgehen der Personalbereitstellungsplanung zugrunde gelegt wird, dann sollte aus personalwirtschaftlicher Sicht eine sorgfältige Prüfung möglicher Alternativen der Auftragsfolgeplanung erfolgen.

Mehrere optimale Basislösungen eines linearen Entscheidungsmodells sind vor allem dann zu erwarten, wenn "... für mindestens eine Nichtbasisvariable die Opportunitätskosten gleich 0" sind.²⁶⁰⁾ Solche Zusammenhänge werden insbesondere im Rahmen der parametrischen Optimierung untersucht, bei der es darum geht, alternative Basislösungen einer optimalen Ecke zu bestimmen.²⁶¹⁾ Wenn durch Lösungsevaluation alternative strukturell unterschiedliche Auftragsfolgepläne mit dem gleichen minimalen Zielfunktionswert 'Summe der Durchlaufzeiten' ermittelt werden könnten,²⁶²⁾ ließe sich der für die Personalbereitstellung beste Plan - z.B. derjenige, der für das anzuwendende Abstimmungsmodell zu den geringsten Gehaltskosten führt - auswählen. Für den Fall, daß die simultane Auftragsfolge- und Personalplanung auch die Zielsetzung verfolgt, alle Aufträge so schnell wie möglich zu bearbeiten, kann eine so ermittelte Lösung nicht besser sein als eine über das eben beschriebene (sukzessive) Vorgehen erreichte.²⁶³⁾ Denn bei gleicher Zielsetzung wird bei sukzessivem Vorgehen in einer Folgeplanung die optimale Personalbereitstellung bestimmt, wogegen bei dem vorgeschlagenen simultanen Vorgehen Optimalität im Bereich der Auftragsfolgebestimmung und nicht im Bereich der Personalbereitstellung angestrebt wird. Ohne Optimalitätsverlust und mit eventuell positiven Effekten auf die Personalbereitstellung wäre auf die komplexere Abbildung dieser Situation in einem simultanen Planungsansatz zu verzichten.

Es gibt aber durchaus Situationen, in denen auf einen simultanen Planungsansatz nicht verzichtet werden sollte: Stehen dem Unternehmen z.B. nicht ausreichend Personalkapazitäten zur Verfügung, die entsprechend einem optimalen Auftragsfolgeplan eingesetzten Maschinen auch zu bedienen, wäre es sinnvoll, die restringierende Wirkung des verfügbaren Personals bei der

260) DOMSCHKE/DREXL (1991a), S. 31; vgl. auch: SCHRAGE (1991), S. 11 - 16.

261) Vgl. NEUMANN/MORLOCK (1993), S. 118 -120, 128 - 135.

262) Bedeutend könnten in diesem Zusammenhang insbesondere die u_{ijk} -Variablen sein.

263) Als weitere Bedingung ist zu fordern, daß mindestens ein Auftragsfolgeplan zu einem zulässigen Personalbereitstellungsplan führt.

Bestimmung der Auftragsfolgen simultan zu berücksichtigen. Unzulässige, weil personalwirtschaftlich nicht umsetzbare Pläne werden dann gar nicht erst generiert. Ist der Planer nicht (oder nicht nur) daran interessiert, die Auftragsbearbeitung möglichst zügig abzuschließen, sondern z.B. seine verfügbaren (bzw. sich verfügbar zu machenden) Personalkapazitäten gleichmäßig auszulasten, sollte ebenfalls simultan geplant werden.

3.2.3. SIMULTANE AUFTRAGSFOLGE- UND PERSONALPLANUNG BEI IDENTISCHEN PARALLELEN MASCHINEN

Bei der Auftragsfolgeplanung im Rahmen der in 3.2. untersuchten Planungssituation wird die Anzahl an parallel eingesetzten, identischen Maschinen allenfalls durch deren Obergrenzen (z.B. $A_k^{\max}$) restringiert, da eine möglichst frühzeitige Bearbeitung aller Aufträge angestrebt wird. Die Ausprägungen der A_{ik} -Variablen determinieren dabei die Bearbeitungsdauer des jeweiligen Auftrages auf dem entsprechenden Maschinentyp und somit diejenige Zeitspanne, innerhalb derer die Bereitstellung von ausreichendem und geeignetem Maschinenbedienungspersonal sichergestellt werden muß. Besonders vor diesem Hintergrund ist es unmittelbar einsichtig, daß ein sukzessives Planungsvorgehen zu keiner Umsetzung des ermittelten durchlaufzeitminimalen Auftragsfolgeplans führen kann (vgl. S. 87 + 88), wenn dem Unternehmen nicht (in quantitativem und/oder qualitativem Sinne) ausreichend Personal zur Verfügung steht. Pro Teilperiode können höchstens so viele identische Maschinen gleichzeitig zur Bearbeitung der einzelnen Aufträge eingesetzt werden, wie das Unternehmen adäquates Bedienungspersonal bereitstellen kann.

Im folgenden wird ein Modell (Modell G) konstruiert, das in einem simultanen Planungsansatz für den Fall mehrerer identischer, intensitätsmäßig und zeitlich invariabler Einzweckmaschinen unter expliziter Berücksichtigung der personellen Kapazitäten eines Unternehmens die durchlaufzeitminimalen Auftragsfolgen und die Einsatzpläne des Maschinenbedienungspersonals ausweisen soll.²⁶⁴ Um dies zu erreichen, ist in Ergänzung zu der Zielfunktion (E.Z) und den vorstehenden Restriktionen (E.1) - (E.12) nurmehr zu fordern:

$$(G.1) \quad \sum_{i \in I_k} \beta_{ik} \cdot A_{ik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall t \in T; k \in K;$$

$$(G.2) \quad \sum_{k \in K_r} PE_{rkt} \leq PA_r \quad \forall r \in R; t \in T;$$

$$(G.3) \quad PA_r \leq \overline{PA_r^{\max}} \quad \forall r \in R;$$

Über Modell G soll neben der Bereitstellung von Maschinen gleichzeitig auch die Bereitstellung von Bedienungspersonal gewährleistet werden, wenn ein Auftrag in einer Teilperiode einem Maschinentyp zur Bearbeitung überstellt wird. Die Verbindung des produktionstechni-

264) Die Simultanmodelle dieses und der weiteren Kapitel konnten mit der uns zur Verfügung stehenden Soft- und Hardwareausstattung für die jeweiligen Beispielangaben nicht gelöst werden.

schen mit dem personalwirtschaftlichen Teilbereich des Planungsansatzes erfolgt über Restriktion (G.1), in der gefordert wird, alle in der entsprechenden Teilperiode eingesetzten Maschinen durch ausreichend qualifiziertes Personal β -fach zu besetzen. Bedarf an Bedienungspersonal ergibt sich aber nur in denjenigen Perioden, in denen mindestens eine Maschine des Typs k zur Bearbeitung eines Auftrages i vorgesehen wird (vgl. (E.10) und (E.11)). Im weiteren darf der Einsatz des Personals einer bestimmten Qualifikationskategorie die Ausstattung des Unternehmens mit dem Personal eben dieser Kategorie nicht übersteigen (G.2).²⁶⁵

Die Modellvariablen sind für folgende Bereiche definiert:

$$\begin{aligned}
 \text{(G.4)} \quad & h_{ik} \in \mathbb{N}_0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\
 & d_{ik} \geq 0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\
 & A_{tik} \in \mathbb{N}_0 & \forall t \in T; k \in K; i \in I_k; \\
 & PE_{rkt} \geq 0 & \forall t \in T; r \in R; k \in K; \\
 & PA_r \geq 0 & \forall r \in R; \\
 & u_{ijk} \in \{0,1\} & \forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j; \\
 & x_{tik}, z_{tik} \in \{0,1\} & \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;
 \end{aligned}$$

Bei einer simultanen Planung der Auftragsfolgen und der bereitzustellenden Arbeitskräfte kann nicht mehr darauf verzichtet werden, den Definitionsbereich für die A_{tik} -Variablen auf die Menge der natürlichen Zahlen einschließlich der Null festzulegen. Denn für die Beispieldaten (vgl. TAB. 4, TAB. 5 und TAB. 12) würde sonst folgender Auftragsfolgeplan, mit einem Zielfunktionswert von 13 Perioden, ($\rightarrow$ Beispiel G)

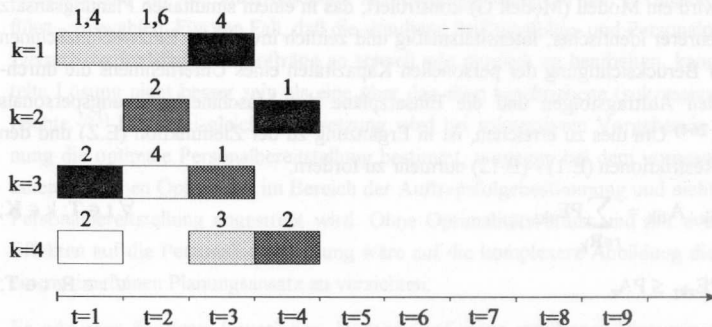


ABB. 20: Auftragsfolgeplan zu Beispiel G mit $A_{tik} \geq 0 \forall t \in T; k \in K; i \in I_k$;

und folgender Einsatzplan für das Maschinenbedienungspersonal

265) Wird der Variablentyp A_{ik} anstelle von A_{tik} verwendet, wäre die Restriktion (G.1) zu ändern und die zusätzliche Restriktion (G.5) zu formulieren:

$$\text{(G.1')} \quad \beta_{ik} \cdot A_{ik} - M \cdot (1 - z_{tik} + x_{tik}) \leq \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

$$\text{(G.5)} \quad PE_{rkt} \leq M \cdot (z_{tik} - x_{tik}) \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
k = 1	r = 1	7	8	8	—	—	—	—	—	—
	r = 3	—	—	4	—	—	—	—	—	—
	r = 5	—	—	—	—	—	—	—	—	—
k = 2	r = 2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	r = 4	—	6	—	4	—	—	—	—	—
k = 3	r = 3	8	8	4	—	—	—	—	—	—
	r = 5	2	—	3	—	—	—	—	—	—
k = 4	r = 4	2	—	6	2	—	—	—	—	—
	r = 5	4	—	3	—	—	—	—	—	—

TAB. 16: Personaleinsatzplan zu Beispiel G mit $A_{tik} \geq 0 \forall t \in T; k \in K; i \in I_k$

mit einer Personalausstattung $PA_1 = 8$, $PA_2 = 0$, $PA_3 = 8$, $PA_4 = 6$ und $PA_5 = 6$ (Gehaltskosten: 82.000) ausgewiesen werden. Diese (formal zulässige) Lösung ist nicht zu realisieren (inhaltlich nicht zulässig), da in Periode $t = 1$ zur Bearbeitung des Auftrages $i = 2$ von Maschinentyp $k = 1$ eine Maschine für die gesamte Periodenlänge und eine zweite Maschine für 40% der Periodenlänge eingesetzt werden muß. Zur Bedienung dieser beiden Maschinen werden 7 Arbeitskräfte der Kategorie $r = 1$ eingesetzt. Diese Variablenausprägungen erfüllen Restriktion (G.1) ($5 \cdot 1,4 = 7$), obwohl zur Bedienung von 2 parallel eingesetzten Maschinen insgesamt 10 Arbeitskräfte benötigt werden. Selbst eine 'Hilfsinterpretation' über Teilzeitarbeitskräfte funktioniert hier nicht, da dem Unternehmen maximal 8 Arbeitskräfte der Kategorie $r = 1$ zur Verfügung stehen. Aber: Durch Umschichtungen bei Maschinentyp $k = 4$ (Einsatz aller 6 Arbeitskräfte der Art $r = 4$) würden ceteris paribus ausreichend Personalkapazitäten für Maschinentyp $k = 1$ frei werden, um die vorliegende Lösung ex post zu validieren. Eine erste - eher unbefriedigende - Möglichkeit, optimale und personalwirtschaftlich zulässige Modellösungen zu generieren, wäre in Anlehnung an dieses Beispiel, einen resultierenden Auftragsfolgeplan zunächst auf personalwirtschaftliche Unstimmigkeiten zu prüfen und - falls nötig und möglich - im nachhinein manuell zu 'retuschieren'.²⁶⁶⁾ Solch ein Vorgehen wäre jedoch im Falle einer anderen Zielsetzung, wie z.B. Minimierung der Gehaltskosten, nicht mehr denkbar.

Wird für alle A_{tik} -Variablen (in einer zweiten Zugehensmöglichkeit) Ganzzahligkeit gefordert, sind die sich ergebenden Auftragsfolgepläne auch in personalwirtschaftlicher Hinsicht zulässig. Diese Art der Variablenbeschränkung kann aber derartige Lösungsprobleme bedingen, daß - als dritte Möglichkeit - selbst eine (meist aufwendige) binäre Codierung der Zusammenhänge eine Lösungsvereinfachung verspricht (vgl. auch Fußnote 226)). Da die rechte Seite der Restriktion (G.1) für die gerade betrachtete Operation $[ik]$ immer ein ganzzahlig Vielfaches von β_{ik} sein muß, ist eine entsprechende Formulierung über Binärvariablen möglich. Zu diesem Zweck muß erstens die Gleichung in eine Kleiner-Gleich-Restriktion umformuliert²⁶⁷⁾ und

266) Für $A_{211} = 1$ und $A_{212} = 2$ wird eine zulässige Personalbereitstellung möglich.

267) Es könnte zu personellen Überdeckungen kommen.

zweitens der Ausformulierungsbereich der Restriktion auf die dann zu streichende Summationsvorschrift $i \in I_k$ ausgeweitet werden. Neben den zusätzlichen Binärvariablen, für die auch zu fordern ist, daß pro Operation und Periode höchstens eine den Wert Eins annehmen darf, ist des weiteren die Deckung des sich über (G.1) ergebenden Personalbedarfs sicherzustellen.

3.3. MODELLE ZUR SELEKTIVEN MASCHINENANPASSUNG

3.3.1. KENNZEICHNUNG DER MODELLSITUATION

Die für Modelle der Auftragsfolge- und Personalplanung bei quantitativer Maschinenanpassung getroffene Annahme, daß bezüglich jedes Maschinentyps von einem homogenen Bestand an Maschinen auszugehen sei, ist praxisfern und idealisiert. Die Maschinenausstattung eines Unternehmens wird sich wohl nicht nur aus unterschiedlichen Maschinentypen sondern innerhalb dieser einzelnen Typen auch aus sehr unterschiedlichen Maschinen zusammensetzen: Unterschiede können z.B. deren Abnutzung oder technische Aktualität betreffen, so daß sie jeweils spezifische Faktorverbräuche, Ergebnisqualitäten, Betriebskosten etc. verursachen.²⁶⁸⁾ Die Heterogenität der Maschinen bedingt u.a. auch, daß die Bearbeitung einer Auftragseinheit je nach eingesetzter Maschine unterschiedlich lange dauert.²⁶⁹⁾ Die Bearbeitungsdauer des Auftrages i auf Maschinentyp k ist deshalb auch vom 'Zustand' der eingesetzten Maschine(n) abhängig.

Auch bei Planungssituationen der selektiven Maschinenanpassung stehen dem Unternehmen jeweils mehrere Maschinen zur Bearbeitung einer Operation zur Disposition, wenngleich davon ausgegangen wird, daß die bereitstellbaren Maschinen hinsichtlich der jeweils benötigten Dauer zur Bearbeitung einer Auftragseinheit nicht mehr identisch sind. Aus diesem Grund gehören die Maschinen unterschiedlichen Kategorien k an; es liegt der Fall der Bereitstellungsmehrdeutigkeit vor.²⁷⁰⁾ Die vorliegende Planungssituation ist insofern ein gewisser Sonderfall, als mit dem qualitativen Merkmal 'bereitstellbare Maschinentypen' kein Merkmal der Maschinenausstattung sondern des Maschinenbedarfs flexibilisiert wird (vgl. die Ausführungen auf S. 59 + 60).

Den nachfolgenden Modellen werden (im speziellen) folgende Annahmen zugrunde gelegt:

- Als alleiniges Merkmal, bezüglich dessen funktionsgleiche Maschinen zu unterscheiden sind, wird die benötigte(n) Bearbeitungsdauer (Zeiteinheiten) pro Auftragseinheit herangezogen;²⁷¹⁾ wie lange die einzelnen Maschinen zur Bearbeitung einer Auftragseinheit brauchen, sei darüber hinaus vorgegeben.²⁷²⁾

268) Vgl. GUTENBERG (1983), S. 386 - 387; RODAMMER/WHITE (1988), S. 843.

269) "In flexible job-shops the processing times of operations also depend on the machine which is chosen for processing." HURINK/JURISCH/THOLE (1994), S. 206.

270) Annahme: $|K_i| > 1 \forall i \in F$; vgl. S. 62.

271) Unterschiede der Maschinen z.B. hinsichtlich Materialverbrauchs, Anschaffungskosten, Produktionskosten etc. werden nicht betrachtet.

272) Es liegt der Fall 'uniformer paralleler' Maschinen vor, wenn die Maschinen über eine konstante, von den einzelnen Aufträgen unabhängige 'Laufgeschwindigkeit' verfügen. Von 'heterogenen parallelen' Maschinen wird dann gesprochen, wenn "... für alle Kombinationen aus Aufträgen und Maschinen voneinander unabhängige Zeiten ..." (DOMSCHKE/SCHOLL/VOß (1993), S. 322) anzugeben sind, wie lange die Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k dauern würde.

- In Zusammenhang mit dieser ersten Annahme steht die zusätzliche Annahme, daß die Qualität der Bearbeitung(erfüllung) nicht von der (den) tatsächlich eingesetzten Maschine(n) abhängt. Auch soll von eventuellen maschinenspezifischen Unterschieden im Verbrauch von Hilfsstoffen, Werkstoffen etc. sowie in der Verursachung von Produktionskosten, Kosten für die Einsatzstoffe etc. abgesehen werden.
- Pro Maschinentyp k steht dem Unternehmen jeweils nur eine einzige Maschine zur Verfügung.
- In Analogie zu der ähnlich lautenden Annahme des Ausgangsmodells der Auftragsfolgeplanung sei unterstellt, daß jede Bearbeitungsart pro Auftrag höchstens einmal auszuführen sei; aber: nicht jeder Auftrag muß eine Bearbeitung der Art f erfahren.
- Wenn eine Maschine k die Bearbeitungsart f ($f = 1, 2, \dots, F$) ausführen kann, so könnte sie auch alle Aufträge bearbeiten, die in dieser Bearbeitungsart bearbeitet werden müssen. Das bedeutet, daß keinerlei zusätzliche Einschränkungen z.B. aufgrund von Sperrigkeit der Fertigungsaufträge, aufgrund der Art der benötigten Einsatzfaktoren oder aufgrund sonstiger (z.B. stofflicher) Unverträglichkeiten greifen.²⁷³⁾
- Die gleichzeitige Bearbeitung mehrerer Aufträge auf einer Maschine hinsichtlich einer Bearbeitungsart ist auszuschließen.
- Es wird - zumindest theoretisch²⁷⁴⁾ - wieder von beliebiger Teilbarkeit der Aufträge ausgegangen.
- Mit der Bearbeitung der einzelnen Aufträge kann jeweils nur zu Beginn einer Teilperiode begonnen werden, auch wenn sich bei der Lösung des Modells zur selektiven Maschinenanpassung Fälle ergeben können, in denen einzelne Teilperioden nicht mehr vollständig für die Auftragsbearbeitung genutzt werden. Das Vorziehen einer Folgebearbeitung (sowohl ein- und desselben Auftrages als auch eines weiteren Auftrages aus der Auftragsfolge der Maschine) soll nicht zugelassen werden.

Die für die Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal formulierten Annahmen (2.1.) gelten auch weiterhin.

3.3.2. SUKZESSIVE AUFTRAGSFOLGE- UND PERSONALPLANUNG BEI UNIFORMEN UND HETEROGENEN PARALLELEN MASCHINEN

3.3.2.1. AUFTRAGSFOLGEPLANUNG ALS INITIALPLANUNG

3.3.2.1.1. AUSGANGSMODELL

Im Gegensatz zu den bisher vorgestellten Modellen wird nun im folgenden keine eindeutige Beziehung mehr zwischen Maschinentyp k und Bearbeitungsart f unterstellt (bisher: Bereitstellungs- und Verwendungseindeutigkeit). Vielmehr wird die Modellsituation durch Mehrdeutigkeit hinsichtlich der bereitstellbaren Maschinen ($|K_f| > 1 \forall f \in F$) charakterisiert, wenngleich

273) Die Mengen I_k sind also nicht zusätzlich restringiert, d.h., daß I_k mit I_f (zur Definition vgl. S. 102) für alle $k \in K_f$ identisch ist.

274) Vgl. die diesbezüglichen Ausführungen auf S. 104 - 106.

alle diese Maschinentypen hinsichtlich ihrer Verwendbarkeit weiterhin eindeutig sind (Einzweckmaschinen; $|F_k| = 1 \ \forall k \in K$). Dies bedeutet, daß zum einen nicht mehr auf den Index f verzichtet werden kann und zum anderen, daß modelltheoretisch ein Auswahlproblem zu bewältigen ist, welche Maschinentypen an der Bearbeitung der einzelnen Aufträge zu beteiligen sind.

Nach der Definition der folgenden Symbole

I_f	:= $\{i \mid i \text{ ist ein Auftrag, an dem die Bearbeitungsart } f \text{ auszuführen ist}\}$
Φ_i	:= $\{\varphi_i \mid \varphi_i = 1, 2, \dots, \Phi_i; \varphi_i \text{ ist eine Position der vorgegebenen Bearbeitungsfolge des Auftrages } i\}$ ²⁷⁵⁾
h_{if}	:= Bearbeitungsbeginn der Bearbeitungsart f an Auftrag i
$h_{i\varphi}$	:= Bearbeitungsbeginn derjenigen Bearbeitungsart f ($f = f(\varphi_i)$) an Auftrag i , die an φ -ter Stelle der Bearbeitungsfolge dieses Auftrages steht
$h_{i\varphi'}$	:= Bearbeitungsbeginn derjenigen Bearbeitungsart f' ($f' = f(\varphi_i + 1)$) an Auftrag i , die an $\varphi + 1$ -ter Stelle der Bearbeitungsfolge dieses Auftrages steht
u_{ijf}	:= Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i vor Auftrag j die Bearbeitung der Art f erfährt; sonst den Wert 0
z_{ik}	:= Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Maschinentyp k an der Bearbeitung des Auftrages i beteiligt wird; sonst den Wert 0
d_{if}	:= Bearbeitungsdauer der Bearbeitungsart f an Auftrag i
$d_{i\varphi}$	:= Bearbeitungsdauer derjenigen Bearbeitungsart f ($f = f(\varphi_i)$) an Auftrag i , die an φ -ter Stelle der Bearbeitungsfolge dieses Auftrages steht
v_{ik}	:= Anteil am Gesamtumfang des Auftrages i , der von Maschinentyp k bearbeitet wird ²⁷⁶⁾
ζ_{ik}	:= benötigte Zeiteinheiten zur Bearbeitung einer Einheit des Auftrages i auf Maschinentyp k ²⁷⁷⁾
τ	:= Zeiteinheiten einer Teilperiode (übliche Betriebszeit)
$\bar{U}_i$	:= zu bearbeitende(r) Einheiten (Umfang) des Auftrages i

wird ein erstes (gemischt-)ganzzahliges Modell (Modell H) zur Auftragsfolgeplanung bei selektiver Maschinenanpassung wie folgt formuliert:²⁷⁸⁾

275) Mit dem Symbol φ_i (im Gegensatz zu π_i) wird eine Position in der Bearbeitungsfolge (im Gegensatz zur Maschinenfolge) des Auftrages i bezeichnet.

276) Es gilt: $0 \leq v_{ik} \leq 1 \ \forall k \in K; i \in I_k$.

277) In diesem Koeffizienten macht sich die Heterogenität der Maschinenausstattung bemerkbar. Mit 'benötigte Zeiteinheiten pro Arbeitseinheit' als dem reziproken Wert der 'Laufgeschwindigkeit' einer Maschine kann folgendermaßen interpretiert werden: $\zeta_{ik} = \zeta_k \ \forall k \in K; i \in I_k$ weist auf 'uniforme parallele' Maschinen und $\zeta_{ik} \neq \zeta_k \ \forall k \in K; i \in I_k$ auf 'heterogene parallele' Maschinen hin.

278) Zu einer inhaltlich (z.T.) ähnlichen Formulierung vgl. HOITOMT/LUH/PATTIPATI (1993), S. 3 - 4.

Zielfunktion:

$$(H.Z) \quad \sum_{i=1}^I D_i = \min!$$

u.d.N.:

$$(H.1) \quad h_{if} + d_{if} \leq h_{if'} \quad \forall i \in I; f = f(\varphi_i) \text{ und } f' = f(\varphi_i+1) \text{ mit } \varphi_i = 1, \dots, \Phi_i-1;$$

$$(H.2) \quad h_{if} + d_{if} \leq D_i \quad \forall i \in I; f = f(\varphi_i) \text{ mit } \varphi_i = \Phi_i;$$

$$(H.3) \quad h_{if} + d_{if} \leq h_{jf} + M \cdot (1 - u_{ijf}) \quad \forall f \in F; i, j \in I_f \mid i < j;$$

$$(H.4) \quad h_{jf} + d_{jf} \leq h_{if} + M \cdot u_{ijf} \quad \forall f \in F; i, j \in I_f \mid i < j;$$

Die Annahme, daß für die einzelnen Aufträge nunmehr Bearbeitungsfolgen und nicht mehr Maschinenfolgen vorgegeben sind, modifiziert das Ausgangsmodell der Auftragsfolgeermittlung (vgl. 2.2.1.1.) zwar inhaltlich, jedoch nicht formal. Der inhaltliche Unterschied ist vor allem darin zu sehen, daß über das Restriktionensystem (H.1) - (H.4) in der hier vorliegenden Planungssituation noch nicht bestimmt werden kann, welche der den Bearbeitungstyp f beherrschenden Maschinen k in welchem Umfang an der Verrichtung dieser Bearbeitungsart an Auftrag i beteiligt werden. Über die eindeutige Abbildung $f = f(\varphi_i)$ in den beiden Restriktionen (H.1) und (H.2) wird die Einhaltung der vorgegebenen Bearbeitungsfolgen für die betrachteten Aufträge erzwungen: Für jeden Auftrag i wird so sichergestellt, daß eine Bearbeitungsart erst vollständig abgeschlossen sein muß, bevor die nächste in der Bearbeitungsfolge stehende Bearbeitungsart begonnen werden kann. Die Durchlaufzeit jedes Auftrages i wird dabei durch das Bearbeitungsende der letzten in der Bearbeitungsfolge dieses Auftrages stehenden Bearbeitungsart determiniert (vgl. (H.2)).

Da über das obige Teilrestriktionensystem keine direkte Zuordnung von Aufträgen zu Maschinen vorgenommen werden kann, lassen sich aus den h_{if} -Variablen auch keine maschinenspezifischen Auftragsfolgen ableiten.²⁷⁹⁾ Wie immer die für die einzelnen Maschinen konkretisierten Auftragsfolgen auch aussehen, so ist grundsätzlich zu gewährleisten, daß, wenn Auftrag i vor Auftrag j eine Bearbeitung der Art f erfahren soll, mit der Bearbeitung der Art f an Auftrag j erst dann begonnen werden kann, wenn die Bearbeitung der Art f an Auftrag i abgeschlossen ist; dies steuern die Restriktionen (H.3) und (H.4). Notwendig werden diese beiden Restriktionen im Zusammenhang mit der Annahme, daß alle aktiv an der Bearbeitung der Art f an Auftrag i beteiligten Maschinen diese abgeschlossen haben müssen, bevor mit der Bearbeitung eines weiteren Auftrages durch eben diese Maschinen begonnen werden kann. (Maschinen, die an der Bearbeitung des Auftrages i nicht beteiligt sind, müssen in diesem Zeitraum demzufolge eine Leerzeit haben.) Diese Annahme korrespondiert dabei mit der Annahme des traditionellen

279) So kann es durchaus sein, daß eine Maschine k , die zwar die Bearbeitungsart f in ihrem technischen Ausführungsrepertoire hat, an der Bearbeitung des Auftrages i nicht beteiligt wird. Demzufolge kann kein direkter Zusammenhang zwischen der Bearbeitungsart f und den diese Bearbeitungsart beherrschenden Maschinentypen hergestellt werden.

Job-Shop-Scheduling-Problems (vgl. S. 16), daß eine gleichzeitige Bearbeitung unterschiedlicher Aufträge auf einer Maschine nicht vorgesehen wird. In der vorliegenden Modellsituation können mehrere funktionsgleiche Maschinen an der Bearbeitung der Art f eines Auftrages beteiligt sein, und deshalb wurde die Annahme hier entsprechend adaptiert. Ohne die Implikation (H.3) und (H.4) könnte das Modell die dauerhafte Splittung der Aufträge in Teilaufträge vorsehen, und dies soll - ebenfalls eine Annahme des traditionellen Job-Shop-Scheduling-Problems - ausgeschlossen werden.²⁸⁰⁾

$$(H.5) \quad \sum_{k \in K_f} v_{ik} = 1 \quad \forall f \in F; i \in I_f$$

Für die Bearbeitung der Art f in Bezug auf Auftrag i kommen jeweils $|K_f|$ -Maschinen in Betracht. Unter diesen Maschinen kann die Bearbeitung des Auftrages i (anteilsmäßig) aufgeteilt werden, jedoch ist zu gewährleisten, daß auch alle Einheiten des betrachteten Auftrages eine Bearbeitung der Art f erfahren (H.5).²⁸¹⁾ Weiter ist zu fordern:

$$(H.6) \quad \varepsilon \cdot z_{ik} \leq v_{ik} \quad \forall k \in K; i \in I_k$$

$$(H.7) \quad z_{ik} \geq v_{ik} \quad \forall k \in K; i \in I_k$$

Über diese beiden Restriktionstypen wird die Ausprägung der Binärvariablen z_{ik} gesteuert. Diese nimmt (genau und nur) dann den Wert 1 an, wenn $v_{ik} > 0$, d.h., wenn Maschine k an der Bearbeitung des Auftrages i beteiligt ist - unabhängig von der Höhe des Anteils am zu bearbeitenden Gesamtumfang dieses Auftrages. Allerdings ist hierbei zu beachten, daß ε so gewählt werden muß, daß $\varepsilon < v_{ik}$ für alle $k \in K$ und $i \in I_k$ ²⁸²⁾ gilt. Um aus Gründen der Modellhandhabung infinitesimale ε -Werte - die wegen der Annahme der unbegrenzten Teilbarkeit der Aufträge nötig sein könnten - zu vermeiden, ist zu überlegen, ob per Restriktion Untergrenzen für die v_{ik} -Werte eingeführt werden sollten.²⁸³⁾

Die nachfolgenden Restriktionen (H.8) und (H.9) sind vor folgendem Hintergrund zu sehen:

- 1) Auch wenn die Variable h_{if} nicht maschinenspezifisch definiert ist, impliziert sie, daß diejenigen Maschinen, die zur Bearbeitung der Art f an Auftrag i vorgesehen werden ($v_{ik} > 0$), gleichzeitig damit beginnen. Aufgrund dieses verallgemeinernden Variablentyps kann das Modell (explizit) keine unterschiedlichen Beginnzeitpunkte für die einzelnen Maschinen $k \in K_f$ hinsichtlich der Bearbeitung des Auftrages i bezüglich der Art f vorsehen. Werden beispielsweise aus der Menge der möglichen ($K_f = \{2,5,6\}$) nur die Ma-

280) Gemeint ist hier nicht die im Rahmen des vorliegenden Modells zulässige Splittung der Aufträge zum Zwecke der parallelen Bearbeitung einer Operation auf mehreren Maschinen, sondern die Splittung der Aufträge, bei der die so gebildeten Teilaufträge alle nachfolgenden Bearbeitungspositionen als 'Grüppchen' durchlaufen.
Im Gegensatz zu diesem Modell vgl. HAEHLING VON LANZENAUER (1970).

281) Vgl. auch BLAZEWICZ (1987), S. 48.

282) $I_k := \{i \mid i \text{ ist ein Auftrag, der von Maschinentyp } k \text{ bearbeitet werden kann}\}$; vgl. im Unterschied hierzu S. 24.

283) Aufträge wären dann nicht mehr in beliebig kleine Teile zu zerlegen.

schinen $k = 2$ und $k = 5$ zur Bearbeitung der Art f des Auftrages i herangezogen, so wäre folgende Situation ausgeschlossen:²⁸⁴⁾

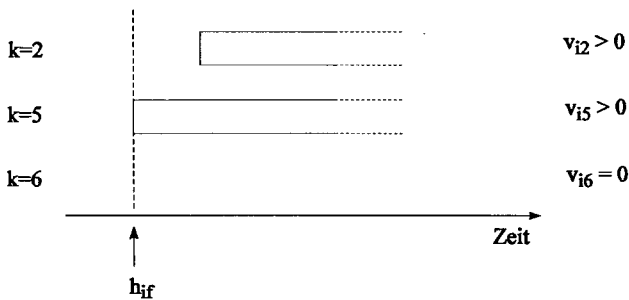


ABB. 21: Unzulässiger Bearbeitungsbeginnzeitpunkt h_{if}

Auch auf Maschine $k = 2$ müßte mit der Bearbeitung im Zeitpunkt h_{if} begonnen werden.

- 2) Dem Modell liegt - wie oben bereits erläutert - die Annahme zugrunde, daß erst wenn auch die letzte Einheit des Auftrages i bezüglich der Bearbeitungsart f vollständig bearbeitet wurde, mit der Bearbeitung eines anderen Auftrages j durch Maschinen dieses Funktionstyps ($k \in K_f$) begonnen werden kann. Die nachfolgend dargestellte Situation (unter Bezugnahme auf das Beispiel aus 1)) kann ebenso nicht zustande kommen:

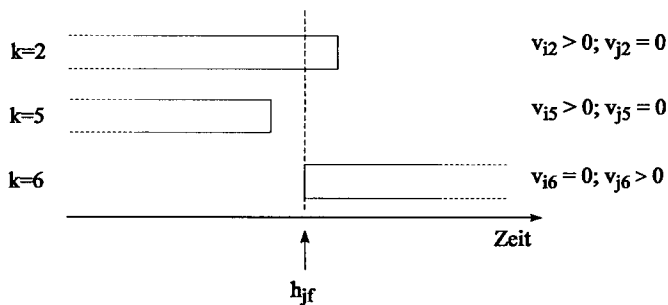


ABB. 22: Unzulässiger Bearbeitungsbeginnzeitpunkt h_{jf}

Im vorliegenden Fall würden die Aufträge i und j in einem gewissen Zeitraum gleichzeitig durch funktionsgleiche Maschinen bearbeitet werden, und dies verstößt gegen die oben getroffene Annahme. Mit der Bearbeitung des Auftrages j an Maschine $k = 6$ dürfte also erst dann begonnen werden, wenn die Maschine $k = 2$ die Bearbeitung des Auftrages i abgeschlossen hat.

²⁸⁴⁾ Die rechtsseitig offenen Balken symbolisieren die Belegung der entsprechenden Maschinen durch einen Auftrag.

Diese Überlegungen determinieren ein Intervall²⁸⁵⁾, innerhalb dessen die einzelnen an der Bearbeitung der Art f an Auftrag i - und nur an diesem Auftrag - beteiligten Maschinen aktiv werden müssen bzw. dürfen, d.h., deren jeweilige Bearbeitungsbeginn- und/oder -endzeitpunkte können nicht außerhalb der (variablen) Intervallgrenzen liegen. Darüber hinaus sollen noch strikere Einschränkungen wirksam werden:

$$(H.8) \quad \overline{U}_i \cdot \zeta_{ik} \cdot v_{ik} \leq \overline{U}_i \cdot \zeta_{il} \cdot v_{il} + M \cdot (1 - z_{il}) \quad \forall f \in F; k, l \in K_f | k < l; i \in I_k;$$

$$(H.9) \quad \overline{U}_i \cdot \zeta_{ik} \cdot v_{ik} + M \cdot (1 - z_{ik}) \geq \overline{U}_i \cdot \zeta_{il} \cdot v_{il} \quad \forall f \in F; k, l \in K_f | k < l; i \in I_k;$$

Der vordergründige Anlaß für die Restriktionen (H.8) und (H.9) ist in der Erleichterung der Modellformulierung zu sehen: Alle an der Bearbeitung des Auftrages i beteiligten Maschinen sollen - zeitlich und nicht anteils- bzw. umfangmäßig gesehen - gleichmäßig belastet werden. Die zeitliche Belastung der Maschine k durch den Auftrag i ergibt sich dabei aus dem Anteil, der ihr am Gesamtumfang dieses Auftrages übertragen wird ($\overline{U}_i \cdot v_{ik}$),²⁸⁶⁾ multipliziert mit der (maschinenspezifischen) Bearbeitungsdauer pro Einheit des Auftrages (ζ_{ik}). Unter Bezugnahme auf die jeweilige (Referenz-)Maschine l sind die Restriktionen (H.8) und (H.9) für alle diejenigen Maschinen $l \in K_f$ auszuformulieren, die (neben k) auch für eine Bearbeitung des Auftrages i hinsichtlich der Bearbeitungsart f in Frage kommen und für die $k < l$ gilt.²⁸⁷⁾ Für jeweils zwei betrachtete Maschinen k und l können sich folgende Konstellationen ergeben:

	v_{ik}	$\rightarrow z_{ik}$	v_{il}	$\rightarrow z_{il}$	für (H.8) ergibt sich	für (H.9) ergibt sich
1)	0	0	0	0	$0 \leq M$	$M \geq 0$
2)	> 0	1	0	0	$\overline{U}_i \cdot \zeta_{ik} \cdot v_{ik} \leq M$	$\overline{U}_i \cdot \zeta_{ik} \cdot v_{ik} \geq 0$
3)	0	0	> 0	1	$0 \leq \overline{U}_i \cdot \zeta_{il} \cdot v_{il}$	$M \geq \overline{U}_i \cdot \zeta_{il} \cdot v_{il}$
4)	> 0	1	> 0	1	$\overline{U}_i \cdot \zeta_{ik} \cdot v_{ik} \leq \overline{U}_i \cdot \zeta_{il} \cdot v_{il}$	$\overline{U}_i \cdot \zeta_{ik} \cdot v_{ik} \geq \overline{U}_i \cdot \zeta_{il} \cdot v_{il}$

TAB. 17: Mögliche Konstellationen der Restriktionen (H.8) und (H.9)

Für den Fall 4), bei dem sowohl $v_{ik} > 0$ (aus (H.6) $\wedge$ (H.7) $\rightarrow z_{ik} = 1$) als auch $v_{il} > 0$ (aus (H.6) $\wedge$ (H.7) $\rightarrow z_{il} = 1$) gilt, wird über die Restriktionen (H.8) und (H.9) sichergestellt, daß sich $\overline{U}_i \cdot \zeta_{ik} \cdot v_{ik}$ gleich $\overline{U}_i \cdot \zeta_{il} \cdot v_{il}$ ergibt; wenn also die beiden Maschinen k und l an der Bearbeitung des Auftrages i beteiligt werden, dann sollen sie jeweils gleichlange damit beschäftigt sein, den ihnen übertragenen Anteil des Auftrages i zu bearbeiten. Im Falle der Betrachtung von zwei Maschinen, wovon nur eine nicht an der Bearbeitung des Auftrages i beteiligt wird

285) Intervalluntergrenze: h_{if} ; Intervallobergrenze: $\max_{k \in K_f} \{h_{if} + d_{if}\}$

286) Auf $\overline{U}_i$ könnte aus rein mathematischen Gründen bei der Aufstellung von (H.8) und (H.9) verzichtet werden.

287) Jede Maschine $k \in K_f$ muß mit jeder anderen Maschine $l \in K_f$ über (H.8) und (H.9) (mindestens einmal) miteinander in Bezug gesetzt werden. Eine Reduzierung des Ausformulierungsaufwandes ist dabei über die Einschränkung $k < l$ möglich, da so jedes k und l nur einmal miteinander in Bezug gesetzt werden.

(entspricht den Fällen 2) und 3) der TAB. 17), haben die Restriktionen (H.8) und (H.9) für die Ausprägungen der Modellvariablen keine besondere Bedeutung. Gleiches gilt für den Fall 1), bei dem keine der beiden betrachteten Maschinen k und l die Bearbeitung des Auftrages i übernimmt. Daß Auftrag i eine Bearbeitung der Art f erfährt und mindestens eine Maschine $k \in K_f$ diese Bearbeitung übernimmt, wird indessen über Restriktion (H.5) sichergestellt.

Unter Bezugnahme auf das Beispiel von S. 104 + 105 können die beiden vorstehenden Restriktionen nunmehr (inhaltlich gesehen) nur zu folgendem Bild führen:²⁸⁸⁾

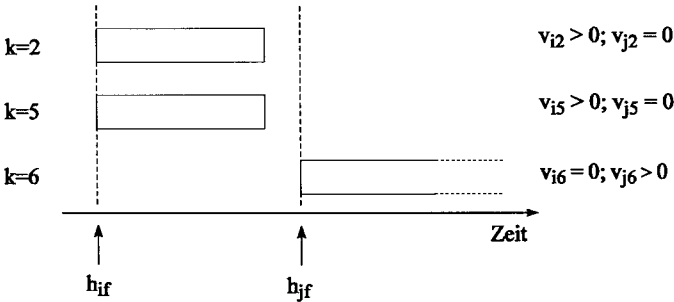


ABB. 23: Zulässige Bearbeitungsbeginnzeitpunkte h_{if} und h_{jf}

Zur Bestimmung der Bearbeitungsdauer d_{if} ist zu formulieren:

$$(H.10) \quad d_{if} \geq \frac{\overline{U_i} \cdot \zeta_{ik} \cdot v_{ik}}{\tau} \quad \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k;$$

$$(H.11) \quad d_{if} \leq \frac{\overline{U_i} \cdot \zeta_{ik} \cdot v_{ik}}{\tau} + M \cdot (1 - z_{ik}) \quad \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k;$$

Wird die Zeit, die eine Maschine k zur Bearbeitung des ihr übertragenen Anteils des Auftrages i benötigt durch die Länge der Teilperioden (bzw. übliche Betriebszeit) dividiert, erfolgt die Normierung auf das zugrunde gelegte zeitliche Raster. Die Zeit, die zur Bearbeitung der Art f an Auftrag i benötigt wird, kann damit in Perioden angegeben werden. Da es durchaus möglich ist, daß nicht alle Maschinen $k \in K_f$ zur Bearbeitung des Auftrages i eingesetzt werden, muß bei der Bestimmung der Variablen d_{if} der Weg über die beiden Restriktionen (H.10) und

(H.11) gegangen werden. Gilt $v_{ik} > 0$ (und damit auch $z_{ik} = 1$), ist d_{if} mit $\frac{\overline{U_i} \cdot \zeta_{ik} \cdot v_{ik}}{\tau}$ iden-

tisch. In Verbindung mit (H.8) und (H.9) erwachsen hieraus auch keine Widersprüche, da ja alle an der Produktion von Auftrag i beteiligten Maschinen gleichlange durch diesen Auftrag belegt werden. Für den Fall, daß $v_{ik} = 0$ ($\rightarrow z_{ik} = 0$) gilt, wird d_{if} nach unten durch die Null begrenzt (H.10) und nach oben durch die große Zahl M (H.11). In Verbindung mit (H.5) wird

288) Unter der Zielsetzung 'Minimierung der Summe der Durchlaufzeiten' würde der Beginnzeitpunkt h_{if} - falls wegen des Definitionsbereichs für h_{if} keine Leerzeiten bzw. Wartezeiten vorzusehen sind - bis maximal an das Bearbeitungsende des Auftrages i vorgezogen werden.

damit gewährleistet, daß mindestens eine Maschine k existiert, für die $v_{ik} > 0$ gilt und demzufolge jede Variable d_{if} eine positive Ausprägung erfährt.

$$\begin{aligned}
 \text{(H.12)} \quad & h_{if} \in \mathbb{N}_0 & \forall f \in F; i \in I_f \\
 & d_{if} \geq 0 & \forall f \in F; i \in I_f \\
 & D_i \geq 0 & \forall i \in I; \\
 & v_{ik} \geq 0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\
 & u_{ijf} \in \{0,1\} & \forall f \in F; i,j \in I_f | i < j; \\
 & z_{ik} \in \{0,1\} & \forall k \in K; i \in I_k;
 \end{aligned}$$

Im Bereich der Nichtnegativitätsbedingungen wird gefordert, daß h_{if} auf die Menge der natürlichen Zahlen einschließlich der Null beschränkt wird. Die hier betrachtete Modellsituation - insbesondere die Möglichkeit der beschränkungsfreien (kontinuierlichen) Verteilung der Auftrageinheiten auf die Maschinen $k \in K_f$ - garantiert nur in Ausnahmefällen eine modellinhärente Ganzzahligkeit der Bearbeitungsbeginnzeitpunkte, was im Zusammenhang mit der Personalfreistellung aber angestrebt wird.

Ein neu konstruiertes Beispiel²⁸⁹⁾ soll das vorangegangene Modell zur Auftragsfolgeplanung bei selektiver Maschinenanpassung veranschaulichen. Gegeben seien drei Aufträge, über deren jeweils zu bearbeitende Einheiten ($\overline{U}_i$) sowie über deren vorgegebene Bearbeitungsfolgen ($f = f(\varphi_i)$) die nachfolgende Tabelle informiert:

i	$\overline{U}_i$	$\varphi_i = 1$	$\varphi_i = 2$	$\varphi_i = 3$
1	80	3	2	—
2	40	1	3	—
3	50	2	1	3

TAB. 18: (1) Angaben zu Beispiel H

Aus TAB. 19 ist ersichtlich, welche Bearbeitungsarten von welchen Maschinen durchgeführt werden können und wieviele Zeiteinheiten die jeweiligen Maschinen zur Bearbeitung einer Einheit der von ihnen potentiell bearbeitbaren Aufträge benötigen.²⁹⁰⁾

289) Das neue Beispiel soll zur Unterscheidung gegenüber Modellsituationen, die von vorgegebenen Maschinenfolgen ausgehen, dienen.

290) Die Datenstruktur deutet auf den Fall 'heterogener paralleler' Maschinen hin.

k	f i	1			2			3		
		1	2	3	1	2	3	1	2	3
1		—	1,0	1,4	—	—	—	—	—	—
2		—	—	—	0,75	—	0,8	—	—	—
3		—	1,0	0,6	—	—	—	—	—	—
4		—	—	—	—	—	—	0,25	1,25	1,4
5		—	—	—	0,75	—	0,6	—	—	—
6		—	—	—	0,25	—	0,8	—	—	—
7		—	—	—	—	—	—	1,0	1,25	0,6

TAB. 19: (2) Angaben zu Beispiel H

Die Lösung dieser beispielhaften Planungssituation führt - mit $\tau = 10$ - zu folgendem durchlaufzeitminimalen Auftragsfolgeplan ($\rightarrow$ Beispiel H):

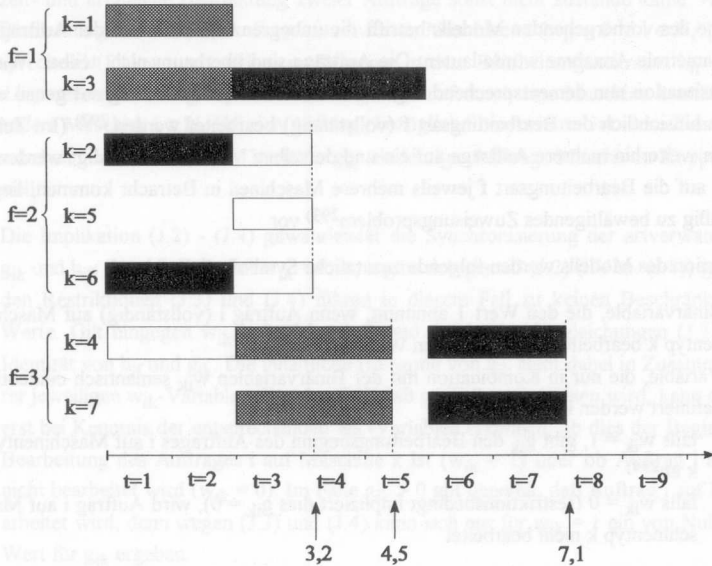


ABB. 24: Auftragsfolgeplan zu Beispiel H

Die Durchlaufzeit des Auftrages $i = 1$ wird mit 3,2 Perioden, die des Auftrages $i = 2$ mit 4,5 Perioden und die des Auftrages $i = 3$ mit 7,1 Perioden ausgewiesen, so daß sich ein Zielfunktionswert von 14,8 (Perioden) als Minimum der Summe der Durchlaufzeiten ergibt. Erstaunlicherweise werden nicht jeweils alle Maschinen $k \in K_f$ zur Bearbeitung der Art f für alle Aufträge $i \in I_k$ herangezogen. So übernimmt beispielsweise Maschine $k = 4$ alleine die Bearbeitung des Auftrages $i = 1$, obwohl Maschine $k = 7$ ebenfalls zur Bearbeitung vorgesehen werden könnte. Diese Konstellation ist allerdings vor dem Hintergrund der unterschiedlichen Bearbei-

tungsdauern pro Auftrageinheit ($\zeta_{14} = 0,25$; $\zeta_{17} = 1$) zu sehen: Wenn beide Maschinen zur Bearbeitung des Auftrages $i = 1$ eingesetzt werden sollen, so müssen sie (gemäß (H.8) und (H.9)) zeitlich gesehen gleichmäßig belastet werden. Dies ist dann gewährleistet, wenn Maschine $k = 4$ 80% ($v_{14} = 0,8$) und Maschine $k = 7$ 20% ($v_{17} = 0,2$) des gesamten Umfangs des Auftrages $i = 1$ ($\bar{U}_1 = 80$) übernimmt; denn für diese Variablenausprägungen ergibt sich, daß $\bar{U}_1 \cdot \zeta_{14} \cdot v_{14}$ ($80 \cdot 0,25 \cdot 0,8 = 16$) gleich $\bar{U}_1 \cdot \zeta_{17} \cdot v_{17}$ ($80 \cdot 1 \cdot 0,2 = 16$) ist. Für die dem Beispiel zugrunde gelegte Periodendauer von $\tau = 10$ würde dies einer Bearbeitungsdauer d_{13} von 1,6 Perioden entsprechen. Auch dann könnte jedoch erst zu Beginn der dritten Teilperiode auf den Maschinen $k = 4$ und $k = 7$ mit der Bearbeitung eines weiteren Auftrages bzw. mit der Bearbeitung der Art $f = 2$ an Auftrag $i = 1$ begonnen werden.²⁹¹⁾ Demzufolge hat es keinen Einfluß auf die Durchlaufzeit des Auftrages $i = 1$, falls zusätzlich Maschine $k = 7$ an seiner Bearbeitung beteiligt werden würde.

3.3.2.1.2. MODIFIKATIONEN UND ERWEITERUNGEN

Eine Annahme des vorhergehenden Modells betrifft die unbegrenzte Teilbarkeit der Aufträge. Die hierzu diametrale Annahme würde lauten: Die Aufträge sind überhaupt nicht teilbar. Wird die Ausgangssituation nun dementsprechend abgewandelt, so muß jeder Auftrag auf genau einer Maschine hinsichtlich der Bearbeitungsart f (vollständig) bearbeitet werden.²⁹²⁾ (Im Zeitablauf können weiterhin mehrere Aufträge auf ein und derselben Maschine k erledigt werden.) Da in Bezug auf die Bearbeitungsart f jeweils mehrere Maschinen in Betracht kommen, liegt ein modellmäßig zu bewältigendes Zuweisungsproblem²⁹³⁾ vor.

Zur Konstruktion des Modells werden folgende zusätzliche Symbole eingeführt:

- w_{ik} = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i (vollständig) auf Maschinentyp k bearbeitet wird; sonst den Wert 0
- g_{ik} = Variable, die nur in Kombination mit der Binärvariablen w_{ik} semantisch eindeutig definiert werden kann, und zwar:
- falls $w_{ik} = 1$, gibt g_{ik} den Bearbeitungsbeginn des Auftrages i auf Maschinentyp k an²⁹⁴⁾
 - falls $w_{ik} = 0$ (restriktionsbedingt impliziert dies $g_{ik} = 0$), wird Auftrag i auf Maschinentyp k nicht bearbeitet

Neben der Zielfunktion (H.Z) greift das im weiteren vorzustellende Modell J nur auf die Restriktionen (H.1) und (H.2) zurück, so daß sich in deren Ergänzung der neue Restriktionsraum wie folgt gestaltet:²⁹⁵⁾

291) Das Modell hat also eine mehrdeutige Lösung.

292) Modell H könnte auch - wenngleich nicht zwingend - die Bereitstellung einer einzigen Maschine zur Auftragsbearbeitung vorsehen (vgl. [3,1] und [1,3] in ABB. 24).

293) Problem ist weniger die Auswahl (vgl. S. 101 + 102) der an der Auftragsbearbeitung zu beteiligenden Maschinen als vielmehr die Zuweisung zu genau einer Maschine.

294) g_{ik} kann in diesem Fall auch den Wert 0 annehmen.

295) Zu einer alternativen Modellierung vgl. BRAH/HUNSUCKER/SHAH (1991), S. 131 - 132.



$$(J.1) \quad \sum_{k \in K_f} w_{ik} = 1$$

$$\forall f \in F; i \in I_f$$

Die Ausprägung der Binärvariablen w_{ik} gibt an, ob der Auftrag i auf der Maschine k bearbeitet wird ($w_{ik} = 1$) oder nicht ($w_{ik} = 0$), wobei gemäß (J.1) sichergestellt wird, daß genau eine Maschine $k \in K_f$ die Bearbeitung des Auftrages i übernimmt.

$$(J.2) \quad g_{ik} \leq M \cdot w_{ik}$$



$$\forall k \in K; i \in I_k$$

$$(J.3) \quad g_{ik} + M \cdot (1 - w_{ik}) \geq h_{if}$$

$$\forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k$$

$$(J.4) \quad g_{ik} - M \cdot (1 - w_{ik}) \leq h_{if}$$

$$\forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k$$

Ein Auftrag i kann auf mehreren Maschinen k ($|K_f| > 1$) eine Bearbeitung der Art f erfahren. Würde man bei der Generierung von Auftragsfolgen nur auf den Variablentyp h_{if} zurückgreifen, hätte dies eine unnötige Einengung des Modells zur Folge, da eine (zumindest teilweise) zeit- und artgleiche Bearbeitung zweier Aufträge sonst nicht zustande käme. Alle nicht in die Bearbeitung der Art f an Auftrag i involvierten Maschinen l ($w_{il} = 0 \forall l \in K_f \setminus \{k\}$, wobei entsprechend (J.1) $w_{ik} = 1$ gelten muß) wären in dem Bearbeitungszeitraum $h_{if} + d_{if}$ blockiert, d.h., während Auftrag i eine Bearbeitung der Art f durch eine Maschine k erfährt, kann keine andere Maschine $l \in K_f \setminus \{k\}$ den Auftrag j bezüglich f bearbeiten. Um diese Einschränkung aufzuheben, werden über die Variable g_{ik} eindeutige Auftrags-Maschinen-Koppelungen hergestellt.

Die Implikation (J.2) - (J.4) gewährleistet die Synchronisierung der artverwandten Variablen g_{ik} und h_{if} . Für den Fall, daß $w_{ik} = 0$ ist, ergibt sich gemäß (J.2) (i.V.m. (J.8)) $g_{ik} = 0$. Die beiden Restriktionen (J.3) und (J.4) führen in diesem Fall zu keinen Beschränkungen der h_{if} -Werte. Gilt hingegen $w_{ik} = 1$, folgt aufgrund der beiden Ungleichungen (J.3) und (J.4) die Identität von h_{if} und g_{ik} . Die inhaltliche Belegung von g_{ik} steht dabei in Zusammenhang mit ihrer jeweiligen w_{ik} -Variablen: Für den Fall, daß $g_{ik} = 0$ ausgewiesen wird, kann der Entscheider erst bei Kenntnis der entsprechenden w_{ik} -Variablen erkennen, ob dies der Beginnzeitpunkt der Bearbeitung des Auftrages i auf Maschine k ist ($w_{ik} = 1$) oder ob Auftrag i auf Maschine k nicht bearbeitet wird ($w_{ik} = 0$). Im Falle $g_{ik} > 0$ gilt generell, daß Auftrag i auf Maschine k bearbeitet wird, denn wegen (J.3) und (J.4) kann sich nur für $w_{ik} = 1$ ein von Null verschiedener Wert für g_{ik} ergeben.

$$(J.5) \quad d_{if} = \sum_{k \in K_f} \overline{d_{ik}} \cdot w_{ik}$$

$$\forall f \in F; i \in I_f$$

Die Modellvariable 'Bearbeitungsdauer der Bearbeitungsart f an Auftrag i (d_{if})' ist identisch mit der gegebenen Bearbeitungsdauer, die die relevante Maschine k ($w_{ik} = 1$) zur Bearbeitung des gesamten Auftrages benötigt ($\overline{d_{ik}}$)²⁹⁶. (Auf die Restriktion (J.5) und auf die Variable d_{if}

296) $\overline{d_{ik}} = \frac{U_i \cdot \zeta_{ik}}{\tau}$.



könnte allerdings ganz verzichtet werden, wenn in den Restriktionen (H.1) und (H.2) anstelle von d_{ik} gleich der jeweils entsprechende Term der rechten Gleichungsseite von (J.5) verwendet wird. Die hier gewählte Darstellung erscheint aber verständlicher.)

$$(J.6) \quad g_{ik} + \overline{d_{ik}} \cdot w_{ik} \leq g_{jk} + M \cdot (2 - u_{ijk} - w_{jk}) \quad \forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j;$$

$$(J.7) \quad g_{jk} + \overline{d_{jk}} \cdot w_{jk} \leq g_{ik} + M \cdot (1 + u_{ijk} - w_{ik}) \quad \forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j;$$

Die vorstehenden Restriktionen sollen sicherstellen, daß eine Maschine k erst dann mit einem Auftrag i belegt werden kann, wenn die Bearbeitung eines auf eben dieser Maschine zeitlich vorher zu bearbeitenden Auftrages vollständig abgeschlossen ist. Im Prinzip geht es hier wiederum um die Bestimmung der Auftragsfolgen für die einzelnen Maschinen k , wobei aus (J.6) und (J.7) nur dann Auswirkungen auf die Modellvariablen auftreten sollen, wenn auch tatsächlich eine Konkurrenz zweier Aufträge i und j um die Maschine k stattfindet,²⁹⁷⁾ was dann der Fall ist, wenn sowohl Auftrag i als auch Auftrag j auf Maschine k bearbeitet werden sollen ($w_{ik} = 1 \wedge w_{jk} = 1$). Wird nur einer oder keiner der beiden Aufträge auf der Maschine k bearbeitet, so entsteht in Bezug auf diese Aufträge keine Konkurrenzsituation auf Maschine k .

Zur Verdeutlichung der Wirkungsweise von (J.6) und (J.7) dient nachstehende Tabelle:²⁹⁸⁾

	w_{ik}	w_{jk}	für (J.6) ergibt sich	für (J.7) ergibt sich
1)	0	0	$0 \leq M \cdot (2 - u_{ijk})$	$0 \leq M \cdot (1 + u_{ijk})$
2)	1	0	$g_{ik} + \overline{d_{ik}} \leq M \cdot (2 - u_{ijk})$	$0 \leq g_{ik} + M \cdot u_{ijk}$
3)	0	1	$0 \leq g_{jk} + M \cdot (1 - u_{ijk})$	$g_{jk} + \overline{d_{jk}} \leq M \cdot (1 + u_{ijk})$
4)	1	1	$g_{ik} + \overline{d_{ik}} \leq g_{jk} + M \cdot (1 - u_{ijk})$	$g_{jk} + \overline{d_{jk}} \leq g_{ik} + M \cdot u_{ijk}$

TAB. 20: Mögliche Konstellationen der Restriktionen (J.6) und (J.7)

Für den Fall, daß sowohl Auftrag i als auch Auftrag j auf Maschine k bearbeitet werden (Konstellation 4)), haben die Restriktionen (J.6) und (J.7) - von der Struktur her - das gewohnte Aussehen der Auftragsfolgebedingungen (vgl. (H.3) und (H.4) auf S. 103). Da die beiden Aufträge i und j um die Bearbeitung auf Maschine k konkurrieren, muß durch das Modell deren Auftragsfolge festgelegt werden, also entweder zuerst Auftrag i und dann Auftrag j ($u_{ijk} = 1$) oder umgekehrt ($u_{ijk} = 0$). Für die Konstellationen 1) - 3) haben die Ausprägungen der Binärvariablen u_{ijk} (seien sie nun 0 oder 1) keinerlei Auswirkungen auf die Ausprägungen der g_{ik} - bzw. g_{jk} -Variablen.²⁹⁹⁾

297) Allein die Tatsache, daß zwei Aufträge gleichzeitig eine Bearbeitung der Art f erfahren, bedingt ja nicht unbedingt eine Konkurrenzsituation in Bezug auf eine betrachtete Maschine k .

298) Für $w_{ik} = 0$ folgt aus (J.2) auch $g_{ik} = 0$.

299) Aus diesem Grund ist hier bei der Interpretation der u_{ijk} -Ausprägungen Vorsicht zu wahren, da z.B. $u_{ijk} = 0$ nur für den Fall $w_{ik} = 1$ und $w_{jk} = 1$ bedeutet, daß Auftrag j vor Auftrag i auf Maschine k bearbeitet wird.

Vervollständigt wird das Modell durch die Nichtnegativitätsbedingungen (J.8).

$$\begin{aligned}
 \text{(J.8)} \quad & h_{if} \in \mathbb{N}_0 && \forall f \in F; i \in I_f \\
 & d_{if} \geq 0 && \forall f \in F; i \in I_f \\
 & D_i \geq 0 && \forall i \in I; \\
 & g_{ik} \geq 0 && \forall k \in K; i \in I_k; \\
 & w_{ik} \in \{0,1\} && \forall k \in K; i \in I_k; \\
 & u_{ijk} \in \{0,1\} && \forall k \in K; i,j \in I_k | i < j;
 \end{aligned}$$

Hervorzuheben ist an dieser Stelle, daß lediglich für den Variablentyp h_{if} und nicht auch für den Variablentyp g_{ik} Ganzzahligkeit gefordert wird, da sich wegen (J.3) und (J.4) nur ganzzahlige Werte für g_{ik} ergeben können. Diese relaxierte Variablendefinition kann aber eine rechentechische Vereinfachung bedeuten.

Das Beispiel von S. 108 + 109 wird erneut aufgegriffen. Aus den maschinenspezifischen Bearbeitungsdauern einer Einheit des Auftrages i (ζ_{ik}), den insgesamt zu produzierenden Einheiten des Auftrages i ($\bar{U}_i$) und der Länge einer Teilperiode ($\tau = 10$), ergeben sich die in der nachfolgenden Tabelle aufgeführten d_{ik} -Werte:

k	f i	1			2			3		
		1	2	3	1	2	3	1	2	3
1		—	4	7	—	—	—	—	—	—
2		—	—	—	6	—	4	—	—	—
3		—	4	3	—	—	—	—	—	—
4		—	—	—	—	—	—	2	5	7
5		—	—	—	6	—	3	—	—	—
6		—	—	—	2	—	4	—	—	—
7		—	—	—	—	—	—	8	5	3

TAB. 21: Angaben zu Beispiel J

Als Lösung des Beispiels wird der folgende durchlaufzeitminimale Auftragsfolgeplan ausgewiesen ($\rightarrow$ Beispiel J):

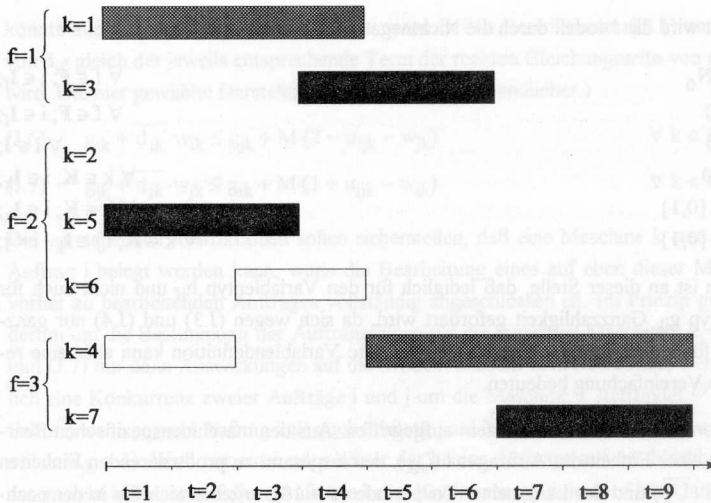


ABB. 25: Auftragsfolgeplan zu Beispiel J

Der vorgestellte Auftragsfolgeplan führt zu einem Zielfunktionswert von 22 Perioden. Im Gegensatz zu dem Auftragsfolgeplan gemäß ABB. 24 kann nun auch eine artgleiche Bearbeitung zweier unterschiedlicher Aufträge eingeplant werden (z.B. werden in $t = 4$ sowohl $i = 2$ als auch $i = 3$ in Bezug auf die Bearbeitungsart $f = 1$ zeitlich parallel bearbeitet) und jeder Auftrag wird jeweils nur genau auf einer Maschine bearbeitet.

Indem (u.a.) einige der Variablen sowie die Struktur ausgewählter Ungleichungen von Modell J genutzt werden, kann ein modifiziertes Modell (Modell H') des Ausgangsmodells zur Auftragsfolgeplanung bei selektiver Maschinenanpassung entwickelt werden, das von der Annahme abrückt, die an der Auftragsbearbeitung beteiligten Maschinen müssen zeitlich gleich belastet werden.³⁰⁰ Hierzu ist in Ergänzung zu der Zielfunktion (H.Z) und den Restriktionen (H.1), (H.2), (H.5) - (H.7) zu formulieren:

$$(H.13) \quad g_{ik} \leq M \cdot z_{ik} \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

$$(H.14) \quad g_{ik} + M \cdot (1 - z_{ik}) \geq h_{if} \quad \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k;$$

Ein von Null verschiedener Wert kann sich entsprechend der Restriktion (H.13) für den maschinenspezifischen Bearbeitungsbeginnzeitpunkt g_{ik} überhaupt nur dann ergeben, wenn die gerade betrachtete Maschine k auch an der Bearbeitung des Auftrages i beteiligt ist ($v_{ik} > 1 \rightarrow$

300) Bezüglich der praktischen Relevanz eines derartigen Modells vgl. MACCARTHY/LIU (1993).

$z_{ik} = 1$).³⁰¹⁾ Wird eine Maschine k zur Bearbeitung des Auftrages i herangezogen, dürfen alle relevanten g_{ik} -Werte nicht kleiner werden als die entsprechende h_{if} -Ausprägung (vgl. H.14)); d.h., der Zeitpunkt, an dem mit der Bearbeitung der Art f an Auftrag i begonnen wird, ist so zu bestimmen, daß keiner der maschinenspezifischen Bearbeitungsbeginnzeitpunkte früher liegt. Graphisch muß der Zusammenhang zwischen einem beispielhaften h_{if} und den an der Auftragsbearbeitung beteiligten Maschinen $k \in \{2, 5, 6\}$ dann z.B. wie folgt aussehen:

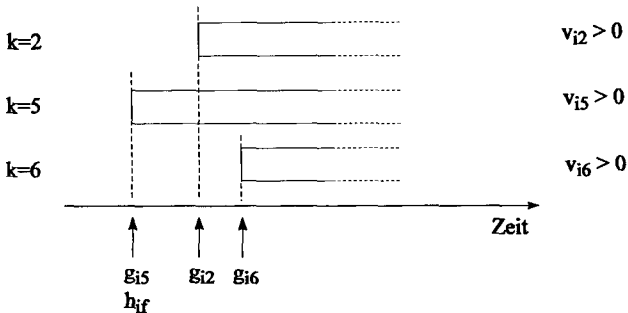


ABB. 26: Mögliche Bearbeitungsbeginnzeitpunkte h_{if} und g_{ik}

Durch die Entkoppelung von g_{ik} und h_{if} müssen im Unterschied zu Modell H hier die einzelnen an der Auftragsbearbeitung beteiligten Maschinen nicht mehr zwingend ab dem Zeitpunkt h_{if} aktiv werden. Allerdings wird wegen der verwendeten Zielsetzung h_{if} tendenziell dem kleinsten g_{ik} -Wert über alle $k \in K_f$ entsprechen.

$$(H.15) \quad g_{ik} + \frac{\bar{U}_i \cdot \zeta_{ik} \cdot v_{ik}}{\tau} \leq h_{if} + d_{if} \quad \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k;$$

Ähnlich muß auch bei der Bestimmung desjenigen Zeitpunktes verfahren werden, an dem die Bearbeitung der Art f an Auftrag i als abgeschlossen gilt: Entsprechend Restriktion (H.15) darf kein maschinenspezifischer Bearbeitungsendzeitpunkt ($g_{ik} + d_{ik}$)³⁰²⁾ größer sein als $h_{if} + d_{if}$.

301) Die Definition von g_{ik} muß entsprechend der neuen Planungssituation wie folgt angepaßt werden:
 g_{ik} := Variable, die nur in Kombination mit der Binärvariablen z_{ik} semantisch eindeutig definiert werden kann, und zwar:
 - falls $z_{ik} = 1$, gibt g_{ik} den Bearbeitungsbeginn des Auftrages i auf Maschinentyp k an
 - falls $z_{ik} = 0$ (restriktionsbedingt impliziert dies $g_{ik} = 0$), wird Auftrag i auf Maschinentyp k nicht bearbeitet

302) $d_{ik} = \frac{\bar{U}_i \cdot \zeta_{ik} \cdot v_{ik}}{\tau}$.

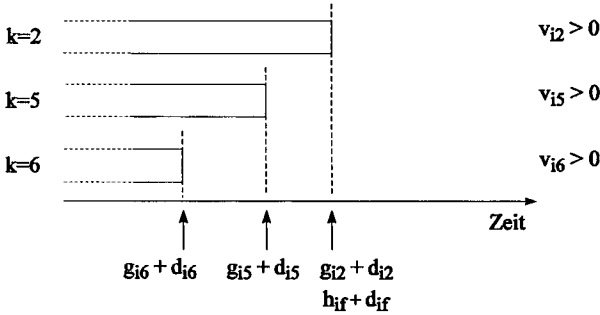


ABB. 27: Mögliche Bearbeitungszeitpunkte $h_{if} + d_{if}$ und $g_{ik} + d_{ik}$

Die Bearbeitung des Auftrages i auf jeder Maschine $k \in K_f$ kann wegen (H.14) und (H.15) somit immer nur innerhalb eines durch h_{if} und $h_{if} + d_{if}$ begrenzten Zeitintervalls stattfinden. Die so begrenzte Zeitspanne entspricht der Dauer, die zur Bearbeitung der Art f an Auftrag i benötigt wird. Vor dem Hintergrund der hier zugrunde gelegten Zielsetzung werden möglichst kleine Werte sowohl für h_{if} als auch für d_{if} angestrebt.

$$(H.16) \quad g_{ik} + \frac{\bar{U}_i \cdot \zeta_{ik} \cdot v_{ik}}{\tau} \leq g_{jk} + M \cdot (2 - u_{ijk} - z_{jk}) \quad \forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j;$$

$$(H.17) \quad g_{jk} + \frac{\bar{U}_j \cdot \zeta_{jk} \cdot v_{jk}}{\tau} \leq g_{ik} + M \cdot (1 + u_{ijk} - z_{ik}) \quad \forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j;$$

Für den Fall - und nur für diesen -, daß sowohl Auftrag i ($z_{ik} = 1$) als auch Auftrag j ($z_{jk} = 1$) auf der Maschine k bearbeitet werden sollen, werden die Restriktionen (H.16) und (H.17) zu den bekannten Auftragsfolgebedingungen, bei denen es dann darum geht, die Reihenfolge zu bestimmen, in der die beiden Aufträge auf Maschine k bearbeitet werden sollen (' i vor j ' oder ' j vor i ') sowie diesbezüglich zulässige g_{ik} - und g_{jk} -Werte zu generieren. Aufgrund des identischen strukturellen Aufbaus mit den Restriktionen (J.6) und (J.7) wird unter Verweis auf S. 112 von weiterführenden Erklärungen bezüglich (H.16) und (H.17) hier abgesehen.

Den Variablen des Modells werden die nachfolgenden Definitionsbereiche zugewiesen:

$$(H.18) \quad \begin{aligned} h_{if} &\in \mathbb{N}_0 & \forall f \in F; i \in I_f \\ d_{if} &\geq 0 & \forall f \in F; i \in I_f \\ D_i &\geq 0 & \forall i \in I; \\ v_{ik} &\geq 0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\ g_{ik} &\geq 0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\ z_{ik} &\in \{0, 1\} & \forall k \in K; i \in I_k; \\ u_{ijk} &\in \{0, 1\} & \forall k \in K; i, j \in I_k \mid i < j; \end{aligned}$$

Bei Anwendung des Modells H' auf das vorstehende Beispiel ($\rightarrow$ Beispiel H') kommt es - im Vergleich zur Lösung von Modell H (vgl. ABB. 24) - zu keinem (wesentlich)³⁰³⁾ neuen Auftragsfolgeplan, was der konkreten Beispielsituation zuzuschreiben sein mag.

Die Entkoppelung von g_{ik} und h_{ik} bietet z.B. die weitergehende Möglichkeit, vorgegebene Zeitintervalle zu berücksichtigen, innerhalb derer einzelne Maschinen nicht an der Bearbeitung der Aufträge beteiligt werden sollen. Es ist durchaus denkbar, daß die dem Unternehmen zur Verfügung stehenden Maschinen in regelmäßigen Abständen gewartet werden müssen, daß Maschinen für andere Zwecke als zur (regulären) Leistungserstellung genutzt werden (z.B. Sonderanfertigungen; Bereitstellung zur Berufsausbildung) etc.. Steht für eine Maschine während des gesamten Planungszeitraumes (vorab) eine anderweitige Verwendungsabsicht fest, ist deren Berücksichtigung im Rahmen der Auftragsfolgeplanung nicht sinnvoll. Steht eine Maschine hingegen nur für ausgewählte Teilperioden zur Auftragsbearbeitung zur Verfügung, ist zu prüfen, ob ihr Einsatz im Leistungsprozeß in den restlichen Teilperioden zu einem verbesserten Zielfunktionswert führt. Zur Abbildung dieser Planungssituation werden die folgenden neuen Symbole benötigt:

- $\underline{t}_k$:= Zeitpunkt, ab dem Maschinentyp k für eine Auftragsbearbeitung nicht zur Verfügung steht
- $\overline{t}_k$:= Zeitpunkt, bis zu dem Maschinentyp k für eine Auftragsbearbeitung nicht zur Verfügung steht
- K' := $\{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der vom Beginn des Planungszeitraumes bis zum Zeitpunkt } \underline{t}_k \text{ für eine Auftragsbearbeitung nicht zur Verfügung steht}\}$
- K'' := $\{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der ab dem Zeitpunkt } \underline{t}_k \text{ bis zum Ende des Planungszeitraumes für eine Auftragsbearbeitung nicht zur Verfügung steht}\}$
- K''' := $\{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der zwischen dem Zeitpunkt } \underline{t}_k \text{ und dem Zeitpunkt } \overline{t}_k \text{ für eine Auftragsbearbeitung nicht zur Verfügung steht}\}$
- u_{ik} := Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn mit der Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k erst nach dem Zeitpunkt $\underline{t}_k$ begonnen wird; sonst den Wert 0

Spezifische Annahmen der folgenden Darstellungen seien erstens, daß zu Beginn der Planung bekannt ist, welche Maschinen wie lange und von wann bis wann nicht für die Bearbeitung der Aufträge zur Verfügung stehen. (Alternativ hierzu wäre eine Situation denkbar, bei der die zeitliche Festlegung einer z.B. 2-perioden Wartungszeit für Maschine k Gegenstand der Planung ist.³⁰⁴⁾) Zweitens wird angenommen, daß diese 'gesperrten' Zeiteinheiten ganze Teilperioden umfassen, d.h., $\underline{t}_k$ und $\overline{t}_k$ dürfen ebenfalls nur ganzzahlige Werte annehmen, und daß sich ihre Lage an der Periodeneinteilung des Planungszeitraumes orientiert. Drittens wird davon ausgegangen, daß jede Maschine innerhalb des Planungszeitraumes höchstens für ein ein-

303) Gemäß Modell H' wird anstelle von Maschine k = 2 Maschine k = 5 an der Bearbeitung des Auftrages i = 3 beteiligt. Der Rest ist unverändert.

304) Dies könnte planungstechnisch z.B. als 'Wartungsauftrag' behandelt werden.

ziges Zeitintervall aus zusammenhängenden Teilperioden für eine Auftragsbearbeitung nicht bereitgestellt werden kann.³⁰⁵⁾

Die formale Abbildung von für die Auftragsbearbeitung 'gesperrten' Teilperioden wird nach deren Lage im Planungszeitraum unterschieden. Eine Maschine k , die nicht während des gesamten Planungszeitraumes zur Bearbeitung der Aufträge genutzt werden kann, gehört dann entweder der Menge K' , K'' oder K''' an. Zur Verdeutlichung diene die nachfolgende Abbildung:

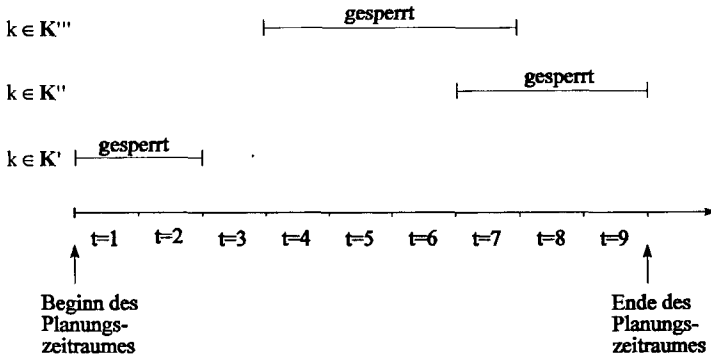


ABB. 28: Mögliche Lage von Zeitintervallen, innerhalb derer Maschinen nicht an der Auftragsbearbeitung beteiligt werden dürfen

Das Modell H'' stellt eine Erweiterung des Modells H' um folgende Restriktionen dar:

$$(H.19) \quad \bar{g}_{ik} \geq \bar{t}_k \cdot z_{ik} \quad \forall k \in K'; i \in I_k;$$

Eine Maschine $k \in K'$ steht erst ab einem späteren als dem Beginnzeitpunkt des Planungszeitraumes für eine Auftragsbearbeitung zur Verfügung. Soll ein Auftrag i also auf dieser Maschine k bearbeitet werden ($z_{ik} = 1$), dann kann seine Bearbeitung nicht vor dem Zeitpunkt $\bar{t}_k$ beginnen. Dies muß für alle Aufträge gewährleistet werden, für die eine Bearbeitung auf Maschine k in Frage käme.

$$(H.20) \quad \bar{g}_{ik} + \frac{\bar{u}_i \cdot \bar{\zeta}_{ik} \cdot v_{ik}}{\tau} \leq \underline{t}_k \quad \forall k \in K''; i \in I_k;$$

Handelt es sich bei der betrachteten Maschine k um eine Maschine, die ab einem bestimmten Zeitpunkt bis zum Ende des Planungszeitraumes nicht zur Bearbeitung von Aufträgen eingesetzt werden kann ($k \in K''$), dann muß die Bearbeitung aller an dieser Maschine bearbeiteten Aufträge vor $\underline{t}_k$ beendet sein. Wird ein Auftrag i nicht auf Maschine k bearbeitet, wird wegen

(H.6) und (H.7) die linke Ungleichungsseite Null.

305) Ohne diese Annahme wären (u.a.) $\bar{u}_{ik}$, $\underline{t}_k$ und $\bar{t}_k$ weitergehend zu differenzieren.

$$(H.21) \quad g_{ik} + \frac{\bar{U}_i \cdot \zeta_{ik} \cdot v_{ik}}{\tau} \leq \underline{t}_k + M \cdot u_{ik} \quad \forall k \in K^m, i \in I_k;$$

$$(H.22) \quad g_{ik} + M \cdot (1 - u_{ik}) \geq \bar{t}_k \quad \forall k \in K^m, i \in I_k;$$

$$(H.23) \quad u_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K^m, i \in I_k;$$

Im Falle, daß die Maschine k im Planungszeitraum zwischen $\underline{t}_k$ und $\bar{t}_k$ nicht bereitgestellt werden kann, wird über die Implikation (H.21) - (H.23) sichergestellt, daß die Bearbeitung des Auftrags i entweder vor dem Zeitpunkt $\underline{t}_k$ abgeschlossen sein muß ((H.21) $\rightarrow u_{ik} = 0$), oder daß erst nach dem Zeitpunkt $\bar{t}_k$ mit dessen Bearbeitung begonnen wird ((H.22) $\rightarrow u_{ik} = 1$).

Wird für das Beispiel von S. 108 + 109 z.B. unterstellt, daß Maschine $k = 2$ in den ersten drei Teilperioden und Maschine $k = 5$ in den Teilperioden $t = 2$ und $t = 3$ nicht für eine Auftragsbearbeitung eingesetzt werden kann, ergibt sich folgender durchlaufzeitminimaler Auftragsfolgeplan ($\rightarrow$ Beispiel H''):

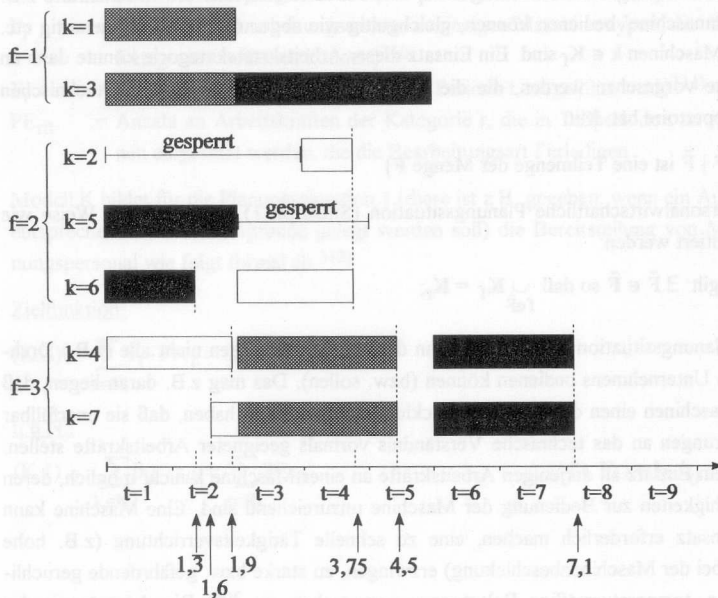


ABB. 29: Auftragsfolgeplan zu Beispiel H''

Die Durchlaufzeit des Auftrages $i = 1$ beträgt 3,75 Perioden, die des Auftrages $i = 2$ beträgt 4,5 Perioden und die des Auftrages $i = 3$ beträgt 7,1 Perioden, was zu einer Summe der Durchlaufzeiten in Höhe von 15,35 Perioden führt. Dadurch, daß die Maschinen $k = 2$ und $k = 5$ teilweise für die Bearbeitung der Aufträge nicht zur Verfügung stehen, dauert die Bearbeitung des Auftrages $i = 1$ um 0,55 Perioden länger, als im Vergleich zur Lösung gemäß Modell

H. Auf die Durchlaufzeit der anderen beiden Aufträge haben diese 'Sperrungen' keinen Einfluß.

3.3.2.2. PERSONALPLANUNG ALS FOLGEPLANUNG

Für die Personalplanung zur Deckung eines sich aus der Auftragsfolgeplanung bei selektiver Maschinenanpassung ergebenden Bedarfes an Maschinenbedienungspersonal, eröffnen sich aufgrund der Einführung des zusätzlichen Index f unterschiedliche Abbildungsmöglichkeiten. Mußte in den vorherigen Modellen eine Koppelung nur zwischen k und r hergestellt werden, kommt nun auch der Index f hinzu. Und je nachdem, wie das Verhältnis der beiden Indexmengen K_f und K_r zueinander ist, werden unterschiedliche Varianten der Abstimmung zwischen Personalbedarf und Personalausstattung möglich bzw. nötig.

Das Verwendungsspektrum K_r zeigt an, welche Maschinentypen von der Arbeitskräftekategorie r bedient werden können. Stellen sich die bisher verwendeten Mengen K_r für alle $r \in R$ jeweils nur als Kombination aus den Mengen K_f dar, bedeutet dies, daß die Arbeitskräfte z.B. den Typ 'Drehmaschine' bedienen können, gleichgültig wie abgenutzt, technisch neuartig etc. die einzelnen Maschinen $k \in K_f$ sind. Ein Einsatz dieser Arbeitskräftekategorie könnte dann an jeder Maschine vorgesehen werden, die die Bearbeitungsart 'Drehen' in ihrem technischen Ausführungsrepertoire hat. Mit

$$\tilde{F} := \{ \tilde{F} \mid \tilde{F} \text{ ist eine Teilmenge der Menge } F \}$$

kann diese personalwirtschaftliche Planungssituation (Situation 1) in idealisierter Weise wie folgt formal notiert werden:

Für alle $r \in R$ gilt: $\exists \tilde{F} \in \tilde{F}$ so daß $\bigcup_{f \in \tilde{F}} K_f = K_r$,

Eine andere Planungssituation ergibt sich, wenn die Arbeitskräfte eben nicht alle (z.B.) Drehmaschinen des Unternehmens bedienen können (bzw. sollen). Das mag z.B. daran liegen, daß neuere Drehmaschinen einen derartigen Entwicklungsstand erreicht haben, daß sie unerfüllbar hohe Anforderungen an das technische Verständnis vormals geeigneter Arbeitskräfte stellen. Ebenso wäre ein Einsatz all derjenigen Arbeitskräfte an einer Maschine k nicht möglich, deren physischen Fähigkeiten zur Bedienung der Maschine unzureichend sind. Eine Maschine kann zuviel Krafteinsatz erforderlich machen, eine zu schnelle Tätigkeitsverrichtung (z.B. hohe Taktfrequenz bei der Maschinenbeschickung) erzwingen, zu starke bzw. gefährdende geruchliche, akustische, temperaturmäßige Belastungen verursachen etc.³⁰⁶⁾ Die Ausprägung der Mengen K_r kann aber u.a. auch Ausfluß personalpolitischer Überlegungen sein: Der Einsatz von Arbeitskräften einer Kategorie an einer bestimmten Maschine soll - obwohl möglich - z.B. deshalb nicht vorgesehen werden, weil das Zusammenarbeiten mit Kunden, Lieferanten, Kollegen etc. Probleme mit sich bringen würde. Des weiteren kann z.B. auch die Tatsache, daß

306) Hier sind insbesondere gesetzliche Vorschriften zum Schutz besonderer Arbeitnehmergruppen (z.B. ältere Arbeitnehmer, Jugendliche, werdende Mütter etc.) zu beachten.

Arbeitskräfte nach ihrer Qualifikation entlohnt werden, dafür verantwortlich sein, daß das Bereitstellungsspektrum bestimmter Arbeitskräftekategorie eingeengt wird ('Spezialistenverschleiß'). Allgemein gilt also, daß zahlreiche Faktoren des Arbeitsfeldes und des Arbeitsumfeldes³⁰⁷⁾ sowie die spezifischen Merkmale der jeweiligen Arbeitskräftekategorie die Mengen K_r determinieren. Im Gegensatz zur Situation 1 ist die soeben geschilderte personalwirtschaftliche Planungssituation (Situation 2) wie folgt zu beschreiben:³⁰⁸⁾

Für alle $r \in R$ und $\tilde{F} \in \tilde{F}$ gilt: $\bigcup_{f \in \tilde{F}} K_f \neq K_r$;

Im weiteren wird für jede der beiden skizzierten Planungssituationen ein Entscheidungsmodell vorgestellt, mit dem die jeweilige gehaltskostenminimale Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal gesteuert werden kann. Zur Abbildung der Situation 1 sollen u.a. die folgenden neuen Symbole gelten:

- R_f := {r | r ist eine Arbeitskräftekategorie, die all diejenigen Maschinen bedienen kann, die die Bearbeitungsart f in ihrem technischen Ausführungsrepertoire haben}³⁰⁹⁾
 F_r := {f | f ist eine Bearbeitungsart von denjenigen Maschinentypen, die Arbeitskräfte der Kategorie r bedienen können}³¹⁰⁾
 F_t := {f | f ist eine Bearbeitungsart, die in Periode t ausgeführt wird}³¹¹⁾
 PE_{rft} := Anzahl an Arbeitskräften der Kategorie r, die in Teilperiode t an solchen Maschinen eingesetzt werden, die die Bearbeitungsart f erledigen

Modell K bildet für die Planungssituation 1 (diese ist z.B. gegeben, wenn ein Auftragsfolgeplan entsprechend ABB. 24 zugrunde gelegt werden soll) die Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal wie folgt formal ab:³¹²⁾

Zielfunktion:

$$(K.Z) \quad \sum_{r \in R} \Psi_r \cdot PA_r = \min!$$

u.d.N.:

$$(K.1) \quad \sum_{k \in K_f} \beta_{ik} \cdot z_{ik} = \sum_{r \in R_f} PE_{rft} \quad \forall f \in F; i \in I_f; h_{if}+1 \leq t \leq h_{if} + d_{if}$$

307) Vgl. KOSSBIEL (1994), S. 453 - 455.

308) Beide Situationen sind überprägnant, da die jeweilige Situationskennzeichnung im ersten Fall für alle $r \in R$ und im zweiten Fall zusätzlich für alle $\tilde{F} \in \tilde{F}$ gefordert wird.

309) Arbeitskräfte der Kategorie r können entweder alle Maschinentypen $k \in K_f$ bedienen oder gar keinen.

310) Diese Mengen geben letztlich diejenige Menge $\tilde{F} \in \tilde{F}$ wieder, für die gilt, daß die Vereinigungsmenge aller K_f über $f \in \tilde{F}$ mit K_r identisch ist.

311) f ist Element von F_t , wenn mindestens eine Maschine $k \in K_f$ in Periode t aktiv ist.

312) Die Symbole z_{ik} , h_{if} und d_{if} repräsentieren wieder Ergebnisse der vorgelagerten Auftragsfolgeplanung; vgl. Fußnote 112).

Um eine gewisse Konsistenz in der Darstellung zu erreichen, wird an dieser Stelle wieder auf den bereits eingeführten Bedienungskoeffizienten β_{ik} zurückgegriffen.³¹³⁾ Die konkrete Höhe des Bedarfs an Arbeitskräften zur Bedienung einer Maschine k für den Fall, daß Auftrag i auf ihr bearbeitet wird, kann aber je nach entsprechender Planungssituation entweder für alle Maschinen eines Funktionstyps f gleich groß sein ($\beta_{ik} = \beta_i \forall k \in K_f$)³¹⁴⁾ oder auch von dem jeweiligen Maschinentyp (hier: 'Zustand') abhängen. Wird hier die speziellere Abbildungsweise mittels β_{ik} gewählt, so u.a. deshalb, weil diese Formalisierung dann jederzeit auch beliebig 'aggregierte' Ausprägungen für die Bedienungskoeffizienten zuläßt - was für den umgekehrten Fall nicht gilt. Eine dreifache Indizierung (mit i , f und k) der Besetzungskoeffizienten ist unnötig, da eine Spezifizierung durch die Indizes i und k wegen der vorliegenden Verwendungseindeutigkeit der Maschinen eindeutige Rückschlüsse auf die jeweiligen Bearbeitungsarten ermöglichen. Würde der Besetzungskoeffizient nach i und f spezifiziert werden, sind - auf umgekehrtem Wege - die involvierten Maschinen zu bestimmen. Die doppelte Charakterisierung der β -Werte sowohl durch k als auch durch f würde somit eine redundante Information darstellen.

Ein Bedarf an Bedienungspersonal für Maschine k in einer Teilperiode t ergibt sich nur dann, wenn $z_{ik} = 1$, Maschine k also an der Bearbeitung des Auftrages i beteiligt wird. Zur Deckung dieses Personalbedarfs können all diejenigen Arbeitskräftekategorien r eingesetzt werden, die die Maschinen des gerade betrachteten Funktionstyps f bedienen können. Aufzustellen ist Restriktion (K.1) wiederum nur für die Teilperioden, in denen überhaupt eine Auftragsbearbeitung stattfindet.

$$(K.2) \quad \sum_{f \in F_r \cap F_t} PE_{rft} \leq PA_r \quad \forall t \in T; r \in R;$$

$$(K.3) \quad PA_r \leq \overline{PA_r^{\max}} \quad \forall r \in R;$$

$$(K.4) \quad \begin{array}{ll} PE_{rft} \geq 0 & \forall t \in T; r \in R; f \in F_r \cap F_t; \\ PA_r \geq 0 & \forall r \in R; \end{array}$$

Die Abstimmung des Personaleinsatzes mit der Personalausstattung ähnelt im formalen Aufbau der Ungleichung (B.2) auf S. 35. Inhaltlich bedeutet Restriktion (K.2): Der Einsatz von Arbeitskräften der Kategorie r bei Maschinen, die die Bearbeitungsart f ausführen, in Teilperioden, in denen diese Maschinen durch einen Auftrag belegt sind ($|F_t| \geq 1$), ist durch die dem Unternehmen zur Verfügung stehenden Arbeitskräfte dieser Kategorie begrenzt.

Zur Verdeutlichung der aufgezeigten Abstimmungserfordernisse soll wieder auf ein Beispiel zurückgegriffen werden; zugrunde gelegt wird dabei der Auftragsfolgeplan gemäß ABB. 24 In der nachfolgenden Tabelle sind die zur Bearbeitung der Aufträge $i = 1$, $i = 2$ und $i = 3$ benötigten Arbeitskräfte für je eine beteiligte Maschine angegeben (β_{ik}). (Die in TAB. 22 ausgewie-

313) Im Unterschied hierzu: "Numerically controlled (NC) machines have rapidly progressed in modern manufacturing. This means that a single worker may operate a group of machines because his main work is only loading to and unloading from machines." SHOTAKA/NAKAMURA/YAMAZAKI (1994), S. 55.

314) Dies impliziert ein ' β_{if} '.

senen Besetzungskoeffizienten werden - um eine Reduzierung der (möglichen) Datenvielfalt zu erreichen - nicht auch noch danach unterschieden, auf welcher Maschine die Bearbeitung der Art f stattfindet.):

i	k	1	3	2	5	6	4	7
	f	1		2			3	
1		-		5			4	
2		3		-			2	
3		7		4			3	

TAB. 22: (1) Angaben zu Beispiel K

Des weiteren werden Informationen darüber benötigt, welche Arbeitskräftekategorien welche Maschinentypen bedienen können, wie hoch die jeweils anfallenden Gehaltskosten sind (ψ_r) und welche kategoriespezifischen Obergrenzen ($PA_r^{\max}$) zu beachten sind:

r	k f	1	3	2	5	6	4	7	PA _r ^{max}	Ψ _r
		1		2			3			
1		X		-			-		8	2.000
2		-		-			X		7	2.000
3		X		X			-		8	3.000
4		-		X			X		6	3.000
5		X		X			X		6	4.000

TAB. 23: (2) Angaben zu Beispiel K

Unter Zugrundelegung der Beispielangaben ergibt sich der folgende gehaltskostenminimale Einsatzplan für das Maschinenbedienungspersonal (→ Beispiel K):

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
f = 1	r = 1	-	6	7	7	-	-	-	-	-
	r = 3	5	-	-	-	6	-	-	-	-
	r = 5	1	-	-	-	1	-	-	-	-
f = 2	r = 3	3	2	8	8	-	-	-	-	-
	r = 4	5	6	6	6	-	-	-	-	-
	r = 5	-	-	1	1	-	-	-	-	-
f = 3	r = 2	3	3	4	4	-	-	-	-	-
	r = 4	1	-	-	-	4	5	5	5	-
	r = 5	-	1	-	-	-	1	1	1	-

TAB. 24: Personaleinsatzplan zu Beispiel K

Dieses Beispiel sieht für die Personalausstattung $PA_1 = 7$, $PA_2 = 4$, $PA_3 = 8$, $PA_4 = 6$ und $PA_5 = 1$ vor, was zu Gehaltskosten von 68.000 Geldeinheiten führt. Die Modelllösung zeigt für jede Teilperiode lediglich den Einsatz von Arbeitskräften der Kategorie r bei Maschinen des Funktionstyps f an, die Zuordnung der Arbeitskräfte zu den einzelnen Maschinen $k \in K_f$ muß erst abgeleitet werden. Z.B. werden in $t = 2$ 8 Arbeitskräfte (2 Arbeitskräfte von $r = 3$ und 6 Arbeitskräfte von $r = 4$) bei denjenigen Maschinen eingesetzt, die die Bearbeitungsart $f = 2$ ausführen können ($K_{f=2} = \{2,5,6\}$). Laut vorgegebenem Auftragsfolgeplan (ABB. 24) sind in dieser Periode nur die Maschinen $k = 2$ und $k = 6$ durch den Auftrag $i = 3$ belegt, was ja den Personalbedarf in Höhe von $4 \cdot 2 = 8$ verursacht hat. Von den 8 bereitgestellten Arbeitskräften müssen dann jeweils 4 an diesen beiden Maschinen eingesetzt werden; ob dabei zwei Arbeitsgruppen mit je einer Arbeitskraft $r = 3$ und je drei Arbeitskräften der Art $r = 4$ oder eine Arbeitsgruppe mit ausschließlich Arbeitskräften der Art $r = 4$ und eine Arbeitsgruppe mit je zwei Arbeitskräften der Art $r = 3$ und $r = 4$ gebildet werden, obliegt gestalterischer Freiheit.

Liegt die Planungssituation 2 vor, ist ein anderes Modell (Modell L) zur Abstimmung zwischen dem Bedarf an Maschinenbedienungspersonal und der Ausstattung des Unternehmens mit verfügbaren Arbeitskräften zu wählen, das aus der Zielfunktion (K.Z), der Restriktion (K.3) und

$$(L.1) \quad \beta_{ik} \cdot z_{ik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k; h_{if} + 1 \leq t \leq h_{if} + d_{if};$$

$$(L.2) \quad \sum_{k \in K_r \cap K_t} PE_{rkt} \leq PA_r \quad \forall t \in T; r \in R;$$

$$(L.3) \quad \begin{aligned} PE_{rkt} &\geq 0 & \forall t \in T; r \in R; k \in K_r \cap K_t; \\ PA_r &\geq 0 & \forall r \in R; \end{aligned}$$

besteht. Können die Arbeitskräfte der Kategorie r nicht alle Maschinentypen $k \in K_f$ bedienen, muß hier die maschinenspezifische Zuordnungsvariable PE_{rkt} verwendet werden. Die zur Deckung des Bedarfs an Maschinenbedienungspersonal einsetzbaren Arbeitskräftekategorien sind (gemäß der idealtypischen Situation 2) für alle Maschinen eines Funktionstyps unterschiedlich, so daß eine gesonderte Abstimmung für jede einzelne Maschine k vorzunehmen ist. Auf eine Erläuterung zu den Restriktionen (L.2) und (L.3) wird unter Verweis auf S. 35 verzichtet.

In Abwandlung der ersten Teiltabelle von TAB. 23 werden die dort geltenden Möglichkeiten der Zuordnung von Arbeitskräften der Kategorie r zu Maschinen des Typs k wie folgt eingeschränkt:³¹⁵⁾

315) Die in TAB. 23 angegebenen $PA_r^{\max}$ - und ψ_r -Werte haben unverändert Gültigkeit.

r	f k	1		2			3	
		1	3	2	5	6	4	7
1		X	X	-	-	-	-	-
2		-	-	-	-	-	X	X
3		X	X	X	X	-	-	-
4		-	-	X	-	X	X	X
5		-	X	X	X	X	X	-

TAB. 25: Angaben zu Beispiel L

Die Lösung des Beispiels führt zu folgendem gehaltskostenminimalen Einsatzplan für das Maschinenbedienungspersonal (→ Beispiel L):

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
k = 1	r = 1	3	3	-	-	-	-	-	-	-
	r = 3	-	-	-	-	-	-	-	-	-
k = 3	r = 1	3	3	7	7	-	-	-	-	-
	r = 3	-	-	-	-	6	-	-	-	-
	r = 5	-	-	-	-	1	-	-	-	-
k = 2	r = 3	1	4	3	3	-	-	-	-	-
	r = 4	2	-	2	2	-	-	-	-	-
	r = 5	1	-	-	-	-	-	-	-	-
k = 5	r = 3	-	-	5	5	-	-	-	-	-
	r = 5	-	-	-	-	-	-	-	-	-
k = 6	r = 4	4	4	4	4	-	-	-	-	-
	r = 5	-	-	1	1	-	-	-	-	-
k = 4	r = 2	4	3	2	2	-	3	2	3	-
	r = 4	-	-	-	-	2	-	-	-	-
	r = 5	-	1	-	-	-	-	1	-	-
k = 7	r = 2	-	-	2	2	-	-	-	1	-
	r = 4	-	-	-	-	2	3	3	2	-

TAB. 26: Personaleinsatzplan zu Beispiel L

Trotz der eingeschränkteren Zuordnungsmöglichkeiten der Arbeitskräfte zu den Maschinen ergeben sich für dieses Beispiel die gleichen PA_r -Werte wie für Beispiel K.

Liegt die personalwirtschaftliche Planungssituation 2 vor, muß Modell L verwendet werden, liegt hingegen die Situation 1 vor, kann zwischen den beiden vorgestellten Modellen gewählt werden. Das Modell K ermöglicht je nach konkreter Beispielsituation gegenüber dem Modell L Einsparungsmöglichkeiten an Restriktionen und Variablen: Je mächtiger die Mengen K_f sind, desto weniger Restriktionen (K.1) sind (ceteris paribus) aufzustellen und je mächtiger die

Mengen K_r bzw. R_k sind, desto mehr Personaleinsatzvariablen wären gemäß Modell L zu bilden. Es ist aber auch zu bedenken, daß die Verwendung von Modell K zusätzlichen Aufwand erfordert, die erzielten Ergebnisse in praktikable Einsatzpläne zu überführen.

3.3.3. SIMULTANE AUFTRAGSFOLGE- UND PERSONALPLANUNG BEI UNIFORMEN UND HETEROGENEN PARALLELEN MASCHINEN

Im weiteren wird ein Modell (Modell M) vorgestellt, das simultan mit der Verteilung der Auftragseinheiten auf die in Frage kommenden Maschinen und der Bestimmung der zeitlichen Struktur ihrer Bearbeitung auch die Bereitstellung von Arbeitskräften zur Bedienung der relevanten Maschinen plant. Zu diesem Zweck wird das neue Symbol

x_{tif} = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i in Teilperiode t eine Bearbeitung der Art f erfährt; sonst den Wert 0

eingeführt und das Ausgangsmodell (Modell H, jedoch ohne Restriktion (H.12)) zur Auftragsfolgeplanung bei selektiver Maschinenanpassung wie folgt erweitert:

$$(M.1) \quad t - h_{if} + M(1 - x_{tif}) \geq 1 - \varepsilon \quad \forall t \in T; f \in F; i \in I_f$$

$$(M.2) \quad t - (h_{if} + d_{if}) - M(1 - x_{tif}) \leq 1 - \varepsilon \quad \forall t \in T; f \in F; i \in I_f$$

$$(M.3) \quad \sum_{t \in T} x_{tif} \geq d_{if} \quad \forall f \in F; i \in I_f$$

Das Zusammenspiel dieses Teilrestriktionensystems steuert die Ausprägung der x_{tif} -Variablen. Für jedes $t \in T$ wird zunächst geprüft, ob zu Beginn dieser Teilperiode mit der Bearbeitung der Art f an Auftrag i begonnen wird. In Perioden, in denen $h_{if} \geq t$ gilt, ist die Restriktion (M.1) nur für $x_{tif} = 0$ erfüllt. Gilt hingegen $h_{if} < t$, dann wird (M.1) sowohl durch $x_{tif} = 0$ als auch durch $x_{tif} = 1$ erfüllt. Soll beispielsweise mit der Bearbeitung der Art f an Auftrag i in der vierten Teilperiode begonnen werden ($h_{if} = 3$), dann gilt für die Ausprägungsmöglichkeiten der Variablen x_{tif} gemäß (M.1):

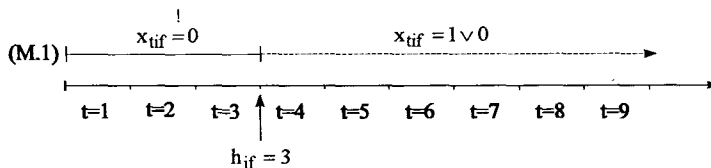


ABB. 30: Wirkungsweise der Restriktion (M.1)

In Analogie zu (M.1) wird über die Ungleichung (M.2) ermittelt, ob die Bearbeitung der Art f an Auftrag i in Teilperiode t abgeschlossen wird. Restriktion (M.2) steuert dabei für $t > h_{if} + d_{if}$ (im Falle: $d_{if} \in \mathbb{N}_0$) bzw. für $t > \lceil h_{if} + d_{if} + 1 \rceil$ (im Falle: $d_{if} \notin \mathbb{N}_0$), daß x_{tif} den Wert 0

annehmen muß.³¹⁶⁾ Gilt $t \leq h_{if} + d_{if}$ falls $d_{if} \in \mathbb{N}_0$ bzw. $t \leq \lceil h_{if} + d_{if} + 1 \rceil$ falls $d_{if} \notin \mathbb{N}_0$, so kann x_{tif} den Wert 0 oder aber auch den Wert 1 annehmen.³¹⁷⁾ Wird das Ende der Bearbeitung der Art f an Auftrag i z.B. in der sechsten Teilperiode erreicht ($h_{if} + d_{if} = 5,8$), sind folgende Ausprägungen der x_{tif} -Variablen möglich:

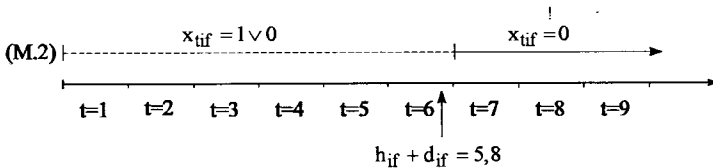


ABB. 31: Wirkungsweise der Restriktion (M.2)

Um zu verhindern, daß den x_{tif} -Variablen in denjenigen Teilperioden t , in denen $h_{if} < t \leq h_{if} + d_{if}$ bzw. $h_{if} < t \leq \lceil h_{if} + d_{if} + 1 \rceil$ gilt, der Wert 0 zugewiesen wird, wird Restriktion (M.3) benötigt. Sie fordert, daß mindestens soviele x_{tif} -Variablen gleich Eins werden, wie die Bearbeitung des Auftrages i in Bezug auf die Bearbeitungsart f dauert.

Für die vorliegende Modellsituation kann in den wenigsten Fällen davon ausgegangen werden, daß sich ganzzahlige d_{if} -Variablen ergeben. Nur über die Formulierung der Restriktion (M.3) als Ungleichung ist eine zulässige Koppelung zwischen dem binären Variablentyp x_{tif} und dem kontinuierlichen Variablentyp d_{if} herzustellen: In Fällen, in denen $d_{if} \notin \mathbb{N}_0$ gilt, nimmt die linke Seite der Ungleichung bewirkt durch (M.2) den Wert der nächsthöheren ganzen Zahl von d_{if} an. Gilt hingegen $d_{if} \in \mathbb{N}_0$, so sind die rechte und die linke Seite der Ungleichung identisch. Eine Begrenzung der Anzahl an generierbaren x_{tif} -Variablen mit der Ausprägung 1 nach oben ist nicht nötig,³¹⁸⁾ da nach Beendigung der Bearbeitung der Art f an Auftrag i Restriktion (M.2) nurmehr für $x_{tif} = 0$ erfüllt ist. Die folgende Graphik zeigt die Wirkungsweise des Teilrestriktionensystems (M.1) - (M.3) zusammenfassend auf:

316) Mit der Ganzzahligkeitsfunktion kann auch für Fälle von nicht-ganzzahligen d_{if} -Werten argumentiert werden, daß das Modell eine Bearbeitung erst dann als vollständig abgeschlossen betrachtet, wenn t tatsächlich größer als die nächst größere ganze Zahl von $h_{if} + d_{if}$ ist. In Zusammenhang mit diesen Überlegungen ist auch der Definitionsbereich der h_{if} -Variablen zu sehen.

317) Wesentlich ist hierbei, daß ϵ so hinreichend klein gewählt wird, daß für alle Bearbeitungsarten $f \in F$ und alle Aufträge $i \in I_f$ gilt, daß deren jeweilige Bearbeitungsdauer d_{if} (falls $d_{if} \notin \mathbb{N}_0$) abzüglich $\lceil d_{if} \rceil$ - also der nicht-ganzzahlige Rest der spezifischen Bearbeitungsdauern - nicht kleiner ist als eben dieses ϵ .

318) Es wird keine Restriktion der Art $\sum_{t \in T} x_{tif} \leq \dots$ (vgl. z.B. Restriktion (S.4) S. 155) benötigt.

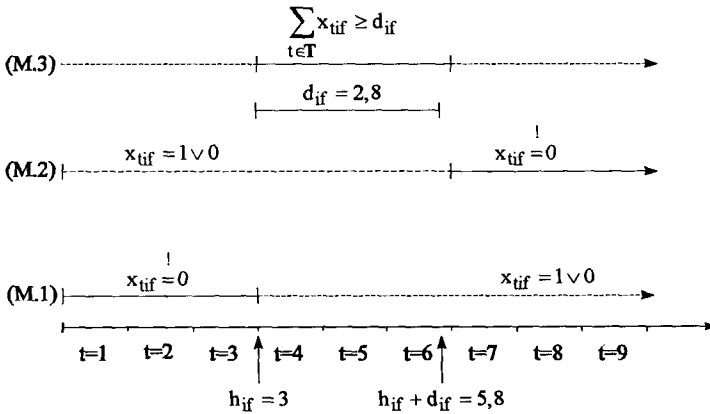


ABB. 32: Wirkungsweise der Restriktionen (M.1) - (M.3)

Die Bereitstellung von Arbeitskräften zur Bedienung einer Maschine k ist nur in denjenigen Teilperioden vorzusehen, in denen diese Maschine auch an der Bearbeitung der Aufträge beteiligt ist. Demzufolge ist zu prüfen, ob in Periode t sowohl eine Bearbeitung der Art f des Auftrages i stattfindet ($x_{tif} = 1$) als auch ob die betrachtete Maschine an dem Produktionsprozeß beteiligt ist ($z_{ik} = 1$). Zur Erfassung dieses Sachverhalts wird formuliert:

$$(M.4) \quad x_{tif} + z_{ik} - y_{tik} \leq 1 \quad \forall t \in T; f \in F; k \in K_f; i \in I_k;$$

$$(M.5) \quad x_{tif} + z_{ik} - 2 \cdot y_{tik} \geq 0 \quad \forall t \in T; f \in F; k \in K_f; i \in I_k;$$

Die vorstehenden beiden Restriktionen führen zu unterschiedlichen Ausprägungen der y_{tik} -Variablen, je nachdem, wie die Ausprägungen der x_{tif} - und der z_{ik} -Variablen sind. Hierzu zunächst folgende Tabelle, die das Zusammenwirken von (M.4) und (M.5) und die jeweiligen Konsequenzen für die y_{tik} -Variablen im Überblick aufzeigt:

	x_{tif}	z_{ik}	$(M.4) \rightarrow y_{tik}$	$(M.5) \rightarrow y_{tik}$	$(M.4) \wedge (M.5) \rightarrow y_{tik}$
1)	0	0	$0 \vee 1$	0	0
2)	1	0	$0 \vee 1$	0	0
3)	0	1	$0 \vee 1$	0	0
4)	1	1	1	$0 \vee 1$	1

TAB. 27: Mögliche y_{tik} -Ausprägungen aufgrund der Restriktionen (M.4) und (M.5)

Nur für die Konstellation 4), daß sowohl $x_{tif} = 1$ als auch $z_{ik} = 1$ gilt, wird die entsprechende y_{tik} -Variable den Wert 1 annehmen. Dies ist insofern gewollt, als nur für diese Situationen über die y_{tik} -Variable die Bereitstellung von Bedienungspersonal initiiert werden soll. In den anderen Konstellationen 1) - 3) ist in der entsprechenden Teilperiode keine Bearbeitung der Art f an

Auftrag i vorgesehen ($x_{iif} = 0$) und/oder ist die Maschine k an der Bearbeitung des Auftrages i nicht beteiligt ($v_{ik} = 0$; $(H.6) \wedge (H.7) \rightarrow z_{ik} = 0$). Eine Zuordnung von (Maschinenbedienungs-)Personal wäre in beiden Fällen unsinnig.³¹⁹⁾

$$(M.6) \quad \sum_{i \in I_k} \beta_{ik} \cdot y_{tik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall t \in T; k \in K;$$

$$(M.7) \quad \sum_{k \in K_r} PE_{rkt} \leq PA_r \quad \forall t \in T; r \in R;$$

$$(M.8) \quad PA_r \leq \overline{PA_r^{\max}} \quad \forall r \in R;$$

Über die Binärvariable y_{tik} wird die simultane Abstimmung zwischen der Planung der Auftragsfolgen und der Planung der Personalbereitstellung gewährleistet. Pro Teilperiode kann höchstens ein Auftrag $i \in I_k$ für die Bearbeitung an der Maschine k vorgesehen sein.³²⁰⁾ Indem die jeweils auftrags- und maschinenspezifischen Bedienungskoeffizienten mit den jeweiligen y_{tik} -Variablen multiplikativ verknüpft werden, wird periodenweise ein auf die einzelnen Maschinen bezogener Personalbedarf ausgewiesen, den es über den Einsatz von geeigneten Arbeitskräften der Kategorien $r \in R_k$ genau zu decken gilt (M.6).³²¹⁾ Die Dispositionsmöglichkeiten des Unternehmens hinsichtlich der periodenweisen Zuordnung von Arbeitskräften zu Maschinen werden hierbei durch die Ausstattung des Unternehmens mit Arbeitskräften der einzelnen Kategorien $r \in R$ determiniert.

$$(M.9) \quad \begin{aligned} h_{if} &\in \mathbb{N}_0 & \forall f \in F; i \in I_f \\ d_{if} &\geq 0 & \forall f \in F; i \in I_f \\ D_i &\geq 0 & \forall i \in I; \\ v_{ik} &\geq 0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\ PE_{rkt} &\geq 0 & \forall t \in T; r \in R; k \in K_r; \\ PA_r &\geq 0 & \forall r \in R; \\ z_{ik} &\in \{0,1\} & \forall k \in K; i \in I_k; \\ u_{ijf} &\in \{0,1\} & \forall f \in F; i,j \in I_f \mid i < j; \\ x_{tif} &\in \{0,1\} & \forall t \in T; f \in F; i \in I_f; \\ y_{tik} &\in \{0,1\} & \forall t \in T; k \in K; i \in I_k; \end{aligned}$$

Der vorstehende Restriktionstyp (M.9) ersetzt die Nichtnegativitätsbedingungen (H.12) von Modell H.

319) Für das Modell H' wäre anstelle von (M.1) - (M.5) zu formulieren:

$$(M.1') \quad t - g_{ik} + M \cdot (1 - y_{tik}) \geq 1 - \varepsilon \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

$$(M.2') \quad t - (g_{ik} + \frac{U_i \cdot \zeta_{ik} \cdot v_{ik}}{\tau}) - M \cdot (1 - y_{tik}) \leq 1 - \varepsilon \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

$$(M.3') \quad \sum_{t \in T} y_{tik} \geq \frac{U_i \cdot \zeta_{ik} \cdot v_{ik}}{\tau} \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

320) Basierend auf dieser Überlegung kann durch die Erfassung die Summationsvorschrift über i in (M.6) die Anzahl an aufzustellenden Restriktionen reduziert werden.

321) Eine für Periode t geplante Zuordnung von Arbeitskräften zu Maschinen besteht für die gesamte Periodenlänge, so daß für nicht-ganzzahlige Bearbeitungsdauern d_{if} personelle Überdeckungen auftreten.

4. ARTMÄßIGE FLEXIBILISIERUNG DER MASCHINENAUSSTATTUNG IN MODELLEN ZUR AUFTRAGSFOLGE- UND PERSONALPLANUNG

4.1. SYSTEMATISIERUNG ARTMÄßIG FLEXIBILISierter MASCHINENAUSSTATTUNGEN

Ebenso wie der Umfang der Maschinenausstattung ist auch deren artmäßige Zusammensetzung für die Ausgestaltungsmöglichkeiten und Ausgestaltungsnöwendigkeiten einer Auftragsfolgeplanung von großer Bedeutung. Die einem Unternehmen zur Verfügung stehenden Maschinen könnten im Unterschied zu den bisher betrachteten Maschinen(ausstattungs)situationen nämlich z.B. auch multifunktional sein und/oder mit unterschiedlichen Intensitäten genutzt werden.³²²⁾ Liegt mindestens einer dieser beiden Aspekte vor, d.h., sind in Bezug auf die Merkmale 'ausführbare Bearbeitungsarten' und 'nutzbare Intensitätsstufen' Mehrdeutigkeiten gegeben, wird hier von artmäßiger Flexibilisierung gesprochen.

Für die weiteren Betrachtungen gelten die grundsätzlichen Annahmen, daß von jedem Maschinentyp k jeweils nur eine einzige Maschine verfügbar ist ($A_k = 1 \forall k \in K$) und daß zeitliche Anpassungsmöglichkeiten nicht betrachtet werden. In Bezug auf das Merkmal 'bereitstellbare Maschinentypen' ist folgendes festzuhalten: Wird die Situation betrachtet, daß das Unternehmen über Mehrzweckmaschinen verfügt ($|F_k| > 1 \forall k \in K$), aber für jede Bearbeitungsart jeweils nur eine Maschine in Betracht kommt ($|K_f| = 1 \forall f \in F$)³²³⁾, dann werden die mehrdeutigen Verwendungsmöglichkeiten der Maschinen über Gebühr eingeschränkt,³²⁴⁾ - zumal dieser Spezialfall auch aus dem allgemeineren Fall abgeleitet werden kann. Die nachfolgende Tabelle zeigt, welche Situationen sich ergeben, wenn unterschiedliche Ausprägungen (Mächtigkeiten) der Mengen F_k (Funktionalitätsspektrum) und S_k (Intensitätsspektrum) betrachtet werden:

322) Zu Merkmalen, hinsichtlich derer sich die Art von Maschinen kennzeichnen läßt, vgl. folgendes Zitat: "Das Maß an qualitativem Niveau der produktiven Faktoren zeigt sich in der Höhe arbeitstechnischer und organisatorischer Befähigung, in der Präzision, Arbeitsgeschwindigkeit und Kraftleistung der Betriebsmittel, den Werkstoffeigenschaften u.a. Jeder Faktor stellt also ein gewisses qualitatives Potential dar, eine Art von qualitativer Kapazität und Leistungsfähigkeit." GUTENBERG (1983), S. 402.

323) Es liegt der Fall der Bereitstellungsein- und Verwendungsmehrdeutigkeit vor.

324) In einem k - f -Tableau ist spaltenweise jeweils nur einmal 'Zuordnung möglich'.

	$ S_k = 1 \ \forall k \in K$	$ S_k > 1 \ \forall k \in K$
$ F_k = 1 \ \forall k \in K$ und $ K_f = 1 \ \forall f \in F$	1) Grundmodelle zum Job-Shop-Scheduling	3) intensitätsmäßige Maschinenanpassung
$ F_k > 1 \ \forall k \in K$ und $ K_f > 1 \ \forall f \in F$	2) qualitative Maschinenanpassung	4) kombinierte qualitative und intensitätsmäßige Maschinenanpassung

TAB. 28: Mögliche Kombinationen von $|F_k|$ (mit $|K_f|$) und $|S_k|$

- Zu 1): Diese erste Kombination entspricht wieder der Ausgangssituation, wie sie den Grundmodellen zum Job-Shop-Scheduling zugrunde gelegt wird.
- Zu 2): Wird von Verwendungsmehrdeutigkeit der Maschinen und Bereitstellungsmehrdeutigkeit in Bezug auf die Bearbeitungsarten ausgegangen und ferner unterstellt, daß die Maschinen nicht in unterschiedlichen Intensitäten genutzt werden können, wird diese Situation mit dem Etikett 'qualitative Maschinenanpassung' belegt. Denn die einzelnen Maschinen können je nach Bedarf zur Durchführung unterschiedlicher Bearbeitungsarten herangezogen werden, wodurch sich für die Bereitstellung von Maschinenkapazitäten aus qualitativer Sicht zusätzliche Freiheitsgrade eröffnen.
- Zu 3): Die Planungssituation 3) wird zum einen durch Verwendungseindeutigkeit der Maschinen und durch Bereitstellungseindeutigkeit in Bezug auf die Bearbeitungsarten gekennzeichnet.³²⁵⁾ Zum anderen können die an den Maschinen tatsächlich zu realisierenden Output-Input-Relationen - gemessen in bearbeiteten Auftragsseinheiten pro Bezugszeitraum - im Rahmen der Planung festgelegt werden. Damit geht einher, daß die Dauer der Auftragsbearbeitung (ceteris paribus) davon abhängt, welche Intensitätsstufe $s \in S_k$ für die Bearbeitung gewählt wurde. Die Festlegung von Intensitätsstufen $s \in S_k$, in denen die einzelnen Aufträge bearbeitet werden sollen, beruht auf intensitätsmäßigen Anpassungsmöglichkeiten der Maschinen.
- Zu 4): Die allgemeinste Form der artmäßigen Flexibilisierung der Maschinenausstattung ist die kombinierte qualitative und intensitätsmäßige Maschinenanpassung. Bei dieser Planungssituation werden in zwei Merkmalen der Maschinenausstattung Mehrdeutigkeiten zugelassen, so daß sie keine typologische Situation gemäß S. 61 + 62 darstellt.

Nur die beiden 'reinen' Planungssituationen 2) und 3) sind Untersuchungsgegenstand der nachfolgenden Gliederungspunkte 4.2. und 4.3..

325) Aus diesem Grund ist der Verzicht auf den Index f möglich.

4.2. MODELLE ZUR QUALITATIVEN MASCHINENANPASSUNG

4.2.1. KENNZEICHNUNG DER MODELLSITUATION

Qualitative Maschinenanpassung wird entsprechend der in 2.5. eingeführten Systematik dann möglich, wenn die Maschinen eines Unternehmens zwar multifunktional einsetzbar, gleichzeitig aber intensitätsmäßig nicht variierbar sind.³²⁶⁾ In solchen Planungssituationen besteht die Möglichkeit, die vielseitige Verwendbarkeit (Funktionalität) der Maschinen dahingehend zu nutzen, die bereitzustellenden Maschinenkapazitäten dem qualitativ variierenden Bedarf 'ad hoc' anzupassen. Aus der Menge der von einer Maschine durchführbaren Bearbeitungsarten kann ihr im Rahmen der Planung jeweils diejenige zugeordnet werden, die für die Auftragsbearbeitung gerade benötigt wird. Somit liegt eine Auswahlmöglichkeit ($\hat{=}$ Flexibilität) darüber vor, in welcher(n) Bearbeitungsart(en) die einzelnen Maschinen aktiv werden sollen.

Im Unterschied zu vorherigen Planungssituationen werden hier nun für die an den Aufträgen durchzuführenden unterschiedlichen Bearbeitungen Maschinen bereitgestellt, die - entsprechend ihrem technischen Ausführungsrepertoire - in alternativen Bearbeitungsmodi eingesetzt werden können. Das Ergebnis der Planung kann aber trotzdem vorsehen, daß einzelne Maschinen nicht in der gesamten Breite ihres Funktionalitätsspektrums genutzt werden, sondern im Extremfall (z.B. um Übungseffekte zu nutzen, Rüstkosten einzusparen etc.) nur in einer einzigen Bearbeitungsart. Eine so erreichte Spezialisierung der Maschinen kann einerseits restriktionsbedingte Ursachen haben (vgl. Modell N"; S. 146), sich andererseits aber auch aufgrund der Beispieldaten ergeben (vgl. ABB. 34; S. 145). Im Gegensatz zu Einzweckmaschinen, die ausschließlich unifunktional einsetzbar sind, werden spezialisierte Mehrzweckmaschinen entgegen ihrer Multifunktionalität mehr oder minder erzwungenermaßen im Planungszeitraum unifunktional genutzt.

Für die im weiteren vorzustellenden Modelle der Auftragsfolgeplanung bei qualitativer Maschinenanpassung werden insbesondere folgende einschränkende Annahmen getroffen:

- Die dem betrachteten Unternehmen zur Verfügung stehenden Maschinen sind sowohl mehrdeutig hinsichtlich ihrer Verwendung (Mehrzweckmaschinen) als auch z.T. unterschiedlich, was die benötigten Zeiteinheiten zur Bearbeitung einer Auftragsseinheit in Bezug auf die Bearbeitungsart f betrifft. Wie lange eine Bearbeitung der Art f an Auftrag i dauert, hängt also davon ab, auf welcher Maschine k die Bearbeitung stattfindet.³²⁷⁾
- Der Wechsel ('Umschalten') von einer von Maschine k ausführbaren Bearbeitungsart f in eine andere Bearbeitungsart g ($f, g \in F_k$) sei jederzeit problemlos und ohne Zeitverzug

326) Zur Auftragsfolgeplanung bei Mehrzweckmaschinen vgl. insbesondere JURISCH (1992) aber auch BRUCKER (1995), S. 284 - 305, BRUCKER/SCHLIE (1990) und DOMSCHKE/SCHOLL/VOß (1993), S. 392.

327) Dies ist das Kennzeichen eines 'flexible job-shop'-Problems; vgl. Fußnote 269).

möglich. Ganz gleichgültig, welche 'Auftragsfolgen'³²⁸⁾ Ergebnis der Planung sind, müssen damit also keine Rüstzeiten, Reinigungszeiten etc. berücksichtigt werden. Auch sollen mit diesen Vorgängen eventuell in Zusammenhang stehende Kosten vernachlässigt werden.

- Die Qualität der Auftragsbearbeitung sei unabhängig davon, auf welcher Maschine die einzelnen Bearbeitungsarten f tatsächlich ausgeführt werden. Ferner ist davon auszugehen, daß die mit der Auftragsbearbeitung verbundenen Materialverbräuche für jede Maschine gleich seien, die zur Bearbeitung der Art f in Frage kommt.
- Die Aufträge sollen so beschaffen sein, daß ihre Bearbeitung (in Bezug auf die einzelnen Bearbeitungsarten) prinzipiell an jeder Maschine möglich ist, die die betrachtete Bearbeitungsart f ausführen kann. (Wird über alle $f \in F_k$ die Vereinigungsmenge der Indexmengen I_f gebildet, dann ergibt sich die Menge I_k , die nicht weitergehend eingeschränkt sein soll.)
- Die Aufträge sind jeweils in Gänze und ohne Unterbrechung³²⁹⁾ in Bezug auf die einzelnen Bearbeitungsarten auf genau einem Maschinentyp zu bearbeiten, d.h., zeitliche und mengenmäßige Auftragsplittung wird ausgeschlossen.
- Jede Maschine kann in einer Teilperiode die Bearbeitung höchstens einer Bearbeitungsart an höchstens einem Auftrag durchführen.

In Bezug auf die in 2.1. dargelegten Annahmen zur Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal werden an dieser Stelle keine anderweitigen Festsetzungen vorgenommen.

4.2.2. SUKZESSIVE AUFTRAGSFOLGE- UND PERSONALPLANUNG BEI MEHRZWECKMASCHINEN

4.2.2.1. AUFTRAGSFOLGEPLANUNG ALS INITIALPLANUNG

4.2.2.1.1. AUSGANGSMODELL

Für die Planungssituation der qualitativen Maschinenanpassung soll im weiteren ein (gemischt-)ganzzahliges Entscheidungsmodell entwickelt werden, das die Zuordnung der zu bearbeitenden Aufträge zu den Mehrzweckmaschinen des Unternehmens ermöglicht und gleichzeitig ausweist, um welche Art von Bearbeitung es sich jeweils handelt. Da per Annahme davon ausgegangen wird, daß keinerlei Adaptionmaßnahmen ergriffen werden müssen, wenn auf einer Maschine zeitlich direkt hintereinander Bearbeitungen unterschiedlicher Art durchgeführt werden, ist aus inhaltlicher Sicht lediglich zu fordern, daß die Bearbeitungsfolgen der Aufträge eingehalten werden und jede Maschine in einer Periode höchstens einen Auftrag bearbeitet. Die Zuordnung der zu bearbeitenden Operationen $[if]$ zu den zur Verfügung stehenden Maschinen

328) Bei derartigen 'Auftragsfolgen' muß es sich nicht nur um wohl zu unterscheidende Aufträge i und j handeln, da ein Teilausschnitt einer möglichen Auftragsfolge (z.B. '... $[if]$, $[ig]$...') auch nur einen Auftrag betreffen kann.

329) Die Auftragsbearbeitung darf für eine zwischenzeitliche Bearbeitung eines anderen Auftrages nicht unterbrochen werden. Zeitgleiche Wartezeiten des Auftrages und Leerzeiten der Maschine sind zwar möglich, wegen der zugrunde gelegten Zielsetzung aber eher unwahrscheinlich.

wird darüber hinaus nur durch die (auch diesem Modell zugrunde gelegte) Zielsetzung 'Minimierung der Summe der Durchlaufzeiten' bestimmt.

Unter Beachtung der (inhaltlich erweiterten) Symbole

- $\overline{d_{ifk}}$:= gegebene Bearbeitungsdauer des Auftrages i auf Maschinentyp k hinsichtlich der Bearbeitungsart f
- w_{ifk} := Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i eine Bearbeitung der Art f auf Maschinentyp k erfährt; sonst den Wert 0
- g_{ifk} := Variable, die nur in Kombination mit der Binärvariablen w_{ifk} semantisch eindeutig definiert werden kann, und zwar:
- falls $w_{ifk} = 1$, gibt g_{ifk} den Bearbeitungsbeginn des Auftrages i auf Maschinentyp k hinsichtlich der Bearbeitungsart f an
 - falls $w_{ifk} = 0$ (restriktionsbedingt impliziert dies $g_{ifk} = 0$), findet eine Bearbeitung des Auftrages i auf Maschinentyp k hinsichtlich der Bearbeitungsart f nicht statt
- u_{ifjgk} := Binärvariable, die nur in Kombination mit w_{ifk} und w_{jgk} semantisch eindeutig definiert werden kann, und zwar:
- für $w_{ifk} = 1$ und $w_{jgk} = 1$ nimmt u_{ifjgk} den Wert 1 an, wenn die Operation [if] zeitlich vor der Operation [jg] auf Maschinentyp k bearbeitet wird; sonst den Wert 0
 - für $w_{ifk} = 0$ und $w_{jgk} = 1$ bzw. $w_{ifk} = 1$ und $w_{jgk} = 0$ bzw. $w_{ifk} = 0$ und $w_{jgk} = 0$ ist u_{ifjgk} nicht interpretationsfähig

wird das Ausgangsmodell (Modell N)³³⁰⁾ zur Auftragsfolgeplanung bei qualitativer Maschinenanpassung wie folgt aufgebaut:³³¹⁾

Zielfunktion:

$$(N.Z) \quad \sum_{i=1}^I D_i = \min!$$

u.d.N.:

$$(N.1) \quad h_{if} + d_{if} \leq h_{if'} \quad \forall i \in I; f' = f(\varphi_i) \text{ und } f'' = f(\varphi_i+1) \text{ mit } \varphi_i = 1, \dots, \Phi_i - 1;$$

$$(N.2) \quad h_{if} + d_{if} \leq D_i \quad \forall i \in I; f' = f(\varphi_i) \text{ mit } \varphi_i = \Phi_i;$$

330) Vgl. auch die inhaltlich artverwandten Modelle von JIANG/HSIAO (1994) und von PAULLI (1993), S. 3 - 4.

Das Modell von SHERALI/SARIN/DESAI (1990) arbeitet mit vorgegebenen 'alternate routing combination', aus denen für jeden Auftrag genau eine auszuwählen ist.

331) Für den 2-Auftrags-Fall bieten BRÜCKER/SCHLIE (1990) (hierzu vgl. auch JURISCH (1995)) einen polynomialen Algorithmus zur Lösung des Job-Shop-Problems mit Mehrzweckmaschinen an. Zu weiteren Lösungsalgorithmen vgl. HURINK/JURISCH/THOLE (1994); JURISCH (1992), S. 38 - 81.

Die Restriktionen (N.1) und (N.2) gewährleisten für jeden Auftrag $i \in I$ die Einhaltung der spezifischen Bearbeitungsfolgen (vgl. auch S. 103). Weiter ist zu formulieren:

$$(N.3) \quad \sum_{k \in K_f} w_{ifk} = 1 \quad \forall f \in F; i \in I_f$$

Für jeden Auftrag muß sichergestellt werden, daß alle an dem Auftrag auszuführenden Bearbeitungsarten auch erledigt werden. Zur Erledigung der einzelnen Bearbeitungsarten kommen dabei jeweils immer diejenigen Maschinen k in Betracht, die die betrachtete Bearbeitungsart f auch in ihrem technischen Ausführungsrepertoire haben. Restriktion (N.3) bewirkt, daß in Bezug auf jede Bearbeitungsart, jeder Auftrag, der diese entsprechende Bearbeitung erfahren muß ($i \in I_f$), einer Maschine $k \in K_f$ zugewiesen wird.

$$(N.4) \quad d_{if} = \sum_{k \in K_f} \overline{d_{ifk}} \cdot w_{ifk} \quad \forall f \in F; i \in I_f$$

Die Bearbeitungsdauer d_{if} ist mit demjenigen $\overline{d_{ifk}}$ -Wert identisch, dessen entsprechende w_{ifk} -Variable (vgl. (N.3)) den Wert Eins annimmt. (Die Definitionsgleichung (N.4) ist für den Modellaufbau zwar nicht maßgebend, erleichtert aber das Verständnis (und auch die Konstruktion)³³²⁾ des Modells.) In dem nach Auftrag i , Bearbeitungsart f und Maschinentyp k spezifizierten Koeffizienten $\overline{d_{ifk}}$ kommt die unterschiedliche 'Geeignetheit' der einzelnen Maschinen für die Bearbeitung der von ihr ausführbaren Bearbeitungsarten hinsichtlich der einzelnen Aufträge zum Ausdruck; damit bieten sich einzelne Maschinen mehr für die Erledigung bestimmter Operationen [if] an als andere.

$$(N.5) \quad g_{ifk} \leq M \cdot w_{ifk} \quad \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k$$

$$(N.6) \quad g_{ifk} + M \cdot (1 - w_{ifk}) \geq h_{if} \quad \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k$$

$$(N.7) \quad g_{ifk} - M \cdot (1 - w_{ifk}) \leq h_{if} \quad \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k$$

Zusätzlich zu den h_{if} -Variablen werden die g_{ifk} -Variablen benötigt, da sie für diejenigen Fälle, in denen die entsprechende w_{ifk} -Variable den Wert Eins annimmt, nicht nur die zeitliche Struktur der Auftragsbearbeitung hinsichtlich der einzelnen Bearbeitungsarten abbilden,³³³⁾ sondern die Auftrags-Maschinen-Zuordnungen sowie die zeitliche Bearbeitungsstruktur in Bezug auf die Maschinen und die Bearbeitungsarten anzeigen. (Die inhaltlich sinnvolle Interpretation von g_{ifk} ist dabei nur in direkter Verbindung mit der jeweiligen w_{ifk} -Variablen zu leisten: Für $w_{ifk} = 1$ zeigt g_{ifk} den 'Bearbeitungsbeginn der Bearbeitungsart f an Auftrag i auf Maschine(ntyp) k ' an, wogegen im Fall $w_{ifk} = 0$ (wegen (N.5) $\rightarrow g_{ifk} = 0$) angezeigt wird, daß keine Bearbeitung der Art f an Auftrag i auf Maschine k stattfindet.) Ohne den Variablentyp g_{ifk} könnten keinerlei Aussagen darüber getroffen werden, wann an welcher Maschine mit der

332) Ohne (N.4) würden für die Restriktionen (N.1) und (N.2) entsprechende Umformulierungen notwendig werden.

333) Die Berücksichtigung der vorgegebenen Bearbeitungsfolgen für die einzelnen Aufträge ist mittels der h_{if} -Variablen noch möglich.

Bearbeitung der Art f an Auftrag i begonnen werden soll, zumal - aufgrund der hier vorliegenden Bereitstellungsmehrdeutigkeit - ja nicht von vorneherein feststeht, welche Maschine die Bearbeitung der Art f an Auftrag i übernimmt. Diese Kenntnis wird jedoch spätestens für die Formulierung der (maschinenspezifischen) Auftragsfolgerestriktionen (vgl. nachfolgende Restriktionen (N.8) und (N.9)) relevant, die aufgestellt werden müssen, damit es auf den einzelnen Maschinen zu keiner zeitlich parallelen Bearbeitung von zwei oder mehreren miteinander konkurrierenden Operationen kommen kann.³³⁴⁾

Die Verwendung sowohl der h_{if} - als auch der g_{ik} -Variablen für einen inhaltlich gleichen Sachverhalt,³³⁵⁾ erfordert deren modellmäßige Abstimmung, um unsinnige (i.S.v. abweichenden) Ausprägungen dieser Variablen zu verhindern. Diesem Abstimmungserfordernis wird über die Implikation (N.5), (N.6) und (N.7) nachgekommen: Nur für diejenige w_{ik} -Variable, die den Wert Eins annimmt, darf überhaupt die entsprechende g_{ik} -Variable gemäß (N.5) einen von Null verschiedenen Wert annehmen. Für $w_{ik} = 1$, also für den Fall, daß Maschine k die Bearbeitung der Art f an Auftrag i übernehmen soll, wird die Identität von h_{if} und g_{ik} erzwungen.³³⁶⁾ Für $w_{ik} = 0$ wird gemäß der Restriktion (N.5) $g_{ik} = 0$ ausgewiesen.

Um mögliche zeitliche Überlappungen der auf einer Maschine anfallenden Operationen [if] bzw. [jg] auszuschließen, werden die folgenden beiden Restriktionen eingeführt, die hier das Pendant zu den Auftragsfolgebedingungen (A.3) und (A.4) des traditionellen Job-Shop-Scheduling-Problems darstellen:

$$\begin{aligned}
 \text{(N.8)} \quad & g_{ik} + \overline{d_{ik}} \cdot w_{ik} \leq g_{jk} + M \cdot (2 - u_{ifjk} - w_{jgk}) & \forall f, g \in F \mid f \leq g; k \in K_f \cap K_g; \\
 & & i, j \in I_f \mid f = g \wedge i < j; \\
 & & i \in I_f, j \in I_g \mid f < g \wedge i \neq j; \\
 \text{(N.9)} \quad & g_{jk} + \overline{d_{jgk}} \cdot w_{jgk} \leq g_{ik} + M \cdot (1 + u_{ifjk} - w_{ik}) & \forall f, g \in F \mid f \leq g; k \in K_f \cap K_g; \\
 & & i, j \in I_f \mid f = g \wedge i < j; \\
 & & i \in I_f, j \in I_g \mid f < g \wedge i \neq j;
 \end{aligned}$$

334) Um die Zulässigkeit der generierten Auftragsfolgen zu gewährleisten, sind also die über den Variablentyp h_{if} transportierten Informationen nicht ausreichend.

335) Beidesmal geht es um die Kennzeichnung von Bearbeitungsbeginnzeitpunkten, wenn auch unterschiedlich präzisiert.

336) Durch die Variablendefinition ' $h_{if} \in \mathbb{N}_0$ ' (vgl. (N.10)) kann auch im Fall $w_{ik} = 1$ für die erste in der jeweiligen Bearbeitungsfolge stehenden Bearbeitungsart $h_{if} = 0$ und $g_{ik} = 0$ ausgewiesen werden. Für die Interpretation von $g_{ik} = 0$ ist somit zu unterscheiden:

$w_{ik} = 1 \wedge g_{ik} = 0$ bedeutet, daß mit der Bearbeitung des Auftrages i auf Maschine k hinsichtlich der Bearbeitungsart f zu Beginn der ersten Teilperiode begonnen wird; gemäß (N.6) und (N.7) wird dann auch $h_{if} = 0$ gewährleistet;

$w_{ik} = 0 \rightarrow g_{ik} = 0$ bedeutet, daß Auftrag i keine Bearbeitung der Art f auf Maschine k erfährt; gemäß (N.5) ergibt sich $g_{ik} = 0$.

Zur Verdeutlichung der Wirkungsweise dieser beiden Restriktionen und zur Erläuterung ihres Ausformulierungsbereichs ist zunächst zu klären, welche prinzipiell möglichen Konstellationen zweier Operationen in Bezug auf eine Maschine k auftreten können:³³⁷⁾

- 1) Keine der beiden Operationen wird auf der Maschine k bearbeitet.
- 2) } Nur eine Operation wird auf der Maschine k bearbeitet.
- 3) }
- 4) Beide Operationen werden auf der Maschine k bearbeitet.

Die hier unterschiedenen Konstellationen 1) - 4) finden ihre formale Entsprechung in den 0/1-Ausprägungen der jeweiligen w_{ifk} -Variablen, wobei nur 4) als eine (potentielle Konkurrenz) Situation³³⁸⁾ in Frage kommt, bezüglich der dann für Maschine k per Restriktion Überschneidungsfreiheit bei der Bearbeitung der jeweils betrachteten Operationen gewährleistet werden muß. Da in der vorliegenden Planungssituation Mehrzweckmaschinen zugrunde gelegt werden, ist des weiteren danach zu unterscheiden, welcher Art die betrachteten Operationen ([if], [ig], [jf], [jg]) sind, da erst dann festzustellen ist, ob im Falle der unter 4) skizzierten Konstellation auch tatsächlich eine Konkurrenzsituation vorliegt:

- Sollen die beiden (ganz) unterschiedlichen Operationen 'Auftrag i soll eine Bearbeitung der Art f erfahren' ([if]) und 'Auftrag j soll eine Bearbeitung der Art g erfahren' ([jg]) in die Auftragsfolge der Maschine k eingeplant werden ($w_{ifk} = 1 \wedge w_{jgk} = 1$), dann muß über die Implikation (N.8) und (N.9) eine Entscheidung über deren Bearbeitungsreihenfolge getroffen werden, weil diese beiden Operationen in unmittelbarer Konkurrenz zueinander um die zeitlichen Bearbeitungskapazitäten der Maschine k stehen könnten.³³⁹⁾
- Gleiches gilt für die Einplanung der beiden Operationen [if] und [jf] - an den zwei unterschiedlichen Aufträgen i und j muß dieselbe Bearbeitungsart f ausgeführt werden - in die Auftragsfolge der Maschine k ($w_{ifk} = 1 \wedge w_{jg=k} = 1$): Da eine gleichzeitige Bearbeitung von [if] und [jf] auszuschließen ist, muß über (N.8) und (N.9) ebenfalls bestimmt werden, in welcher Reihenfolge diese beiden Operationen auf Maschine k bearbeitet werden.
- Bei der Einreihung der Operationen [if] und [ig] (an Auftrag i sind die Bearbeitungsarten f und g zu erledigen) in die Auftragsfolge der Maschine k ($w_{ifk} = 1 \wedge w_{jg=k} = 1$) ist folgendes zu bedenken: Obwohl auch hier die oben beschriebene Konstellation 4) und damit eine potentielle Konkurrenzsituation vorliegt, ist die Bestimmung einer Auftragsfolge für [if] und [ig] hinsichtlich Maschine k über die Restriktionen (N.8) und (N.9) nicht erforderlich, da aufgrund der für jeden Auftrag annahmegemäß gegebenen Bearbeitungsfolge die strukturelle Einordnung der Operationen in eine Reihenfolge bereits vorliegt. Wenn

337) Hierbei ist es unerheblich, ob die 'Nicht-Bearbeitung' auf der betrachteten Maschine bereitstellungsbedingte Ursachen hat oder als Ergebnis der Planung nicht vorgesehen wird.

338) Eine Konkurrenzsituation kann überhaupt nur dann gegeben sein, wenn eine Maschine k , die die entsprechenden Bearbeitungsarten auch ausführen kann, beide Operationen bearbeiten soll.

339) Je nach Struktur der Bearbeitungsfolgen wird diese Konkurrenzsituation zum Teil entschärft.

laut Bearbeitungsfolge '[if] vor [ig]' durchzuführen ist (vgl. (N.1) und (N.2)), dann steht '[ig] vor [if]' nicht mehr zur Disposition.

Aus den vorstehenden Überlegungen kann der Ausformulierungsbereich für die Restriktionen (N.8) und (N.9) und die Generierung der u_{ifjgk} -Variablen auf diejenigen Operationen eingeschränkt werden, die zwei unterschiedliche Aufträge i und j betreffen. Für diese unterschiedlichen Aufträge können sich sowohl hinsichtlich identischer ($f = g$) als auch unterschiedlicher ($f \neq g$) Bearbeitungsarten Konkurrenzsituationen ergeben. Deshalb gilt es, alle möglichen Kombinationen aus $f \in F$ und $g \in F$ zu betrachten, ohne jedoch deren Platzierung zu berücksichtigen ($f \leq g$).³⁴⁰⁾ Auf einer Maschine k muß nur dann die Auftragsfolge der beiden Operationen [if] und [jg] bestimmt werden, wenn diese Maschine die beiden betrachteten Bearbeitungsarten f und g auch ausführen kann ($k \in K_f \cap K_g$). Indem für Kombinationen, in denen $f = g$ gilt, eine Ausformulierung von (N.8) und (N.9) lediglich für $i < j$ (anstelle von $i \neq j$) gefordert wird, können auch hier die komplementären Restriktionen (bzw. u_{ifjgk} -Variablen) eingespart werden.³⁴¹⁾ Für Kombinationen $f < g$ sind die modellmäßig zu steuernden möglichen Anordnungen der Operationen [if] und [jg] auf Maschine k auf $i \neq j$ einzuschränken.³⁴²⁾

Für die Operationen [if] und [jg] wird anhand der nachfolgenden Tabelle beispielhaft aufgezeigt, wie die unterschiedlichen Konstellationen 1) bis 4) in den Restriktionen (N.8) und (N.9) verarbeitet werden:³⁴³⁾

	w_{ifk}	w_{jgk}	für (N.8) ergibt sich	für (N.9) ergibt sich
1)	0	0	$0 \leq M \cdot (2 - u_{ifjgk})$	$0 \leq M \cdot (1 + u_{ifjgk})$
2)	1	0	$g_{ifk} + \overline{d_{ifk}} \leq M \cdot (2 - u_{ifjgk})$	$0 \leq g_{ifk} + M \cdot u_{ifjgk}$
3)	0	1	$0 \leq g_{jgk} + M \cdot (1 - u_{ifjgk})$	$g_{jgk} + \overline{d_{jgk}} \leq M \cdot (1 + u_{ifjgk})$
4)	1	1	$g_{ifk} + \overline{d_{ifk}} \leq g_{jgk} + M \cdot (1 - u_{ifjgk})$	$g_{jgk} + \overline{d_{jgk}} \leq g_{ifk} + M \cdot u_{ifjgk}$

TAB. 29: Mögliche Konstellationen der Restriktionen (N.8) und (N.9)

Für diejenigen Operationen, die keine Bearbeitung auf Maschine k erfahren, bewirkt Restriktion (N.4) i.V.m. (N.5), daß die entsprechenden g_{ifk} -Variablen den Wert Null annehmen. Vor diesem Hintergrund läßt sich für die Konstellationen 1) bis 3) ($w_{ifk} = 0$ und/oder $w_{jgk} = 0$) zeigen, daß durch (N.8) und (N.9) weder für $u_{ifjgk} = 0$ noch für $u_{ifjgk} = 1$ Auswirkungen auf die Ausprägungen der entscheidenden Modellvariablen zu erwarten sind. Restriktiv wirken diese Bedingungen nur dann, wenn die Konkurrenzsituation der Konstellation 4) vorliegt, wenn also w_{ifk} und w_{jgk} jeweils den Wert Eins annehmen: Soll sowohl die Bearbeitung der Operation [if]

340) Die Operation [if] muß mit der Operation [jg] in Beziehung gesetzt werden, wobei eine einzige u_{ifjgk} -Variable (entweder u_{ifjgk} oder u_{jgikf}) gebildet werden muß; vgl. S. 23.

341) Zu berücksichtigen ist nur eine der beiden komplementären Variablen u_{ifjgk} bzw. u_{jgikf} .

342) Vgl. S. 141 zu einer Konkretisierung anhand des dortigen Beispiels.

343) Die Tabelle läßt sich für die Operationen [if] und [j] entsprechend adaptieren.

als auch die Bearbeitung der Operation [jg] in die Auftragsfolge der Maschine k eingeplant werden, dann wirkt immer entweder Bedingung (N.8) - für $u_{ifjk} = 1$ - oder Bedingung (N.9) - für $u_{ifjk} = 1$ - bei Redundanz der jeweils anderen Bedingung restriktiv. Dadurch wird die zeitliche Einreihung der beiden um die Kapazität der Maschine k konkurrierenden Operationen modelltechnisch erzwungen und mit der Bearbeitung einer Operation kann erst dann begonnen werden, wenn die Bearbeitung der in der Auftragsfolge vorhergehenden Operation abgeschlossen ist. Die Ausprägung der u_{ifjk} -Variable gibt (für diese Konstellation) demzufolge darüber Auskunft, ob die Operation [if] zeitlich vor ($u_{ifjk} = 1$) oder nach ($u_{ifjk} = 0$) der Operation [jg] bearbeitet wird. Für die Konstellationen 1) bis 3) sind die jeweiligen u_{ifjk} -Ausprägungen nicht sinnvoll interpretierbar.

Eine letzte Einschränkung des Lösungsraums erfolgt über die Formulierung nachfolgender Nichtnegativitätsbedingungen:

$$\begin{aligned}
 \text{(N.10)} \quad & h_{if} \in \mathbb{N}_0 & \forall f \in F; i \in I_f \\
 & d_{if} \geq 0 & \forall f \in F; i \in I_f \\
 & g_{ifk} \geq 0 & \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k; \\
 & D_i \geq 0 & \forall i \in I; \\
 & w_{ifk} \in \{0,1\} & \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k; \\
 & u_{ifjk} \in \{0,1\} & \forall f, g \in F \mid f \leq g; k \in K_f \cap K_g; \\
 & & i, j \in I_f \mid f = g \wedge i < j; i \in I_f, j \in I_g \mid f < g \wedge i \neq j;
 \end{aligned}$$

Werden beliebige (also auch nicht-ganzzahlige) $\overline{d_{ifk}}$ -Werte zugelassen, ist vor dem Hintergrund einer sich anschließenden Personalbereitstellungsplanung wieder zu fordern, daß h_{if} Element aus $\mathbb{N}_0$ ist. Wegen der Koppelung der Ausprägungen von h_{if} mit g_{ifk} gemäß den Restriktionen (N.5) - (N.7) können sich für g_{ifk} dann ebenfalls nur ganzzahlige Werte oder Null ergeben, so daß diesbezüglich eine relaxierte Formulierung gewählt werden kann.

Das nachfolgende Beispiel, das die obigen Ausführungen illustrieren soll, wurde an das Beispiel aus Kapitel 3.3.2.1.1. angelehnt. Aus der nachfolgenden TAB. 30 ist dann auch zu erkennen, daß die gegebenen Bearbeitungsfolgen ($f = f(\varphi_i)$) für die drei zu bearbeitenden Aufträge $i = 1, 2, 3$ unverändert übernommen wurden:

i	$\varphi_i = 1$	$\varphi_i = 2$	$\varphi_i = 3$
1	3	2	–
2	1	3	–
3	2	1	3

TAB. 30: (1) Angaben zu Beispiel N

Auf die Angabe der von den einzelnen Aufträgen insgesamt zu bearbeitenden Einheiten wurde verzichtet, da diese Informationen in der nächsten Tabelle eingearbeitet sind. Diese gibt zum einen darüber Auskunft, welche Bearbeitungsarten von den einzelnen Maschinen ausgeführt werden können ($F_{k=1} = \{1,2\}$, $F_{k=2} = \{2,3\}$, $F_{k=3} = \{1,2,3\}$), und zum anderen darüber, wie

lange die Bearbeitung des gesamten Auftrages der Art i bezüglich der Bearbeitungsart f dauern würde, wenn Maschine k diese Bearbeitung übernehmen würde ($\overline{d_{ifk}}$):

k	f \ i	1			2			3		
		1	2	3	1	2	3	1	2	3
1		–	2	4	5	–	2	–	–	–
2		–	–	–	4	–	3	3	5	4
3		–	3	3	2	–	4	6	5	1

TAB. 31: (2) Angaben zu Beispiel N

Anhand der Beispieldaten kann demonstriert werden, wie der gewählte Ausformulierungsbereich der Restriktionen (N.8) und (N.9) gewährleistet, daß die möglichen Konkurrenzsituationen zweier Operationen durch die Bildung entsprechender u_{ifjgk} -Variablen erfaßt werden:

- (N.8) und (N.9) mit $f = 1, g = 1; k \in \{1,3\} \cap \{1,3\}; i, j \in \{2,3\}$ führen zu:
 $\rightarrow u_{21311}$
 $\rightarrow u_{21313}$
- (N.8) und (N.9) mit $f = 1, g = 2; k \in \{1,3\} \cap \{1,2,3\}; i \in \{2,3\}, j \in \{1,3\}$ führen zu:
 $\rightarrow u_{21121}, u_{21321}, u_{31121}$
 $\rightarrow u_{21123}, u_{21323}, u_{31123}$
- (N.8) und (N.9) mit $f = 1, g = 3; k \in \{1,3\} \cap \{2,3\}; i \in \{2,3\}, j \in \{1,2,3\}$ führen zu:
 $\rightarrow u_{21133}, u_{21333}, u_{31133}, u_{31233}$
- (N.8) und (N.9) mit $f = 2, g = 2; k \in \{1,2,3\} \cap \{1,2,3\}; i, j \in \{1,3\}$ führen zu:
 $\rightarrow u_{12321}$
 $\rightarrow u_{12322}$
 $\rightarrow u_{12323}$
- (N.8) und (N.9) mit $f = 2, g = 3; k \in \{1,2,3\} \cap \{2,3\}; i \in \{1,3\}, j \in \{1,2,3\}$ führen zu:
 $\rightarrow u_{12232}, u_{12332}, u_{32132}, u_{32232}$
 $\rightarrow u_{12233}, u_{12333}, u_{32133}, u_{32233}$
- (N.8) und (N.9) mit $f = 3, g = 3; k \in \{2,3\} \cap \{2,3\}; i, j \in \{1,2,3\}$ führen zu:
 $\rightarrow u_{13232}, u_{13332}, u_{23332}$
 $\rightarrow u_{13233}, u_{13333}, u_{23333}$

Ein durchlaufzeitminimaler Maschinenbelegungsplan für dieses Beispiel sieht wie folgt aus ($\rightarrow$ Beispiel N):

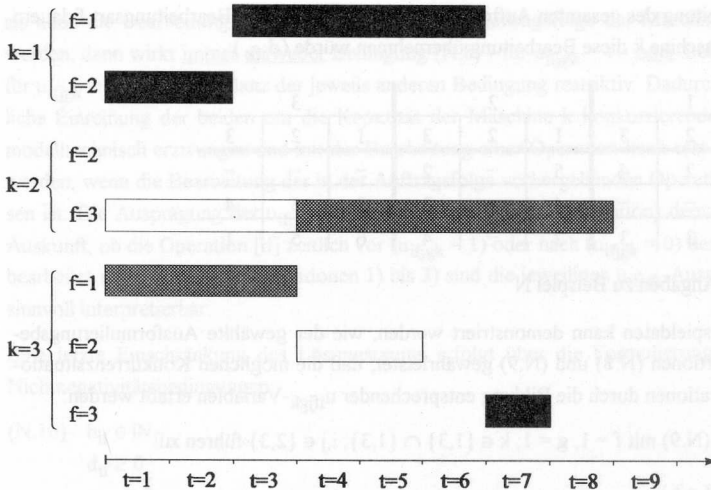


ABB. 33: Auftragsfolgeplan zu Beispiel N

Für diesen Auftragsfolgeplan wird ein Zielfunktionswert von 20 Perioden ausgewiesen. Die Lösung sieht z.B. vor, daß Auftrag $i = 3$ auf Maschine $k = 1$ zuerst die Bearbeitung der Art $f = 2$ und im direkten Anschluß daran auch die Bearbeitung der Art $f = 1$ erfährt. Dies ist nur aufgrund der Annahme möglich, daß keinerlei Rüstaktivitäten zu berücksichtigen sind.

4.2.2.1.2. MODIFIKATIONEN UND ERWEITERUNGEN

Im weiteren soll die wenig realistische Annahme aufgehoben werden, daß auf einer Maschine ein Wechsel von einem Bearbeitungsmodus in einen anderen stattfinden kann, ohne daß damit eine zeitliche Verzögerung des Bearbeitungsbeginns der nachfolgenden Operation(en) verbunden ist. Für die weiteren Betrachtungen wird vereinfachend angenommen, daß die zu betrachtenden Rüstaktivitäten (im Konkreten: Aktivitäten, um die Maschinen in alternative Bearbeitungsmodi umzustellen) lediglich durch die Art der jeweils einzustellenden Bearbeitungsart beeinflusst werden³⁴⁴⁾ und die relevanten Rüstauern bekannt sind. Mit

γ_{fk} = benötigte Rüstzeit, um auf Maschinentyp k Bearbeitungen der Art f zu ermöglichen³⁴⁵⁾

und einer Fallunterscheidung bei der Aufstellung der Restriktionen (N.8) und (N.9) danach, ob für zwei miteinander abzustimmende Operationen $f = g$ oder $f < g$ gilt, können bearbeitungsartbedingte Rüstzeiten recht problemlos in das Ausgangsmodell zur Auftragsfolgeplanung bei qualitativer Maschinenanpassung integriert werden (Modell N'):

344) Umrüstungsaktivitäten können sich z.B. auch aus der Unterschiedlichkeit der Aufträge ergeben.

345) Das gewählte Symbol impliziert zudem Unabhängigkeit der Rüstdauer vom jeweiligen Ausgangszustand der Maschine. Ist dies nicht gewollt, müßte das Symbol z.B. γ'_{fgk} lauten.

$$(N.8'a) \quad g_{ifk} + \overline{d_{ifk}} \cdot w_{ifk} \leq g_{jgk} + M \cdot (2 - u_{ifgk} - w_{jgk}) \quad \forall f, g \in F \mid f = g; k \in K_f \cap K_g; \\ i, j \in I_f \mid i < j;$$

$$(N.9'a) \quad g_{jgk} + \overline{d_{jgk}} \cdot w_{jgk} \leq g_{ifk} + M \cdot (1 + u_{ifgk} - w_{ifk}) \quad \forall f, g \in F \mid f = g; k \in K_f \cap K_g; \\ i, j \in I_f \mid i < j;$$

Für den Fall $f = g$ gilt, daß die beiden Aufträge i und j auf Maschine k hinsichtlich derselben Bearbeitungsart f bearbeitet werden, weshalb Umrüstungen - zumindest aufgrund des Bearbeitungsmodus - hier nicht nötig werden. Bis auf den Ausformulierungsbereich können die Restriktionen deshalb unverändert übernommen werden.

Für den Fall, daß $f < g$ gilt, müssen die Restriktionen (N.8) und (N.9) um die entsprechenden Rüstzeiten erweitert werden:

$$(N.8'b) \quad g_{ifk} + (\overline{d_{ifk}} + \gamma_{fk}) \cdot w_{ifk} \leq g_{jgk} + M \cdot (2 - u_{ifgk} - w_{jgk}) \quad \forall f, g \in F \mid f < g; k \in K_f \cap K_g; \\ i \in I_f, j \in I_g;$$

$$(N.9'b) \quad g_{jgk} + (\overline{d_{jgk}} + \gamma_{fk}) \cdot w_{jgk} \leq g_{ifk} + M \cdot (1 + u_{ifgk} - w_{ifk}) \quad \forall f, g \in F \mid f < g; k \in K_f \cap K_g; \\ i \in I_f, j \in I_g;$$

Werden auf einer Maschine k unterschiedliche Bearbeitungsarten zweier Aufträge vorgesehen ($w_{ifk} = 1, w_{jgk} = 1$), ist zu beachten, daß mit der Operation [if] (bzw. [jg]) erst dann begonnen werden kann, wenn die Bearbeitung der Operation [jg] (bzw. [if]) abgeschlossen ist und die Maschine k auf den Bearbeitungsmodus f (bzw. g) umgestellt wurde, wofür γ_{fk} (γ_{gk}) Perioden zu veranschlagen sind. Da alle in Frage kommenden Kombinationen [if] und [jg] miteinander in Bezug gebracht werden, wirkt für zwei Operationen, die in direktem Vorgänger/Nachfolger-Verhältnis zueinander stehen, immer entweder (N.8'b) oder (N.9'b) restriktiv. Im Unterschied zu Modell N müssen die Restriktionen (N.8'b) und (N.9'b) hier nun auch für die Operationen [if] und [jg] ausformuliert werden, da im Falle, daß beide Bearbeitungen auf Maschine k vorzunehmen sind (obwohl die Reihenfolge ihrer Bearbeitung feststeht), eine Umrüstung von Bearbeitungsart f auf Bearbeitungsart g eingeplant werden muß.³⁴⁶⁾

Die vier Restriktionen (N.8'a), (N.8'b), (N.9'a) und (N.9'b) führen für das Beispiel (vgl. ABB. 31) zu den folgenden 8 zusätzlichen u_{ifgk} -Variablen:³⁴⁷⁾

346) Entsprechend diesen Überlegungen muß auch (N.10) wie folgt verändert werden:

$$(N.10') \quad \begin{aligned} h_{if} &\in \mathbb{N}_0 & \forall f \in F; i \in I_f \\ d_{if} &\geq 0 & \forall f \in F; i \in I_f \\ g_{ifk} &\geq 0 & \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k; \\ D_i &\geq 0 & \forall i \in I; \\ w_{ifk} &\in \{0,1\} & \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k; \\ u_{ifgk} &\in \{0,1\} & \forall f, g \in F \mid f \leq g; k \in K_f \cap K_g; \\ & & i, j \in I_f \mid f = g \wedge i < j; i \in I_f, j \in I_g \mid f < g; \end{aligned}$$

347) '...' steht für Gültigkeit der jeweiligen u_{ifgk} -Variablen von S. 141 auch hier.

- (N.8'a) und (N.9'a) mit $f = 1, g = 1; k \in \{1,3\} \cap \{1,3\}; i,j \in \{2,3\}$ führen zu:
 $\rightarrow \dots$
- (N.8'b) und (N.9'b) mit $f = 1, g = 2; k \in \{1,3\} \cap \{1,2,3\}; i \in \{2,3\}, j \in \{1,3\}$ führen zu:
 $\rightarrow \dots, u_{31321}$
 $\rightarrow \dots, u_{31323}$
- (N.8'b) und (N.9'b) mit $f = 1, g = 3; k \in \{1,3\} \cap \{2,3\}; i \in \{2,3\}, j \in \{1,2,3\}$ führen zu:
 $\rightarrow \dots, u_{21233}, u_{31333}$
- (N.8'a) und (N.9'a) mit $f = 2, g = 2; k \in \{1,2,3\} \cap \{1,2,3\}; i,j \in \{1,3\}$ führen zu:
 $\rightarrow \dots$
- (N.8'b) und (N.9'b) mit $f = 2, g = 3; k \in \{1,2,3\} \cap \{2,3\}; i \in \{1,3\}, j \in \{1,2,3\}$ führen zu:
 $\rightarrow \dots, u_{12132}, u_{32332}$
 $\rightarrow \dots, u_{12133}, u_{32333}$
- (N.8'a) und (N.9'a) mit $f = 3, g = 3; k \in \{2,3\} \cap \{2,3\}; i,j \in \{1,2,3\}$ führen zu:
 $\rightarrow \dots$

Nur unter der Annahme, daß keine Rüstkosten zu berücksichtigen sind, können die Rüstkaktivitäten in der vorgestellten Weise formalisiert werden.³⁴⁸⁾

Befindet sich Maschine k in einem anderen Bearbeitungsmodus,³⁴⁹⁾ als es zur Bearbeitung des ersten in seiner Auftragsfolge stehenden Auftrages nötig ist, muß zusätzlich Restriktion (N.11) aufgestellt werden:

$$(N.11) \quad g_{ifk} \geq \gamma_{fk} \cdot w_{ifk} \quad \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k;$$

Umrüstaktivitäten können z.B. dann erforderlich werden, wenn der Zustand der Maschine nach Abschluß des letzten Bearbeitungsvorganges des vorhergehenden Produktionszyklus (letzter eingestellter Bearbeitungsmodus) der Maschine verändert werden muß oder wenn die Maschine aus so etwas wie einer 'Neutralstellung' ('Stillstandszustand') wieder in Betriebsbereitschaft gesetzt werden muß.

Zur Anwendung des Modells N' auf das obige Beispiel wird vereinfachend unterstellt, daß jede Art von Rüstkaktivität genau 2 Perioden umfaßt. Der durchlaufzeitminimale Auftragsfolgeplan sieht dann wie folgt aus ($\rightarrow$ Beispiel N'):

348) Vgl. die diesbezüglichen Ausführungen in 2.2.1.2 (ab S. 28).

349) Annahmegemäß liegen hierüber Informationen vor.

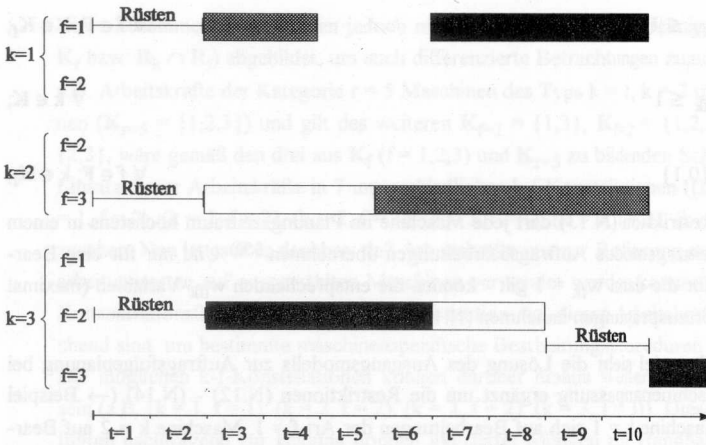


ABB. 34: Auftragsfolgeplan zu Beispiel N'

Die Durchlaufzeit des Auftrages $i = 1$ beträgt 8 Perioden, der Auftrag $i = 2$ benötigt 10 Perioden bis zu seiner Fertigstellung und der Auftrag $i = 3$ ist nach 11 Perioden vollständig bearbeitet. Im Unterschied zum ursprünglichen Auftragsfolgeplan (ABB. 33) wird nun auch Maschine $k = 1$ (ebenso wie vorher schon und jetzt auch wieder Maschine $k = 2$) unifunktional genutzt. Lediglich Maschine $k = 3$ wird multifunktional genutzt, nämlich sowohl für Bearbeitungen der Art $f = 2$ als auch - nach entsprechender Umrüstung - für eine Bearbeitung der Art $f = 3$. Erwähnenswert in Bezug auf die vorliegende Lösung ist, daß die Bearbeitung des Auftrages $i = 3$ hinsichtlich der Bearbeitungsart $f = 3$ auf Maschine $k = 3$ trotz Umrüstdauer von zwei Perioden zu einem besseren Zielfunktionswert führt, als wenn diese Operation (ohne Umrüstbedarf) auf Maschine $k = 2$ bearbeitet werden würde, da die Bearbeitung dort vier Perioden dauern würde. Hierbei ist aber zu bedenken: Optimalität in Bezug auf die Zielsetzung, die Aufträge möglichst schnell zu bearbeiten, konkurriert z.B. mit der Zielsetzung, ein mehrmaliges Umstellen der Maschinen innerhalb des Planungszeitraumes zu deren Schonung zu vermeiden. Das Dilemma einer einzigen Zielsetzung ist an dieser Stelle wieder besonders auffällig.

Soll es nicht dem 'planerischen Zufall' überlassen werden, ob das jeweilige Funktionalitätsspektrum der Maschinen in seiner gesamten Breite oder nur hinsichtlich einer Funktion genutzt wird, dann kann eine produktionspolitische Zielsetzung, wie z.B. Schonung der Maschinen, auch als Restriktion behandelt werden. Zur entsprechenden Formalisierung wird das Symbol

w_{fk} = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Maschinentyp k in der Bearbeitungsart f genutzt wird; sonst den Wert 0

definiert und - in Ergänzung zu (N.Z) und den Restriktionen (N.1) - (N.10) - ist zu fordern (Modell N''):

$$(N.12) \quad \sum_{i \in I_f} w_{ifk} \leq |I_f| \cdot w_{fk} \quad \forall f \in F; k \in K_f$$

$$(N.13) \quad \sum_{f \in F_k} w_{fk} \leq 1 \quad \forall k \in K;$$

$$(N.14) \quad w_{fk} \in \{0,1\} \quad \forall f \in F; k \in K_f$$

Entsprechend Restriktion (N.13) darf jede Maschine im Planungszeitraum höchstens in einem einzigen Bearbeitungsmodus Auftragsbearbeitungen übernehmen.³⁵⁰⁾ Und nur für eine Bearbeitungsart f - für die dann $w_{fk} = 1$ gilt - können die entsprechenden w_{ifk} -Variablen (maximal $|I_f|$) positive Wertauprägungen annehmen (N.12).

Für das obige Beispiel sieht die Lösung des Ausgangsmodells zur Auftragsfolgeplanung bei qualitativer Maschinenanpassung ergänzt um die Restriktionen (N.12) - (N.14) ($\rightarrow$ Beispiel N") vor, daß Maschine $k = 1$ sich auf Bearbeitungen der Art $f = 1$, Maschine $k = 2$ auf Bearbeitungen der Art $f = 3$ und Maschine $k = 3$ auf Bearbeitungen der Art $f = 2$ spezialisiert. Die Summe der Durchlaufzeiten erhöht sich auf 26 Perioden.

4.2.2.2. PERSONALPLANUNG ALS FOLGEPLANUNG

Wird im Anschluß an die Auftragsfolgeplanung bei qualitativer Maschinenanpassung die Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal geplant, lassen sich wegen des zusätzlichen Indexes f (auch hier wieder) unterschiedliche (idealtypische) personalwirtschaftliche Planungssituationen ableiten:

- Die dem Unternehmen zur Verfügung stehenden Arbeitskräfte können je nach ihrer Kategoriezugehörigkeit ausgewählte Maschinentypen bedienen, und zwar unabhängig davon, in welchem Bearbeitungsmodus diese Maschinen jeweils eingesetzt werden. Die Verwendungsmöglichkeiten (bzw. Bereitstellungsmöglichkeiten) von Arbeitskräften einer Kategorie r werden in diesem Fall durch die Indexmengen K_r (bzw. R_k) beschrieben. Solch eine Planungssituation ist z.B. denkbar, wenn Arbeitskräfte mit bestimmten Maschinen so vertraut (bzw. nicht vertraut) sind, daß deren Einsatz an diesen Maschinentypen entweder möglich oder nicht möglich ist (bzw. sein soll) - andere Aussagen bzw. Einschränkungen gelten nicht.
- Eine andere personalwirtschaftliche Planungssituation ergibt sich, wenn die Zuordnung von Arbeitskräften zu Maschinen zusätzlich davon abhängt, in welchem Bearbeitungsmodus die Maschinen bereitgestellt werden. Damit müssen gleichzeitig zweierlei Voraussetzungen für den Einsatz von Arbeitskräften der Kategorie r an einer Maschine k gegeben sein: Erstens muß k ein Maschinentyp sein, der von Arbeitskräften der Kategorie r bedient werden kann und zweitens ist ein Einsatz nur dann möglich, wenn diese Arbeitskräfte auch im Falle, daß f die relevante Bearbeitungsart ist, eingesetzt werden können.

350) Diese Obergrenze könnte auch im Bereich $[1; |F_k|-1]$ variiert werden.

Diese Zusammenhänge werden jedoch nicht über entsprechende Schnittmengen ($K_f \cap K_r$ bzw. $R_k \cap R_f$) abgebildet, um auch differenzierte Betrachtungen zuzulassen: Können z.B. Arbeitskräfte der Kategorie $r = 5$ Maschinen des Typs $k = 1$, $k = 2$ und $k = 3$ bedienen ($K_{r=5} = \{1,2,3\}$) und gilt des weiteren $K_{f=1} = \{1,3\}$, $K_{f=2} = \{1,2,3\}$ und $K_{f=3} = \{2,3\}$, wäre gemäß den drei aus K_f ($f = 1,2,3$) und $K_{r=5}$ zu bildenden Schnittmengen ein Einsatz dieser Arbeitskräfte in 7 unterschiedlichen k-f-Konstellationen ($(k = 1, f = 1)$, $(k = 1, f = 2)$, $(k = 2, f = 2)$, $(k = 2, f = 3)$, $(k = 3, f = 1)$, $(k = 3, f = 2)$, $(k = 3, f = 3)$) vorzusehen. Nun ist es aber denkbar, daß Arbeitskräfte nur zur Bedienung ausgewählter Bearbeitungsarten auf ausgewählten Maschinen verwendet werden können, wenn z.B. die Konzentrationsfähigkeiten, physische Konstitution etc. dieser Arbeitskräfte nicht ausreichend sind, um bestimmte maschinenspezifische Bearbeitungsprozeduren durchzuführen. Die möglichen k-f-Konstellationen können darüber hinaus weitergehend eingeschränkt sein (z.B. $(k = 1, f = 1)$, $(k = 2, f = 2)$, $(k = 3, f = 2)$, $(k = 3, f = 3)$). Diese Überlegungen führen nachfolgend zur Bildung doppelt indizierter Mengen zur Handhabung von bearbeitungsart- und maschinentypspezifischen Personaleinsätzen.

- Die dritte hier skizzierte Situation beruht auf der Vorstellung, daß Arbeitskräfte immer dann bereitgestellt werden können, wenn eine Bearbeitungsart betrachtet wird, die von ihnen ausgeführt werden kann, unabhängig davon, welchen Maschinentyp $k \in K_f$ dies betrifft. Plausibel erscheint eine derartige Situation, wenn z.B. bestimmte Ausbildungsvoraussetzungen für die Ausübung von bestimmten Bearbeitungsprozeduren gegeben sein müssen. Die Bereitstellungsmöglichkeiten (bzw. Verwendungsmöglichkeiten) der Arbeitskräfte werden hier durch die Indextmengen R_f (bzw. F_r) ausgedrückt.

Zur formalen Abbildung der Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal für die Planungssituation der qualitativen Maschinenanpassung wird das Symbol

β_{ifk} = Anzahl an Arbeitskräften, die in einer Teilperiode benötigt werden, um Auftrag i auf Maschinentyp k hinsichtlich der Bearbeitungsart f bearbeiten zu können

eingeführt. Diese erstmalige Erweiterung des bisher durchgängig verwendeten Besetzungskoeffizienten β_{ik} um den Index f ist damit zu begründen, daß im Rahmen einer Auftragsfolgeplanung bei Mehrzweckmaschinen sonst keine Koppelung mit den unterschiedlichen Bearbeitungsarten hergestellt wäre.³⁵¹⁾ Der in der Planungssituation angelegten Differenziertheit des Personalbedarfs (spezifizierbar nach i, f und k) würde eine andersartige Zugewandtheit nicht gerecht werden.³⁵²⁾

Liegt die erste der oben beschriebenen personalwirtschaftlichen Planungssituationen vor, kann die Bereitstellung von Arbeitskräften zum Zwecke der Bedienung von Maschinen z.B. über Modell P erfolgen.³⁵³⁾

351) Vgl. auch im Gegensatz hierzu S. 121 + 122.

352) 'Verallgemeinerungen' der β_{ifk} -Koeffizienten bleiben zudem prinzipiell möglich.

353) w_{ijk} und g_{ijk} stellen Ergebnisse der vorangegangenen Auftragsfolgeplanung dar.

Zielfunktion:

$$(P.Z) \quad \sum_{r \in R} \Psi_r \cdot PA_r = \min!$$

u.d.N.:

$$(P.1) \quad \beta_{ifk} \cdot w_{ifk} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k; g_{ifk} + w_{ifk} \leq t \leq g_{ifk} + \overline{d_{ifk}} \cdot w_{ifk};$$

Sieht das Ergebnis der Auftragsfolgeplanung vor, daß Auftrag i auf Maschine k bezüglich der Bearbeitungsart f bearbeitet wird ($w_{ifk} = 1$), so ist in jeder Teilperiode ab dem Bearbeitungsbeginn ($g_{ifk} + w_{ifk}$) bis zu dem Bearbeitungsende ($g_{ifk} + \overline{d_{ifk}} \cdot w_{ifk}$) die benötigte Anzahl an Arbeitskräften zur Bedienung dieser Maschine (β_{ifk}) bereitzustellen. Für die Deckung des entstandenen Personalbedarfs kommen dabei all diejenigen Arbeitskräfte in Betracht, die die Maschine k bedienen können. (Für $w_{ifk} = 0$ wird $g_{ifk} = 0$ und damit zum einen die linke Gleichungsseite Null und zum anderen gilt wegen (N.5) $0 \leq t \leq 0$.)³⁵⁴⁾

In jeder Periode des Planungszeitraumes kann eine Maschine k höchstens eine Operation [if] bearbeiten, d.h., aus der Menge der durch sie ausführbaren Bearbeitungsarten und der diesbezüglich zu bearbeitenden Aufträge kann maximal eine Auftrags-Bearbeitungs-Kombination zu $w_{ifk} = 1$ führen. Unter Zuhilfenahme des Symbols

$F_{kt} := \{f \mid f \text{ ist eine Bearbeitungsart, in der Maschinentyp } k \text{ in Teilperiode } t \text{ genutzt wird}\}$ ³⁵⁵⁾

läßt sich dieser Sachverhalt in dem folgenden alternativen ('verdichteten') Formulierungsvorschlag zu (P.1) abbilden:

$$(P.1') \quad \sum_{f \in F_{kt}} \sum_{i \in I_f} \beta_{ifk} \cdot w_{ifk} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall t \in T; k \in K_t;$$

Wird Maschine k in der gerade betrachteten Teilperiode t an der Auftragsbearbeitung beteiligt ($|F_{kt}| = 1$), kann aus der Summe über $i \in I_f$ (mit $f \in F_{kt}$) nur ein Produkt aus Besetzungskoeffizient und entsprechender Binärvariablen w_{ifk} einen von Null verschiedenen Wert annehmen, was dann einen entsprechenden Personalbedarf auslöst. Damit in Leerzeiten der Maschine k ($|F_{kt}| = 0$; Personalbedarf ist Null) die relevanten Personaleinsatzvariablen nicht gebildet wer-

354) Eine Formulierung mit $h_{if} + 1 \leq t \leq h_{if} + d_{if}$ (z.B. $3 \leq t \leq 5$) würde hier zu Unzulässigkeiten führen, da den $|K_f| - 1$ zur Bearbeitung von [if] nicht bereitgestellten Maschinen jeweils einem Bedarf von Null ($\beta_{ifk} (w_{ifk}=0)$) Personaleinsatzvariablen (z.B. PE_{rk3} , PE_{rk4} , PE_{rk5}) gegenüberzustellen wären. Soll während $t \geq h_{if} + 1$ und $t \leq h_{if} + d_{if}$ eine andere Operation [jg] auf einer dieser Maschinen bearbeitet werden ($\beta_{jgk} (w_{jgk}=1)$), entstehen Widersprüche. Mögliche Abhilfen: Restriktion (P.1) müßte entweder als 'Kleiner-Gleich'-Bedingung formuliert werden oder die Personaleinsatzvariablen zusätzlich mit f indiziert werden.

355) Einelementige oder leere Menge, da Maschine k in jeder Periode t höchstens in einer Bearbeitungsart an der Auftragsbearbeitung beteiligt wird oder eine Leerzeit hat.

den, ist die Restriktion (P.1') nur aufzustellen, wenn die entsprechende Maschine k in Periode t auch durch einen Auftrag belegt wird ($|K_t| > 0$).

Zur Abstimmung zwischen Personalbedarf und Personalausstattung werden des weiteren die drei folgenden Restriktionen (P.2) - (P.4) benötigt:

$$(P.2) \quad \sum_{k \in K_r \cap K_t} PE_{rkt} \leq PA_r \quad \forall t \in T; r \in R;$$

$$(P.3) \quad PA_r \leq PA_r^{\max} \quad \forall r \in R;$$

$$(P.4) \quad \begin{aligned} PE_{rkt} &\geq 0 & \forall t \in T; r \in R; k \in K_r \cap K_t; \\ PA_r &\geq 0 & \forall r \in R; \end{aligned}$$

Zur Verdeutlichung des soeben vorgestellten Modells wird auf das Beispiel aus Abschnitt 3.3.2.2. zurückgegriffen. Die Daten der TAB. 22 werden der hier zugrunde gelegten Planungssituation insofern angepaßt, als in TAB. 32 zwar weiterhin die zur Bearbeitung der einzelnen Aufträge benötigten Arbeitskräfte - spezifiziert nach Bearbeitungsart - für je eine an der Auftragsbearbeitung beteiligte Maschine k zu ersehen sind, allerdings nurmehr für 3 anstelle von 7 Maschinentypen.³⁵⁶⁾ (Aus Vereinfachungsgründen gelte $\beta_{ifk} = \beta_{if} \forall k \in K_f$):

i	k f	1	3	1	2	3	2	3
		1			2			3
1		—			5			4
2		3			—			2
3		7			4			3

TAB. 32: (1) Angaben zu Beispiel P

Über die Zuordnungsmöglichkeiten von Arbeitskräften der Kategorie r zu Maschinen des Typs k sowie über $PA_r^{\max}$ und Ψ_r informiert die folgende Tabelle:³⁵⁷⁾

r	f k	1	2	2	3	1	2	3	$PA_r^{\max}$	Ψ_r
		1			2			3		
1		X		—			—		8	2.000
2		—		—			X		7	2.000
3		X		X			—		8	3.000
4		—		X			X		6	3.000
5		X		X			X		6	4.000

TAB. 33: (2) Angaben zu Beispiel P³⁵⁸⁾

356) Diese Besetzungskoeffizienten gelten auch für die nachfolgenden Modelle Q - S.

357) Die erste Kopfzeile soll in Erinnerung rufen, welche Bearbeitungsarten f von den einzelnen Maschinen k bearbeitet werden können.

358) Auch die $PA_r^{\max}$ - und Ψ_r -Angaben gelten für alle weiteren Modelle von 4.2.2.2.

Bei Verwendung dieses Datenmaterials ergibt sich ein gehaltskostenminimaler Einsatzplan für das Maschinenbedienungspersonal wie folgt (→ Beispiel P):

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
k = 1	r = 1	4	4	7	7	7	7	—	—	—
	r = 3	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	r = 5	—	—	—	—	—	—	—	—	—
k = 2	r = 3	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	r = 4	4	4	4	2	2	2	2	2	—
	r = 5	—	—	—	—	—	—	—	—	—
k = 3	r = 2	3	3	3	3	3	—	1	—	—
	r = 4	—	—	—	2	2	—	2	—	—
	r = 5	—	—	—	—	—	—	—	—	—

TAB. 34: Personaleinsatzplan zu Beispiel P

Dieser Personaleinsatzplan wird mit einer Personalausstattung von 7 Arbeitskräften der Kategorie r = 1, 3 Arbeitskräften der Kategorie r = 2 und 4 Arbeitskräften der Kategorie r = 4 realisiert und führt zu einem Zielfunktionswert von 32.000 Geldeinheiten.

Um auch für eine personalwirtschaftliche Planungssituation vom zweiten Typ die Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal zu modellieren, werden die Mengen

R_{fk} := {r | r ist eine Arbeitskräftekategorie, die zur Bearbeitung der Art f an Maschinentyp k eingesetzt werden kann}

K_{fr} := {k | k ist ein Maschinentyp, den Arbeitskräfte der Kategorie r bedienen können, wenn er in der Bearbeitungsart f genutzt wird}

K_{ft} := {k | k ist ein Maschinentyp, der in Teilperiode t eine Bearbeitung der Art f durchführt}

definiert. Modell Q besteht aus der Zielfunktion (P.Z), der Restriktion (P.3) und (Q.1) - (Q.3):

$$(Q.1) \quad \beta_{ifk} \cdot w_{ifk} \leq \sum_{r \in R_{fk}} PE_{rkt} \quad \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k; g_{ifk} + w_{ifk} \leq t \leq g_{ifk} + \overline{d_{ifk}} \cdot w_{ifk};$$

Wird Maschine k in einer Periode t durch die Operation [if] belegt, kommen zur Deckung des so entstandenen Personalbedarfes all diejenigen Arbeitskräftekategorien r in Betracht, die auf der Maschine k die entsprechende Bearbeitungsart f durchführen können ($r \in R_{fk}$).

$$(Q.2) \quad \sum_{\substack{k \in \cup \\ f \in F}} (K_{fr} \cap K_{ft}) PE_{rkt} \leq PA_r \quad \forall t \in T; r \in R;$$

$$(Q.3) \quad \begin{aligned} PE_{rkt} &\geq 0 \\ PA_r &\geq 0 \end{aligned} \quad \forall t \in T; r \in R; f \in F; k \in K_{fr} \cap K_{ft}; \quad \forall r \in R;$$

Für die Abstimmung des Personaleinsatzes mit der Personalausstattung (Q.2) gilt: Arbeitskräfte können nur dann auf einer Maschine k eingesetzt werden, wenn diese Maschine in Periode t in einer Bearbeitungsart f genutzt wird (K_{ft}), hinsichtlich derer die Arbeitskräfte auch verwendet werden können (K_{kr}). Könnten Arbeitskräfte der Kategorie $r = 5$ nur in den k - f -Konstellationen $(k = 1, f = 1)$, $(k = 2, f = 2)$, $(k = 3, f = 2)$, $(k = 3, f = 3)$ eingesetzt werden,³⁵⁹ würde die Ausformulierung der Restriktion (Q.2) wie folgt lauten:

$$\underbrace{\sum_{\substack{k \in \cup \\ f \in \{1,2,3\}}} PE_{5kt}}_{k \in (\{1\} \cap K_{1t}) \cup (\{2,3\} \cap K_{2t}) \cup (\{3\} \cap K_{3t})} \leq PA_5$$

Die Abbildung des Personaleinsatzes über PE_{rkt} ist darauf zurückzuführen, daß eine Maschine k in einer Periode höchstens in einer Bearbeitungsart an der Auftragsbearbeitung beteiligt sein kann. Widersprüchliche Restriktionen bzw. nicht eindeutige Personalausweisungen können damit nicht zustande kommen.

Die Zuordnungsmöglichkeiten von Arbeitskräften der Art r zu Maschinen des Typs k entsprechend der TAB. 33 werden nun wie folgt eingeschränkt:

r	k f	1		2		3		
		1	2	2	3	1	2	3
1		X	X	-	-	-	-	-
2		-	-	-	-	X	X	X
3		-	X	-	X	-	-	-
4		-	-	X	X	X	X	-
5		X	-	X	-	-	X	X

TAB. 35: Angaben zu Beispiel Q

Mit diesen veränderten Angaben führt das Modell Q zu folgendem gehaltskostenminimalen Personaleinsatzplan ($\rightarrow$ Beispiel Q):

³⁵⁹) Vgl. das Beispiel (TAB. 35) auf der nächsten Seite.

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
k = 1	r = 1	4	4	7	7	7	7	—	—	—
	r = 3	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	r = 5	—	—	—	—	—	—	—	—	—
k = 2	r = 3	2	2	2	2	2	2	2	2	—
	r = 4	2	2	2	—	—	—	—	—	—
	r = 5	—	—	—	—	—	—	—	—	—
k = 3	r = 2	3	3	3	3	3	—	3	—	—
	r = 4	—	—	—	2	2	—	—	—	—
	r = 5	—	—	—	—	—	—	—	—	—

TAB. 36: Personaleinsatzplan zu Beispiel Q

Gegenüber dem Personaleinsatzplan der TAB. 34 wird mit der Bereitstellung von 7 Arbeitskräften der Kategorie $r = 1$, 3 Arbeitskräften der Kategorie $r = 2$, 2 Arbeitskräften der Kategorie $r = 3$ und 2 Arbeitskräften der Kategorie $r = 4$ eine veränderte Personalausstattung ausgewiesen, die jedoch zu dem gleichen Zielfunktionswert von 32.000 Geldeinheiten führt.

Die letzte der drei angesprochenen (idealtypischen) personalwirtschaftlichen Planungssituationen wird in dem Modell R ((P.Z), (P.3), (R.1) - (R.3)) abgebildet:

$$(R.1) \quad \beta_{ifk} \cdot w_{ifk} = \sum_{r \in R_f} PE_{rkt} \quad \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k; g_{ifk} + w_{ifk} \leq t \leq g_{ifk} + \overline{d_{ifk}} \cdot w_{ifk};$$

Die Deckung eines sich aus der Auftragsfolgeplanung ergebenden Personalbedarfs in Höhe von β_{ifk} ist durch den Einsatz von solchen Arbeitskräften zu gewährleisten, die an Maschine k deshalb bereitgestellt werden können, weil sie die dort anfallende Bearbeitungsart f beherrschen.

$$(R.2) \quad \sum_{\substack{k \in \cup \\ f \in F_r}} PE_{rkt} \leq PA_r \quad \forall t \in T; r \in R;$$

$$(R.3) \quad \begin{aligned} PE_{rkt} &\geq 0 \\ PA_r &\geq 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \forall t \in T; r \in R; f \in F_r; k \in K_f; \\ \forall r \in R; \end{aligned}$$

Ein Einsatz von Arbeitskräften der Kategorie r in einer bestimmten Teilperiode t könnte an jedem Maschinentyp stattfinden, der in einer von ihnen ausführbaren Bearbeitungsart $f \in F_r$ aktiv ist ($|K_{ft}| > 0$).

Beispielhaft sei angenommen, daß Arbeitskräfte der Kategorie r entsprechend folgendem Zuordnungstableau für Bearbeitungen der Art f eingesetzt werden können:

r	k	1	3	1	2	3	2	3
	f	1		2			3	
1		X		–			–	
2		–		–			X	
3		X		X			–	
4		–		X			X	
5		X		X			X	

TAB. 37: Angaben zu Beispiel R

Der gehaltskostenminimale Einsatzplan für das Maschinenbedienungspersonal, der sich aufgrund des Modells R ergibt, sieht dann wie folgt aus (→ Beispiel R):

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
k = 1	r = 1	–	–	6	6	6	6	–	–	–
	r = 3	3	3	1	1	1	1	–	–	–
	r = 4	1	–	–	–	–	–	–	–	–
	r = 5	–	1	–	–	–	–	–	–	–
k = 2	r = 2	2	2	2	2	2	–	2	1	–
	r = 3	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	r = 4	1	2	2	–	–	2	–	–	–
	r = 5	1	–	–	–	–	–	–	1	–
k = 3	r = 1	3	3	–	–	–	–	–	–	–
	r = 2	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	r = 3	–	–	2	2	2	–	–	–	–
	r = 4	–	–	–	2	2	–	2	–	–
	r = 5	–	–	1	1	1	–	1	–	–

TAB. 38: Personaleinsatzplan zu Beispiel R

Die hier bereitzustellenden Arbeitskräfte ($PA_1 = 6$, $PA_2 = 2$, $PA_3 = 3$, $PA_4 = 2$, $PA_5 = 1$) verursachen Gehaltskosten in Höhe von 35.000 Geldeinheiten.

Im Zusammenhang mit der Betrachtung von Mehrzweckmaschinen soll an dieser Stelle noch kurz skizziert werden, wie die alternative Personaleinsatzform 'Einsatz bei Rüsttätigkeiten' in Modellen zur Personalbereitstellungsplanung erfaßt werden kann. Es ist vorstellbar, daß einem Unternehmen für die Durchführung von Umrüsttätigkeiten spezielle Teams zur Verfügung stehen, die ausschließlich derartige Tätigkeiten ausführen, oder aber, daß Arbeitskräfte nicht nur Maschinen bedienen können, sondern z.T. auch in der Lage sind, sie zu rüsten. Beide Möglichkeiten werden im nachfolgenden aufgegriffen.

Mit

$\mathbf{R}(\mathbf{R}) = \{r \mid r \text{ ist eine Arbeitskräftekategorie, die für Rüsttätigkeiten bereitgestellt werden kann}\}^{360}$

$\mathbf{K}(\mathbf{R})_t = \{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der in Teilperiode } t \text{ gerüstet wird}\}$

$\mathbf{T}(\mathbf{R})_{fk} = \{t \mid t \text{ ist eine Teilperiode, in der Maschinentyp } k \text{ gerüstet wird, um eine Bearbeitung der Art } f \text{ ausführen zu können}\}$

$\beta(\mathbf{R})_{fk} = \text{Anzahl an Arbeitskräften, die in einer Teilperiode benötigt werden, um Maschinentyp } k \text{ auf die Bearbeitungsart } f \text{ zu rüsten}$

$\text{PE}(\mathbf{R})_{rkt} = \text{Anzahl an Arbeitskräften der Kategorie } r, \text{ die in Teilperiode } t \text{ zum Rüsten von Maschinentyp } k \text{ eingesetzt werden}$

läßt sich in Modell P zusätzlich berücksichtigen, daß Arbeitskräfte sowohl zum Bedienen als auch zum Rüsten der Maschinen bereitgestellt werden müssen. Modell P' beinhaltet neben (P.Z) und (P.3) folgende Restriktionen:

$$(P.1''a) \quad \beta_{ifk} \cdot w_{ifk} = \sum_{r \in \mathbf{R}_k} \text{PE}_{rkt} \quad \forall f \in \mathbf{F}; k \in \mathbf{K}_f; i \in \mathbf{I}_k; g_{ifk} + w_{ifk} \leq t \leq g_{ifk} + \overline{d}_{ifk} \cdot w_{ifk};$$

$$(P.1''b) \quad \beta(\mathbf{R})_{fk} = \sum_{r \in \mathbf{R}(\mathbf{R})} \text{PE}(\mathbf{R})_{rkt} \quad \forall f \in \mathbf{F}; k \in \mathbf{K}_f; t \in \mathbf{T}(\mathbf{R})_{fk};$$

Zur Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal wird Restriktion (P.1) unverändert übernommen (vgl. (P.1''a)). Die Bereitstellung von $\beta(\mathbf{R})_{fk}$ -Rüstarbeitskräften ist für den Fall zu gewährleisten, daß die Auftragsfolgeplanung für Maschine k in Teilperiode t ($t \in \mathbf{T}(\mathbf{R})_{fk}$) Rüstaktivitäten vorsieht, damit diese anschließend Bearbeitungen der Art f ausführen kann.

$$(P.2'a) \quad \sum_{k \in \mathbf{K}_r \cap \mathbf{K}_t} \text{PE}_{rkt} \leq \text{PA}_r \quad \forall t \in \mathbf{T}; r \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{R}(\mathbf{R});$$

$$(P.2'b) \quad \sum_{k \in \mathbf{K}_r \cap \mathbf{K}_t} \text{PE}_{rkt} + \sum_{k \in \mathbf{K}(\mathbf{R})_t} \text{PE}(\mathbf{R})_{rkt} \leq \text{PA}_r \quad \forall t \in \mathbf{T}; r \in \mathbf{R}(\mathbf{R});$$

$$(P.4') \quad \begin{aligned} \text{PE}_{rkt} &\geq 0 & \forall t \in \mathbf{T}; r \in \mathbf{R}; f \in \mathbf{F}_r; k \in \mathbf{K}_f; \\ \text{PE}(\mathbf{R})_{rkt} &\geq 0 & \forall r \in \mathbf{R}(\mathbf{R}); f \in \mathbf{F}; k \in \mathbf{K}_f; t \in \mathbf{T}(\mathbf{R})_{fk}; \\ \text{PA}_r &\geq 0 & \forall r \in \mathbf{R}; \end{aligned}$$

Für Arbeitskräfte einer Kategorie $r \in \mathbf{R}(\mathbf{R})$, die sowohl zum Rüsten als auch zum Bedienen von Maschinen eingesetzt werden können, wäre Restriktion (P.2'b) zur Abstimmung zwischen Personaleinsatz und Personalausstattung zu wählen. (Gleiches gilt, wenn die Arbeitskräftekategorie r ausschließlich eine 'Rüstkategorie' ist, da in diesem Fall $\mathbf{K}_r = \emptyset$.) Kann die betrachtete Arbeitskräftekategorie r nicht für Rüsttätigkeiten eingesetzt werden ($r \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{R}(\mathbf{R})$), ist hingegen Restriktion (P.2'a) relevant.

360) $\mathbf{R}(\mathbf{R}) \subseteq \mathbf{R}$.

Z.B. gelte es, für den Auftragsfolgeplan gemäß ABB. 34 Arbeitskräfte zu dessen Realisierung bereitzustellen. Neben den Beispielwerten gemäß TAB. 32 und TAB. 33 ist anzunehmen, daß jede Art von Rüsttätigkeit die Bereitstellung von 3 Arbeitskräften erforderlich macht. Zur Deckung dieses Bedarfs an Rüstpersonal kommen sowohl Arbeitskräfte der Kategorie $r = 5$ als auch Arbeitskräfte einer neuen Kategorie $r = 6$ in Betracht, die ausschließlich für Rüsttätigkeiten eingesetzt werden sollen. Die Gehaltskosten für eine Arbeitskraft der Kategorie $r = 6$ betragen 5.000 Geldeinheiten und die Beschaffungsobergrenze sei $\overline{PA}_6^{\max} = 4$. Die Lösung ($\rightarrow$ Beispiel P') sieht vor, daß die Personalausstattung der Kategorie $r = 1$ und $r = 2$ aus jeweils 4 Arbeitskräfte besteht und daß von der Kategorie $r = 5$ 6 Arbeitskräfte und von der Kategorie $r = 6$ 3 Arbeitskräfte verfügbar sein müssen.³⁶¹⁾

Steht dem Unternehmen nur ein einziges Rüstteam von z.B. 3 Arbeitskräften zur Verfügung, wäre für einen Auftragsfolgeplan wie gemäß ABB. 34 kein zulässiger Personaleinsatzplan zu erzeugen. Die personellen Rüstkapazitäten stellen in einer solchen Situation einen Engpäßfaktor dar, der bei der Planung der Bearbeitung von Aufträgen sinnvollerweise simultan berücksichtigt werden sollte.

4.2.3. SIMULTANE AUFTRAGSFOLGE- UND PERSONALPLANUNG BEI MEHRZWECKMASCHINEN

Auch zum Abschluß der Ausführungen zum Job-Shop-Scheduling- und Personalbereitstellungsproblem im Falle von Mehrzweckmaschinen wird ein diesbezüglich simultaner Planungsansatz skizziert.

Mit dem neu einzuführenden Symbol

y_{tifk} = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i in Teilperiode t auf Maschinentyp k eine Bearbeitung der Art f erfährt; sonst den Wert 0

besteht das Modell S aus der Zielfunktion (N.Z), den Restriktionen (N.1) - (N.9) und den folgenden weiteren Restriktionen:

$$(S.1) \quad t - h_{if} + M \cdot (1 - \sum_{k \in K_f} y_{tifk}) \geq 1 - \varepsilon \quad \forall t \in T; f \in F; i \in I_f$$

$$(S.2) \quad t - (h_{if} + d_{if}) - M \cdot (1 - \sum_{k \in K_f} y_{tifk}) \leq 1 - \varepsilon \quad \forall t \in T; f \in F; i \in I_f$$

$$(S.3) \quad \sum_{t \in T} y_{tifk} \geq \overline{d_{ifk}} \cdot w_{ifk} \quad \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k$$

$$(S.4) \quad \sum_{t \in T} y_{tifk} \leq M \cdot w_{ifk} \quad \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k$$

361) Zur Lösung dieses Beispiels im Detail vgl. $\rightarrow$ Beispiel P".

Das Teilrestriktionensystem (S.1) - (S.4) dient dazu, die Ausprägungen der binären 'Maschinenbelegungsvariablen' y_{tifk} zu bestimmen. Eine y_{tifk} -Variable muß genau dann den Wert Eins annehmen, wenn Maschine k in Teilperiode t durch den Auftrag i hinsichtlich der Bearbeitungsart f belegt wird. Das Konstruktionsprinzip der Restriktionen (S.1) - (S.3) entspricht demjenigen der Restriktionen (M.1) - (M.3) oder (M.1') - (M.3'). Da in jeder Teilperiode des Planungszeitraumes ein Auftrag i bezüglich der Bearbeitungsart f höchstens auf einer Maschine $k \in K_f$ bearbeitet werden kann, können hier die entsprechenden y_{tifk} -Variablen in (S.1) und (S.2) als Summe erfaßt werden.

Die nachfolgende Abbildung verdeutlicht die Wirkungsweise der Restriktionen (S.1), (S.2) und (S.3) (i. V.m. (N.3)) zunächst graphisch:

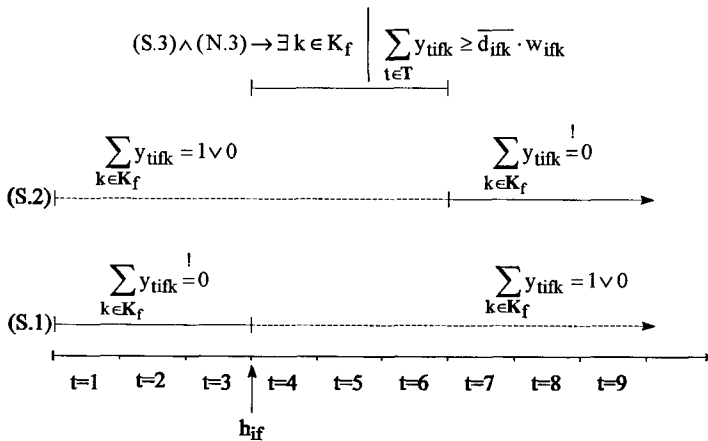


ABB. 35: Zusammenhänge der Restriktionen (S.1) - (S.3) (i. V.m. (N.3))

Für diejenigen Teilperioden t , die vor dem Bearbeitungsbeginn der Operation $[if]$ liegen ($t \leq h_{if}$), bewirkt Restriktion (S.1), daß allen relevanten y_{tifk} -Variablen der Wert Null zugewiesen wird. Umgekehrt bewirkt Restriktion (S.2), daß keine y_{tifk} -Variable einen von Null verschiedenen Wert annehmen kann, für die $t > h_{if} + d_{if}$ und $k \in K_f$ gilt. Möglich werden y_{tifk} -Ausprägungen von Eins demzufolge nur für Perioden innerhalb des Intervalls $[h_{if} + 1; h_{if} + d_{if}]$. Um dann auch die erwünschten Setzungen von Eins zu erzwingen, wird (S.3) benötigt: Diejenige Maschine k (und gemäß (S.4) nur diese), die für die Bearbeitung von $[if]$ vorgesehen wird ($w_{ifk} = 1$), gilt für mindestens $\overline{d_{ifk}}$ -Perioden als belegt. Höchstens belegt wird diese Maschine durch die Operation $[if]$ im Falle einer ganzzahligen Bearbeitungsdauer $\overline{d_{ifk}}$ genau für deren Länge oder im Falle einer nicht-ganzzahligen Bearbeitungsdauer $\overline{d_{ifk}}$ für die nächst größere ganze Zahl von $\overline{d_{ifk}}$, da ja für $t > h_{if} + d_{if}$ die Restriktion (S.2) nur für $y_{tifk} = 0$ erfüllt wird.

Im Falle nicht-ganzzahliger Bearbeitungsdauern $\overline{d_{ifk}}$ wird Restriktion (S.4) benötigt,³⁶²⁾ damit den y_{ifk} -Variablen derjenigen Maschinen $k \in K_f$, die die Operation [if] nicht bearbeiten, jeweils nur Werte von Null zugewiesen werden. Für den Fall, daß ausschließlich ganzzahlige Bearbeitungsdauern $\overline{d_{ifk}}$ vorliegen, wird (S.3) einfachheitshalber als Gleichung formuliert und (S.4) kann ganz entfallen.

$$(S.5) \quad \sum_{f \in F_k} \sum_{i \in I_f} \beta_{ifk} \cdot y_{ifk} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall t \in T; k \in K; \quad \forall f \in F; i \in I_f; k \in K_f; r \in R_f$$

$$(S.6) \quad \sum_{k \in K_f} PE_{rkt} \leq PA_r \quad \forall t \in T; r \in R;$$

$$(S.7) \quad PA_r \leq \overline{PA_r^{\max}} \quad \forall r \in R;$$

Die über die Restriktionen (S.1) - (S.4) determinierten Ausprägungen der Binärvariablen y_{ifk} induzieren für den Fall $y_{ifk} = 1$ einen Personalbedarf in Höhe von β_{ifk} , der durch die Bereitstellung von geeigneten Arbeitskräften exakt gedeckt werden muß. Die hier gewählte Abstimmung des Personalbedarfs mit der Personalausstattung entspricht der ersten personalwirtschaftlichen Planungssituation in 4.2.2.2..

$$(S.8) \quad \begin{aligned} h_{if} &\in \mathbb{N}_0 & \forall f \in F; i \in I_f; \\ d_{if} &\geq 0 & \forall f \in F; i \in I_f; \\ g_{ifk} &\geq 0 & \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k; \\ D_i &\geq 0 & \forall i \in I; \\ PE_{rkt} &\geq 0 & \forall t \in T; r \in R; k \in K_r; \\ PA_r &\geq 0 & \forall r \in R; \\ w_{ifk} &\in \{0,1\} & \forall f \in F; k \in K_f; i \in I_k; \\ y_{ifk} &\in \{0,1\} & \forall t \in T; f \in F; k \in K_f; i \in I_k; \\ u_{ifjgk} &\in \{0,1\} & \forall f, g \in F | f \leq g; k \in K_f \cap K_g; \\ & & i, j \in I_f | f = g \wedge i < j; i \in I_f; j \in I_g | f < g \wedge i \neq j; \end{aligned}$$

Restriktion (S.8) ersetzt die Nichtnegativitätsbedingungen (N.10).

4.3. MODELLE ZUR INTENSITÄTSMÄßIGEN MASCHINENANPASSUNG

4.3.1. KENNZEICHNUNG DER MODELLSITUATION

Eine weitere Form artmäßiger Flexibilisierung der Maschinenausstattung stellt - entsprechend der in 2.5. vorbereiteten und in 4.1. spezifizierten Systematik - die intensitätsmäßige Maschinenanpassung dar. "Die Möglichkeit, sich an wechselnde Beschäftigungslagen intensitätsmäßig anzupassen, besteht in gewissen Grenzen auch in Fabriken, deren Produktionseinrichtungen

362) Die rechte Seite von (S.4) könnte entsprechend der rechten Seite der Restriktion (U.6) (vgl. S. 172) auch 'enger' formuliert werden.

sich aus einer größeren Anzahl technisch selbständiger Teileinheiten zusammensetzen (z.B. Drehbänke, Fräsmaschinen, Spinnmaschinen, Webstühle u.a.). Die intensitätsmäßige Anpassung vollzieht sich in diesen Fällen dadurch, daß die Arbeits- oder Maschinengeschwindigkeit der Aggregate verändert wird.³⁶³⁾ Diese mit der hier zugrunde gelegten Produktionssituation korrespondierende (spezifizierte³⁶⁴⁾) Begriffskennzeichnung hebt den Aspekt der Geschwindigkeit hervor; der Aspekt der Ergiebigkeit des Bearbeitungsprozesses bleibt bei diesem Verständnis von intensitätsmäßiger Anpassung unberücksichtigt.³⁶⁵⁾ Wird aber z.B. ein Bohrvorgang betrachtet, bei dem ein Einspindelbohrkopf zur Bearbeitung jeweils einer Auftragsseinheit eingesetzt wird, könnte die Anzahl an bearbeiteten (hier: gebohrten) Auftragsseinheiten erhöht werden, indem die Bohrtätigkeit beschleunigt wird (Erhöhung der Umdrehungsgeschwindigkeit) aber auch - oder zusätzlich - indem ein Mehrspindelbohrkopf verwendet wird (Veränderung des Werkzeuges). Auf welchen dieser Umstände letztlich eine Erhöhung der pro Bezugszeitraum bearbeiteten Auftragsseinheiten zurückzuführen ist, sei bei nachfolgenden Betrachtungen ohne Bedeutung. Als Ergebnis ist schließlich festzuhalten, daß hier genau dann von intensitätsmäßiger Maschinenanpassung bzw. 'intensitätsflexiblen' Maschinen gesprochen werden soll, wenn sich durch eine auftragsunabhängige Wahl der Intensitätsstufe $s \in S_k$ unterschiedliche Auswirkungen auf die in einer Zeiteinheit ausgebrachten Auftragsseinheiten erzielen lassen.³⁶⁶⁾

Im Unterschied zu der Maschinenausstattungssituation des Punktes 4.2. wird hier wieder von Verwendungseindeutigkeit der Maschinen und Bereitstellungseindeutigkeit in Bezug auf die Bearbeitungsarten ausgegangen. Gemäß der in 2.5. vereinbarten Typologisierung ist das Flexibilitätspotential, das die Maschinen im Rahmen der Auftragsbearbeitung bieten, hier nur intensitätsmäßig bedingt, d.h., nur in Bezug auf das Merkmal 'nutzbare Intensitätsstufen' werden Mehrdeutigkeiten zugelassen. (Zudem gilt $|S_k| > 1$ für alle $k \in K$.) Die Bearbeitungsauern (und erwartungsgemäß auch die Durchlaufzeiten) der Aufträge können durch Einflußnahme auf die bearbeiteten Auftragsseinheiten pro Bezugszeitraum - sei es durch Veränderung der Laufgeschwindigkeit und/oder Veränderung der verwendeten Ausführungswerkzeuge - beeinflußt werden.

Die bisher getroffenen Annahmen zu den unterschiedlichen Modellen der Auftragsfolgeplanung werden durch die folgenden speziellen Annahmen aktualisiert:

- Die Menge der Intensitäten (S_k), in denen eine Maschine k zur Auftragsbearbeitung eingesetzt werden kann, ist endlich und beinhaltet nur eindeutig abgegrenzte und vorgegebene Intensitätsstufen. Eine Intensitätsstufe s wird dadurch gekennzeichnet, wieviele Auftragsseinheiten in einem (vorab festgelegten) Bezugszeitraum bearbeitet werden kön-

363) GUTENBERG (1983), S. 363.

364) Im ersten Zugang wird für eine Produktionssituation mit starr verbundenen technischen Anlagen unter intensitätsmäßiger Anpassung "... die unterschiedliche Inanspruchnahme der produktiven Faktoren ..." (GUTENBERG (1983), S. 361) verstanden.

365) Vgl. jedoch: GUTENBERG (1983), S. 330 - 331.

366) Vgl. hierzu GEORGI (1995), S. 88.

nen. Die so eingeführte Diskretisierung der in vielen Fällen wohl kontinuierlich anpaßbaren Intensität ermöglicht überhaupt erst die Abbildung der betrachteten Planungssituation in einem (gemischt-)ganzzahligen Entscheidungsmodell.³⁶⁷⁾

- Für jeden an Maschine k zu bearbeitenden Auftrag i kann unabhängig von den anderen Aufträgen die zu nutzende Intensität bestimmt werden. Nach Festlegung der auftragspezifischen Intensität sind dann alle Einheiten des Auftrages in dieser Intensität zu bearbeiten; ein Wechsel der verwendeten Intensität während der Bearbeitung eines Auftrages sei unzulässig.³⁶⁸⁾
- Die 'Implementierung' einer Intensitätsstufe, in der Maschine k betrieben werden soll, ist mit keinerlei zeitlichen Verzögerungen verbunden und zusätzlicher bzw. veränderter Bedarf, z.B. an Personal, Werkzeugen, Strom etc., soll ebenso vernachlässigt werden wie eventuell damit in Zusammenhang stehende Kosten. Auch bleiben die sich in Abhängigkeit von der jeweils genutzten Intensität ergebenden Unterschiede z.B. in den Faktorverbräuchen bzw. Produktionskosten unberücksichtigt.
- Jeder Auftrag, der auf Maschine k bearbeitet werden muß ($i \in I_k$), ist prinzipiell in jeder Intensitätsstufe s bearbeitbar, in der diese Maschine betrieben werden kann.
- Für die einzelnen Maschinen läßt sich eine (auftragsunabhängige) Basisintensität angeben, bei deren Bestimmung z.B. Aspekte wie Garantiezusagen des Herstellers, kostengünstigste Faktorverbräuche, produktionstechnische Erfahrungen mit z.B. geringstem Ausschuß, unternehmerische Vorgaben betreffend die Schonung der Anlagen etc. mit einfließen könnten. Wenn von dieser Basisintensität s^* ($s^* \in S_k$) abgewichen wird, seien keine negativen Auswirkungen auf die Maschinen zu befürchten. Die Maschinen laufen z.B. nicht heiß oder unterliegen keinem übermäßigen Verschleiß, wenn sie über einen längeren Zeitraum in einer anderen als der Basisintensität genutzt werden.
- Die Güte der Auftragsbearbeitung wird durch die jeweils verwendete Bearbeitungsintensität nicht beeinflußt.

Was die Zuordnung von Arbeitskräften zu den Maschinen betrifft, werden keine von 2.1. abweichenden Bedingungen formuliert.

4.3.2. SUKZESSIVE AUFTRAGSFOLGE- UND PERSONALPLANUNG BEI 'INTENSITÄTSFLEXIBLEN' MASCHINEN

4.3.2.1. AUFTRAGSFOLGEPLANUNG ALS INITIALPLANUNG

4.3.2.1.1. AUSGANGSMODELL

Zur Planung der Auftragsfolgen bei intensitätsmäßiger Maschinenanpassung wird auf das Ausgangsmodell zur Auftragsfolgeplanung (2.2.1.1.) zurückgegriffen - mit dem Unterschied, daß hier die Bearbeitungsauern der Aufträge auf den einzelnen Maschinen Ergebnis der Planung sind. Die Bestimmung dieser von der zu wählenden Intensitätsstufe abhängigen Bearbeitungs-

367) So z.B. auch bei ALBACH (1962), S. 63 - 67; JACOB (1990), S. 530 - 535; KÜPPER (1980), S. 68 - 69.

368) Im Gegensatz dazu vgl. das Intensitätssplitting nach DELLMANN/NASTANSKY (1969).

dauern wird über zwei zusätzliche Restriktionstypen gesteuert. Da die betrachtete Planungssituation - wie oben dargestellt - von Verwendungseindeutigkeit der Maschinen und Bereitstellungsmehrdeutigkeit in Bezug auf die Bearbeitungsarten ausgeht, kann bei der formalen Abbildung der Zusammenhänge auf den Index f verzichtet werden kann. Die vorgegebenen Bearbeitungsfolgen der Aufträge lassen sich wiederum direkt als Maschinenfolgen ausdrücken.

Unter zusätzlicher Verwendung der zwei neu einzuführenden Symbole

- z_{sik} := Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i auf Maschinentyp k in der Intensitätsstufe s bearbeitet wird; sonst den Wert 0
 $\overline{d_{sik}}$:= gegebene Bearbeitungsdauer des Auftrages i auf Maschinentyp k , wenn dieser in der Intensitätsstufe s genutzt wird

sieht das Ausgangsmodell zur Auftragsfolgeplanung bei intensitätsmäßiger Anpassung (Modell T) wie folgt aus:

Zielfunktion:

$$(T.Z) \quad \sum_{i=1}^I D_i = \min!$$

u.d.N.:

$$(T.1) \quad h_{ik'} + d_{ik'} \leq h_{ik''} \quad \forall i \in I; k' = f(\pi_i) \text{ und } k'' = f(\pi_i + 1) \text{ mit } \pi_i = 1, \dots, \Pi_i - 1;$$

$$(T.2) \quad h_{ik'} + d_{ik'} \leq D_i \quad \forall i \in I, k' = f(\pi_i) \text{ mit } \pi_i = \Pi_i;$$

$$(T.3) \quad h_{ik} + d_{ik} \leq h_{jk} + M \cdot (1 - u_{ijk}) \quad \forall k \in K; i \in I_k \mid i < j;$$

$$(T.4) \quad h_{jk} + d_{jk} \leq h_{ik} + M \cdot u_{ijk} \quad \forall k \in K; i \in I_k \mid i < j;$$

Aufgrund der Identität der Maschinenfolgebedingungen (T.1) und (T.2) mit den Restriktionen (E.1) und (E.2) und der Auftragsfolgebedingungen (T.3) und (T.4) mit den Restriktionen (E.3) und (E.4) des Ausgangsmodells zur Auftragsfolgeplanung bei quantitativer Maschinenanpassung, wird an dieser Stelle auf deren inhaltliche Erläuterung verzichtet.

$$(T.5) \quad \sum_{s \in S_k} z_{sik} = 1 \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

Für jede Maschine k muß in Bezug auf jeden von ihr zu bearbeitenden Auftrag i genau eine Intensität ausgewählt werden, in der dann alle Einheiten des Auftrages bearbeitet werden.

$$(T.6) \quad d_{ik} = \sum_{s \in S_k} \overline{d_{sik}} \cdot z_{sik} \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

Restriktion (T.6) ist eine (einsparbare) Definitionsgleichung für d_{ik} , die aber in recht anschaulicher Weise zeigt, wie die Bearbeitungsdauer des Auftrages i auf Maschine k aus der gewählten Bearbeitungsintensität s abgeleitet wird.

$$\begin{aligned}
 (T.7) \quad & h_{ik} \in \mathbb{N}_0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\
 & d_{ik} \geq 0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\
 & D_i \geq 0 & \forall i \in I; \\
 & z_{sik} \in \{0,1\} & \forall k \in K; s \in S_k; i \in I_k; \\
 & u_{ijk} \in \{0,1\} & \forall k \in K; i \in I_k | i < j;
 \end{aligned}$$

Für die Modellvariablen gelten die jeweiligen Definitionsbereiche entsprechend Restriktion (T.7).

Zur beispielhaften Verdeutlichung dieses Modells wird erneut auf Beispiel A (S. 24) zurückgegriffen, das die bei der Bearbeitung der einzelnen Aufträge zu beachtenden Reihenfolgen direkt als Maschinenfolgen abbildet. Die zahlenmäßig mit TAB. 1 identische, nachfolgend nochmals aufgezeigte Tabelle ist in Teilen anders zu interpretieren:³⁶⁹⁾ Bei den in den Spalten zwei bis fünf angegebenen Zahlen handelt es sich nicht mehr um die gegebenen Bearbeitungsdauern der Aufträge $i \in I_k$ auf den relevanten Maschinen $k \in K$ (d_{ik}). Vielmehr werden jetzt diejenigen Bearbeitungsdauern ausgewiesen, die sich ergeben würden, wenn Auftrag i auf Maschine k mit deren Basisintensität s^* (d_{s^*ik}) bearbeitet wird:

i	k				$\pi_i = 1$	$\pi_i = 2$	$\pi_i = 3$
	1	2	3	4			
1	—	—	4	2	4	3	—
2	3	—	—	3	1	4	—
3	—	2	1	2	2	3	4
4	4	1	2	—	3	1	2

TAB. 39: (1) Angaben zu Beispiel T

Die Kenntnis der Bearbeitungsdauer des Auftrages i auf der in Basisintensität s^* genutzten Maschine k ermöglicht folgende Normierung: Werden die pro Zeiteinheit tatsächlich bearbeiteten Auftragsseinheiten (Istintensität s) zu der Anzahl an bearbeiteten Auftragsseinheiten pro Zeiteinheit im Falle, daß die Basisintensität s^* genutzt wird, ins Verhältnis gesetzt, ist der (auftragsabhängige) Leistungsgrad der Maschine zu bestimmen. Ein Leistungsgrad von 100% ergibt sich, wenn die genutzte Intensität der Basisintensität entspricht. Bearbeitet dagegen eine Maschine k pro Zeiteinheit mehr (weniger) Auftragsseinheiten als entsprechend der Basisintensität erreichbar wären, so ist deren Leistungsgrad größer (kleiner) als 100%.

Die nachfolgende Tabelle zeigt auf, in welchen Bearbeitungsintensitäten die einzelnen Maschinen genutzt werden könnten und welche reziproken Leistungsgrade³⁷⁰⁾ dann gelten würden. In dem Beispiel entspricht die Intensitätsstufe $s = 1$ jeweils der Basisintensität s^* , reziproke Lei-

369) Dies gilt nicht für die sechste bis achte Spalte.

370) Reziproke Leistungsgrade vermitteln einen unmittelbaren Eindruck darüber, wieviel Prozent der Bearbeitungsdauer bei Basisintensität die Bearbeitungsdauer bei der jeweiligen Intensitätsstufe entspricht.

$d_{sik} = (' \text{reziproker Leistungsgrad von Maschine } k \text{ in Intensitätsstufe } s') \cdot d_{s^*ik}.$

stungsgrade größer 100% werden nicht betrachtet.³⁷¹⁾ Für die weiteren Ausführungen wird ergänzend angenommen, daß ein reziproker Leistungsgrad von z.B. 90% zu einer Bearbeitungsdauer führt, die 90% der Bearbeitungsdauer $\bar{d}_{s*ik}$ entspricht. (Es wäre durchaus denkbar, daß ein reziproker Leistungsgrad von 90% eine Bearbeitungszeit von $95\% \cdot \bar{d}_{s*ik}$ bedeutet, wenn bearbeitete Auftragsseinheiten wegen der höheren Bearbeitungsintensität z.B. erst abgekühlt werden müssen, bevor die Bearbeitung fortgesetzt werden kann.³⁷²⁾)

k \ s	1	2	3	4	5	6	7
1	100%	95%	90%	85%	80%	–	–
2	100%	90%	80%	70%	–	–	–
3	100%	90%	75%	55%	–	–	–
4	100%	95%	90%	80%	70%	60%	50%

TAB. 40: (2) Angaben zu Beispiel T

Für die Maschine $k = 3$ und die Maschine $k = 4$ wird - im Gegensatz zu den Maschinen $k = 1$ und $k = 2$ - ein nicht-linearer funktionaler Zusammenhang zwischen den Intensitätsstufen s und den reziproken Leistungsgraden angenommen.

Mit diesen Beispielangaben führt Modell T zu dem folgenden durchlaufzeitminimalen Auftragsfolgeplan ($\rightarrow$ Beispiel T):

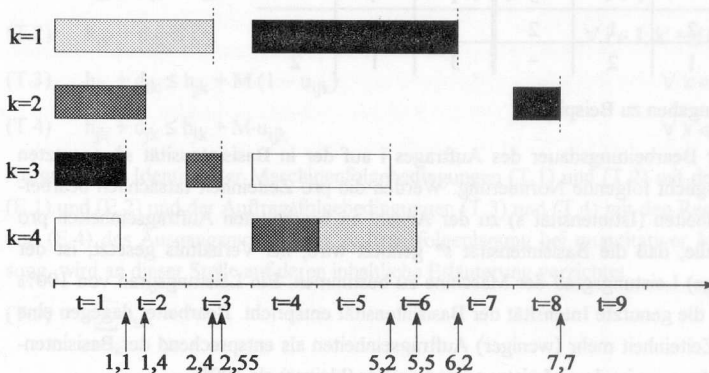


ABB. 36: Auftragsfolgeplan zu Beispiel T

Die Summe der Durchlaufzeiten beträgt in diesem Fall 22,4 Perioden. Für alle Operationen $[ik]$ wird eine Bearbeitung in der jeweils höchst möglichen Bearbeitungsintensität vorgesehen, was insofern nicht verwunderlich ist, als annahmegemäß weder mit der Intensität verbundene (Bearbeitungs-, Einstellungs- etc.) Kosten berücksichtigt werden müssen, noch Restriktionen

371) Dies wäre z.B. hinsichtlich der Auslastung von Kapazitäten von Bedeutung.

372) Vgl. Fußnote 59).

bezüglich der zeitlichen Inanspruchnahme bestimmter Intensitätsspektren existieren und darüber hinaus die schnellst mögliche Fertigstellung aller Aufträge angestrebt wird. Im Gegensatz zu der jeweils letzten Bearbeitung an einem Auftrag, deren Bearbeitungsende dann die Durchlaufzeit des Auftrages determiniert,³⁷³⁾ hätte die Bearbeitung einiger Operationen in ausgewählten anderen als der jeweils höchsten Intensitätsstufe keinen Effekt auf den Zielfunktionswert. Würde z.B. die Operation [2,1] statt mit der Intensität $s = 5$ ($\rightarrow d_{21} = 2,4$) mit der Intensität $s = 3$ ($\rightarrow d_{21} = 2,7$) bearbeitet, kann - wegen des entsprechenden Definitionsbereichs für die h_{ik} -Variablen - trotzdem frühestens zu Beginn der dritten Teilperiode mit der Bearbeitung des Auftrages auf derjenigen Maschine begonnen werden, die in der Maschinenfolge des Auftrages $i = 2$ nach Maschine $k = 1$ steht (hier: $k = 4$), bzw. mit der Bearbeitung desjenigen Auftrages begonnen werden, der in der Auftragsfolge der Maschine $k = 1$ nach Auftrag $i = 2$ steht (hier: $i = 4$). Solche Überlegungen werden in den Ausführungen zu der Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal, die auf einer bereits erfolgten Auftragsfolgeplanung basiert (4.3.2.2.), konkreter aufgegriffen, da sie zusätzliche Möglichkeiten zur Steuerung der Gehaltskosten in Aussicht stellen.

4.3.2.1.2. MODIFIKATION UND ERWEITERUNG

Die stark anzuzweifelnde Annahme, daß die Nutzung einer von der Basisintensität s^* abweichenden Intensität keinerlei Auswirkungen auf den Zustand der Maschinen hat, soll im weiteren aufgehoben werden. Denn bei anhaltender Nutzung der Maschinen in Intensitätsstufen $s > s^*$ ist (z.B. wegen Überhitzung) mit erhöhtem Verschleiß der Maschinen zu rechnen. Die Möglichkeit, die Maschinen mit unterschiedlichen Intensitäten zu nutzen, ist ein mit Bedacht einzusetzendes Instrument, um z.B. Auftragszusagen zu erfüllen oder Produktionsengpässe zu umgehen. Aus diesem Grund könnte die Zeitspanne, in der eine Maschine in einer bestimmten Intensitätsstufe genutzt werden soll, a priori durch unternehmenspolitische Festsetzungen begrenzt werden.

Mit dem neuen Symbol

λ_{sk} = Anzahl an Teilperioden, die Maschinentyp k im Planungszeitraum höchstens in der Intensitätsstufe s genutzt werden kann bzw. soll

muß in Ergänzung zu den Restriktionen (T.1) - (T.7) nurmehr die folgende 'Obergrenzenrestriktion' aufgestellt werden (Modell T'):

$$(T.8) \quad \sum_{i \in I_k} \bar{d}_{sik} \cdot z_{sik} \leq \lambda_{sk} \quad \forall k \in K; s = 2, \dots, S_k;$$

373) Die Bearbeitung z.B. der Operation [2,4] führt mit $s = 7$ zu einer Bearbeitungsdauer von 1,5 Perioden und zu einer Durchlaufzeit von 5,5 Perioden. Würde z.B. $s = 5$ gewählt, würde sich sowohl d_{24} als auch D_2 um 0,6 Perioden verlängern.

Für jede Maschine und jede Intensitätsstufe s - ohne die Basisintensität $s^* = 1$ - ist aufzusummieren, wie lange die Bearbeitung der Aufträge dauern würde. Dieser Wert (Summe der Maschinenbetriebszeiten) darf die vorgegebene Zeitspanne von λ_{sk} nicht übersteigen.

In dem Beispiel wird angenommen, daß keine Intensitätsstufe - mit Ausnahme der Basisintensität - unbegrenzt zur Auftragsbearbeitung genutzt werden kann. Über die Anzahl an Perioden, in denen die einzelnen Maschinen höchstens in den jeweiligen Intensitätsstufen genutzt werden können, informiert folgende Tabelle:

k	s	1	2	3	4	5	6	7
1		∞	3	3	3	2	—	—
2		∞	3	3	3	—	—	—
3		∞	3	3	3	—	—	—
4		∞	3	3	3	2	2	2

TAB. 41: Angaben zu Beispiel T'

Unter Hinzufügung der Restriktion (T.8) zu Modell T ergibt sich für unser Beispiel strukturell zwar kein neuer Auftragsfolgeplan, die Bearbeitungsdauern einiger Operationen und auch der Zielfunktionswert verändern sich aber ($\rightarrow$ Beispiel T'):

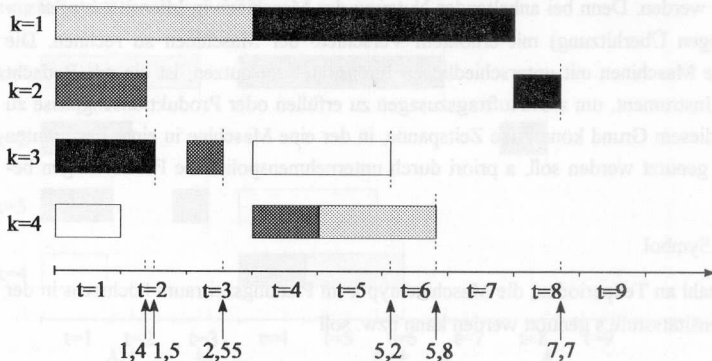


ABB. 37: Auftragsfolgeplan zu Beispiel T'

Durch die Tatsache, daß zur Bearbeitung der Operation [2,4] jetzt die geringere Intensität $s = 6$ vorgesehen wird, dauert ihre Erledigung 1,8 Perioden und nicht mehr nur 1,5 Perioden; damit erhöht sich die Durchlaufzeit des Auftrages $i = 2$ um genau diese 0,3 Perioden, ebenso wie der Zielfunktionswert (22,7 Perioden). Zur Bearbeitung der Operationen [2,1], [4,1] und [4,3] werden den betroffenen Maschinen geringere als die ursprünglichen Bearbeitungsintensitäten zugewiesen, für die Bearbeitung der restlichen Operationen sieht die Modellösung die jeweils höchst mögliche Intensität vor. (Trotz längerer Bearbeitungsdauern d_{21} , d_{41} , d_{43} und d_{24} ist

für dieses Beispiel eine Bereitstellung von Maschinenkapazität in weiteren Teilperioden nicht erforderlich.)

4.3.2.2. PERSONALPLANUNG ALS FOLGEPLANUNG

Die Deckung der sich aus der Auftragsfolgeplanung bei intensitätsmäßiger Maschinenanpassung ergebenden Personalbedarfe wird auch hier wieder für unterschiedliche personalwirtschaftliche Planungssituationen analysiert. Sei zunächst unterstellt, daß die dem Unternehmen zur Verfügung stehenden Arbeitskräfte zur Bedienung all derjenigen Maschinen in Frage kommen, die sie bedienen können ($k \in K_r$), und zwar unabhängig von der an diesen Maschinen verwendeten Intensität. Mit der Einführung des neuerlich abgeänderten Besetzungskoeffizienten

β_{sik} = Anzahl an Arbeitskräften, die in einer Teilperiode benötigt werden, um Auftrag i auf Maschinentyp k in der Intensitätsstufe s bearbeiten zu können

wird der Möglichkeit Rechnung getragen, daß es aufgrund höherer Bearbeitungsintensitäten zu einem höheren Bedarf an Arbeitskräften kommen kann: Die Anwendung eines Mehrspindelbohrkopfes kann beispielsweise damit einhergehen, daß mehr Arbeitskräfte zur Kontrolle der Bohrvorgänge bereitgestellt werden müssen. Und wird die Bohrgeschwindigkeit erhöht, werden vielleicht mehr Arbeitskräfte (und eventuell auch in anderen Qualifikationen) nötig, um z.B. der höheren Frequenz der Maschinenbeschickung und -entleerung gerecht zu werden.

Die Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal für die soeben gekennzeichnete Planungssituation erfolgt über Modell U:³⁷⁴⁾

Zielfunktion:

$$(U.Z) \quad \sum_{r \in R} \Psi_r \cdot PA_r = \min!$$

u.d.N.:

$$(U.1) \quad \sum_{s \in S_k} \beta_{sik} \cdot z_{sik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall k \in K; i \in I_k; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik};$$

Der für Operation $[ik]$ spezifische Personalbedarf, den es jeweils in jeder Bearbeitungsperiode t durch den Einsatz geeigneten Personals zu decken gilt, ergibt sich aus der Intensität s , mit der die Bearbeitung des Auftrages i auf Maschine k ausgeführt wird. Gemäß Restriktion (T.5) existiert dabei exakt ein $s \in S_k$, für das die entsprechende z_{sik} -Variable den Wert Eins annimmt.

$$(U.2) \quad \sum_{k \in K_r \cap K_t} PE_{rkt} \leq PA_r \quad \forall t \in T; r \in R;$$

$$(U.3) \quad PA_r \leq \overline{PA_r}^{\max} \quad \forall r \in R;$$

374) z_{sik} , h_{ik} und d_{ik} sind Ergebnisse der vorausgegangenen Auftragsfolgeplanung.

$$(U.4) \quad PE_{rkt} \geq 0 \\ PA_r \geq 0$$

$$\forall t \in T; r \in R; k \in K_r \cap K_t; \\ \forall r \in R;$$

In Verbindung mit der Restriktion (U.1) repräsentieren die (bereits bekannten) Restriktionen (U.2), (U.3) und (U.4) den personalwirtschaftlichen Modellkern, der entsprechend der jeweils vorliegenden Planungssituation um weitere Restriktionen ergänzt werden könnte.

Zur Illustration des Modells U wird zum einen angenommen, daß die folgenden Maschinenbesetzungskoeffizienten β_{sik} gelten:

i	s \ k	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	7
		1					2				3				4						
1		-					-				2		4		3		4		8		
2		5		8			-				-				3		4		8		
3		-					3		6		7		9		1		2		6		
4		3		6			4		8		5		7		-						

TAB. 42: (1) Angaben zu Beispiel U

Zum anderen liegen Informationen darüber vor, welche Zuordnungen von Arbeitskräften zu Maschinen möglich sind:³⁷⁵⁾

r	s \ k	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	7
		1					2				3				4						
1		X					-				-				-						
2		-					X				-				-						
3		X					-				X				-						
4		-					X				-				X						
5		X					-				X				X						

TAB. 43: (2) Angaben zu Beispiel U

Entsprechend Modell U wird der Bedarf an Arbeitskräften zur Bedienung der an der Auftragsbearbeitung beteiligten Maschinen, wie es der Auftragsfolgeplan gemäß ABB. 36 vorsieht, folgendermaßen gehaltskostenminimal gedeckt ($\rightarrow$ Beispiel U):

375) Des weiteren gelten Gehaltskosten Ψ_r und Obergrenzen $PA_r^{\max}$ gemäß TAB. 5.

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
k = 1	r = 1	8	6	8	1	3	6	—	—	—
	r = 3	—	—	—	5	3	—	4	—	—
	r = 5	—	2	—	—	—	—	2	—	—
k = 2	r = 2	6	—	—	—	—	—	—	6	—
	r = 4	—	6	—	—	—	—	—	2	—
k = 3	r = 3	7	7	7	2	4	4	—	—	—
	r = 5	—	—	2	2	—	—	—	—	—
k = 4	r = 4	6	—	—	6	6	6	—	—	—
	r = 5	2	—	—	—	2	2	—	—	—

TAB. 44: Personaleinsatzplan zu Beispiel U

Aufgrund der mit $PA_1 = 8$, $PA_2 = 6$, $PA_3 = 7$, $PA_4 = 6$ und $PA_5 = 2$ ausgewiesenen Personalstruktur ergeben sich Gehaltskosten von insgesamt 75.000 Geldeinheiten. Die zu deckenden Personalbedarfe (β_{sik} -Werte) nehmen dadurch, daß sie jeweils aus den höchsten Intensitätsstufen abgeleitet werden müssen, die maximal möglichen Ausprägungen (vgl. TAB. 42) an. Wird dagegen der um 0,3 Perioden schlechtere Auftragsfolgeplan gemäß ABB. 37 der Personalbereitstellungsplanung zugrunde gelegt, könnten 10.000 Geldeinheiten eingespart werden: Es würden jeweils 5 Arbeitskräfte der Kategorien $r = 1$ und $r = 3$, jeweils 4 Arbeitskräfte der Kategorien $r = 4$ und $r = 5$ und 6 Arbeitskräfte der Kategorie $r = 2$ bereitgestellt werden, was die Gehaltskosten auf 65.000 Geldeinheiten reduziert. Der hier gut zu erkennende (schon an anderen Stellen aufgezeigte) Zielkonflikt zwischen frühzeitiger Auftragsfertigstellung und Auslastung der Personalkapazitäten muß vor dem Hintergrund der unternehmensspezifischen Situation gelöst werden.

Eine andere personalwirtschaftliche Planungssituation liegt vor, wenn die dem Unternehmen zur Verfügung stehenden Arbeitskräfte nur ausgewählte Maschinen bedienen können bzw. sollen, und dies auch nur dann, wenn diese Maschinen mit bestimmten Intensitäten genutzt werden. Z.B. könnten bzw. sollten ab (bis zu) einer bestimmten Geschwindigkeit der Bearbeitungsprozesse Arbeitskräfte nicht eingesetzt werden, die von ihrer Qualifikation her zur Bedienung des betrachteten Maschinentyps nicht geeignet wären, was vielleicht daran liegen mag, daß die Reaktionsfähigkeit der Arbeitskräfte eingeschränkt ist bzw. daß die Arbeitskräfte bei geringen Bearbeitungsintensitäten unterfordert werden.³⁷⁶⁾

Zur formalen Abbildung der beiden gleichzeitig zu erfüllenden Bedingungen, daß die zur Deckung des Personalbedarfs in Frage kommenden Arbeitskräfte sowohl den betrachteten Maschinentyp bedienen können müssen, als auch, daß die Intensität, mit der dieser Maschinentyp genutzt wird, deren Personaleinsatz zuläßt, werden die folgenden, doppelt indizierten Indexmengen eingeführt:

376) Zu weiteren eventuell maßgeblichen Gründen vgl. auch S. 120 + 121.

- $R_{sk} = \{r \mid r \text{ ist eine Arbeitskräftekategorie, die an Maschinentyp } k \text{ eingesetzt werden kann, wenn er in Intensitätsstufe } s \text{ genutzt wird}\}$
 $K_{sr} = \{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, den Arbeitskräfte der Kategorie } r \text{ bedienen können, wenn er in Intensitätsstufe } s \text{ genutzt wird}\}$
 $K_{st} = \{k \mid k \text{ ist ein Maschinentyp, der in Teilperiode } t \text{ in der Intensitätsstufe } s \text{ genutzt wird}\}$

Die Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal für die nun abgeänderte personalwirtschaftliche Planungssituation erfolgt nach Modell V ((U.Z), (U.3), (V.1) - (V.3)):

$$(V.1) \quad \beta_{sik} \cdot z_{sik} = \sum_{r \in R_{sk}} PE_{rkt} \quad \forall k \in K; s \in S_k; i \in I_k; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik};$$

Zur Deckung eines Personalbedarfes in Höhe von β_{sik} (im Fall, daß $z_{sik} = 1$) kommen Arbeitskräfte all derjenigen Kategorien in Betracht, die die Maschine k , welche mit der Intensität s genutzt wird, bedienen können ($r \in R_{sk}$).

$$(V.2) \quad \sum_{\substack{k \in \cup K_{sr} \cap K_{st} \\ s \in S}} PE_{rkt} \leq PA_r \quad \forall t \in T; r \in R;$$

$$(V.3) \quad \begin{aligned} PE_{rkt} &\geq 0 \\ PA_r &\geq 0 \end{aligned} \quad \forall t \in T; r \in R; s \in S; k \in K_{sr} \cap K_{st}; \quad \forall r \in R;$$

Die Arbeitskräfte einer Kategorie r können in einer Periode t an all denjenigen Maschinen k eingesetzt werden, die durch einen Auftrag belegt werden ($k \in K_{st}$) und die - in der genutzten Intensität - von ihnen auch bedient werden können ($k \in K_{sr}$).

Das folgende Zuordnungstableau TAB. 45 wird gegenüber dem Zuordnungstableau TAB. 43 weitergehend eingeschränkt, um auch Modell V an dem oben eingeführten Beispiel zu verdeutlichen:

r	s	1					2				3				4						
		1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	7
1				X					-				-						-		
2				-					X				-						-		
3				X		-			-				X						-		
4				-					X				-						X		
5				X					-				X				-			X	

TAB. 45: Angaben zu Beispiel V

Gemäß diesem Tableau können z.B. Arbeitskräfte der Kategorie $r = 3$ jetzt nicht mehr generell zur Bedienung von Maschinen des Typs $k = 1$ bereitgestellt werden, sondern nur mehr dann, wenn dieser Maschinentyp mit den Intensitäten $s = 1$, $s = 2$ oder $s = 3$ genutzt wird.

Der folgende gehaltskostenminimale Einsatzplan gewährleistet die Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal entsprechend dem Auftragsfolgeplan der ABB. 36 (→ Beispiel V):

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
k = 1	r = 1	8	6	8	4	6	6	4	—	—
	r = 3	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	r = 5	—	2	—	2	—	—	2	—	—
k = 2	r = 2	6	—	—	—	—	—	—	6	—
	r = 4	—	6	—	—	—	—	—	2	—
k = 3	r = 3	7	7	7	4	4	4	—	—	—
	r = 5	—	—	2	—	—	—	—	—	—
k = 4	r = 4	6	—	—	6	6	6	—	—	—
	r = 5	2	—	—	—	2	2	—	—	—

TAB. 46: Personaleinsatzplan zu Beispiel V

Trotz Einschränkung der Zuordnungsmöglichkeiten (vgl. TAB. 45 im Vergleich zu TAB. 43) ergibt sich derselbe Zielfunktionswert und dieselbe Struktur der Personalausstattung wie vorher. Allerdings sieht der Personaleinsatzplan anders aus: Z.B. ist jetzt kein Einsatz von Arbeitskräften der Art $r = 3$ an Maschinentyp $k = 1$ möglich, weil an diesem Maschinentyp die beiden zu bearbeitenden Aufträge $i = 2$ und $i = 4$ jeweils in der höchsten möglichen Intensitätsstufe ($s = 5$) bearbeitet werden, was beispielsweise zu hohe Anforderungen an Arbeitskräfte der Art $r = 3$ stellen würde.

Auch hier werden Arbeitskräfte periodenweise eingesetzt, obwohl sie in einigen Teilperioden nicht für die gesamte Periodenlänge gebraucht werden. Z.B. werden in Teilperiode $t = 2, 7$ Arbeitskräfte zur Bearbeitung der Operation [4,3] bereitgestellt, obwohl diese Operation nur 10% der Periodenlänge dauert und (wegen des entsprechenden Definitionsbereiches für die h_{ik} -Variablen) keine weitere(n) Operation(en) eingeplant ist (sind). Dies bedeutet, daß die entsprechenden Personalkapazitäten 90% der Teilperiode 'brachliegen' bzw. nicht ausgelastet werden. Würde Operation [4,3] z.B. mit der Intensität $s = 3$ bearbeitet werden, führt dies zu einem Personalbedarf von 5 Arbeitskräften und einer Bearbeitungsdauer von 1,5 Perioden. Ohne Verschlechterung des Zielfunktionswertes (für [3,3] gilt weiterhin $h_{33} = 3$) wären auf diesem Wege 2 Arbeitskräfte weniger bereitzustellen, die zudem besser ausgelastet werden. Wird zugelassen, daß die Bearbeitungsintensitäten der Maschinen im Rahmen der Personalbereitstellungsplanung noch verändert werden können, lassen sich u.U. die Arbeitskräfte besser auslasten und/oder bessere Zielfunktionswerte (U.Z.) erreichen.³⁷⁷⁾ Die angestrebten Verände-

377) Im Unterschied zu den in 2.2.2. und 3.2.2.2. vorgestellten Modellen B" (vgl. S. 43 - 45) und F" (vgl. S. 93 + 94), die nur Dispositionen über den zeitlichen Anfall des Personalbedarfs in Grenzen ermöglichen, kann im weiteren zusätzlich auch der Umfang des Personalbedarfs beeinflußt werden. Zum 'time-resource-tradeoff' vgl. auch DOMSCHKE/DREXL (1991b), S. 67 und DREXL/KOLISCH (1992), S. 12 - 13.

rungen dürfen die vorgegebenen Auftragsfolgen der Maschinen bzw. die Durchlaufzeiten der Aufträge jedoch nicht beeinflussen.

Die Menge der verwendeten Symbole wird wie folgt erweitert:

y_{tsik} := Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i in Teilperiode t auf Maschinentyp k in der Intensitätsstufe s bearbeitet wird; sonst den Wert 0

$S_{[ik]}$:= $\{s \mid s \text{ ist eine Intensitätsstufe, die zur Bearbeitung der Operation } [ik] \text{ gewählt werden kann}\}^{378}$

$[IK]''$:= $\{[ik] \mid [ik] \text{ ist eine Auftrags-Maschinen-Kombination, für die eine Verlängerung bzw. Verkürzung der Bearbeitungsdauer möglich ist}\}^{379}$

Das nachfolgend dargestellte Modell U' ((U.Z), (U.2) - (U.4) inklusive der nächsten neun Restriktionen) ist dann anzuwenden, wenn bei der Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal zeitliche Rechts- bzw. Linksverschiebungen für einige Auftragsbearbeitungen zugelassen werden können und/oder (in Grenzen) noch darüber entschieden werden kann, in welchen Intensitäten einzelne Maschinen genutzt werden sollen:

$$(U.1'a) \quad \sum_{s \in S_k} \beta_{sik} \cdot y_{tsik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall [ik] \in [IK]; \eta_{ik} + 1 \leq t \leq \sigma_{ik};$$

$$(U.1'b) \quad \sum_{s \in S_k} \beta_{sik} \cdot z_{sik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall [ik] \in [IK] \setminus [IK]'', h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik};$$

$$(U.1'c) \quad \sum_{s \in S_{[ik]}} \beta_{sik} \cdot z_{sik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall [ik] \in [IK]'', h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik};$$

Bei der Abstimmung von Personalbedarf und Personaleinsatz ist danach zu unterscheiden, um welche Art von Operation $[ik]$ es sich handelt:

- Eine Operationen $[ik]$ gehört dann zur Menge $[IK]$, wenn die längst-mögliche Bearbeitungsdauer (hier: d_{s*ik}) echt kleiner dem 'Verschiebungsintervall' $[\eta_{ik}; \sigma_{ik}]$ und die kürzest-mögliche Bearbeitungsdauer (hier: $\overline{d_{S_{ik}}}$) mindestens eine Periode kleiner als die Länge des 'Verschiebungsintervalls' ist.³⁸⁰ In der nachfolgenden Abbildung, die diese Überlegungen graphisch aufbereitet, sollen die gestrichelten Linien zum Ausdruck bringen, daß die Intensität $s \in S_k$ mit der Maschine k zur Bearbeitung des Auftrages i ge

378) Es gilt: $S_{[ik]} \subseteq S_k$.

379) Es gilt: $[IK]'' \subseteq [IK]'$. Aus diesem Grund kann die Lage der Bearbeitung nicht verändert werden und die Bearbeitungsdauern dürfen nur insoweit verlängert bzw. verkürzt werden, wie die Belegung der Maschine k durch den Auftrag i - in ganzen Perioden ausgedrückt - gleichbleibt. (Sowohl eine Bearbeitungsdauer von 3,2 als auch eine Bearbeitungsdauer von 3,9 führt zu einer 4-periodigen Belegung der Maschine.)

Für $[ik] \in [IK]''$ gilt also: $|S_{[ik]}| > 1$ und alle $s \in S_{[ik]}$ führen zu identischen $\lceil \overline{d_{sik}} + 1 \rceil$ -Werten.

380) Das 'Verschiebungsintervall' ist wegen $h_{ik} \in \mathbb{N}_0$ immer ganzzahlig.

nutzt werden soll, noch festgelegt werden kann und somit die tatsächliche Bearbeitungsdauer nicht bekannt ist:

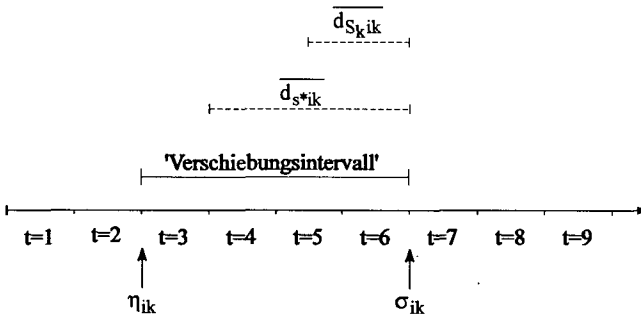


ABB. 38: Verschiebungsintervall im Vergleich zu $\overline{d_{s^{*}|k}}$ und $\overline{d_{s_{k|k}}}$

Inwieweit bezüglich der Lage der Bearbeitung einer Operation $[ik] \in [IK]$ disponiert werden kann, hängt davon ab, wie groß - in Perioden gemessen - der Unterschied zwischen der kleinsten möglichen Bearbeitungsdauer $\overline{d_{s_{k|k}}}$ und der Länge des Intervalls $[\eta_{ik}; \sigma_{ik}]$ ist. Je mehr Perioden dieser Unterschied beträgt, desto größer sind grundsätzlich die Verschiebungspotentiale. (Der hier zugrunde gelegte Auftragsfolgeplan (ABB. 36) läßt nur für die Operation $[1,4]$ ($[IK] = \{[1,4]\}$) Links- bzw. Rechtsverschiebungen zu, da sie die einzige Operation ist, für die $\sigma_{ik} - \eta_{ik} = 3$ abzüglich $\overline{d_{s_{k|k}}} = 1$ mindestens einen Wert von Eins ergibt und deren $\overline{d_{s^{*}|k}}$ -Wert echt kleiner als $\tau_{ik} - \eta_{ik}$ ist.)³⁸¹⁾

Die Höhe des Personalbedarfs, der durch die Bearbeitung einer Operation $[ik] \in [IK]$ entsteht, sowie dessen zeitliche Verortung wird durch die Binärvariable y_{tsik} determiniert. Nimmt diese den Wert Eins an, wird in Teilperiode t ein Personalbedarf von β_{sik} initiiert, den es durch den Einsatz von geeignetem Personal zu decken gilt (U.1'a).

- Für eine Operation $[ik] \in [IK]'$ ($[IK] \cap [IK]' = \emptyset$) muß zunächst überprüft werden, ob und wieweit eine Veränderung der im Rahmen der Auftragsfolgeplanung bestimmten Intensitätsstufe möglich ist. Verlängerungen der Bearbeitungsdauern können dann zugelassen werden,³⁸²⁾ wenn die jeweiligen Bearbeitungsendzeitpunkte kleiner oder gleich dem spätestmöglichen Bearbeitungsendzeitpunkt (σ_{ik}) sind. Ist weder eine Verlängerung noch eine Verkürzung der Bearbeitungsdauer (z.B. weil bereits eine Bearbeitung in der höchst möglichen Intensität vorgesehen ist) möglich, gehört die Operation der Menge $[IK] \setminus [IK]'$ an. (Gemäß dem Auftragsfolgeplan ABB. 36 ist für keine Operation $[k] \in$

381) Vgl. die Anlage S. 201.

382) Insbesondere die Verlängerung von Bearbeitungsdauern verspricht hier eine gleichmäßigere Auslastung der Personalkapazitäten.

{[4,2], [1,3], [3,4], [2,4]} eine Veränderung der Bearbeitungsintensitäten im nachhinein möglich.)

Wird eine Operation $[ik] \in [IK] \setminus [IK]''$ betrachtet, wird sowohl die Höhe des Personalbedarfs als auch dessen Anfall in zeitlicher Hinsicht ausschließlich durch die vorgelagerte Auftragsfolgeplanung bestimmt (vgl. Restriktion (U.1'b) und auch (U.1)).

- Eine Operation $[ik]$ ist dann der Menge $[IK]''$ ($[IK]'' \subseteq [IK]'$) zuzurechnen, wenn sie Element der Menge $[IK]'$ ist und über die Länge ihrer Bearbeitungsdauer - zumindest teilweise - disponiert werden kann, d.h., wenn entweder Verlängerungen und/oder Verkürzungen ihrer Bearbeitungsdauer möglich sind. In welchem Rahmen dabei Veränderungen vorgenommen werden könnten, wird durch die Menge $S_{[ik]}$ gekennzeichnet, die eine Teilmenge der Menge S_k darstellt. (Die Menge $[IK]'' = \{[2,1], [4,1], [3,2], [4,3], [3,3]\}$ beschreibt diejenigen Operationen, für die gemäß Auftragsfolgeplan ABB. 36 eine Veränderung der Bearbeitungsdauern zulässig ist.)

Der Personalbedarf, der mit der Bearbeitung einer Operation $[ik] \in [IK]''$ verbunden ist, ist hinsichtlich seines periodenmäßigen Anfalls determiniert, die tatsächliche Höhe wird aber erst durch die Festlegung der zu nutzenden Bearbeitungsintensität $s \in S_{[ik]}$ bestimmt (U.1'c).

Die nachfolgenden drei Restriktionen steuern die Ausprägungen der y_{tsik} -Variablen und betreffen damit nur die Operationen $[ik] \in [IK]'$:

$$(U.5) \quad \sum_{t=\eta_{ik}+1}^{\sigma_{ik}} y_{tsik} \geq \overline{d_{sik}} \cdot z_{sik} \quad \forall [ik] \in [IK]'; s \in S_k;$$

$$(U.6) \quad \sum_{t=\eta_{ik}+1}^{\sigma_{ik}} y_{tsik} \leq (\overline{d_{sik}} + (1 - \varepsilon)) \cdot z_{sik} \quad \forall [ik] \in [IK]'; s \in S_k;$$

$$(U.7) \quad \overline{d_{sik}} \cdot y_{tsik} - \overline{d_{sik}} \cdot y_{t+1,sik} + \sum_{t'=t+2}^{\sigma_{ik}} y_{t'sik} \leq \overline{d_{sik}} \quad \forall [ik] \in [IK]'; s \in S_k;$$

$$\eta_{ik} + 1 \leq t \leq \sigma_{ik} - 2;$$

Wird die Bearbeitung des Auftrages i auf Maschine k mit der Intensität s vorgesehen ($z_{sik} = 1$), müssen gemäß Restriktion (U.5) mindestens so viele entsprechende Binärvariablen y_{tsik} innerhalb des Intervalls $[\eta_{ik}; \sigma_{ik}]$ den Wert Eins annehmen, wie die Bearbeitung in dieser Intensität dauert. Restriktion (U.6) bewirkt, daß höchstens so viele Binärvariablen y_{tsik} den Wert Eins annehmen wie die Bearbeitungsdauer zuzüglich einer Zahl kleiner eins.³⁸³⁾ Diese Formulierung soll gewährleisten, daß im Falle gebrochener Bearbeitungsdauern anzahlmäßig nicht mehr y_{tsik} -

383) Die Zahl ε ist hinreichend klein zu wählen.

Variablen der Wert Eins zugewiesen wird als die nächst größere ganze Zahl von $\overline{d_{sik}}$ und im Falle ganzzahliger Bearbeitungsdauern genau $\overline{d_{sik}}$ y_{tsik} -Variable den Wert Eins annehmen.³⁸⁴⁾

Über Restriktion (U.7)³⁸⁵⁾ muß sichergestellt werden, daß die Bearbeitung des Auftrages ohne Unterbrechung durchgeführt wird: Eine Bearbeitungsdauer von 3,2 Perioden führt gemäß (U.5) und (U.6) dazu, daß genau vier y_{tsik} -Variable den Wert Eins zugewiesen bekommen. Es würde die abgebildeten Zusammenhänge verletzen, wenn die Bearbeitung für eine Periode unterbrochen wird, da die Zeit, die zwischen Beginn und Beendigung der Auftragsbearbeitung (also: Bearbeitungsdauer) verstreicht, dann nicht mit der vorgesehenen Bearbeitungsdauer von 3,2 - entspricht vier Perioden Maschinenbelegung - übereinstimmen würde.

$$(U.8) \quad \sum_{s \in S_k} z_{sik} = 1 \quad \forall [ik] \in [IK];$$

$$(U.9) \quad \sum_{s \in S_{[ik]}} z_{sik} = 1 \quad \forall [ik] \in [IK]'';$$

$$(U.10) \quad \begin{aligned} z_{sik} &\in \{0,1\} \\ y_{tsik} &\in \{0,1\} \end{aligned} \quad \begin{aligned} &\forall [ik] \in [IK] \cup [IK]'', s \in S_k \cap S_{[ik]}; \\ &\forall [ik] \in [IK]; s \in S_k; \eta_{ik} + 1 \leq t \leq \sigma_{ik}; \end{aligned}$$

Für jede Operation $[ik] \in [IK]$ (vgl. (U.8))³⁸⁶⁾ und für jede Operation $[ik] \in [IK]''$ (vgl. (U.9)) muß genau eine Bearbeitungsintensität ausgewählt werden. Der Restriktionsraum wäre darüber hinaus noch zu ergänzen, wenn zur Vermeidung von zeitlichen Überschneidungen Obergrenzen für die y_{tsik} -Variablen (vgl. S. 43), berücksichtigt werden müßten.

Das Modell U' führt für das Beispiel (vgl. ABB. 36 und TAB. 42 und 43) zu folgenden gehaltskostenminimalen Personaleinsatzplan (→ Beispiel U'):

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
k = 1	r = 1	5	5	5	5	5	5	5	—	—
	r = 3	—	—	—	1	1	1	1	—	—
	r = 5	—	—	—	—	—	—	—	—	—
k = 2	r = 2	2	2	—	—	—	—	—	2	—
	r = 4	4	4	—	—	—	—	—	6	—
k = 3	r = 3	5	5	5	4	4	4	—	—	—
	r = 5	—	—	2	—	—	—	—	—	—
k = 4	r = 4	2	2	—	6	6	6	—	—	—
	r = 5	2	2	—	—	2	2	—	—	—

TAB. 47: Personaleinsatzplan zu Beispiel U'

384) Z.B. kann die linke Seite von (U.6) für 3,2 zuzüglich 0,95 höchstens den Wert 4 annehmen; gleiches gilt für 4 plus 0,95.

385) Zu deren Wirkungsweise vgl. S. 44.

386) Für $[ik] \in [IK]$ gilt $S_{[ik]} = S_k$.

Diesem Personaleinsatzplan liegt eine Personalausstattung von $PA_1 = 5$, $PA_2 = 2$, $PA_3 = 5$, $PA_4 = 6$ und $PA_5 = 2$ zugrunde; die Gehaltskosten betragen nur noch 55.000 Geldeinheiten. Die Verringerung der Gehaltskosten von ursprünglich 75.000 Geldeinheiten um 20.000 Geldeinheiten ist möglich, weil die minimalen Durchlaufzeiten auch mit geringeren als den jeweils höchsten Bearbeitungsintensitäten erreicht werden können, wodurch z.T. geringere Personalbedarfe induziert werden. Die Bereitstellungsplanung von Maschinenbedienungspersonal gemäß Modell U' bedingt folgende Maschinenbelegung:

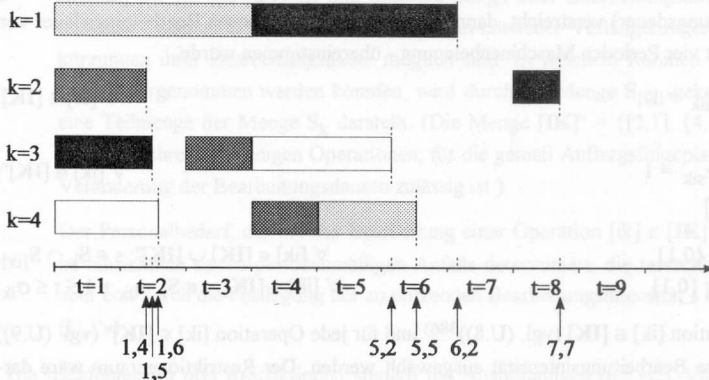


ABB. 39: Auftragsfolgeplan zu Beispiel U'

Die Bearbeitungen der Operationen [4,2], [1,3], [3,4] und [2,4] sind sowohl hinsichtlich ihrer Dauer als auch ihrer Lage unverändert, da diese Operationen weder links- bzw. rechtsverschiebbar sind noch die Bearbeitung in einer anderen als der höchsten Intensität erlauben (es gilt jeweils: $d_{S_{ik}} = \sigma_{ik} - \eta_{ik}$).

Im Unterschied zu dem Auftragsfolgeplan gemäß ABB. 36 wird die Operation [1,4] zusätzlich auch in der Periode $t = 2$ bearbeitet, indem anstelle der Intensität $s = 7$ nun die Intensität $s = 4$ vorgesehen wird. Während im ersten Fall einperiodig ein Personalbedarf von 8 Arbeitskräften zu decken wäre, ergibt sich im zweiten Fall zwei Perioden lang ein Personalbedarf von jeweils 4 Arbeitskräften. Die Wahl einer geringeren als Intensitätsstufe $s = 4$ hätte zur Folge, daß sogar nurmehr 3 Arbeitskräfte benötigt würden, aber die vorhandenen Personalkapazitäten der Art $r = 4$ und $r = 5$ wären dann nicht ausgelastet.

Die Bearbeitungsdauern der Operationen [2,1], [4,3] und [3,3] werden verlängert, ohne daß dies Auswirkungen auf die Belegungsperioden hat. Für jede dieser Operationen wird die Bearbeitung in einer kleineren als der ursprünglichen Intensität vorgesehen, was jeweils geringere Personalbedarfe zur Folge hat. In Bezug auf die beiden Operationen [4,1] und [3,2] wird keine Veränderung der ursprünglichen Intensitäten veranlaßt.

4.3.3. SIMULTANE AUFTRAGSFOLE- UND PERSONALPLANUNG BEI 'INTENSITÄTSFLEXIBLEN' MASCHINEN

Die Konstruktion eines simultanen Planungsansatzes zur Auftragsfolge- und Personalplanung im Falle von Maschinen, deren Bearbeitungsintensitäten zu wählen sind, stellt - indem die Zielfunktion (T.Z) und die Restriktionen (T.1) - (T.6) hier vollständig übernommen werden - einen Ausbau des Modells T dar. Die folgenden Bedingungen können in zwei Restriktionskomplexe unterteilt werden: Der erste ((W.1) - (W.4)) steuert die Ausprägungen der 'Maschinenbelegungsvariablen' y_{tsik} und der zweite ((W.5) - (W.7)) gewährleistet in Abhängigkeit von diesen Variablenausprägungen die Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal. Die erweiterte Nichtnegativitätsbedingung (W.8) ersetzt Restriktion (T.7).

$$(W.1) \quad t - h_{ik} + M \cdot (1 - \sum_{s \in S_k} y_{tsik}) \geq 1 - \varepsilon \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

$$(W.2) \quad t - (h_{ik} + d_{ik}) - M \cdot (1 - \sum_{s \in S_k} y_{tsik}) \leq 1 - \varepsilon \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

$$(W.3) \quad \sum_{t \in T} y_{tsik} \geq \overline{d_{sik}} \cdot z_{sik} \quad \forall k \in K; s \in S_k; i \in I_k;$$

$$(W.4) \quad \sum_{t \in T} y_{tsik} \leq M \cdot z_{sik} \quad \forall k \in K; s \in S_k; i \in I_k;$$

Die Restriktionen (W.1) - (W.4) sind hinsichtlich ihres formalen Aufbaus mit den Restriktionen (S.1) - (S.4) zu vergleichen. Über die ersten beiden Restriktionen wird ein Korridor aufgespannt; nur innerhalb dessen sind y_{tsik} -Ausprägungen von Eins überhaupt möglich sind. Und daß dann auch genau so viele y_{tsik} -Variablen den Wert Eins annehmen, wie die Bearbeitung der Operation [ik] mit der Intensität s dauert, wird über (W.3) und (W.4) gesteuert. (Zum Prinzip der Wirkungsweise von (W.1), (W.2) und (W.3) i. V.m. (T.5) vgl. auch ABB. 35.) Um für andere Intensitätsstufen als die für die Bearbeitung der Operation [ik] gewählte keine Ausprägungen von Eins zuzulassen, sollte auf Restriktion (W.4) nicht verzichtet werden.³⁸⁷⁾ Die Restriktionen (W.3) und (W.4) besitzen für alle möglichen $\overline{d_{sik}}$ -Ausprägungen Gültigkeit, im Falle ausschließlich ganzzahliger $\overline{d_{sik}}$ -Werte wäre die Formulierung von (W.3) als Gleichung (ohne (W.4)) ausreichend.

$$(W.5) \quad \sum_{s \in S_k} \sum_{i \in I_k} \beta_{sik} \cdot y_{tsik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall t \in T; k \in K;$$

$$(W.6) \quad \sum_{k \in K_r} PE_{rkt} \leq PA_r \quad \forall t \in T; r \in R;$$

387) Diese Aussage ist vor dem Hintergrund der zugrunde gelegten Zielfunktion zu sehen: Für die 'Minimierung der Summe der Durchlaufzeiten' wäre es unerheblich, wenn - falls ausreichend Personalressourcen verfügbar sind - mehr Arbeitskräfte bereitgestellt würden als nötig. Eine 'Minimierung der Summe der Gehaltskosten' würde dem entgegen steuern. Um für beide Zielsetzungen sicher zu gehen, daß nur der tatsächliche Personalbedarf ausgewiesen wird, wird Restriktion (W.4) formuliert.

$$(W.7) \quad PA_r \leq \overline{PA_r^{\max}} \quad \forall r \in R;$$

Die formale Abbildung der Deckung des Bedarfs an Maschinenbedienungspersonal (W.5) macht sich die Tatsache zu Nutze, daß in jeder Teilperiode t auf Maschine k höchstens ein Auftrag $i \in I_k$ in höchstens einer Intensität $s \in S_k$ bearbeitet werden kann. Durch die entsprechenden Summationen können Restriktionen eingespart werden.

Die Modellvariablen sind für die folgenden Bereiche definiert:

$$(W.8) \quad \begin{array}{ll} h_{ik} \in \mathbb{N}_0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\ d_{ik} \geq 0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\ D_i \geq 0 & \forall i \in I; \\ PE_{rkt} & \forall t \in T; r \in R; k \in K_r; \\ PA_r & \forall r \in R; \\ z_{sik} \in \{0,1\} & \forall k \in K; s \in S_k; i \in I_k; \\ u_{ijk} \in \{0,1\} & \forall k \in K; i \in I_k \mid i < j; \\ y_{tsik} \in \{0,1\} & \forall t \in T; k \in K; s \in S_k; i \in I_k; \end{array}$$

Die bereitstellbaren Personalkapazitäten werden im Vergleich zu der Formulierung (W.5) - (W.6) zusätzlich eingeschränkt, wenn die Arbeitskräfte z.B. aufgrund ihrer Konstitution in Abhängigkeit von der Maschinenintensität begrenzt einsatzfähig sind. Dann muß nicht nur die zeitliche Struktur der Auftragsbearbeitung sondern auch die Wahl der Intensitätsstufe, in der die Operation $[ik]$ bearbeitet werden soll, vor dem Hintergrund der bereitstellbaren Arbeitskräfte bewertet werden. Durch ein simultanes Planungsvorgehen kann der restriktive Charakter der Personalkapazitäten unmittelbar bei der Bestimmung der Auftragsfolgen erfaßt werden; personalwirtschaftlich unzulässige Pläne werden gar nicht erst generiert.

5. ZEITLICHE FLEXIBILISIERUNG DER MASCHINEN-AUSSTATTUNG IN MODELLEN ZUR AUFTRAGS-FOLGE- UND PERSONALPLANUNG

5.1. KENNZEICHNUNG DER MODELLSITUATION

Die dritte und zugleich letzte hier untersuchte Dimension als Ansatzpunkt für eine Aufhebung der strengen Annahmen des traditionellen Job-Shop-Scheduling-Problems ist die zeitliche Verfügbarkeit der Maschinen. Sichtet man die einschlägige Literatur, so ist zu erkennen, daß den Entscheidungsmodellen zur Auftragsfolgeplanung für die in 2.1. skizzierte Ausgangssituation (zumindest explizit) keine vorab definierte (diskrete) Zeitstruktur zugrunde gelegt wird.³⁸⁸⁾ Das Dezimalzahlensystem erlaubt ohnehin eine weitgehend beliebige Periodisierung im nachhinein.³⁸⁹⁾ Von dieser üblichen Zugewandtheit abweichend wurde in Vorbereitung auf die in dieser Arbeit auch durchzuführende Bereitstellungsplanung von Maschinenbedienungspersonal bereits bei dem in 2.2.1.1. vorgestellten Modell zur Auftragsfolgeplanung eine vorab festgelegte Zeitstruktur beachtet: Die dabei gewählte Periodenschneidung³⁹⁰⁾ orientiert sich an der 'natürlichen Zahlenstruktur', i.d.S., daß beginnend mit dem Nullpunkt äquidistante Perioden mit der Länge Eins abgeleitet werden. Äquidistanz der Perioden und konstante Produktionskoeffizienten sind Voraussetzungen dafür, daß die Bearbeitungsdauern für die kompletten Aufträge bekannt sind und in Perioden angegeben werden können.³⁹¹⁾ Aus wievielen Zeiteinheiten eine Periode tatsächlich besteht, ist in einer derartigen Planungssituation von untergeordneter Bedeutung, es sei denn, die Maschinenbetriebszeit und die Arbeitszeit divergieren - was annahmegemäß aber ausgeschlossen wurde.

Auch alle anderen zwischenzeitlich vorgestellten Modelle nehmen auf eine einmal (exogen) normierte Periodenlänge Bezug, wodurch die resultierenden Bearbeitungsdauern durchgängig in Perioden auszuweisen sind.³⁹²⁾ Allerdings ergeben sich in einigen Modellsituationen (z.B. 4.3.2.1.) z.T. nicht-ganzzahlige Bearbeitungsdauern, was im Vergleich zur Periodenlänge verringerte Einsatzzeiten der Maschinen bedeutet, längere Einsatzzeiten sind dagegen generell nicht möglich. Doch gerade die Möglichkeit, auch Überstunden einlegen zu können oder Son-

388) Hierzu vgl. auch SHERALI/SARIN/DESAI (1990), S. 435.

389) Vgl. z.B. SCHUSSEL (1968).

390) Zum Ausdruck kommt diese Periodenschneidung durch den Definitionsbereich $\{N_0$ der Bearbeitungsbeginnzeitpunkte h_{jk} bzw. h_{jf} .

391) Umfaßt z.B. die erste Periode 8 Zeiteinheiten, die zweite, dritte und vierte Periode 10 Zeiteinheiten, die fünfte Periode wieder 8 Zeiteinheiten, die sechste Periode 12 Zeiteinheiten etc. und sind die Produktionskoeffizienten je nach Periodenlänge unterschiedlich, kann die Bearbeitungsdauer eines Auftrages nicht gegeben sein.

Vgl. hierzu auch HAEHLING VON LANZENAUER (1970), S. 108.

392) Bei den Ausführungen zu den Modellen zur selektiven Maschinenanpassung (3.3.) wurde das Symbol τ eingeführt, das die Periodenlänge, die endogen nicht verändert werden kann, explizit festlegt. In den übrigen Modellen (3.2., 4.2. und 4.3.) wurden die Zeiteinheiten, aus denen die Perioden bestehen, nicht explizit vorgegeben.

derschichten anzusetzen, stellt ein wichtiges Instrument dar, z.B. terminlichen Vereinbarungen nachzukommen oder Zusatzaufträge nicht ablehnen zu müssen.

Die Maschinenausstattung eines Unternehmens gelte dann als zeitlich flexibilisiert, wenn die Maschinen über die übliche Betriebszeit hinaus zur Auftragsbearbeitung herangezogen werden können. Die Verringerung der üblichen Betriebszeit z.B. durch Abschalten einzelner Maschinen oder durch Beendigung der Auftragsbearbeitung vor dem Periodenende, ist nicht hierunter zu fassen - ersteres schon aus dem Grund, daß im weiteren rein zeitlich flexibilisierte Maschinenausstattungen betrachtet werden, also alle in 2.5. vorgestellten Merkmale bis auf 'zeitliche Verfügbarkeit' der Maschinen inflexibel sind: Pro Maschinentyp k sei ausnahmslos eine einzige Maschine verfügbar und die Verwendungs-, Bereitstellungs- und Intensitätsspektren sind jeweils einelementig.

Zur Abbildung dieser Planungssituation als (gemischt-)ganzzahliges Entscheidungsmodell (und vor allem im Zusammenhang mit der Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal) muß der kontinuierliche Charakter der Dimension 'Zeit' diskretisiert werden. Dazu werden ausgewählte zeitliche Bearbeitungsstrategien $p \in P_k$ vorgegeben, die jeweils unterschiedliche Maschinenbetriebszeiten in Zeiteinheiten ausdrücken. (Z.B. könnte eine Maschine in einer Periode 10 Stunden oder 15 Stunden betrieben werden.) Im Rahmen der Auftragsfolgeplanung gilt es dann u.a. zu bestimmen, nach welcher zeitlichen Bearbeitungsstrategie p der Auftrag i auf Maschine k bearbeitet werden soll. Je nach Maschinenbetriebszeit läßt sich hierüber die in Perioden gemessene Bearbeitungsdauer der Aufträge beeinflussen. Das Spektrum der möglichen zeitlichen Bearbeitungsstrategien (P_k) beinhalte annahmegemäß auch diejenige Strategie, die der üblichen Betriebszeit entspricht ($p = 1$). Da diesbezüglich kürzere Einsatzzeiten der Maschinen nicht unter dem Etikett zeitliche Flexibilisierung geführt werden, wären die Strategien $p \geq 2$ inhaltlich auch als 'Überstundenstrategien' zu bezeichnen.

Für die in diesem Kapitel untersuchte Planungssituation sind insbesondere die folgenden Annahmen zu beachten:

- Die Bearbeitung aller Einheiten des Auftrages i auf Maschine k erfolgt nach genau einer zu wählenden zeitlichen Bearbeitungsstrategie $p \in P_k$. Die in Zeiteinheiten gemessenen Maschinenbetriebszeiten einer Periode sind somit entscheidungsabhängige Variablen des Planungsproblems. Wenn die Auftragsbearbeitung in einer 'Überstundenstrategie' ($p \geq 2$) vorgesehen wird, müssen keine Abstimmungen zwischen den Maschinen, z.B. wegen des gemeinsamen Rückgriffs auf reduzierte Rechnerleistungen, berücksichtigt werden.
- Die Nutzung der Maschinen länger als die übliche Betriebszeit ist vom technischen Standpunkt her problemlos möglich, regelmäßige Abkühlungsphasen der Maschinen müssen z.B. nicht beachtet werden.
- Die Leistungsabgabe der Maschinen nimmt weder in qualitativer noch in quantitativer Hinsicht mit zunehmender Maschinenbetriebszeit ab.
- Jede Maschine soll pro Teilperiode höchstens einen Auftrag bearbeiten.

Der überwiegende Teil der in 2.1. im Zusammenhang mit der Zuordnung von Arbeitskräften zu Maschinen gesetzten Annahmen bleibt im weiteren unverändert, lediglich die folgenden beiden Annahmen werden modifiziert bzw. ergänzt:

- Die Arbeitsintensität sei von der tatsächlichen Arbeitszeit unabhängig, d.h., daß auch im Falle, daß die Arbeitskräfte Überstunden machen, keine qualitative und/oder quantitative Minderung ihrer Leistungsabgabe wirksam wird.
- Die (vertragliche) Arbeitszeit und die Maschinenbetriebszeit können unterschiedlich sein.

5.2. SUKZESSIVE AUFTRAGSFOLGE- UND PERSONALPLANUNG BEI AUSGEWÄHLTEN STRATEGIEN ZUR ZEITLICHEN MASCHINENANPASSUNG

5.2.1. AUFTRAGSFOLGEPLANUNG ALS INITIALPLANUNG

Das Ausgangsmodell zur sukzessiven Auftragsfolgeplanung bei zeitlicher Flexibilisierung der Maschinenausstattung ist von seiner Struktur her dem Modell zur intensitätsmäßigen Maschinenanpassung (Modell T) sehr ähnlich. Beide Modelle basieren auf dem Prinzip, die große Menge der Variablenausprägungen, die aus der Abbildung kontinuierlicher Größen wie 'Zeit' und 'Intensität' resultieren könnte,³⁹³⁾ durch parametrische Variation auf einige ausgewählte einzugrenzen. Dies erst ermöglicht es, die beiden Probleme Auftragsfolgeplanung bei intensitätsmäßiger bzw. zeitlicher Maschinenanpassung als (gemischt-)ganzzahlige Entscheidungsmodelle zu formulieren und mittels standardisierter Lösungsalgorithmen zu optimieren, so daß eine nachfolgende (periodenbezogene) Personalbereitstellungsplanung vorbereitet wird.

Mit den neu einzuführenden Symbolen

- z_{pik} . = Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i auf Maschinentyp k nach der zeitlichen Bearbeitungsstrategie p bearbeitet wird; sonst den Wert 0
- τ_p . = Zeiteinheiten einer Teilperiode gemäß Bearbeitungsstrategie p ³⁹⁴⁾
- $\tau_{\max}$. = maximale Zeiteinheiten einer Teilperiode³⁹⁵⁾
- $D(G)_i$. = nächst kleinere ganze Zahl der Durchlaufzeit des Auftrages i
- $d'_{ik'}$. = Bruchteil der letzten Periode, in der Auftrag i auf demjenigen Maschinentyp k' ($k' = f(\pi_i = \Pi_i)$) bearbeitet wird, der an letzter Stelle der Maschinenfolge dieses Auftrages i steht³⁹⁶⁾

gestaltet sich das Grundmodell zur Auftragsfolgeplanung bei zeitlicher Maschinenanpassung (Modell X) folgendermaßen:

393) 'Zeit' ist im Gegensatz zu 'Intensität', bei der diskrete Stufungen auch realistisch sind, prinzipiell kontinuierlich.

394) τ_p entspricht inhaltlich korrekter der vorgesehenen Betriebszeit der Maschine k gemäß p (z.B. 12 Stunden), da die betrachtete Periode t auch länger sein kann (z.B. 20 Stunden).

395) Es gelte: $\tau_{\max} = \max_{k \in K} \max_{p \in P_k} \tau_p$.

396) Bezugsbasis ist dabei jeweils die Maschinenbetriebszeit gemäß derjenigen zeitlichen Bearbeitungsstrategie, in der die Operation $[ik]$ bearbeitet wird.

Zielfunktion:

$$(X.Z) \quad \sum_{i=1}^I D_i = \min!$$

u.d.N.:

$$(X.1) \quad h_{ik'} + d_{ik'} \leq h_{ik''} \quad \forall i \in I; k' = f(\pi_i) \text{ und } k'' = f(\pi_i + 1) \text{ mit } \pi_i = 1, \dots, \Pi_i - 1;$$

$$(X.2) \quad h_{ik'} + d_{ik'} \leq D(G)_i + \sum_{p \in P_{k'}} d'_{ikp} \quad \forall i \in I; k' = f(\pi_i) \text{ mit } \pi_i = \Pi_i;$$

$$(X.3) \quad h_{ik} + d_{ik} \leq h_{jk} + M \cdot (1 - u_{ijk}) \quad \forall k \in K; i \in I_k \mid i < j;$$

$$(X.4) \quad h_{jk} + d_{jk} \leq h_{ik} + M \cdot u_{ijk} \quad \forall k \in K; i \in I_k \mid i < j;$$

Als einziger Unterschied zu dem inhaltlich äquivalenten Modul (T.1) - (T.4) auf S. 160 wird hier eine andere Formulierung zur Bestimmung der Durchlaufzeiten der Aufträge gewählt. Die vormals auf der rechten Seite der Restriktion (X.2) stehende Variable D_i wird durch einen Ausdruck ersetzt, der die Durchlaufzeit des Auftrages i in eine ganzzahlige (erster Term) und eine nicht-ganzzahlige Komponente (zweiter Term) unterteilt. Würde z.B. $D_i = 5,84$ gelten, dann nimmt - in Verbindung mit den nachfolgenden Restriktionen - die $D(G)_i$ -Variable den Wert 5 und genau eine d'_{ik} -Variable den Wert 0,84 an.

$$(X.5) \quad \sum_{p \in P_k} z_{pik} = 1 \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

Die Bearbeitung des Auftrages i auf Maschine k muß nach genau einer Bearbeitungsstrategie $p \in P_k$ erfolgen.

$$(X.6) \quad d_{ik} = \sum_{p \in P_k} \frac{\overline{U}_i \cdot \zeta_{ik}}{\tau_p} \cdot z_{pik} \quad \forall k \in K; i \in I_k;$$

Diejenige zeitliche Bearbeitungsstrategie $p \in P_k$, für die $z_{pik} = 1$ gilt, bestimmt die Dauer der Bearbeitung des Auftrages i auf Maschine k . Der Zeitbedarf zur Bearbeitung aller Einheiten des Auftrages i ($\overline{U}_i \cdot \zeta_{ik}$) wird auf die entsprechende Maschinenbetriebszeit gemäß der zeitlichen Bearbeitungsstrategie p (τ_p) bezogen, so daß d_{ik} in der Dimension Perioden ausgewiesen wird. Je länger die Maschinenbetriebszeit, desto früher wird die Bearbeitung der Operation $[ik]$ beendet, d.h. um so kürzer ist die Bearbeitungsdauer d_{ik} der Operation $[ik]$.

$$(X.7) \quad D_i = D(G)_i + \sum_{p \in P_{k'}} \frac{\tau_p}{\tau_{\max}} \cdot d'_{ikp} \quad \forall i \in I; k' = f(\Pi_i);$$

$$(X.8) \quad d'_{ik'} \leq (1 - \epsilon) \cdot z_{pik'} \quad \forall i \in I; k' = f(\Pi_i); p \in P_{k'};$$

Den in Perioden ausgewiesenen Bearbeitungsdauern d_{ik} können entsprechend (X.6) unterschiedliche Bezugsgrößen τ_p zugrunde liegen. Dies macht ihren Vergleich untereinander pro-

blematisch: In Zeiteinheiten ausgedrückt würde z.B. eine 1,3-periodige Bearbeitung im Falle von $\tau_p = 12$ 15,6 Zeiteinheiten bzw. im Falle von $\tau_p = 20$ 26 Zeiteinheiten dauern. Entsprechend würde eine 15,6 Zeiteinheiten umfassende Bearbeitung in Perioden ausgedrückt bei einer Maschinenbetriebszeit von 12 Zeiteinheiten 1,3 Perioden bzw. bei einer Maschinenbetriebszeit von 20 Zeiteinheiten nur 0,78 Perioden dauern. Die im Rahmen der Planung zu bestimmenden Bearbeitungsdauern müssen vor diesem Hintergrund normiert werden. Als einheitliche Bezugsbasis bietet sich die längste mögliche Maschinenbetriebszeit ($\tau_{\max}$) an.

Die Anzahl an benötigten ganzen Perioden zur Bearbeitung eines Auftrages i auf Maschine k wird durch die gewählte Bearbeitungsstrategie $p \in P_k$ determiniert. Eine Maschinenbetriebszeit von 12 Zeiteinheiten führt dazu, daß eine 15,6 Zeiteinheiten umfassende Bearbeitungsdauer mindestens eine ganze Periode und weitere 3,6 Zeiteinheiten dauert. Diese restlichen 3,6 Zeiteinheiten entsprechen 0,3 Perioden, wenn sie auf die Maschinenbetriebszeit gemäß Bearbeitungsstrategie p ($\tau_p = 12$) bezogen werden; in Bezug auf die längste mögliche Maschinenbetriebszeit $\tau_{\max} = 20$ dauert die Bearbeitung 0,18 Perioden. Wegen des zugrunde gelegten einheitlichen Periodenrasters ($h_{ik} \in \mathbb{N}_0$ für alle $k \in K$ und $i \in I_k$) können die sich ergebenden Bearbeitungsdauern auch ex post normiert werden. Um aber einen korrekten Zielfunktionswert ausweisen zu können bzw. Fehlsteuerungen zu vermeiden, wird mittels der Restriktionen (X.7) und (X.8) für jeden Auftrag die jeweilige Bearbeitungsdauer an derjenigen Maschine k' , die an letzter Position seiner Maschinenfolge steht ($k' = f(\Pi_i)$), endogen normiert.

Die auf $\tau_{\max}$ -normierte Durchlaufzeit des Auftrages i ergibt sich gemäß (X.7) aus der Addition der ganzen Perioden $D(G)_i$ und der je nach gewählter Bearbeitungsstrategie $p \in P_{k'}$ mit dem entsprechenden Faktor $\frac{\tau_p}{\tau_{\max}}$ umgerechneten restlichen Bearbeitungsdauer $d'_{ik'}$. Durch die Restriktionen (X.8) kann nur diejenige $d'_{ik'}$ -Variable einen von Null verschiedenen Wert annehmen, deren entsprechender $z_{pik'}$ -Variable der Wert Eins zugewiesen wird. Im Falle $z_{pik'} = 1$ muß die Ausprägung der $d'_{ik'}$ -Variable dann echt kleiner Eins ($1 - \epsilon$) sein. Damit wird u.a. gewährleistet, daß alle ganzen Perioden über $D(G)_i$ erfaßt werden.

Für die Entscheidungsvariablen müssen die Definitionsbereiche wie folgt festgelegt werden:

$$\begin{array}{ll}
 \text{(X.9)} & h_{ik} \in \mathbb{N}_0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\
 & d_{ik} \geq 0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\
 & D_i \geq 0 & \forall i \in I; \\
 & D(G)_i \in \mathbb{N}_0 & \forall i \in I; \\
 & d'_{ik'} \geq 0 & \forall i \in I; k' = f(\Pi_i); \\
 & z_{pik} \in \{0,1\} & \forall k \in K; p \in P_k; i \in I_k; \\
 & u_{ijk} \in \{0,1\} & \forall k \in K; i \in I_k \mid i < j;
 \end{array}$$

In Anlehnung an das in Punkt 2.2.1.1. erstmals vorgestellte Beispiel zur Auftragsfolgeplanung (vgl. TAB. 1) werden hier die gleichen Maschinenfolgen für die vier zu bearbeitenden Aufträge $i = 1,2,3,4$ vorgesehen (vgl. zweite Teiltabelle von TAB. 48). Eine Änderung erfährt das Bei-

spiel, indem in der ersten Teiltabelle die benötigten Zeiteinheiten zur Bearbeitung einer Auftragsseinheit (ζ_{ik}) und in der letzten Spalte die von Auftrag i zu bearbeitenden Einheiten ($\bar{U}_i$) angegeben werden:

i \ k	1	2	3	4	$\pi_i = 1$	$\pi_i = 2$	$\pi_i = 3$	$\bar{U}_i$
1	—	—	0,5	0,6	4	3	—	54
2	0,2	—	—	0,3	1	4	—	78
3	—	0,5	0,4	0,2	2	3	4	60
4	1	0,3	0,7	—	3	1	2	42

TAB. 48: (1) Angaben zu Beispiel X

Welche zeitlichen Bearbeitungsstrategien ergriffen werden können und wieviele Zeiteinheiten lang eine Maschine in Abhängigkeit von diesen Strategien in einer Periode betrieben werden kann (τ_p), ist der folgenden Tabelle zu entnehmen:

k \ p	1	2	3	4
1	10	12	15	—
2	10	12	15	—
3	10	12	15	20
4	10	12	15	20

TAB. 49: (2) Angaben zu Beispiel X

Wird Modell X auf dieses Beispiel angewandt, ergibt sich ein durchlaufzeitminimaler Auftragsfolgeplan wie folgt ($\rightarrow$ Beispiel X):

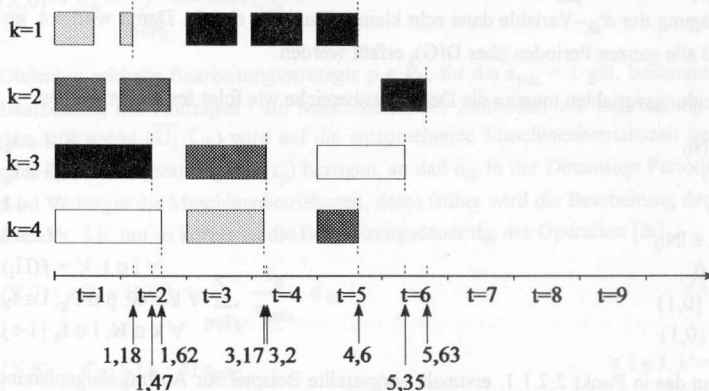


ABB. 40: Auftragsfolgeplan zu Beispiel X

Mit Ausnahme der Operationen [2,1] und [3,4]³⁹⁷⁾ werden zur Bearbeitung der übrigen Operationen jeweils diejenigen Strategien gewählt, die die längsten Maschinenbetriebszeiten ermöglichen. Das Minimum der Summe der Durchlaufzeiten beträgt - auf $\tau_{\max} = 20$ bezogen - für dieses Beispiel 18,75 Perioden. Mit dieser Basis führt die Bearbeitungsdauer $d_{34} = 0,8$ bzw. $d_{42} = 0,84$ (jeweils auf $\tau_{p=3} = 15$ bezogen) zu einer Verlängerung der Durchlaufzeit des Auftrages $i = 3$ bzw. $i = 4$ gegenüber den vorhergehenden Bearbeitungen um 0,6 Perioden bzw. 0,63 Perioden. Daß einzelne Bearbeitungen auch ex post normiert wurden, wird in ABB. 40 durch die drei 'unterbrochenen Bearbeitungsbalken' erkennbar; z.B. endet die Bearbeitung des Auftrages $i = 4$ auf Maschine $k = 1$ in $t = 3$ bereits nach 15 Zeiteinheiten, wogegen andere Bearbeitungen (z.B. [3,3]) in dieser Teilperiode 20 Zeiteinheiten dauern.

Der Definitionsbereich für die h_{ik} -Variablen bewirkt, daß mit der Bearbeitung eines Auftrages immer nur zu Beginn einer Teilperiode begonnen werden kann, was zur Folge hat, daß Maschinen z.T. für einige Zeiteinheiten leer stehen, obwohl der nächste zu bearbeitende Auftrag verfügbar wäre. Da die für diese Arbeit durchgängig gewählte Periodenrasterung bereits in der Auftragsfolgeplanung Berücksichtigung findet, läßt sich ein periodenspezifischer Ausweis der benötigten Personalkapazitäten ableiten, der mit einer Bindung von Arbeitskräften für jeweils ganze Perioden gemäß des Variablentyps PE_{rkt} korrespondiert.³⁹⁸⁾ Ein Vorteil eines derart vorab festgelegten Zeitrasters ist darin zu sehen, daß dieses im Gegensatz zu einem erst aus dem Auftragsfolgeplan abgeleiteten Zeitraster eine eher gröbere Schneidung und damit Komplexitätsreduktion ermöglicht.

5.2.2. PERSONALPLANUNG ALS FOLGEPLANUNG

Die Annahme, daß die Arbeitszeit, die eine Arbeitskraft in einer Periode erbringen soll, unterschiedlichsten Maschinenbetriebszeiten beliebig angepaßt werden kann, ist aus personalwirtschaftlicher Sicht nicht unproblematisch. Die von einer Arbeitskraft in einer Periode zur Verfügung zu stellende Arbeitszeit, u.a. Gegenstand des Arbeitsvertrages, ist allenfalls in Grenzen (z.B. höchstens 2 Überstunden) und unter Beachtung von unternehmensexternen und -internen Regelungen (z.B. Arbeitszeitausgleich innerhalb von 5 Perioden) variierbar. Aber nicht nur die Anpassung der Arbeitszeiten an die Maschinenbetriebszeiten sondern auch die umgekehrte Anpassungsrichtung - Anpassung der Maschinenbetriebszeiten an die Arbeitszeiten³⁹⁹⁾ - ist kritisch zu beurteilen: Starr geregelte und/oder vergleichsweise kurze Maschinenbetriebszeiten können z.B. bedeuten, daß Wachstumschancen vergeben werden, weil Anforderungen der Kunden nach terminlich gebundenen Auftragsarbeiten nicht nachgekommen werden kann. Oder gerät die Produktion der Aufträge durch externe Faktoren (z.B. Materialbeschaffungsprobleme) in Verzug, könnte bei daraus resultierender verspäteter Auftragsauslieferung infolge inflexibler Maschinenbetriebszeiten Kundenverlust oder die Zahlung von Strafen drohen. Des

397) Für [2,1] gilt $z_{221} = 1$ und für [3,4] gilt $z_{334} = 1$.

398) Vgl. Fußnote 244).

399) In unserem Kontext würde dies Maschinenbetriebszeiten entsprechend der Normalarbeitszeit der Arbeitskräfte in einem Einschichtbetrieb bedeuten.

weiteren ist auch daran zu denken, daß sich die Angleichung der Maschinenbetriebszeiten an die Arbeitszeiten wegen technischer Eigenschaften der verwendeten Maschinen verbieten kann (z.B. begründen langwierige Maschinenanlauf- oder -abkühlungsprozesse einen 24-stündigen Maschinenbetrieb).

Der größte unternehmerische Handlungsspielraum bei der Gestaltung der Maschinenbetriebszeiten ergibt sich im Falle der Entkoppelung von Maschinenbetriebs- und Arbeitszeiten, denn eine (aus welchen Gründen auch immer hervorgerufene) Änderung der Maschinenbetriebszeiten muß keinen unmittelbar gleichläufigen Effekt mehr auf die Arbeitszeit, die eine Arbeitskraft in einer Periode zur Verfügung zu stellen hat, induzieren - et vice versa. Diese Entkoppelung erfordert in doppelter Hinsicht die Abstimmung zwischen benötigten und verfügbaren Personalkapazitäten, da bei der Bestimmung der Arbeitskräfte-Maschinen-Zuordnungen sowohl Mehrdeutigkeiten hinsichtlich der qualitativen Dimension als auch Mehrdeutigkeiten hinsichtlich der temporalen Dimension zu berücksichtigen wären.⁴⁰⁰ Inwieweit die Maschinenbetriebszeiten und die Arbeitszeit pro Arbeitskraft und Periode tatsächlich entkoppelt werden, hängt davon ab, welche Kriterien (z.B. Liefertermine einhalten, Arbeitskräfte weitgehend gleichmäßig beanspruchen, etc.) mit welchem Gewicht in das Entscheidungskalkül eingehen und welche unternehmensspezifischen Gestaltungsrestriktionen und -möglichkeiten gegeben sind (z.B. verbietet das Budget, weitere Arbeitskräfte einzustellen, aber Arbeitskräfte können von einer anderen Abteilung 'ausgeliehen' werden).

Folgendes zusätzliches Symbol wird im weiteren benötigt:

$\overline{AZ}$. = in Zeiteinheiten gemessene (vertragliche) Arbeitszeit einer Arbeitskraft in einer Teilperiode

Ein erstes hier entwickeltes Modell (Modell Y) zur Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal sieht folgendermaßen aus:

Zielfunktion:

$$(Y.Z) \quad \sum_{r \in R} \Psi_r \cdot PA_r = \min!$$

u.d.N.:

$$(Y.1) \quad \sum_{p \in P_k} \beta_{ik} \cdot \left[\frac{\tau_p}{\overline{AZ}} + (1 - \varepsilon) \right] \cdot z_{pik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall k \in K; i \in I_k; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik}$$

Bei der Deckung des Bedarfs an Maschinenbedienungspersonal ist auch in der vorliegenden Planungssituation darauf zu achten, daß in jeder Periode, in der Auftrag i bearbeitet wird ($h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik}$), genau β_{ik} Arbeitskräfte an der Maschine k eingesetzt werden, d.h., daß alle Bedienungsstellen einer Maschine besetzt werden müssen. Im Unterschied zu den bisher be-

400) Mehrdeutigkeiten in Bezug auf die Zeit müssen in der vorliegenden Planungssituation nicht generell vorliegen und wären gegebenenfalls ebenso in den Planungssituationen vorheriger Kapitel zu erfassen.

trachteten Planungssituationen ist nun aber zu berücksichtigen, daß die Arbeitszeit pro Arbeitskraft und Periode ($\overline{AZ}$) vorgegeben ist und von der Maschinenbetriebszeit abweichen kann. Da die jeweiligen Maschinenbetriebszeiten (u.a.) Ergebnis der Auftragsfolgeplanung sind, ergibt sich auch die Höhe des Personalbedarfes in Abhängigkeit von der gewählten Bearbeitungsstrategie $p \in P_k$. Gemäß (X.5) wird genau eine Bearbeitungsstrategie pro Operation [ik] gewählt, so daß alle entsprechenden p-Ausprägungen auf der linken Gleichungsseite von (Y.1) summativ erfaßt werden können.

Aus dem Vergleich von τ_p mit $\overline{AZ}$ bestimmt sich, wieviele Bedienungsmannschaften in einer Periode bereitzustellen sind: Ist τ_p mit $\overline{AZ}$ identisch,⁴⁰¹⁾ endet die Maschinenbetriebszeit mit der Arbeitszeit der Arbeitskräfte, so daß durch den Einsatz von β_{ik} Arbeitskräften der Bedarf an Bedienungspersonal voll gedeckt wird. Ist die Maschinenbetriebszeit dagegen länger als die vertragliche Arbeitszeit der Arbeitskräfte ($\frac{\tau_p}{\overline{AZ}} > 1$), müssen nach Ablauf von $\overline{AZ}$ Zeiteinheiten weitere β_{ik} Arbeitskräfte bereitgestellt werden. Der Personalbedarf ist demzufolge immer ein Vielfaches des Besetzungskoeffizienten, und zwar je nachdem, um wieviel länger die Maschinenbetriebszeit im Verhältnis zur Arbeitszeit ist. Ergibt $\frac{\tau_p}{\overline{AZ}}$ z.B. den Wert 1,2, müssen zweimal β_{ik} Arbeitskräfte bereitgestellt werden; das gilt auch, wenn $\frac{\tau_p}{\overline{AZ}}$ genau den Wert 2 ergibt. Dreimal β_{ik} Arbeitskräfte wären im Falle $\frac{\tau_p}{\overline{AZ}} > 2$ bereitzustellen usw.. Diese Zusammenhänge werden durch die Verwendung der Gaußschen Ganzzahligkeitsfunktion und des Terms $(1 - \epsilon)$ gewährleistet.⁴⁰²⁾ Wird z.B. zu $\frac{\tau_p}{\overline{AZ}} = 1,2$ der Wert $(1 - 0,05 =) 0,95$ hinzu addiert, ist die Zahl 2 die nächst kleinere ganze Zahl von 2,15. Gleiches gilt auch für den Fall, daß $\frac{\tau_p}{\overline{AZ}}$ den Wert 2 ergibt. Beidesmal impliziert dies einen Personalbedarf in Höhe von zweimal β_{ik} Arbeitskräften.

Eine grundsätzliche Voraussetzung für die inhaltliche Stimmigkeit der Restriktion (Y.1) ist, daß die gegebene Arbeitszeit $\overline{AZ}$ (zumindest) für alle bereitstellbaren Arbeitskräftekategorien $r \in R_k$ einheitlich ist. Nur wenn dies der Fall ist, kann $\overline{AZ}$ als Nennerausdruck auf der linken Gleichungsseite von (Y.1) eingestellt werden. Im Falle kategoriespezifisch unterschiedlicher Arbeitszeiten ist - vgl. die Ausführungen zu Modell Y' S. 189 + 190 - eine andere Art der Formulierung zu wählen.

$$(Y.2) \quad \sum_{k \in K_r \cap K_t} PE_{rkt} \leq PA_r \quad \forall r \in R; t \in T;$$

401) Entsprechend der Annahmen ergibt $\frac{\tau_p}{\overline{AZ}}$ den Wert 1 für $p = 1$; kleinere Werte sind nicht möglich.

402) ϵ muß hinreichend klein gewählt werden.

$$(Y.3) \quad PA_r \leq \overline{PA_r^{\max}} \quad \forall r \in R;$$

$$(Y.4) \quad \begin{aligned} PE_{rkt} &\geq 0 \\ PA_r &\geq 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \forall r \in R; t \in T; k \in K_r \cap K_t; \\ \forall r \in R; \end{aligned}$$

Die drei inhaltlich bekannten Restriktionen (Y.2) - (Y.4) vervollständigen das Modell Y.

Wird als Beispiel angenommen, daß folgende Besetzungskoeffizienten β_{ik}

i \ k	1	2	3	4
1	—	—	2	3
2	5	—	—	3
3	—	3	7	1
4	3	4	5	—

TAB. 50: (1) Angaben zu Beispiel Y

gelten, Zuordnungsmöglichkeiten der Arbeitskräftekategorien $r \in R$ zu den Maschinentypen $k \in K$, Ausstattungsobergrenzen $\overline{PA_r^{\max}}$ und Gehaltskosten Ψ_r entsprechend der folgenden Tabelle gegeben sind⁴⁰³⁾

r \ k	1	2	3	4	$\overline{PA_r^{\max}}$	Ψ_r
1	X	—	—	—	8	2.000
2	—	X	—	—	7	2.000
3	X	—	X	—	8	3.000
4	—	X	—	X	6	3.000
5	X	—	X	X	6	4.000

TAB. 51: (2) Angaben zu Beispiel Y

und jede Arbeitskraft unabhängig von ihrer Kategoriezugehörigkeit höchstens 10 Zeiteinheiten pro Periode verfügbar ist, dann wird für den Auftragsfolgeplan gemäß ABB. 40 der Bedarf an Maschinenbedienungspersonal wie folgt gehaltskostenminimal gedeckt ($\rightarrow$ Beispiel Y):

403) Die mit TAB. 4 und TAB. 5 identischen TAB. 50 und TAB. 51 werden der leichteren Nachvollziehbarkeit des Beispiels wegen an dieser Stelle nochmals abgebildet.

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
k = 1	r = 1	6	6	6	6	4	–	–	–	–
	r = 3	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	r = 5	4	4	–	–	2	–	–	–	–
k = 2	r = 2	6	6	–	–	–	6	–	–	–
	r = 4	–	–	–	–	–	2	–	–	–
k = 3	r = 3	8	8	8	8	–	–	–	–	–
	r = 5	2	2	6	6	4	4	–	–	–
k = 4	r = 4	6	6	6	6	2	–	–	–	–
	r = 5	–	–	–	–	–	–	–	–	–

TAB. 52: Personaleinsatzplan zu Beispiel Y

In diesem Beispiel besteht die Personalausstattung aus $PA_1 = 6$, $PA_2 = 6$, $PA_3 = 8$, $PA_4 = 6$ und $PA_5 = 6$ und die daraus resultierenden Gehaltskosten betragen 90.000 Geldeinheiten. Auffällig ist, daß z.B. in Periode $t = 2$ insgesamt 10 Arbeitskräfte (entspricht zwei Bedienungsmannschaften à 5 Arbeitskräften) an Maschine $k = 1$ eingesetzt werden, obwohl die Bearbeitung des relevanten Auftrages $i = 2$ bereits nach $(0,18 \cdot 20 =) 3,6$ Zeiteinheiten abgeschlossen ist; die Bereitstellung von 5 Arbeitskräften wäre demzufolge ausreichend.⁴⁰⁴⁾ Aus diesem Grund wird nachfolgend ein anderer Modellierungsvorschlag präsentiert. Dieser vermeidet zum einen, daß die Maschinen mannschaftsmäßig überbesetzt werden und ermöglicht zum anderen dann auch von der Annahme abzurücken, daß die in einer Periode von einer Arbeitskraft zur Verfügung gestellte Arbeitszeit für alle Arbeitskräftekategorien gleich sein muß.

Ausgangspunkt für das nachfolgende Modell ist die Orientierung an der im Vergleich zu der Periodenschneidung feineren Zeitstruktur basierend auf Zeiteinheiten. Analysiert man den Auftragsfolgeplan vor dem Hintergrund der vorgegebenen Arbeitszeit pro Arbeitskraft und Periode (dimensioniert in Zeiteinheiten), läßt sich erkennen, in welcher Periode mehr als eine Bedienungsmannschaft bereitgestellt werden müßte. Folgende Graphik bildet diese Überlegungen beispielhaft für die Bearbeitung von Auftrag $i = 4$ auf Maschine $k = 1$ in Periode $t = 3$ ab:

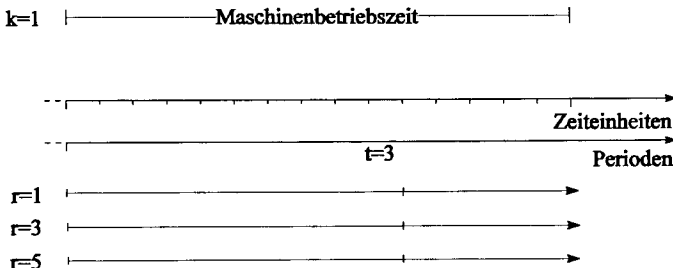


ABB. 41: Vergleich von Maschinenbetriebs- und Arbeitszeit

404) Ähnliches gilt für [4,1] in $t = 5$, [4,3] in $t = 2$, [3,3] in $t = 4$, [1,3] in $t = 6$ und [2,4] in $t = 4$.

Über der Perioden-Zeitachse ist die Rasterung in Zeiteinheiten zu erkennen. Die Betriebszeit von Maschine $k = 1$ beträgt in Periode $t = 3$ 15 Zeiteinheiten, die Periode selbst ist aber länger, denn z.B. die Bearbeitung der Operation [2,4] beansprucht 20 Zeiteinheiten (vgl. ABB. 40). Da pro Teilperiode auf einer Maschine höchstens ein Auftrag bearbeitet werden kann, läßt sich folgern, daß der Personalbedarf in jeder Zeiteinheit der Betriebszeit gleich hoch ist und daß die konkrete Lage der Maschinenbetriebszeit bezogen auf die Periode aus produktionswirtschaftlicher Sicht unbedeutend ist.⁴⁰⁵⁾ Es sollte aber darauf geachtet werden, daß die Lage der Arbeitszeit und die Lage der Maschinenbetriebszeit aufeinander abgestimmt werden - z.B. indem wie hier beide am Anfang der Periode plazierte werden -, um nicht übermäßig viele Restriktionen formulieren zu müssen (diesbezüglich vgl. die Kennzeichnung von relevanten Periodenabschnitten (ABB. 42) weiter unten).

Zur Bedienung der Maschine $k = 1$ kommen Arbeitskräfte der Kategorien $r = 1$, $r = 3$ und $r = 5$ mit einer individuellen Arbeitszeit von jeweils 10 Zeiteinheiten in Betracht. Diese Arbeitszeiten werden in ABB. 41 durch die drei unteren Pfeile symbolisiert. Wegen der um 5 Zeiteinheiten längeren Betriebszeit der Maschine muß die Bedienungsmannschaft nach Ablauf von 10 Zeiteinheiten (vgl. die kleinen Striche) ausgetauscht werden. Die Zuordnung von Arbeitskräften zu Maschinen soll nun dahingehend präzisiert werden, ob ein Einsatz in der ersten, zweiten, etc. Bedienungsmannschaft erfolgt. Zu dieser Unterscheidung werden Arbeitszeitmuster definiert, die in konkreten Zeiteinheiten (z.B. erste bis inklusive zehnte Zeiteinheit oder elfte bis inklusive zwanzigste Zeiteinheit) einen Einsatz der Arbeitskräfte vorsehen. Hinsichtlich der Arbeitszeitmuster wird für die weiteren Ausführungen dreierlei unterstellt: Erstens sollen die Arbeitskräfte einer Kategorie $r \in \mathbf{R}$ pro Zeiteinheit nicht nach alternativen Arbeitszeitmustern eingesetzt werden können.⁴⁰⁶⁾ Zweitens können Arbeitskräfte einer Kategorie $r \in \mathbf{R}_k$ in jeder Zeiteinheit, in der Maschine k betrieben wird, bereitgestellt werden. Und drittens sei die Länge des nach einem Arbeitszeitmuster vorgesehenen Einsatzes genau gleich der vorgegebenen Arbeitszeit der Arbeitskräfte.⁴⁰⁷⁾ Den ersten beiden Annahmen entsprechend ist in obiger Graphik jeweils nur ein 'Arbeitszeitpfeil' pro Kategorie dargestellt, der zudem über die Länge der Maschinenbetriebszeit nicht unterbrochen wird. Daß die Pfeile - in Einklang mit der dritten Annahme - aus gleichlangen Teilstücken bestehen, bleibt nur angedeutet.

Bei der formalen Abstimmung zwischen benötigten und bereitstellbaren Personalkapazitäten kann sich der Planer die Tatsache zu eigen machen, daß Gruppen von Zeiteinheiten bzw. Periodenabschnitten als Einheit zu behandeln sind: Eine entsprechende Restriktion muß nämlich nur dann aufgestellt werden, wenn sich die Abstimmungssituation ändert - bei periodenweise konstantem Personalbedarf betrifft dies ausschließlich Änderungen auf Seiten der bereitstellbaren Personalkapazitäten. Unter Zuhilfenahme der beiden Indexmengen

405) Dies wäre zu relativieren, wenn - entgegen den Annahmen - z.B. Wartungstermine zu berücksichtigen sind.

406) Im Unterschied hierzu vgl. KOSSBIEL (1992a), S. 181 - 195.

407) Die Annahme kann in dieser Striktheit natürlich nur dann aufrechterhalten werden, wenn die Periodenlänge ein Vielfaches der vorgegebenen Arbeitszeit ist.

$B_{kt} = \{b \mid b = 1, 2, \dots, B_{kt}; b \text{ ist ein Abschnitt der Teilperiode } t, \text{ innerhalb dessen an Maschinentyp } k \text{ identische Personalkapazitäten zur Deckung des Personalbedarfes bereitgestellt werden können}\}^{408})$

$D_{rb} = \{d \mid d = 1, 2, \dots, D_{rb}; d \text{ ist ein Arbeitszeitmuster, nach dem Arbeitskräfte der Kategorie } r \text{ in Periodenabschnitt } b \text{ bereitgestellt werden können}\}^{409})$

lassen sich die abstimmungsrelevanten Periodenabschnitte für das obige Beispiel folgendermaßen konkret kennzeichnen:

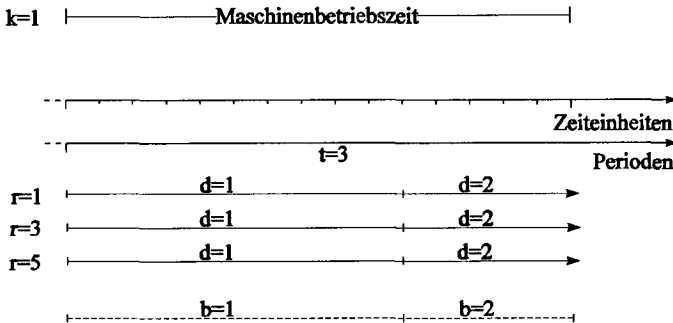


ABB. 42: Kennzeichnung von relevanten Periodenabschnitten

Der erste Periodenabschnitt $b = 1$ umfaßt die ersten zehn Zeiteinheiten und der zweite Periodenabschnitt $b = 2$ besteht aus den Zeiteinheiten elf bis fünfzehn. Würde die Maschinenbetriebszeit z.B. 10 Zeiteinheiten betragen und wäre ihre Lage nicht mit der Arbeitszeit abgestimmt worden (vgl. S. 187 + 188), so daß der Betrieb der Maschine $k = 1$ in den Zeiteinheiten drei bis zwölf vorgesehen wird und die Arbeitszeiten wie oben gelten, müßten für zwei Periodenabschnitte statt für einen Personalbereitstellungsrestriktionen formuliert werden.

Wird des weiteren das Symbol

$PE_{rkt d} = \text{Anzahl an Arbeitskräften der Kategorie } r, \text{ die in Teilperiode } t \text{ nach Arbeitszeitmuster } d \text{ an Maschinentyp } k \text{ eingesetzt werden}$

eingeführt, können die obigen Restriktionen (Y.1), (Y.2) und (Y.4) wie folgt modifiziert werden (Modell Y'):

$$(Y.1') \quad \sum_{p \in P_k} \beta_{ik} \cdot z_{pik} = \sum_{r \in R_k} \sum_{d \in D_{rb}} PE_{rkt d} \quad \forall k \in K; i \in I_k; h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik}; b \in B_{kt};$$

Die Deckung des Personalbedarfes in Höhe von genau β_{ik} Arbeitskräften ist gemäß (Y.1') für jeden relevanten Periodenabschnitt $b \in B_{kt}$ sicherzustellen. Bereitgestellt werden können alle

408) Mit einem b 'benannt' werden nur solche Periodenabschnitte, in denen die Maschine k auch betrieben wird bzw. ein Bedarf an Maschinenbedienungspersonal besteht.

409) Aufgrund der Annahmen gilt: $|D_{rb}| = 1$ für alle $r \in R_k$ und $b \in B_{kt}$.

Arbeitskräfte, die Maschine k bedienen können und nach einem Arbeitszeitmuster $d \in D_{rb}$ eingesetzt werden.

$$(Y.2') \quad \sum_{k \in K_r \cap K_t} \sum_{\substack{d \in \bigcup_{b \in B_{kt}} D_{rb}}} PE_{rkt}d \leq PA_r \quad \forall r \in R; t \in T;$$

$$(Y.4') \quad \begin{aligned} PE_{rkt} &\geq 0 \\ PA_r &\geq 0 \end{aligned} \quad \forall r \in R; t \in T; k \in K_r \cap K_t; b \in B_{kt}; d \in D_{rb}; \quad \forall r \in R;$$

Die verfügbaren Arbeitskräfte einer Kategorie r können in Periode t nach unterschiedlichen Arbeitszeitmustern an den von ihnen bedienbaren und in dieser Periode auch betriebenen Maschinen eingesetzt sein. Alle diese alternativen Einsätze müssen bei der Abstimmung zwischen Personaleinsatz und Personalausstattung berücksichtigt werden. Mit der zusätzlichen Indizierung der bisherigen PE_{rkt} -Variablen werden im Vergleich zu Modell Y (u.a.) detailliertere Aussagen über die Zuordnung der Arbeitskräfte zu den Maschinen möglich, allerdings unter Inkaufnahme zusätzlicher Variablen und Restriktionen.

Soll Modell Y' eine Modellierungsalternative zu Modell Y darstellen, so müssen bei gleichen Beispieldaten vergleichbare Ergebnisse zu erzielen sein. Daß dem auch so ist, zeigt der nachfolgende gehaltskostenminimale Einsatzplan, der auf der Annahme $AZ = 10$ für alle $r \in R$ basiert ($\rightarrow$ Beispiel Y):

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
k = 1	r = 1	5+3	5	3+3	3+0	—	—	—	—	—
	r = 3	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	r = 5	0+2	—	—	0+3	3	—	—	—	—
k = 2	r = 2	1+3	3+0	—	—	—	0+2	—	—	—
	r = 4	2+0	0+3	—	—	—	4+2	—	—	—
k = 3	r = 3	3+5	2	7+1	7	—	—	—	—	—
	r = 5	2+0	3	0+6	—	2+2	2	—	—	—
k = 4	r = 4	3+1	0+3	3+3	3	—	—	—	—	—
	r = 5	0+2	3+0	—	—	1+1	—	—	—	—

TAB. 53: Personaleinsatzplan zu Beispiel Y'

Die im Vergleich zu Beispiel Y betragsmäßig identischen Gehaltskosten in Höhe von 90.000 Geldeinheiten werden hier durch eine etwas andere Personalausstattungsstruktur ($PA_1 = 8$, $PA_2 = 4$, $PA_3 = 8$, $PA_4 = 6$, $PA_5 = 6$) verursacht. Einsatzzahlen, die mit einem Pluszeichen verbunden angegeben sind, weisen darauf hin, daß in dieser Periode die entsprechende Maschine länger als 10 Zeiteinheiten betrieben wird und deshalb zwei⁴¹⁰⁾ Bedienungsmannschaften bereitgestellt werden müssen; dabei repräsentiert jeweils die erste Zahl den Personaleinsatz

410) Die Maschinen können nicht länger als 15 bzw. 20 Zeiteinheiten betrieben werden.

nach Arbeitszeitmuster $d = 1$ (die Arbeitszeit umfaßt die Zeiteinheiten 1 bis 10) und die zweite Zahl den Personaleinsatz nach Arbeitszeitmuster $d = 2$ (die Arbeitszeit umfaßt die Zeiteinheiten 11 bis Ende der Maschinenbetriebszeit). Diese Darstellungsweise legt zudem Wechsel in der Zusammensetzung der Bedienungsmannschaften offen. Im Unterschied zu dem Ergebnis des Beispiels Y werden entsprechend dem Personaleinsatzplan TAB. 53 z.T. weniger Personalkapazitäten gebunden, wie z.B. in Periode $t = 2$, wo zur Bearbeitung der Operation [2,1] hier nurmehr 5 Arbeitskräfte bereitgestellt werden.

Das Beispiel wird nun dahingehend verändert, daß die vorgegebene Arbeitszeit von Arbeitskräften der Kategorie $r = 3$ 12 Zeiteinheiten beträgt, wogegen diejenige der übrigen Arbeitskräftekategorien weiterhin 10 Zeiteinheiten umfaßt. An dem bereits oben bemühten Beispiel läßt sich der Unterschied in der Kennzeichnung der relevanten Periodenabschnitte direkt veranschaulichen:

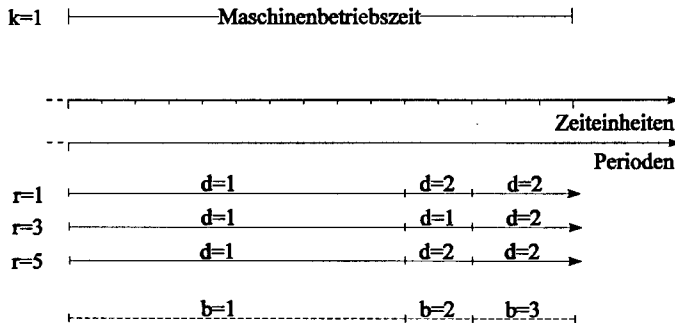


ABB. 43: Periodenabschnitte im Falle unterschiedlicher Arbeitszeiten

Wird eine Arbeitskraft der Kategorie $r = 3$ nach dem Arbeitszeitmuster $d = 1$ eingesetzt, muß sie erst nach 12 Zeiteinheiten durch eine andere, nach dem Arbeitszeitmuster $d = 2$ eingesetzte Arbeitskraft ersetzt werden. Die Bereitstellungssituation ändert sich hier nach 10 Zeiteinheiten und nach 12 Zeiteinheiten, so daß die Periodenabschnitte $b = 1$, $b = 2$ und $b = 3$ zu unterscheiden sind. In Bezug auf die beiden Maschinen $k = 1$ und $k = 3$, an denen Arbeitskräfte der Kategorie $r = 3$ eingesetzt werden können, müssen nun pro Teilperiode bis zu drei Restriktionen zur Abstimmung des Personalbedarfs mit dem Personaleinsatz (Y.1') aufgestellt werden.

Für die abgeänderte Beispielsituation wird der folgende gehaltskostenminimale Einsatzplan ausgewiesen ($\rightarrow$ Beispiel Y''):

		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5	t = 6	t = 7	t = 8	t = 9
k = 1	r = 1	3+3	2	3+3	–	–	–	–	–	–
	r = 3	2	3	–	–	3	–	–	–	–
	r = 5	–	–	–	3+3	–	–	–	–	–
k = 2	r = 2	1+3	1+3	–	–	–	0+4	–	–	–
	r = 4	2+0	2+0	–	–	–	4+0	–	–	–
k = 3	r = 3	3+3	5	4+4	7	2+2	–	–	–	–
	r = 5	2+2	–	3+3	–	–	2	–	–	–
k = 4	r = 4	1+3	–	3+3	3	1+0	–	–	–	–
	r = 5	2+0	3+3	–	–	0+1	–	–	–	–

TAB. 54: Personaleinsatzplan zu Beispiel Y''

Im Vergleich mit den Ergebnissen des Beispiels Y' werden zwei Arbeitskräfte der Kategorie $r = 1$ weniger bereitgestellt ($PA_1 = 6$, $PA_2 = 4$, $PA_3 = 8$, $PA_4 = 6$, $PA_5 = 6$), so daß sich die Gehaltskosten auf 86.000 Geldeinheiten reduzieren. Dies ist anscheinend darauf zurückzuführen, daß zwei Arbeitskräfte der Kategorie $r = 3$ in Periode $t = 1$ für die gesamte Betriebszeit von Maschine $k = 1$ eingesetzt werden und deshalb der zusätzliche Einsatz von je 3 Arbeitskräften der Kategorie $r = 1$ nach Arbeitszeitmuster $d = 1$ und $d = 2$ ausreichend ist.

Die Bereitstellung von 5 Arbeitskräften (2 Arbeitskräfte der Kategorie $r = 1$ und 3 Arbeitskräfte der Kategorie $r = 3$) an Maschine $k = 1$ in Teilperiode $t = 2$ entsprechend Beispiel Y' stellt zwar im Vergleich zu Beispiel Y eine Verbesserung dar. Dennoch werden Personalkapazitäten für die gesamte Periode gebunden, obwohl sie nur für 3,6 Zeiteinheiten benötigt werden. Die Personalkapazitäten werden also nicht voll ausgeschöpft. Ein weitergehender Einsatz freier Personalkapazitäten ließe sich z.B. modellieren, indem der Personalbereitstellungsplanung gleich die auf Zeiteinheiten basierende Zeitstruktur zugrunde gelegt wird. Der Personalbedarf wird dann nicht perioden- bzw. periodenabschnittsweise ausgewiesen sondern für jede relevante Zeiteinheit des Planungszeitraumes. Zwar wären derartige Modelle hinsichtlich der aufzustellenden Restriktionen zumeist aufwendiger, sie bieten im Gegenzug aber vielfältige Erweiterungsmöglichkeiten: Z.B. ließen sich zum einen chronologisch und/oder chronometrisch alternierende Schichtmuster vorgegeben, mit denen die Arbeitszeitwünsche der Arbeitskräfte berücksichtigt werden könnten.⁴¹¹⁾ Auf ähnlichem Wege wäre eine Einplanung von Arbeitspausen denkbar. Zum anderen könnte z.B. auch modelliert werden, daß die Arbeitskräfte Überstunden leisten,⁴¹²⁾ die entweder entgeltlich entlohnt werden oder auf den Zeitkonten der Arbeitskräfte zu Guthaben führen und innerhalb eines vorgegebenen Zeitraumes auszugleichen sind.⁴¹³⁾

411) Vgl. KOSSBIEL (1992a), S. 184 - 187.

412) Zu weiteren Mehrarbeitskategorien vgl. z.B. KILGER (1971).

413) Vgl. hierzu z.B. GÜNTHER (1987).

5.3. SIMULTANE AUFTRAGSFOLGE- UND PERSONALPLANUNG BEI AUSGEWÄHLTEN STRATEGIEN ZUR ZEITLICHEN MASCHINENANPASSUNG

Zum Abschluß dieses Kapitels wird noch skizziert, wie ein Simultanmodell zur Bestimmung der Auftragsfolgen, der Maschinenbetriebszeiten und der Personalbereitstellung aussehen kann. Zu diesem Zweck werden die folgenden zusätzlichen Symbole definiert:

- y_{tpik} := Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Auftrag i in Teilperiode t auf Maschinentyp k nach der zeitlichen Bearbeitungsstrategie p bearbeitet wird; sonst den Wert 0
- β_{pik} := Anzahl an Arbeitskräften, die in einer Teilperiode benötigt werden, um Auftrag i auf Maschinentyp k nach der zeitlichen Bearbeitungsstrategie p bearbeiten zu können

Das Modell Z besteht aus der Zielfunktion (X.Z) und den oben vorgestellten Restriktionen (X.1) - (X.8) sowie den folgenden acht Restriktionen:

$$(Z.1) \quad t - h_{ik} + M \cdot (1 - \sum_{p \in P_k} y_{tpik}) \geq 1 - \varepsilon \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

$$(Z.2) \quad t - (h_{ik} + d_{ik}) - M \cdot (1 - \sum_{p \in P_k} y_{tpik}) \leq 1 - \varepsilon \quad \forall t \in T; k \in K; i \in I_k;$$

$$(Z.3) \quad \sum_{t \in T} y_{tpik} \geq \frac{\bar{U}_i \cdot \zeta_{ik}}{\tau_p} \cdot z_{pik} \quad \forall k \in K; p \in P_k; i \in I_k;$$

$$(Z.4) \quad \sum_{t \in T} y_{tpik} \leq M \cdot z_{pik} \quad \forall k \in K; p \in P_k; i \in I_k;$$

Das Restriktionenteilsystem (Z.1) - (Z.4) ist hinsichtlich seines formalen Aufbaus mit dem Restriktionenteilsystem (W.1) - (W.4) identisch. Anstelle des Index s tritt hier nun der Index p : Pro Operation $[ik]$ wird genau eine Bearbeitungsstrategie $p \in P_k$ gewählt, so daß eine entsprechende Aggregation der Binärvariablen y_{tpik} in (Z.1) und (Z.2) erfolgen kann. Für diejenigen Teilperioden, in denen mit der Bearbeitung der Operation $[ik]$ noch nicht begonnen wird, müssen gemäß (Z.1) alle entsprechenden y_{tpik} -Variablen den Wert Null annehmen. Ähnliches gilt für diejenigen Teilperioden, in denen die Bearbeitung der Operation $[ik]$ bereits abgeschlossen ist, da gemäß Restriktion (Z.2) den relevanten y_{tpik} -Variablen jeweils der Wert Null zugewiesen werden muß. Nur innerhalb des Zeitintervalls $[h_{ik} + 1; h_{ik} + d_{ik}]$ könnten die 'Maschinenbelegungsvariablen' y_{tpik} also einen von Null verschiedenen Wert annehmen. In Verbindung mit der Restriktion (X.5) bewirken dann die Restriktionen (Z.3) und (Z.4), daß in jeder Teilperiode t , für die $h_{ik} + 1 \leq t \leq h_{ik} + d_{ik}$ gilt, die mit der gewählten Bearbeitungsstrategie p korrespondierenden (und nur diese) y_{tpik} -Variablen den Wert Eins zugewiesen bekommen. Über die Zeit betrachtet, muß nämlich die Summe dieser Binärvariablen größer oder gleich der Bearbeitungsdauer von $[ik]$ sein (entspricht der rechten Seite von (Z.3)).

$$(Z.5) \quad \sum_{p \in P_k} \sum_{i \in I_k} \beta_{pik} \cdot y_{tpik} = \sum_{r \in R_k} PE_{rkt} \quad \forall t \in T; k \in K;$$

$$(Z.6) \quad \sum_{k \in K_r} PE_{rkt} \leq PA_r \quad \forall t \in T; r \in R;$$

$$(Z.7) \quad PA_r \leq \overline{PA_r^{\max}} \quad \forall r \in R;$$

Diejenigen y_{tpik} -Variablen, die den Wert Eins annehmen, führen gemäß Restriktion (Z.5) zu einem Personalbedarf in Höhe von β_{pik} -Arbeitskräften, den es durch den Einsatz von geeignetem Personal genau zu decken gilt. Alternativ zu der in Modell Y vorgestellten Formalisierung des in Abhängigkeit von der gewählten Bearbeitungsstrategie p anfallenden Personalbedarfs über die Gaußsche Ganzzahligkeitsfunktion laufen hier nun die Zusammenhänge zwischen β_{ik} und dem Verhältnis aus Arbeitszeit und Maschinenbetriebszeit direkt in einem Koeffizienten (β_{pik}) zusammen. Je nach zeitlicher Bearbeitungsstrategie $p \in P_k$ werden einmal, zweimal, dreimal etc. sovielen Arbeitskräfte des Besetzungskoeffizienten β_{ik} benötigt.

$$(Z.8) \quad \begin{array}{ll} h_{ik'} \in \mathbb{N}_0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\ d_{ik} \geq 0 & \forall k \in K; i \in I_k; \\ D_i \geq 0 & \forall i \in I; \\ D(G)_i \in \mathbb{N}_0 & \forall i \in I; \\ d'_{ik'} \geq 0 & \forall i \in I; k' = f(\Pi_i); \\ PE_{rkt} & \forall t \in T; r \in R; k \in K_r; \\ PA_r & \forall r \in R; \\ z_{pik} \in \{0,1\} & \forall k \in K; p \in P_k; i \in I_k; \\ u_{ijk} \in \{0,1\} & \forall k \in K; i \in I_k \mid i < j; \\ y_{tpik} \in \{0,1\} & \forall t \in T; k \in K; p \in P_k; i \in I_k; \end{array}$$

Die erweiterten Nichtnegativitätsbedingungen (Z.8) ersetzen diejenigen des Modells X.

6. KRITISCHE SCHLUBBETRACHTUNG

Hauptanliegen der vorliegenden Arbeit war die Kennzeichnung, Strukturierung und Analyse von Problemen der Auftragsfolge- und Personalplanung. Methodisch wurde dabei der Modellierungsaspekt in den Vordergrund gestellt, Fragen der Lösbarkeit der hier entwickelten Entscheidungsmodelle waren nicht Gegenstand der Untersuchung. (Gerade aber die Wichtigkeit dieses zweiten Aspekts, u.a. zum Zwecke einer zusätzlichen Modellvalidierung, wurde in nachhaltiger Weise deutlich, da die simultanen Planungsansätze der Kapitel 3. - 5. mit den uns zur Verfügung stehenden Möglichkeiten nicht optimiert werden konnten.) Auch wurden zahlreiche stark einschränkende Annahmen getroffen und nur typisierte Planungssituationen betrachtet, um den Blick auf die uns wesentlich erscheinenden Zusammenhänge bei der Bestimmung von Auftragsfolgen und der Bereitstellung von Maschinenbedienungspersonal konzentrieren zu können. Die abschließende kritische Betrachtung der Ausführungen soll einige erreichte Grenzen und weiterführende Probleme aufzeigen:

Eine erste Grenze ist durch die Verwendung von deterministischem Datenmaterial erreicht. Dies ermöglichte es, die in die Zielfunktion(en) und in die Restriktionen eingestellten Parameter als mit Sicherheit bekannt bzw. vorgegeben vorauszusetzen.⁴¹⁴⁾ Auftragsfolgeprobleme werden insbesondere dann als deterministisch bezeichnet, wenn alle Aufträge zu Beginn des Planungszeitraumes bereitstehen und die sie betreffenden Informationen (z.B. Bearbeitungsdauern, Fälligkeitstermine) sowie die übrigen Problemmerkmale deterministischer Natur sind.⁴¹⁵⁾ Derartige Unterstellungen sind naturgemäß stark idealisiert, da zufällig auftretende Einflüsse wie z.B. Maschinenausfälle, unterschiedliche Faktorqualitäten, Ermüdungen des Kontrollpersonals etc. unberücksichtigt bleiben. Erweiterungen in diesem Sinne stellen Untersuchungen zum stochastischen Job-Shop-Scheduling-Problem dar.⁴¹⁶⁾ Zukunftsweisend könnten hier auch Modellierungen sein, die unscharfe Daten abbilden⁴¹⁷⁾.

"Problems in which jobs arrive randomly over a period of time are called **dynamic**."⁴¹⁸⁾ Diese Kennzeichnung eines dynamischen Problems steht semantisch dem Begriff 'stochastisch' sehr nahe.⁴¹⁹⁾ Gemäß einer anderen Begriffsfestlegung liegt ein dynamisches Modell dann vor, wenn die Ankunftszeiten der Aufträge endogen bestimmt werden.⁴²⁰⁾ Hinsichtlich der ersten

414) Vgl. DOMSCHKE/SCHOLL/VOß (1993), S. 37 - 38.

415) Vgl. z.B. FRENCH (1982), S. 16; SALVADOR (1978), S. 271; SEELBACH (1975), S. 18.

416) "A flow shop or job shop is considered stochastic if either the job processing times or the due dates are uncertain." FORST (1984), S. 127; zu solchen Planungssituationen vgl. denselben sowie z.B. auch MÖHRING/RADERMACHER/WEISS (1984), (1985), PINEDO/SCHRAGE (1982) und SALVADOR (1978), S. 288 - 295.

417) Vgl. DOMSCHKE/SCHOLL/VOß (1993), S. 38.

418) FRENCH (1982), S. 16; vgl. die inhaltlich ähnlichen Definitionen bei ADAM (1990), S. 726 und GRAVES (1981), S. 649.

419) Vgl. auch den Inhalt des Artikels von KIRAN/SMITH (1983) zum 'Dynamic Job Shop Scheduling Problem'.

420) Vgl. hierzu die folgende Aussage von CHANG/SULLIVAN (1990), S. 65: "A dynamic job shop as considered here consists of several groups of similar or parallel workstations, where each job incurs a significant transfer time in going between workstations. Also, a particular operation can be performed by different workstations with possibly different operation times."

Begriffsdefinition sind die von uns vorgestellten Entscheidungsmodelle keine dynamischen Modelle, hinsichtlich der zweiten z.T. schon. Ebenfalls von einem dynamischen Modell wird in der Literatur gesprochen, wenn "... die den Systemzustand quantifizierenden Variablen ... Funktionen der Zeit"⁴²¹⁾ sind. Diese Aussage trifft für viele der Auftragsfolge- und Personalplanungsmodelle der vorliegenden Arbeit zu. Vergleicht man die erste und die dritte⁴²²⁾ Definition des Attributes 'dynamisch', dann kann ihre Unterschiedlichkeit darauf zurückgeführt werden, daß im ersten Fall die evolutionären Wirkungen von exogenen und im zweiten Fall die von endogenen Faktoren fokussiert werden.

Die fehlende Berücksichtigung von Veränderungen der Planungssituation (z.B. nötig werdende Nachbesserungsarbeiten, Absentismus von 'key machine operators', verspätete Zulieferung von Fertigungsteilen, Materialschäden etc.⁴²³⁾), die sich nicht schon zu Beginn des Planungszeitraumes abgezeichnet haben, markiert eine zweite Grenze unserer Untersuchungen. Indem wichtige mögliche Einflüsse nicht antizipiert werden, sind die ermittelten optimalen Auftragsfolge- und Personalbereitstellungspläne z.T. nur begrenzt gültig und wären trotz geringfügiger exogener Einwirkungen eventuell gleich gänzlich zu verwerfen. Weiterer Forschungsbedarf besteht demzufolge u.a. darin, die Stabilität der Lösungen zu analysieren oder Strategien abzuleiten, wie auf dynamische Änderungen der Situationsparameter zu reagieren wäre.

Die analytische Begrenztheit der Betrachtungen erweist sich auch aus einer anderen Sicht als problematisch: Der Umfang und die Art der in den Produktionsprozeß einzuplanenden Fertigungsaufträge werden letztendlich durch die jeweilige Nachfrage determiniert. Ist eine Bedienung dieser Nachfrage teilweise auch aus Lagerbeständen möglich, ist darüber zu entscheiden, inwieweit auf diese Lagerbestände zurückgegriffen werden soll und wie die Abgänge zu kompensieren sind.⁴²⁴⁾ Fragen der zeitlichen Ablaufplanung und der innerbetrieblichen Auftragsgrößen müßten in einer derartigen Situation simultan beantwortet werden. Ähnliche Wechselwirkungen werden insbesondere auch im Zusammenhang mit der Entwicklung flexibler Fertigungssysteme erkennbar, wenn z.B. Palettierungs- und Lagerungsfragen geklärt werden müssen, Abstimmungen mit Materialfluß- und Steuerungssystemen zu gewährleisten sind, Kontrollsysteme integriert werden müssen etc..⁴²⁵⁾

Untersuchungsgrenzen werden nicht nur dadurch erreicht, daß - vgl. beispielhaft den vorherigen Absatz - Interdependenzen zwischen Teilplanungsproblemen der Produktionsdurchführungsplanung ausgeblendet werden, sondern auch dadurch, daß den Ausführungen lediglich ausgewählte Problemaspekte der zeitlichen Ablaufplanung zugrunde gelegt werden. Zur Herstellung der Güter bieten sich den Unternehmen zumeist alternative Möglichkeiten an, was gegen vorgegebene eindeutige Maschinen- bzw. Bearbeitungsfolgen spricht. In diesem Zusammenhang erscheinen sowohl echte produktionstechnische Alternativen in der Bearbeitung der

421) PRESSMAR (1980), S. 455; vgl. z.B. auch HEINEN (1988), S. 242.

422) Die zweite Definition steht inhaltlich in enger Nähe zur dritten Definition.

423) Vgl. hierzu CONNOR (1987).

424) Vgl. GRAVES (1981), S. 647 - 648.

425) Vgl. BUZACOTT/YAO (1986).

Aufträge denkbar⁴²⁶⁾ als auch z.B. Möglichkeiten, Alternativen in den Bearbeitungsfolgen zu generieren, indem einige Bearbeitungssequenzen (extern oder intern) vergeben werden. Darüber hinaus sind die Annahmen einer geschlossenen Produktion sowie der strengen Sukzessivität der Maschinen- bzw. Bearbeitungsfolgen z.T. unrealistisch. Z.B. wird unter zeitlichem Fertigstellungsdruck sinnvollerweise auch schon dann mit der Bearbeitung eines Auftrages begonnen, wenn Teile dieses Auftrages noch auf der vorherigen Fertigungsstufe bearbeitet werden.

Die Verwendung eines zeitlichen Zielkriteriums zur Bestimmung der Auftragsfolgen hat zwar eine gewisse Tradition, beruht aber letztlich auf dem Problem, die im Rahmen der Produktionsdurchführungsplanung relevanten Kostenkategorien größtenteils nicht quantifizieren bzw. zurechnen zu können.⁴²⁷⁾ Es lassen sich einige Gründe nennen, warum mittels zeitlicher Zielkriterien auch ökonomisch legitimierte Entscheidungen getroffen werden können, dennoch sind die Zusammenhänge z.T. wenig konsistent.⁴²⁸⁾ Letzteres gilt vor allem auch dann, wenn so getan wird, als führe unabhängig von der unternehmensspezifischen Situation ein einziges Zeitkriterium zu jeweils optimalen Auftragsfolgeplänen. Die Aufgabe weiterer Forschungen besteht also u.a. darin, Zielsysteme zu entwickeln und zu evaluieren, die die entscheidungsrelevanten ökonomischen Kriterien jeweils situationsgerecht kombinieren. (Diese Forderung ist auf den Bereich der Personalplanung auszuweiten.)

Der Erklärungsgehalt der Modelle ist des weiteren auf typisierte Maschinenausstattungsituationen begrenzt, da entweder nur Maßnahmen der quantitativen oder der selektiven oder der qualitativen oder der intensitätsmäßigen oder der zeitlichen Maschinenanpassung abgebildet wurden. In Abhängigkeit von zahlreichen externen und internen Einflußgrößen bietet sich im Gegensatz dazu aber zumeist ein sequentieller und/oder simultaner Einsatz der unterschiedlichen Anpassungsmaßnahmen an.⁴²⁹⁾ Eine Erweiterung der Untersuchungen auch auf Situationen, in denen mehr als jeweils nur eine Anpassungsmöglichkeit modellmäßig implementiert wird, erscheint nötig.

Die Annahmen zur Personalbereitstellungssituation sind ebenso kritisch zu beurteilen. Als besonders problematisch muß die Ausblendung des Wirksamkeitsproblems bezeichnet werden. Die Nichtbeachtung der zwischen den beiden personalwirtschaftlichen Primärproblemen bestehenden Interdependenzen kann dazu führen, daß die generierten Einsatzpläne faktisch nicht realisierbar sind; denn es ist eine Besonderheit der Arbeitskräfte, daß sie "... zum einen Produktionsfaktoren (Potentialfaktoren), zum anderen Mitglieder des sozialen Systems Organisation"⁴³⁰⁾ sind. Gerade mit dem zweitgenannten Einbindungsaspekt sind Probleme verbunden, die zumeist dort zu erwarten sind, wo Menschen in leistungsthematischer und/oder sozioemo-

426) Vgl. SHERALI/SARIN/DESAI (1990), S. 433.

427) Vgl. ROHLEDER/SCUDDER (1993), S. 169; ZÄPFEL (1982), S. 186 - 192.

428) Vgl. hierzu ROHLEDER/SCUDDER (1993).

429) Vgl. GUTENBERG (1983), S. 356.

Bezüglich personeller Anpassungsmaßnahmen vgl. DIENSTDORF (1971) und KOSSBIEL (1982).

430) KOSSBIEL (1988), S. 1049.

tionaler Hinsicht interagieren. Die Bestimmung von Einsatzplänen ohne z.B. mögliche Unterforderungen, gegenseitige Abneigungen, positive Gruppeneffekte, individuelle Handlungsprädispositionen etc. zu berücksichtigen, vernachlässigt eine nicht unwesentliche Seite⁴³¹⁾ des (zumindest) zweiseitigen Problems. Diesbezügliche weiterführende Untersuchungen beruhen nicht zuletzt auf dem Erkenntnisaustausch mit anderen Forschungsdisziplinen.

Die von uns untersuchten Personalbereitstellungssituationen blenden des weiteren eine Reihe von Problemen aus, von denen nachfolgend nur einige beispielhaft herausgegriffen werden: 1) Nimmt die Anzahl an benötigten Arbeitskräften z.B. in Abhängigkeit von der Anzahl der parallel laufenden Maschinen zu, so kann dies dazu führen, daß ab einem bestimmten 'Schwellenwert' zusätzliche Koordinationsaufgaben anfallen. 2) Die Personalausstattung wird im Zeitablauf durch autonome, wie z.B. Kündigungen, freiwillige Weiterbildungen, Invalidität etc., und/oder betrieblicherseits induzierte Einflüsse, wie z.B. Schulungen, Freisetzen, Beförderungen etc., beeinflußt. 3) Arbeitskräfte sind teilweise absent, so daß auch Vertretungsfragen geklärt werden müssen. 4) Im Zusammenhang mit einer längeren Tätigkeitsausübung kann es zu Übungseffekten kommen, die ebenso berücksichtigt werden sollten, wie z.B. unterschiedliche Leistungsgrade der Arbeitskräfte. 5) Personalbereichsspezifische Restriktionen, wie z.B. gesetzliche Arbeitszeitregelungen oder Beteiligungsrechte betrieblicher Interessensvertreter nach dem Betriebsverfassungsgesetz, müssen beachtet werden. Neben diesen stichpunktartig aufgeführten Problemen, die im Rahmen unserer Betrachtungen ausgeblendet wurden, lassen sich auch in den einzelnen Kapiteln (vgl. z.B. S. 192) z.T. Hinweise auf nötige Erweiterungen sehen.

Als Resultat dieser kritischen Schlußbetrachtung ist festzustellen, daß die im Bereich der Auftragsfolge- und Personalplanung formulierten Modelle noch weit davon entfernt sind, die Komplexität, Kontingenz und Dynamik realer Entscheidungsprobleme im Ansatz zu erfassen,⁴³²⁾ - auch wenn mit neueren Forschungen zur Abbildung vergleichsweise realistischerer Situationen vielversprechende Wege eingeschlagen werden⁴³³⁾.

431) Allerdings können Entscheidungen über den Einsatz von Arbeitskräften auch Wirksamkeitsprobleme lösen.

432) McKAY/SAFAYENI/BUZACOTT (1988) beschreiben eine Praxissituation, anhand derer sie das übliche theoretische Vorgehen dann kritisieren. Zu ähnlichen Kritikpunkten vgl. auch GODIN (1978), S. 335 - 336.

433) Stellvertretend werden hier z.B. nur die Arbeiten von BRAUN (1995), JURISCH (1992), PAULLI (1993), STEINBRÜCK (1986), S. 218 - 259 und WHITE/ROGERS (1990) genannt.

ANHANG

ANLAGE	201
VERZEICHNIS DER MODELLE	203
VERZEICHNIS DER BEISPIELE	207

ANLAGE

[ik]	η_{ik}	σ_{ik}	$\sigma_{ik} - \eta_{ik}$	$\overline{d_{s^*ik}}$	$\overline{d_{S_k,ik}}$	[IK]	$[IK] \setminus [IK]^n$	$[IK]^n$	S_{ik}
[2,1]	0	3	3	3	2,4	-	-	✓	$\{1, \dots, 5\}$
[4,1]	3	7	4	4	3,2	-	-	✓	$\{1, \dots, 5\}$
[3,2]	0	2	2	2	1,4	-	-	✓	$\{1, \dots, 4\}$
[4,2]	7	7,7	0,7	1	0,7	-	✓	-	$\emptyset$
[4,3]	0	2	2	2	1,1	-	-	✓	$\{1, \dots, 4\}$
[3,3]	2	3	1	1	0,55	-	-	✓	$\{1, \dots, 4\}$
[1,3]	3	5,2	2,2	4	2,2	-	✓	-	$\emptyset$
[1,4]	0	3	3	2	1	✓	-	-	S_4
[3,4]	3	4	1	2	1	-	✓	-	$\emptyset$
[2,4]	4	5,5	1,5	3	1,5	-	✓	-	$\emptyset$

Legende: '–' bedeutet, daß [ik] kein Element der entsprechenden Menge ist.

'✓' bedeutet, daß [ik] Element der entsprechenden Menge ist.

VERZEICHNIS DER MODELLE

NAME DES MODELLS	ZIELFUNKTION	NEBENBEDINGUNGEN	behandelt ab S.
Modell A	(A.Z)	(A.1) - (A.5); [alternativ: (A.1'), (A.2'), (A.3) - (A.5); (A.1), (A.2), (A.3') - (A.5')]	21 [22, 24]
Modell A'	(A.Z)	(A.1'a), (A.1"b), (A.2"), (A.3') - (A.5')	26
Modell A''	(A.Z)	(A.1), (A.2), (A.3') - (A.5'), (A.6) - (A.9)	28
Modell A'''	(A.Z)	(A.1), (A.2), (A.3'''), (A.4'''), (A.5'), (A.6) - (A.14)	30
Modell A''''	(A.Z)	(A.1), (A.2), (A.3'''), (A.4'''), (A.5'), (A.6) - (A.9), (A.10') - (A.13')	32
Modell B	(B.Z)	(B.1) - (B.4)	34
Modell B'	(B.Z)	(B.1) - (B.5)	40
Modell B''	(B.Z)	(B.1'a), (B.1'b), (B.2) - (B.4), (B.6) - (B.8)	43
Modell B'''	(B.Z)	(B.1''), (B.2'), (B.3), (B.4')	67
Modell C	(B.Z)	(C.1) - (C.3), (B.3)	38
Modell D	(D.Z)	(D.1) - (D.11), [alternativ: (D.1) - (D.4), (D.5'') - (D.7'''), (D.8) - (D.10), (D.11')] -	46 [49]
Modell D'	(B.Z)	(D.1) - (D.12)	52
Modell E	(E.Z)	(E.1) - (E.13); [alternativ: (E.1) - (E.4), (E.5'), (E.6'), (E.9') - (E.11'), (E.12), (E.13'')]	74 [78]
Modell E'	(E.Z)	(E.1) - (E.4), (E.5'), (E.6'), (E.9'), (E.14) - (E.17)	83

NAME DES MODELLS	ZIELFUNKTION	NEBENBEDINGUNGEN	behandelt ab S.
Modell E"	(E.Z)	(E.1), (E.2), (E.5'), (E.6'), (E.9'), (E.14) - (E.18)	85
Modell F	(F.Z)	(F.1) - (F.4); [allgemeingültiger: (F.1'a), (F.1'b), (F.2) - (F.4)]	87 [89]
Modell F'	(F.Z)	(F.1''), (F.2) - (F.7); [alternativ: (F.1''), (F.2) - (F.4), (F.6), (F.7')]	90 [90]
Modell F''	(F.Z)	(F.1''a), (F.1''b), (F.2) - (F.4), (F.5'a), (F.5'b), (F.8) - (F.11)	93
Modell G	(E.Z)	(E.1) - (E.12), (G.1) - (G.4)	97
Modell H	(H.Z)	(H.1) - (H.12)	102
Modell H'	(H.Z)	(H.1), (H.2), (H.5) - (H.7), (H.13) - (H.18)	114
Modell H''	(H.Z)	(H.1), (H.2), (H.5) - (H.7), (H.13) - (H.23)	118
Modell J	(H.Z)	(H.1), (H.2), (J.1) - (J.8)	110
Modell K	(K.Z)	(K.1) - (K.4)	121
Modell L	(K.Z)	(L.1) - (L.3), (K.3)	124
Modell M	(H.Z)	(H.1) - (H.11), (M.1) - (M.9)	126
Modell N	(N.Z)	(N.1) - (N.10)	135
Modell N'	(N.Z)	(N.1) - (N.7), (N.8'a), (N.8'b), (N.9'a), (N.9'b), (N.10'), (N.11)	142
Modell N''	(N.Z)	(N.1) - (N.10), (N.12) - (N.14)	145

NAME DES MODELLS	ZIELFUNKTION	NEBENBEDINGUNGEN	behandelt ab S.
Modell P	(P.Z)	(P.1) - (P.4); [alternativ: (P.1'), (P.2) - (P.4)]	147 [148]
Modell P'	(P.Z)	(P.1'a), (P.1'b), (P.2'a), (P.2'b), (P.3), (P.4')	154
Modell Q	(P.Z)	(Q.1) - (Q.3), (P.3)	150
Modell R	(P.Z)	(R.1) - (R.3), (P.3)	152
Modell S	(N.Z)	(N.1) - (N.9), (S.1) - (S.8)	155
Modell T	(T.Z)	(T.1) - (T.7)	160
Modell T'	(T.Z)	(T.1) - (T.8)	163
Modell U	(U.Z)	(U.1) - (U.4)	165
Modell U'	(U.Z)	(U.2) - (U.4), (U.1'a), (U.1'b), (U.1'c), (U.5) - (U.10)	170
Modell V	(U.Z)	(V.1) - (V.3), (U.3)	168
Modell W	(T.Z)	(T.1) - (T.6), (W.1) - (W.8)	175
Modell X	(X.Z)	(X.1) - (X.9)	179
Modell Y	(Y.Z)	(Y.1) - (Y.4)	184
Modell Y'	(Y.Z)	(Y.1'), (Y.2'), (Y.3), (Y.4')	189
Modell Z	(X.Z)	(X.1) - (X.8), (Z.1) - (Z.8)	193

VERZEICHNIS DER BEISPIELE

Von den einzelnen Beispielen werden nachfolgend die Ausformulierungen der Restriktionen - allerdings ohne die Nichtnegativitätsbedingungen - angegeben. Die Ausprägungen der Entscheidungsvariablen werden selektiv aufgelistet, und zwar jeweils dann, wenn sie Werte größer Null haben. Von diesem Grundsatz wird jedoch abgewichen, wenn 1) Variablen, denen der Wert Null zugewiesen wird, für die Beispielinterpretation nötig erscheinen (dies betrifft z.B. Variablentypen wie h, g, u etc.) und 2) Variablen, die trotz einem Wert größer Null nicht interpretationsfähig sind. Für die große Zahl M wird durchgängig ein Wert von 100 angesetzt. Die kleine Zahl ε wird - mit Ausnahme der Beispiele H, H' und H'', für die $\varepsilon = 0,05$ gilt - mit dem Wert 0,1 belegt.

Es ist zu beachten, daß die Sortierung der Restriktionen mit den formalen Modellen z.T. nicht übereinstimmt.

BEISPIEL A	209
BEISPIEL A'	209
BEISPIEL A''	210
BEISPIEL A'''	211
BEISPIEL A''''	212
BEISPIEL B	214
BEISPIEL B'	216
BEISPIEL B''	218
BEISPIEL C	215
BEISPIEL D	219
BEISPIEL E	226
BEISPIEL E'	236
BEISPIEL E''	240
BEISPIEL F	246
BEISPIEL F'	247
BEISPIEL F''	248
BEISPIEL G	250

BEISPIEL H	262
BEISPIEL H'	265
BEISPIEL H''	268
BEISPIEL J	264
BEISPIEL K	270
BEISPIEL L	271
BEISPIEL N	272
BEISPIEL N'	275
BEISPIEL N''	277
BEISPIEL P	280
BEISPIEL P'	283
BEISPIEL Q	281
BEISPIEL R	282
BEISPIEL T	285
BEISPIEL T'	286
BEISPIEL U	287
BEISPIEL U'	289
BEISPIEL V	288
BEISPIEL X	291
BEISPIEL Y	292
BEISPIEL Y'	293
BEISPIEL Y''	295

BEISPIEL A

MIN	OBJ. FUN. VALUE
D1 + D2 + D3 + D4	1) 28.000000
SUBJECT TO	VAR. VALUE
2) H14 - H13 <= - 2	U241 1.000000
3) H13 - D1 <= - 4	U342 1.000000
4) H21 - H24 <= - 3	U133 .000000
5) H24 - D2 <= - 3	U143 .000000
6) H32 - H33 <= - 2	U343 .000000
7) H33 - H34 <= - 1	U124 1.000000
8) H34 - D3 <= - 2	U134 1.000000
9) H43 - H41 <= - 2	U234 .000000
10) H41 - H42 <= - 4	D1 7.000000
11) H42 - D4 <= - 1	D2 8.000000
12) 100 U241 + H21 - H41 <= 97	D3 5.000000
13) 100 U342 + H32 - H42 <= 98	D4 8.000000
14) 100 U133 + H13 - H33 <= 96	H14 1.000000
15) 100 U143 + H13 - H43 <= 96	H13 3.000000
16) 100 U343 + H33 - H43 <= 99	H21 .000000
17) 100 U124 + H14 - H24 <= 98	H24 5.000000
18) 100 U134 + H14 - H34 <= 98	H32 .000000
19) 100 U234 + H24 - H34 <= 97	H33 2.000000
20) - 100 U241 - H21 + H41 <= - 4	H34 3.000000
21) - 100 U342 - H32 + H42 <= - 1	H43 .000000
22) - 100 U133 - H13 + H33 <= - 1	H41 3.000000
23) - 100 U143 - H13 + H43 <= - 2	H42 7.000000
24) - 100 U343 - H33 + H43 <= - 2	
25) - 100 U124 - H14 + H24 <= - 3	
26) - 100 U134 - H14 + H34 <= - 2	
27) - 100 U234 - H24 + H34 <= - 2	
END	

BEISPIEL A'

MIN	OBJ. FUN. VALUE
W334 + W431 + W412 + W143 + W214 + W323 + W104 + W201 + W302 + W403	1) 4.000000
SUBJECT TO	VAR. VALUE
2) H14 - H13 + W143 = - 2	U241 1.000000
3) H13 - D1 = - 4	U342 1.000000
4) H21 - H24 + W214 = - 3	U133 .000000
5) H24 - D2 = - 3	U143 .000000
6) H32 - H33 + W323 = - 2	U343 .000000
7) H33 - H34 + W334 = - 1	U124 1.000000
8) H34 - D3 = - 2	U134 1.000000
9) H43 - H41 + W431 = - 2	U234 .000000
10) H41 - H42 + W412 = - 4	D1 7.000000
11) H42 - D4 = - 1	D2 8.000000
12) 100 U241 + H21 - H41 <= 97	D3 5.000000
13) 100 U342 + H32 - H42 <= 98	D4 8.000000
14) 100 U133 + H13 - H33 <= 96	H14 1.000000
15) 100 U143 + H13 - H43 <= 96	H13 3.000000
16) 100 U343 + H33 - H43 <= 99	H21 .000000
17) 100 U124 + H14 - H24 <= 98	H24 5.000000
18) 100 U134 + H14 - H34 <= 98	H32 .000000
19) 100 U234 + H24 - H34 <= 97	H33 2.000000
20) - 100 U241 - H21 + H41 <= - 4	H34 3.000000

21)	- 100 U342 - H32 + H42 <= - 1	H43	.000000
22)	- 100 U133 - H13 + H33 <= - 1	H41	3.000000
23)	- 100 U143 - H13 + H43 <= - 2	H42	7.000000
24)	- 100 U343 - H33 + H43 <= - 2	W214	2.000000
25)	- 100 U124 - H14 + H24 <= - 3	W431	1.000000
26)	- 100 U134 - H14 + H34 <= - 2	W104	1.000000
27)	- 100 U234 - H24 + H34 <= - 2		
28)	- H14 + W104 = 0		
29)	- H21 + W201 = 0		
30)	- H32 + W302 = 0		
31)	- H43 + W403 = 0		
END			

BEISPIEL A"

MIN	OBJ. FUN. VALUE
D1 + D2 + D3 + D4	1) 28.000000
SUBJECT TO	VAR. VALUE
2) H14 - H13 <= - 2	U241 1.000000
3) H13 - D1 <= - 4	U342 1.000000
4) H21 - H24 <= - 3	U133 .000000
5) H24 - D2 <= - 3	U143 .000000
6) H32 - H33 <= - 2	U343 .000000
7) H33 - H34 <= - 1	U124 1.000000
8) H34 - D3 <= - 2	U134 1.000000
9) H43 - H41 <= - 2	U234 .000000
10) H41 - H42 <= - 4	D1 7.000000
11) H42 - D4 <= - 1	D2 8.000000
12) 100 U241 + H21 - H41 <= 97	D3 5.000000
13) 100 U342 + H32 - H42 <= 98	D4 8.000000
14) 100 U133 + H13 - H33 <= 96	H14 1.000000
15) 100 U143 + H13 - H43 <= 96	H13 3.000000
16) 100 U343 + H33 - H43 <= 99	H21 .000000
17) 100 U124 + H14 - H24 <= 98	H24 5.000000
18) 100 U134 + H14 - H34 <= 98	H32 .000000
19) 100 U234 + H24 - H34 <= 97	H33 2.000000
20) - 100 U241 - H21 + H41 <= - 4	H34 3.000000
21) - 100 U342 - H32 + H42 <= - 1	H43 .000000
22) - 100 U133 - H13 + H33 <= - 1	H41 3.000000
23) - 100 U143 - H13 + H43 <= - 2	H42 7.000000
24) - 100 U343 - H33 + H43 <= - 2	X21 1.000000
25) - 100 U124 - H14 + H24 <= - 3	X41 2.000000
26) - 100 U134 - H14 + H34 <= - 2	X32 1.000000
27) - 100 U234 - H24 + H34 <= - 2	X42 2.000000
28) X21 + X41 = 3	X13 3.000000
29) X32 + X42 = 3	X33 2.000000
30) X13 + X33 + X43 = 6	X43 1.000000
31) X14 + X24 + X34 = 6	X14 1.000000
32) 100 U241 + X21 - X41 >= 1	X24 3.000000
33) 100 U342 + X32 - X42 >= 1	X34 2.000000
34) 100 U133 + X13 - X33 >= 1	
35) 100 U143 + X13 - X43 >= 1	
36) 100 U343 + X33 - X43 >= 1	
37) 100 U124 + X14 - X24 >= 1	
38) 100 U134 + X14 - X34 >= 1	
39) 100 U234 + X24 - X34 >= 1	
40) 100 U241 + X21 - X41 <= 99	

```

41) 100 U342 + X32 - X42 <= 99
42) 100 U133 + X13 - X33 <= 99
43) 100 U143 + X13 - X43 <= 99
44) 100 U343 + X33 - X43 <= 99
45) 100 U124 + X14 - X24 <= 99
46) 100 U134 + X14 - X34 <= 99
47) 100 U234 + X24 - X34 <= 99
48) X21 >= 1
49) X41 >= 1
50) X32 >= 1
51) X42 >= 1
52) X13 >= 1
53) X33 >= 1
54) X43 >= 1
55) X14 >= 1
56) X24 >= 1
57) X34 >= 1
END

```

BEISPIEL A"

MIN	OBJ. FUN. VALUE
D1 + D2 + D3 + D4	1) 35.000000
SUBJECT TO	VAR. VALUE
2) H14 - H13 <= - 2	U241 .000000
3) H13 - D1 <= - 4	U342 1.000000
4) H21 - H24 <= - 3	U133 .000000
5) H24 - D2 <= - 3	U143 .000000
6) H32 - H33 <= - 2	U343 .000000
7) H33 - H34 <= - 1	U124 1.000000
8) H34 - D3 <= - 2	U134 1.000000
9) H43 - H41 <= - 2	U234 .000000
10) H41 - H42 <= - 4	D1 9.000000
11) H42 - D4 <= - 1	D2 13.000000
12) 100 U241 + 2 V241 + H21 - H41 <= 97	D3 6.000000
13) 100 U342 + 2 V342 + H32 - H42 <= 98	D4 7.000000
14) 100 U133 + 2 V133 + H13 - H33 <= 96	H14 .000000
15) 100 U143 + 2 V143 + H13 - H43 <= 96	H13 5.000000
16) 100 U343 + 2 V343 + H33 - H43 <= 99	H21 7.000000
17) 100 U124 + 2 V124 + H14 - H24 <= 98	H24 10.000000
18) 100 U134 + 2 V134 + H14 - H34 <= 98	H32 .000000
19) 100 U234 + 2 V234 + H24 - H34 <= 97	H33 3.000000
20) - 100 U241 + V421 - H21 + H41 <= - 4	H34 4.000000
21) - 100 U342 + V432 - H32 + H42 <= - 1	H43 .000000
22) - 100 U133 + V313 - H13 + H33 <= - 1	H41 2.000000
23) - 100 U143 + V413 - H13 + H43 <= - 2	H42 6.000000
24) - 100 U343 + V433 - H33 + H43 <= - 2	X21 2.000000
25) - 100 U124 + V214 - H14 + H24 <= - 3	X41 1.000000
26) - 100 U134 + V314 - H14 + H34 <= - 2	X32 1.000000
27) - 100 U234 + V324 - H24 + H34 <= - 2	X42 2.000000
28) X21 + X41 = 3	X13 3.000000
29) X32 + X42 = 3	X33 2.000000
30) X13 + X33 + X43 = 6	X43 1.000000
31) X14 + X24 + X34 = 6	X14 1.000000
32) 100 U241 + X21 - X41 >= 1	X24 3.000000
33) 100 U342 + X32 - X42 >= 1	X34 2.000000
34) 100 U133 + X13 - X33 >= 1	V421 1.000000

35)	100 U143 + X13 - X43 >= 1	V342	1.000000
36)	100 U343 + X33 - X43 >= 1	V313	1.000000
37)	100 U124 + X14 - X24 >= 1	V433	1.000000
38)	100 U134 + X14 - X34 >= 1	V134	1.000000
39)	100 U234 + X24 - X34 >= 1	V324	1.000000
40)	100 U241 + X21 - X41 <= 99		
41)	100 U342 + X32 - X42 <= 99		
42)	100 U133 + X13 - X33 <= 99		
43)	100 U143 + X13 - X43 <= 99		
44)	100 U343 + X33 - X43 <= 99		
45)	100 U124 + X14 - X24 <= 99		
46)	100 U134 + X14 - X34 <= 99		
47)	100 U234 + X24 - X34 <= 99		
48)	X21 >= 1		
49)	X41 >= 1		
50)	X32 >= 1		
51)	X42 >= 1		
52)	X13 >= 1		
53)	X33 >= 1		
54)	X43 >= 1		
55)	X14 >= 1		
56)	X24 >= 1		
57)	X34 >= 1		
58)	- 101 U241 - X21 + X41 + V241 >= - 99		
59)	- 101 U241 - X21 + X41 - 0.1 V421 <= - 1.1		
60)	V241 + V421 = 1		
61)	- 101 U342 - X32 + X42 + V342 >= - 99		
62)	- 101 U342 - X32 + X42 - 0.1 V432 <= - 1.1		
63)	V342 + V432 = 1		
64)	- 101 U133 - X13 + X33 + V133 >= - 99		
65)	- 101 U133 - X13 + X33 - 0.1 V313 <= - 1.1		
66)	- 101 U143 - X13 + X43 + V143 >= - 99		
67)	- 101 U143 - X13 + X43 - 0.1 V413 <= - 1.1		
68)	- 101 U343 - X33 + X43 + V343 >= - 99		
69)	- 101 U343 - X33 + X43 - 0.1 V433 <= - 1.1		
70)	V133 + V143 + V343 + V313 + V413 + V433 = 2		
71)	- 101 U124 - X14 + X24 + V124 >= - 99		
72)	- 101 U124 - X14 + X24 - 0.1 V214 <= - 1.1		
73)	- 101 U134 - X14 + X34 + V134 >= - 99		
74)	- 101 U134 - X14 + X34 - 0.1 V314 <= - 1.1		
75)	- 101 U234 - X24 + X34 + V234 >= - 99		
76)	- 101 U234 - X24 + X34 - 0.1 V324 <= - 1.1		
77)	V124 + V134 + V234 + V214 + V314 + V324 = 2		
END			

BEISPIEL A'''

MIN		OBI. FUN. VALUE
D1 + D2 + D3 + D4	1)	35.000000
SUBJECT TO	VAR.	VALUE
2) H14 - H13 <= - 2	U241	1.000000
3) H13 - D1 <= - 4	U342	1.000000
4) H21 - H24 <= - 3	U133	1.000000
5) H24 - D2 <= - 3	U143	.000000
6) H32 - H33 <= - 2	U343	.000000
7) H33 - H34 <= - 1	U124	1.000000
8) H34 - D3 <= - 2	U134	1.000000

9)	H43 - H41 <= - 2	U234	1.000000
10)	H41 - H42 <= - 4	D1	7.000000
11)	H42 - D4 <= - 1	D2	6.000000
12)	100 U241 + 2 V241 + H21 - H41 <= 97	D3	12.000000
13)	100 U342 + 2 V242 + H32 - H42 <= 98	D4	10.000000
14)	100 U133 + V233 + 2 V333 + H13 - H33 <= 96	H14	.000000
15)	100 U143 + 2 V343 + V243 + H13 - H43 <= 96	H13	3.000000
16)	100 U343 + 2 V343 + V243 + H33 - H43 <= 99	H21	.000000
17)	100 U124 + V224 + 2 V324 + H14 - H24 <= 98	H24	3.000000
18)	100 U134 + V234 + 2 V334 + H14 - H34 <= 98	H32	5.000000
19)	100 U234 + V234 + 2 V334 + H24 - H34 <= 97	H33	9.000000
20)	- 100 U241 - H21 + H41 + 2 V221 <= - 4	H34	10.000000
21)	- 100 U342 + 2 V232 - H32 + H42 <= - 1	H43	.000000
22)	- 100 U133 + V213 + 2 V313 - H13 + H33 <= - 1	H41	5.000000
23)	- 100 U143 + V213 + 2 V313 - H13 + H43 <= - 2	H42	9.000000
24)	- 100 U343 + V233 + 2 V333 - H33 + H43 <= - 2	X21	1.000000
25)	- 100 U124 + V214 + 2 V314 - H14 + H24 <= - 3	X41	2.000000
26)	- 100 U134 + V214 + 2 V314 - H14 + H34 <= - 2	X32	1.000000
27)	- 100 U234 + V224 + 2 V324 - H24 + H34 <= - 2	X42	2.000000
28)	X21 + X41 = 3	X13	2.000000
29)	X32 + X42 = 3	X33	3.000000
30)	X13 + X33 + X43 = 6	X43	1.000000
31)	X14 + X24 + X34 = 6	X14	1.000000
32)	100 U241 + X21 - X41 >= 1	X24	2.000000
33)	100 U342 + X32 - X42 >= 1	X34	3.000000
34)	100 U133 + X13 - X33 >= 1	V121	1.000000
35)	100 U143 + X13 - X43 >= 1	V241	1.000000
36)	100 U343 + X33 - X43 >= 1	V132	1.000000
37)	100 U124 + X14 - X24 >= 1	V242	1.000000
38)	100 U134 + X14 - X34 >= 1	V213	1.000000
39)	100 U234 + X24 - X34 >= 1	V333	1.000000
40)	100 U241 + X21 - X41 <= 99	V143	1.000000
41)	100 U342 + X32 - X42 <= 99	V114	1.000000
42)	100 U133 + X13 - X33 <= 99	V224	1.000000
43)	100 U143 + X13 - X43 <= 99	V334	1.000000
44)	100 U343 + X33 - X43 <= 99		
45)	100 U124 + X14 - X24 <= 99		
46)	100 U134 + X14 - X34 <= 99		
47)	100 U234 + X24 - X34 <= 99		
48)	X21 >= 1		
49)	X41 >= 1		
50)	X32 >= 1		
51)	X42 >= 1		
52)	X13 >= 1		
53)	X33 >= 1		
54)	X43 >= 1		
55)	X14 >= 1		
56)	X24 >= 1		
57)	X34 >= 1		
58)	X21 - V121 - 2 V221 = 0		
59)	X41 - 2 V241 - V141 = 0		
60)	X32 - V132 - 2 V232 = 0		
61)	X42 - V142 - 2 V242 = 0		
62)	X13 - V113 - 2 V213 - 3 V313 = 0		
63)	X33 - V133 - 2 V233 - 3 V333 = 0		
64)	X43 - V143 - 3 V343 - 2 V243 = 0		
65)	X14 - V114 - 2 V214 - 3 V314 = 0		
66)	X24 - V124 - 2 V224 - 3 V324 = 0		

67) $X34 - V134 - 2 V234 - 3 V334 = 0$
 68) $V121 + V221 = 1$
 69) $V241 + V141 = 1$
 70) $V132 + V232 = 1$
 71) $V142 + V242 = 1$
 72) $V113 + V213 + V313 = 1$
 73) $V133 + V233 + V333 = 1$
 74) $V143 + V343 + V243 = 1$
 75) $V114 + V214 + V314 = 1$
 76) $V124 + V224 + V324 = 1$
 77) $V134 + V234 + V334 = 1$
 END

BEISPIEL B

MIN
 2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5
 SUBJECT TO
 2) PA1 $\leq$ 8
 3) PA2 $\leq$ 7
 4) PA3 $\leq$ 8
 5) PA4 $\leq$ 6
 6) PA5 $\leq$ 6
 7) PE111 + PE311 + PE511 = 3
 8) PE112 + PE312 + PE512 = 5
 9) PE113 + PE313 + PE513 = 5
 10) PE114 + PE314 + PE514 = 3
 11) PE115 + PE315 + PE515 = 3
 12) PE116 + PE316 + PE516 = 3
 13) PE117 + PE317 + PE517 = 3
 14) PE221 + PE421 = 3
 15) PE222 + PE422 = 3
 16) PE228 + PE428 = 4
 17) PE334 + PE534 = 2
 18) PE335 + PE535 = 2
 19) PE336 + PE536 = 2
 20) PE337 + PE537 = 2
 21) PE333 + PE533 = 7
 22) PE331 + PE531 = 5
 23) PE332 + PE532 = 5
 24) PE442 + PE542 = 3
 25) PE443 + PE543 = 3
 26) PE446 + PE546 = 3
 27) PE447 + PE547 = 3
 28) PE448 + PE548 = 3
 29) PE444 + PE544 = 1
 30) PE445 + PE545 = 1
 31) - PA1 + PE111 $\leq$ 0
 32) - PA1 + PE112 $\leq$ 0
 33) - PA1 + PE113 $\leq$ 0
 34) - PA1 + PE114 $\leq$ 0
 35) - PA1 + PE115 $\leq$ 0
 36) - PA1 + PE116 $\leq$ 0
 37) - PA1 + PE117 $\leq$ 0
 38) - PA2 + PE221 $\leq$ 0
 39) - PA2 + PE222 $\leq$ 0
 40) - PA2 + PE228 $\leq$ 0

OBJ. FUN. VALUE
1) 45000.000000
VAR. VALUE
PA1 5.000000
PA2 1.000000
PA3 4.000000
PA4 3.000000
PA5 3.000000
PE111 5.000000
PE112 5.000000
PE113 5.000000
PE114 1.000000
PE114 1.000000
PE115 3.000000
PE116 3.000000
PE117 3.000000
PE221 1.000000
PE421 2.000000
PE222 1.000000
PE422 2.000000
PE228 1.000000
PE428 3.000000
PE331 4.000000
PE531 1.000000
PE332 4.000000
PE532 1.000000
PE333 4.000000
PE533 3.000000
PE334 2.000000
PE535 2.000000
PE336 2.000000
PE337 2.000000
PE442 1.000000
PE542 2.000000
PE443 3.000000
PE544 1.000000
PE445 1.000000
PE446 3.000000
PE447 3.000000
PE548 3.000000


```

41) - PA3 + PE311 + PE331 <= 0
42) - PA3 + PE312 + PE332 <= 0
43) - PA3 + PE313 + PE333 <= 0
44) - PA3 + PE314 + PE334 <= 0
45) - PA3 + PE315 + PE335 <= 0
46) - PA3 + PE316 + PE336 <= 0
47) - PA3 + PE317 + PE337 <= 0
48) - PA4 + PE421 <= 0
49) - PA4 + PE422 + PE442 <= 0
50) - PA4 + PE443 <= 0
51) - PA4 + PE444 <= 0
52) - PA4 + PE445 <= 0
53) - PA4 + PE446 <= 0
54) - PA4 + PE447 <= 0
55) - PA4 + PE428 + PE448 <= 0
56) - PA5 + PE511 + PE531 <= 0
57) - PA5 + PE512 + PE532 + PE542 <= 0
58) - PA5 + PE513 + PE533 + PE543 <= 0
59) - PA5 + PE514 + PE534 + PE544 <= 0
60) - PA5 + PE515 + PE535 + PE545 <= 0
61) - PA5 + PE516 + PE536 + PE546 <= 0
62) - PA5 + PE517 + PE537 + PE547 <= 0
63) - PA5 + PE548 <= 0
END

```

BEISPIEL C

MIN
2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5

SUBJECT TO

- 2) PE112 + PE312 + PE512 = 5
- 3) PE114 + PE314 + PE514 = 3
- 4) PE223 + PE423 = 3
- 5) PE224 + PE424 = 4
- 6) PE331 + PE531 = 2
- 7) PE333 + PE533 = 7
- 8) PE334 + PE534 = 5
- 9) PE441 + PE541 = 3
- 10) PE442 + PE542 = 3
- 11) PE443 + PE543 = 1
- 12) - PA1 + PE112 <= 0
- 13) - PA1 + PE114 <= 0
- 14) - PA2 + PE223 <= 0
- 15) - PA2 + PE224 <= 0
- 16) - PA3 + PE312 + PE334 <= 0
- 17) - PA3 + PE312 + PE333 <= 0
- 18) - PA3 + PE314 + PE331 <= 0
- 19) - PA4 + PE423 <= 0
- 20) - PA4 + PE423 + PE441 <= 0
- 21) - PA4 + PE441 <= 0
- 22) - PA4 + PE443 <= 0
- 23) - PA4 + PE442 <= 0
- 24) - PA4 + PE424 + PE442 <= 0
- 25) - PA5 + PE512 + PE534 <= 0
- 26) - PA5 + PE512 + PE534 + PE541 <= 0
- 27) - PA5 + PE512 + PE533 + PE541 <= 0
- 28) - PA5 + PE514 + PE531 + PE543 <= 0

OBJ. FUN. VALUE

1)	47000.000000
VAR.	VALUE
PA1	5.000000
PA2	3.000000
PA3	6.000000
PA4	3.000000
PA5	1.000000
PE112	5.000000
PE114	3.000000
PE223	3.000000
PE224	3.000000
PE424	1.000000
PE331	2.000000
PE333	6.000000
PE533	1.000000
PE334	4.000000
PE534	1.000000
PE441	3.000000
PE442	2.000000
PE542	1.000000
PE543	1.000000

```

29) - PA5 + PE514 + PE531 + PE542 <= 0
30) - PA5 + PE542 <= 0
31) PA1 <= 8
32) PA2 <= 7
33) PA3 <= 8
34) PA4 <= 6
35) PA5 <= 6
END

```

BEISPIEL B'

MIN
2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5

SUBJECT TO

```

2) PA1 <= 8
3) PA2 <= 7
4) PA3 <= 8
5) PA4 <= 6
6) PA5 <= 6
7) PE111 + PE311 + PE511 = 5
8) PE112 + PE312 + PE512 = 5
9) PE113 + PE313 + PE513 = 5
10) PE114 + PE314 + PE514 = 3
11) PE115 + PE315 + PE515 = 3
12) PE116 + PE316 + PE516 = 3
13) PE117 + PE317 + PE517 = 3
14) PE221 + PE421 = 3
15) PE222 + PE422 = 3
16) PE228 + PE428 = 4
17) PE334 + PE534 = 2
18) PE335 + PE535 = 2
19) PE336 + PE536 = 2
20) PE337 + PE537 = 2
21) PE333 + PE533 = 7
22) PE331 + PE531 = 5
23) PE332 + PE532 = 5
24) PE442 + PE542 = 3
25) PE443 + PE543 = 3
26) PE446 + PE546 = 3
27) PE447 + PE547 = 3
28) PE448 + PE548 = 3
29) PE444 + PE544 = 1
30) PE445 + PE545 = 1
31) - PA1 + PE111 <= 0
32) - PA1 + PE112 <= 0
33) - PA1 + PE113 <= 0
34) - PA1 + PE114 <= 0
35) - PA1 + PE115 <= 0
36) - PA1 + PE116 <= 0
37) - PA1 + PE117 <= 0
38) - PA2 + PE221 <= 0
39) - PA2 + PE222 <= 0
40) - PA2 + PE228 <= 0
41) - PA3 + PE311 + PE331 <= 0
42) - PA3 + PE312 + PE332 <= 0
43) - PA3 + PE313 + PE333 <= 0
44) - PA3 + PE314 + PE334 <= 0

```

OBJ. FUN. VALUE

1) 47000.000000

VAR.	VALUE
PA1	5.000000
PA2	3.000000
PA3	6.000000
PA4	3.000000
PA5	1.000000
PE111	5.000000
PE112	5.000000
PE113	5.000000
PE114	3.000000
PE115	3.000000
PE116	3.000000
PE117	3.000000
PE221	3.000000
PE222	3.000000
PE228	3.000000
PE428	1.000000
PE331	4.000000
PE531	1.000000
PE332	4.000000
PE532	1.000000
PE333	6.000000
PE533	1.000000
PE334	2.000000
PE335	2.000000
PE336	2.000000
PE337	2.000000
PE442	3.000000
PE443	3.000000
PE444	1.000000
PE445	1.000000
PE446	2.000000
PE546	1.000000
PE447	2.000000
PE547	1.000000
PE448	2.000000
PE548	1.000000

- 45) - PA3 + PE315 + PE335 <= 0
- 46) - PA3 + PE316 + PE336 <= 0
- 47) - PA3 + PE317 + PE337 <= 0
- 48) - PA4 + PE421 <= 0
- 49) - PA4 + PE422 + PE442 <= 0
- 50) - PA4 + PE443 <= 0
- 51) - PA4 + PE444 <= 0
- 52) - PA4 + PE445 <= 0
- 53) - PA4 + PE446 <= 0
- 54) - PA4 + PE447 <= 0
- 55) - PA4 + PE428 + PE448 <= 0
- 56) - PA5 + PE511 + PE531 <= 0
- 57) - PA5 + PE512 + PE532 + PE542 <= 0
- 58) - PA5 + PE513 + PE533 + PE543 <= 0
- 59) - PA5 + PE514 + PE534 + PE544 <= 0
- 60) - PA5 + PE515 + PE535 + PE545 <= 0
- 61) - PA5 + PE516 + PE536 + PE546 <= 0
- 62) - PA5 + PE517 + PE537 + PE547 <= 0
- 63) - PA5 + PE548 <= 0
- 64) PE111 - PE112 = 0
- 65) PE111 - PE113 = 0
- 66) PE311 - PE312 = 0
- 67) PE311 - PE313 = 0
- 68) PE511 - PE512 = 0
- 69) PE511 - PE513 = 0
- 70) PE114 - PE115 = 0
- 71) PE114 - PE116 = 0
- 72) PE114 - PE117 = 0
- 73) PE314 - PE315 = 0
- 74) PE314 - PE316 = 0
- 75) PE314 - PE317 = 0
- 76) PE514 - PE515 = 0
- 77) PE514 - PE516 = 0
- 78) PE514 - PE517 = 0
- 79) PE221 - PE222 = 0
- 80) PE421 - PE422 = 0
- 81) PE334 - PE335 = 0
- 82) PE334 - PE336 = 0
- 83) PE334 - PE337 = 0
- 84) PE534 - PE535 = 0
- 85) PE534 - PE536 = 0
- 86) PE534 - PE537 = 0
- 87) PE331 - PE332 = 0
- 88) PE531 - PE532 = 0
- 89) PE442 - PE443 = 0
- 90) PE542 - PE543 = 0
- 91) PE446 - PE447 = 0
- 92) PE446 - PE448 = 0
- 93) PE546 - PE547 = 0
- 94) PE546 - PE548 = 0
- 95) PE444 - PE445 = 0
- 96) PE544 - PE545 = 0

END

BEISPIEL B"

MIN

2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5

SUBJECT TO

- 2) PA1 $\leq$ 8
- 3) PA2 $\leq$ 7
- 4) PA3 $\leq$ 8
- 5) PA4 $\leq$ 6
- 6) PA5 $\leq$ 6
- 7) PE111 + PE311 + PE511 = 5
- 8) PE112 + PE312 + PE512 = 5
- 9) PE113 + PE313 + PE513 = 5
- 10) PE114 + PE314 + PE514 = 3
- 11) PE115 + PE315 + PE515 = 3
- 12) PE116 + PE316 + PE516 = 3
- 13) PE117 + PE317 + PE517 = 3
- 14) PE221 + PE421 = 3
- 15) PE222 + PE422 = 3
- 16) PE228 + PE428 = 4
- 17) PE334 + PE534 = 2
- 18) PE335 + PE535 = 2
- 19) PE336 + PE536 = 2
- 20) PE337 + PE537 = 2
- 21) PE333 + PE533 = 7
- 22) PE331 + PE531 = 5
- 23) PE332 + PE532 = 5
- 24) - 3 Y214 + PE442 + PE542 = 0
- 25) - 3 Y314 + PE443 + PE543 = 0
- 26) - 3 Y114 + PE441 + PE541 = 0
- 27) PE446 + PE546 = 3
- 28) PE447 + PE547 = 3
- 29) PE448 + PE548 = 3
- 30) PE444 + PE544 = 1
- 31) PE445 + PE545 = 1
- 32) - PA1 + PE111 $\leq$ 0
- 33) - PA1 + PE112 $\leq$ 0
- 34) - PA1 + PE113 $\leq$ 0
- 35) - PA1 + PE114 $\leq$ 0
- 36) - PA1 + PE115 $\leq$ 0
- 37) - PA1 + PE116 $\leq$ 0
- 38) - PA1 + PE117 $\leq$ 0
- 39) - PA2 + PE221 $\leq$ 0
- 40) - PA2 + PE222 $\leq$ 0
- 41) - PA2 + PE228 $\leq$ 0
- 42) - PA3 + PE311 + PE331 $\leq$ 0
- 43) - PA3 + PE312 + PE332 $\leq$ 0
- 44) - PA3 + PE313 + PE333 $\leq$ 0
- 45) - PA3 + PE314 + PE334 $\leq$ 0
- 46) - PA3 + PE315 + PE335 $\leq$ 0
- 47) - PA3 + PE316 + PE336 $\leq$ 0
- 48) - PA3 + PE317 + PE337 $\leq$ 0
- 49) - PA4 + PE421 + PE441 $\leq$ 0
- 50) - PA4 + PE422 + PE442 $\leq$ 0
- 51) - PA4 + PE443 $\leq$ 0
- 52) - PA4 + PE444 $\leq$ 0
- 53) - PA4 + PE445 $\leq$ 0
- 54) - PA4 + PE446 $\leq$ 0

OBJ. FUN. VALUE

1)	43000.000000
VAR.	VALUE
Y114	1.000000
Y214	1.000000
PA1	5.000000
PA2	3.000000
PA3	4.000000
PA4	1.000000
PA5	3.000000
PE111	5.000000
PE112	5.000000
PE113	5.000000
PE114	3.000000
PE115	1.000000
PE315	2.000000
PE116	1.000000
PE316	2.000000
PE317	3.000000
PE221	3.000000
PE222	3.000000
PE228	3.000000
PE428	1.000000
PE331	4.000000
PE531	1.000000
PE332	4.000000
PE532	1.000000
PE333	4.000000
PE533	3.000000
PE534	2.000000
PE335	2.000000
PE336	2.000000
PE337	1.000000
PE537	1.000000
PE441	1.000000
PE541	2.000000
PE442	1.000000
PE542	2.000000
PE544	1.000000
PE545	1.000000
PE546	3.000000
PE447	1.000000
PE547	2.000000
PE548	3.000000

```

55) - PA4 + PE447 <= 0
56) - PA4 + PE428 + PE448 <= 0
57) - PA5 + PE511 + PE531 + PE541 <= 0
58) - PA5 + PE512 + PE532 + PE542 <= 0
59) - PA5 + PE513 + PE533 + PE543 <= 0
60) - PA5 + PE514 + PE534 + PE544 <= 0
61) - PA5 + PE515 + PE535 + PE545 <= 0
62) - PA5 + PE516 + PE536 + PE546 <= 0
63) - PA5 + PE517 + PE537 + PE547 <= 0
64) - PA5 + PE548 <= 0
65) Y114 + Y214 + Y314 = 2
66) 2 Y114 - 2 Y214 + Y314 <= 2
END

```

BEISPIEL D

MIN	OBJ. FUN. VALUE
D1 + D2 + D3 + D4	1) 28.000000
SUBJECT TO	VAR. VALUE
2) H14 - H13 <= - 2	U241 1.000000
3) H13 - D1 <= - 4	U342 1.000000
4) H21 - H24 <= - 3	U133 .000000
5) H24 - D2 <= - 3	U143 .000000
6) H32 - H33 <= - 2	U343 .000000
7) H33 - H34 <= - 1	U124 1.000000
8) H34 - D3 <= - 2	U134 1.000000
9) H43 - H41 <= - 2	U234 .000000
10) H41 - H42 <= - 4	H13 3.000000
11) H42 - D4 <= - 1	H14 .000000
12) 100 U241 + H21 - H41 <= 97	H21 .000000
13) 100 U342 + H32 - H42 <= 98	H24 5.000000
14) 100 U133 + H13 - H33 <= 96	H32 .000000
15) 100 U143 + H13 - H43 <= 96	H33 2.000000
16) 100 U343 + H33 - H43 <= 99	H34 3.000000
17) 100 U124 + H14 - H24 <= 98	H41 3.000000
18) 100 U134 + H14 - H34 <= 98	H42 7.000000
19) 100 U234 + H24 - H34 <= 97	H43 .000000
20) - 100 U241 - H21 + H41 <= - 4	Y121 1.000000
21) - 100 U342 - H32 + H42 <= - 1	Y221 1.000000
22) - 100 U133 - H13 + H33 <= - 1	Y321 1.000000
23) - 100 U143 - H13 + H43 <= - 2	Y441 1.000000
24) - 100 U343 - H33 + H43 <= - 2	Y541 1.000000
25) - 100 U124 - H14 + H24 <= - 3	Y641 1.000000
26) - 100 U134 - H14 + H34 <= - 2	Y741 1.000000
27) - 100 U234 - H24 + H34 <= - 2	Y132 1.000000
28) - H21 - 100 A121 - 0.1 Y121 <= - 0.1	Y232 1.000000
29) - H21 + 100 B121 + 0.1 Y121 >= 0.1	Y842 1.000000
30) A121 + B121 + Y121 <= 1	Y413 1.000000
31) - H21 - 100 A221 - Y121 - 0.1 Y221 <= - 1.1	Y513 1.000000
32) - H21 + 100 B221 - Y121 + 0.1 Y221 >= - 0.9	Y613 1.000000
33) A221 + B221 + Y221 <= 1	Y713 1.000000
34) - H21 - 100 A321 - Y121 - Y221 - 0.1 Y321 <= - 2.1	Y333 1.000000
35) - H21 + 100 B321 - Y121 - Y221 + 0.1 Y321 >= - 1.9	Y143 1.000000
36) A321 + B321 + Y321 <= 1	Y243 1.000000
37) - H21 - 100 A421 - Y221 - Y321 - 0.1 Y421 <= - 3.1	Y114 1.000000
38) - H21 + 100 B421 - Y221 - Y321 + 0.1 Y421 >= - 2.9	Y214 1.000000
39) A421 + B421 + Y421 <= 1	Y624 1.000000

40)	- H21 - 100 A521 - Y321 - Y421 - 0.1 Y521 <= - 4.1	Y724	1.000000
41)	- H21 + 100 B521 - Y321 - Y421 + 0.1 Y521 >= - 3.9	Y824	1.000000
42)	A521 + B521 + Y521 <= 1	Y434	1.000000
43)	- H21 - 100 A621 - Y421 - Y521 - 0.1 Y621 <= - 5.1	Y534	1.000000
44)	- H21 + 100 B621 - Y421 - Y521 + 0.1 Y621 >= - 4.9	D1	7.000000
45)	A621 + B621 + Y621 <= 1	D2	8.000000
46)	- H21 - 100 A721 - Y521 - Y621 - 0.1 Y721 <= - 6.1	D3	5.000000
47)	- H21 + 100 B721 - Y521 - Y621 + 0.1 Y721 >= - 5.9	D4	8.000000
48)	A721 + B721 + Y721 <= 1	PE311	4.000000
49)	- H21 - 100 A821 - Y621 - Y721 - 0.1 Y821 <= - 7.1	PE511	1.000000
50)	- H21 + 100 B821 - Y621 - Y721 + 0.1 Y821 >= - 6.9	PE112	5.000000
51)	A821 + B821 + Y821 <= 1	PE513	5.000000
52)	- H21 - 100 A921 - Y721 - Y821 - 0.1 Y921 <= - 8.1	PE314	3.000000
53)	- H21 - Y721 - Y821 + 0.1 Y921 + 100 B921 >= - 7.9	PE515	3.000000
54)	A921 + Y921 + B921 <= 1	PE316	3.000000
55)	- H41 - 100 A141 - 0.1 Y141 <= - 0.1	PE117	3.000000
56)	- H41 + 100 B141 + 0.1 Y141 >= 0.1	PE421	3.000000
57)	A141 + B141 + Y141 <= 1	PE422	3.000000
58)	- H41 - 100 A241 - Y141 - 0.1 Y241 <= - 1.1	PE428	4.000000
59)	- H41 + 100 B241 - Y141 + 0.1 Y241 >= - 0.9	PE531	5.000000
60)	A241 + B241 + Y241 <= 1	PE332	5.000000
61)	- H41 - 100 A341 - Y141 - Y241 - 0.1 Y341 <= - 2.1	PE333	6.000000
62)	- H41 + 100 B341 - Y141 - Y241 + 0.1 Y341 >= - 1.9	PE533	1.000000
63)	A341 + B341 + Y341 <= 1	PE534	2.000000
64)	- H41 - 100 A441 - Y141 - Y241 - Y341 - 0.1 Y441 <= - 3.1	PE335	2.000000
65)	- H41 + 100 B441 - Y141 - Y241 - Y341 + 0.1 Y441 >= - 2.9	PE536	2.000000
66)	A441 + B441 + Y441 <= 1	PE537	2.000000
67)	- H41 - 100 A541 - Y241 - Y341 - Y441 - 0.1 Y541 <= - 4.1	PE441	3.000000
68)	- H41 + 100 B541 - Y241 - Y341 - Y441 + 0.1 Y541 >= - 3.9	PE442	3.000000
69)	A541 + B541 + Y541 <= 1	PE444	1.000000
70)	- H41 - 100 A641 - Y341 - Y441 - Y541 - 0.1 Y641 <= - 5.1	PE545	1.000000
71)	- H41 + 100 B641 - Y341 - Y441 - Y541 + 0.1 Y641 >= - 4.9	PE446	3.000000
72)	A641 + B641 + Y641 <= 1	PE547	3.000000
73)	- H41 - 100 A741 - Y441 - Y541 - Y641 - 0.1 Y741 <= - 6.1	PE548	3.000000
74)	- H41 + 100 B741 - Y441 - Y541 - Y641 + 0.1 Y741 >= - 5.9	PA1	5.000000
75)	A741 + B741 + Y741 <= 1	PA2	.000000
76)	- H41 - 100 A841 - Y541 - Y641 - Y741 - 0.1 Y841 <= - 7.1	PA3	8.000000
77)	- H41 + 100 B841 - Y541 - Y641 - Y741 + 0.1 Y841 >= - 6.9	PA4	6.000000
78)	A841 + B841 + Y841 <= 1	PA5	6.000000
79)	- H41 - 100 A941 - Y641 - Y741 - Y841 - 0.1 Y941 <= - 8.1		
80)	- H41 + 100 B941 - Y641 - Y741 - Y841 + 0.1 Y941 >= - 7.9		
81)	A941 + B941 + Y941 <= 1		
82)	- H32 - 100 A132 - 0.1 Y132 <= - 0.1		
83)	- H32 + 100 B132 + 0.1 Y132 >= 0.1		
84)	A132 + B132 + Y132 <= 1		
85)	- H32 - 100 A232 - Y132 - 0.1 Y232 <= - 1.1		
86)	- H32 + 100 B232 - Y132 + 0.1 Y232 >= - 0.9		
87)	A232 + B232 + Y232 <= 1		
88)	- H32 - 100 A332 - Y232 - 0.1 Y332 <= - 2.1		
89)	- H32 + 100 B332 - Y232 + 0.1 Y332 >= - 1.9		
90)	A332 + B332 + Y332 <= 1		
91)	- H32 - 100 A432 - Y332 - 0.1 Y432 <= - 3.1		
92)	- H32 + 100 B432 - Y332 + 0.1 Y432 >= - 2.9		
93)	A432 + B432 + Y432 <= 1		
94)	- H32 - 100 A532 - Y432 - 0.1 Y532 <= - 4.1		
95)	- H32 + 100 B532 - Y432 + 0.1 Y532 >= - 3.9		
96)	A532 + B532 + Y532 <= 1		
97)	- H32 - 100 A632 - Y532 - 0.1 Y632 <= - 5.1		

- 98) $-H32 + 100 B632 - Y532 + 0.1 Y632 \geq -4.9$
- 99) $A632 + B632 + Y632 \leq 1$
- 100) $-H32 - 100 A732 - Y632 - 0.1 Y732 \leq -6.1$
- 101) $-H32 + 100 B732 - Y632 + 0.1 Y732 \geq -5.9$
- 102) $A732 + B732 + Y732 \leq 1$
- 103) $-H32 - 100 A832 - Y732 - 0.1 Y832 \leq -7.1$
- 104) $-H32 + 100 B832 - Y732 + 0.1 Y832 \geq -6.9$
- 105) $A832 + B832 + Y832 \leq 1$
- 106) $-H32 - 100 A932 - Y832 - 0.1 Y932 \leq -8.1$
- 107) $-H32 + 100 B932 - Y832 + 0.1 Y932 \geq -7.9$
- 108) $A932 + B932 + Y932 \leq 1$
- 109) $-H42 - 100 A142 - 0.1 Y142 \leq -0.1$
- 110) $-H42 + 100 B142 + 0.1 Y142 \geq 0.1$
- 111) $A142 + B142 + Y142 \leq 1$
- 112) $-H42 - 100 A242 - 0.1 Y242 \leq -1.1$
- 113) $-H42 + 100 B242 + 0.1 Y242 \geq -0.9$
- 114) $A242 + B242 + Y242 \leq 1$
- 115) $-H42 - 100 A342 - 0.1 Y342 \leq -2.1$
- 116) $-H42 + 100 B342 + 0.1 Y342 \geq -1.9$
- 117) $A342 + B342 + Y342 \leq 1$
- 118) $-H42 - 100 A442 - 0.1 Y442 \leq -3.1$
- 119) $-H42 + 100 B442 + 0.1 Y442 \geq -2.9$
- 120) $A442 + B442 + Y442 \leq 1$
- 121) $-H42 - 100 A542 - 0.1 Y542 \leq -4.1$
- 122) $-H42 + 100 B542 + 0.1 Y542 \geq -3.9$
- 123) $A542 + B542 + Y542 \leq 1$
- 124) $-H42 - 100 A642 - 0.1 Y642 \leq -5.1$
- 125) $-H42 + 100 B642 + 0.1 Y642 \geq -4.9$
- 126) $A642 + B642 + Y642 \leq 1$
- 127) $-H42 - 100 A742 - 0.1 Y742 \leq -6.1$
- 128) $-H42 + 100 B742 + 0.1 Y742 \geq -5.9$
- 129) $A742 + B742 + Y742 \leq 1$
- 130) $-H42 - 100 A842 - 0.1 Y842 \leq -7.1$
- 131) $-H42 + 100 B842 + 0.1 Y842 \geq -6.9$
- 132) $A842 + B842 + Y842 \leq 1$
- 133) $-H42 - 100 A942 - 0.1 Y942 \leq -8.1$
- 134) $-H42 + 100 B942 + 0.1 Y942 \geq -7.9$
- 135) $A942 + B942 + Y942 \leq 1$
- 136) $-H13 - 100 A113 - 0.1 Y113 \leq -0.1$
- 137) $-H13 + 100 B113 + 0.1 Y113 \geq 0.1$
- 138) $A113 + B113 + Y113 \leq 1$
- 139) $-H13 - 100 A213 - Y113 - 0.1 Y213 \leq -1.1$
- 140) $-H13 + 100 B213 - Y113 + 0.1 Y213 \geq -0.9$
- 141) $A213 + B213 + Y213 \leq 1$
- 142) $-H13 - 100 A313 - Y113 - Y213 - 0.1 Y313 \leq -2.1$
- 143) $-H13 + 100 B313 - Y113 - Y213 + 0.1 Y313 \geq -1.9$
- 144) $A313 + B313 + Y313 \leq 1$
- 145) $-H13 - 100 A413 - Y113 - Y213 - Y313 - 0.1 Y413 \leq -3.1$
- 146) $-H13 + 100 B413 - Y113 - Y213 - Y313 + 0.1 Y413 \geq -2.9$
- 147) $A413 + B413 + Y413 \leq 1$
- 148) $-H13 - 100 A513 - Y213 - Y313 - Y413 - 0.1 Y513 \leq -4.1$
- 149) $-H13 + 100 B513 - Y213 - Y313 - Y413 + 0.1 Y513 \geq -3.9$
- 150) $A513 + B513 + Y513 \leq 1$
- 151) $-H13 - 100 A613 - Y313 - Y413 - Y513 - 0.1 Y613 \leq -5.1$
- 152) $-H13 + 100 B613 - Y313 - Y413 - Y513 + 0.1 Y613 \geq -4.9$
- 153) $A613 + B613 + Y613 \leq 1$
- 154) $-H13 - 100 A713 - Y413 - Y513 - Y613 - 0.1 Y713 \leq -6.1$
- 155) $-H13 + 100 B713 - Y413 - Y513 - Y613 + 0.1 Y713 \geq -5.9$

- 156) $A713 + B713 + Y713 \leq 1$
- 157) $-H13 - 100 A813 - Y513 - Y613 - Y713 - 0.1 Y813 \leq -7.1$
- 158) $-H13 + 100 B813 - Y513 - Y613 - Y713 + 0.1 Y813 \geq -6.9$
- 159) $A813 + B813 + Y813 \leq 1$
- 160) $-H13 - 100 A913 - Y613 - Y713 - Y813 - 0.1 Y913 \leq -8.1$
- 161) $-H13 + 100 B913 - Y613 - Y713 - Y813 + 0.1 Y913 \geq -7.9$
- 162) $A913 + B913 + Y913 \leq 1$
- 163) $-H33 - 100 A133 - 0.1 Y133 \leq -0.1$
- 164) $-H33 + 0.1 Y133 + 100 B133 \geq 0.1$
- 165) $A133 + Y133 + B133 \leq 1$
- 166) $-H33 - 100 A233 - 0.1 Y233 \leq -1.1$
- 167) $-H33 + 0.1 Y233 + 100 B233 \geq -0.9$
- 168) $A233 + Y233 + B233 \leq 1$
- 169) $-H33 - 0.1 Y333 - 100 A333 \leq -2.1$
- 170) $-H33 + 0.1 Y333 + 100 B333 \geq -1.9$
- 171) $Y333 + A333 + B333 \leq 1$
- 172) $-H33 - 0.1 Y433 - 100 A433 \leq -3.1$
- 173) $-H33 + 0.1 Y433 + 100 B433 \geq -2.9$
- 174) $Y433 + A433 + B433 \leq 1$
- 175) $-H33 - 100 A533 - 0.1 Y533 \leq -4.1$
- 176) $-H33 + 0.1 Y533 + 100 B533 \geq -3.9$
- 177) $A533 + Y533 + B533 \leq 1$
- 178) $-H33 - 100 A633 - 0.1 Y633 \leq -5.1$
- 179) $-H33 + 0.1 Y633 + 100 B633 \geq -4.9$
- 180) $A633 + Y633 + B633 \leq 1$
- 181) $-H33 - 100 A733 - 0.1 Y733 \leq -6.1$
- 182) $-H33 + 0.1 Y733 + 100 B733 \geq -5.9$
- 183) $A733 + Y733 + B733 \leq 1$
- 184) $-H33 - 100 A833 - 0.1 Y833 \leq -7.1$
- 185) $-H33 + 0.1 Y833 + 100 B833 \geq -6.9$
- 186) $A833 + Y833 + B833 \leq 1$
- 187) $-H33 - 100 A933 - 0.1 Y933 \leq -8.1$
- 188) $-H33 + 0.1 Y933 + 100 B933 \geq -7.9$
- 189) $A933 + Y933 + B933 \leq 1$
- 190) $-H43 - 100 A143 - 0.1 Y143 \leq -0.1$
- 191) $-H43 + 100 B143 + 0.1 Y143 \geq 0.1$
- 192) $A143 + B143 + Y143 \leq 1$
- 193) $-H43 - 100 A243 - Y143 - 0.1 Y243 \leq -1.1$
- 194) $-H43 + 100 B243 - Y143 + 0.1 Y243 \geq -0.9$
- 195) $A243 + B243 + Y243 \leq 1$
- 196) $-H43 - 100 A343 - Y243 - 0.1 Y343 \leq -2.1$
- 197) $-H43 + 100 B343 - Y243 + 0.1 Y343 \geq -1.9$
- 198) $A343 + B343 + Y343 \leq 1$
- 199) $-H43 - 100 A443 - Y343 - 0.1 Y443 \leq -3.1$
- 200) $-H43 + 100 B443 - Y343 + 0.1 Y443 \geq -2.9$
- 201) $A443 + B443 + Y443 \leq 1$
- 202) $-H43 - 100 A543 - Y443 - 0.1 Y543 \leq -4.1$
- 203) $-H43 + 100 B543 - Y443 + 0.1 Y543 \geq -3.9$
- 204) $A543 + B543 + Y543 \leq 1$
- 205) $-H43 - 100 A643 - Y543 - 0.1 Y643 \leq -5.1$
- 206) $-H43 + 100 B643 - Y543 + 0.1 Y643 \geq -4.9$
- 207) $A643 + B643 + Y643 \leq 1$
- 208) $-H43 - 100 A743 - Y643 - 0.1 Y743 \leq -6.1$
- 209) $-H43 + 100 B743 - Y643 + 0.1 Y743 \geq -5.9$
- 210) $A743 + B743 + Y743 \leq 1$
- 211) $-H43 - 100 A843 - Y743 - 0.1 Y843 \leq -7.1$
- 212) $-H43 + 100 B843 - Y743 + 0.1 Y843 \geq -6.9$
- 213) $A843 + B843 + Y843 \leq 1$

- 214) - H43 - 100 A943 - Y843 - 0.1 Y943 <= - 8.1
- 215) - H43 + 100 B943 - Y843 + 0.1 Y943 >= - 7.9
- 216) A943 + B943 + Y943 <= 1
- 217) - H14 - 100 A114 - 0.1 Y114 <= - 0.1
- 218) - H14 + 100 B114 + 0.1 Y114 >= 0.1
- 219) A114 + B114 + Y114 <= 1
- 220) - H14 - 100 A214 - Y114 - 0.1 Y214 <= - 1.1
- 221) - H14 + 100 B214 - Y114 + 0.1 Y214 >= - 0.9
- 222) A214 + B214 + Y214 <= 1
- 223) - H14 - 100 A314 - Y214 - 0.1 Y314 <= - 2.1
- 224) - H14 + 100 B314 - Y214 + 0.1 Y314 >= - 1.9
- 225) A314 + B314 + Y314 <= 1
- 226) - H14 - 100 A414 - Y314 - 0.1 Y414 <= - 3.1
- 227) - H14 + 100 B414 - Y314 + 0.1 Y414 >= - 2.9
- 228) A414 + B414 + Y414 <= 1
- 229) - H14 - 100 A514 - Y414 - 0.1 Y514 <= - 4.1
- 230) - H14 + 100 B514 - Y414 + 0.1 Y514 >= - 3.9
- 231) A514 + B514 + Y514 <= 1
- 232) - H14 - 100 A614 - Y514 - 0.1 Y614 <= - 5.1
- 233) - H14 + 100 B614 - Y514 + 0.1 Y614 >= - 4.9
- 234) A614 + B614 + Y614 <= 1
- 235) - H14 - 100 A714 - Y614 - 0.1 Y714 <= - 6.1
- 236) - H14 + 100 B714 - Y614 + 0.1 Y714 >= - 5.9
- 237) A714 + B714 + Y714 <= 1
- 238) - H14 - 100 A814 - Y714 - 0.1 Y814 <= - 7.1
- 239) - H14 + 100 B814 - Y714 + 0.1 Y814 >= - 6.9
- 240) A814 + B814 + Y814 <= 1
- 241) - H14 - 100 A914 - Y814 - 0.1 Y914 <= - 8.1
- 242) - H14 + 100 B914 - Y814 + 0.1 Y914 >= - 7.9
- 243) A914 + B914 + Y914 <= 1
- 244) - H24 - 100 A124 - 0.1 Y124 <= - 0.1
- 245) - H24 + 100 B124 + 0.1 Y124 >= 0.1
- 246) A124 + B124 + Y124 <= 1
- 247) - H24 - 100 A224 - Y124 - 0.1 Y224 <= - 1.1
- 248) - H24 + 100 B224 - Y124 + 0.1 Y224 >= - 0.9
- 249) A224 + B224 + Y224 <= 1
- 250) - H24 - 100 A324 - Y124 - Y224 - 0.1 Y324 <= - 2.1
- 251) - H24 + 100 B324 - Y124 - Y224 + 0.1 Y324 >= - 1.9
- 252) A324 + B324 + Y324 <= 1
- 253) - H24 - 100 A424 - Y224 - Y324 - 0.1 Y424 <= - 3.1
- 254) - H24 + 100 B424 - Y224 - Y324 + 0.1 Y424 >= - 2.9
- 255) A424 + B424 + Y424 <= 1
- 256) - H24 - 100 A524 - Y324 - Y424 - 0.1 Y524 <= - 4.1
- 257) - H24 + 100 B524 - Y324 - Y424 + 0.1 Y524 >= - 3.9
- 258) A524 + B524 + Y524 <= 1
- 259) - H24 - 100 A624 - Y424 - Y524 - 0.1 Y624 <= - 5.1
- 260) - H24 + 100 B624 - Y424 - Y524 + 0.1 Y624 >= - 4.9
- 261) A624 + B624 + Y624 <= 1
- 262) - H24 - 100 A724 - Y524 - Y624 - 0.1 Y724 <= - 6.1
- 263) - H24 + 100 B724 - Y524 - Y624 + 0.1 Y724 >= - 5.9
- 264) A724 + B724 + Y724 <= 1
- 265) - H24 - 100 A824 - Y624 - Y724 - 0.1 Y824 <= - 7.1
- 266) - H24 + 100 B824 - Y624 - Y724 + 0.1 Y824 >= - 6.9
- 267) A824 + B824 + Y824 <= 1
- 268) - H24 - 100 A924 - Y724 - Y824 - 0.1 Y924 <= - 8.1
- 269) - H24 + 100 B924 - Y724 - Y824 + 0.1 Y924 >= - 7.9
- 270) A924 + B924 + Y924 <= 1
- 271) - H34 - 100 A134 - 0.1 Y134 <= - 0.1

- 272) $-H34 + 100 B134 + 0.1 Y134 \geq 0.1$
- 273) $A134 + B134 + Y134 \leq 1$
- 274) $-H34 - 100 A234 - Y134 - 0.1 Y234 \leq -1.1$
- 275) $-H34 + 100 B234 - Y134 + 0.1 Y234 \geq -0.9$
- 276) $A234 + B234 + Y234 \leq 1$
- 277) $-H34 - 100 A334 - Y234 - 0.1 Y334 \leq -2.1$
- 278) $-H34 + 100 B334 - Y234 + 0.1 Y334 \geq -1.9$
- 279) $A334 + B334 + Y334 \leq 1$
- 280) $-H34 - 100 A434 - Y334 - 0.1 Y434 \leq -3.1$
- 281) $-H34 + 100 B434 - Y334 + 0.1 Y434 \geq -2.9$
- 282) $A434 + B434 + Y434 \leq 1$
- 283) $-H34 - 100 A534 - Y434 - 0.1 Y534 \leq -4.1$
- 284) $-H34 + 100 B534 - Y434 + 0.1 Y534 \geq -3.9$
- 285) $A534 + B534 + Y534 \leq 1$
- 286) $-H34 - 100 A634 - Y534 - 0.1 Y634 \leq -5.1$
- 287) $-H34 + 100 B634 - Y534 + 0.1 Y634 \geq -4.9$
- 288) $A634 + B634 + Y634 \leq 1$
- 289) $-H34 - 100 A734 - Y634 - 0.1 Y734 \leq -6.1$
- 290) $-H34 + 100 B734 - Y634 + 0.1 Y734 \geq -5.9$
- 291) $A734 + B734 + Y734 \leq 1$
- 292) $-H34 - 100 A834 - Y734 - 0.1 Y834 \leq -7.1$
- 293) $-H34 + 100 B834 - Y734 + 0.1 Y834 \geq -6.9$
- 294) $A834 + B834 + Y834 \leq 1$
- 295) $-H34 - 100 A934 - Y834 - 0.1 Y934 \leq -8.1$
- 296) $-H34 + 100 B934 - Y834 + 0.1 Y934 \geq -7.9$
- 297) $A934 + B934 + Y934 \leq 1$
- 298) $5 Y121 + 3 Y141 - PE111 - PE311 - PE511 = 0$
- 299) $5 Y221 + 3 Y241 - PE112 - PE312 - PE512 = 0$
- 300) $5 Y321 + 3 Y341 - PE113 - PE313 - PE513 = 0$
- 301) $5 Y421 + 3 Y441 - PE114 - PE314 - PE514 = 0$
- 302) $5 Y521 + 3 Y541 - PE115 - PE315 - PE515 = 0$
- 303) $5 Y621 + 3 Y641 - PE116 - PE316 - PE516 = 0$
- 304) $5 Y721 + 3 Y741 - PE117 - PE317 - PE517 = 0$
- 305) $5 Y821 + 3 Y841 - PE118 - PE318 - PE518 = 0$
- 306) $5 Y921 + 3 Y941 - PE119 - PE319 - PE519 = 0$
- 307) $3 Y132 + 4 Y142 - PE221 - PE421 = 0$
- 308) $3 Y232 + 4 Y242 - PE222 - PE422 = 0$
- 309) $3 Y332 + 4 Y342 - PE223 - PE423 = 0$
- 310) $3 Y432 + 4 Y442 - PE224 - PE424 = 0$
- 311) $3 Y532 + 4 Y542 - PE225 - PE425 = 0$
- 312) $3 Y632 + 4 Y642 - PE226 - PE426 = 0$
- 313) $3 Y732 + 4 Y742 - PE227 - PE427 = 0$
- 314) $3 Y832 + 4 Y842 - PE228 - PE428 = 0$
- 315) $3 Y932 + 4 Y942 - PE229 - PE429 = 0$
- 316) $2 Y113 + 7 Y133 + 5 Y143 - PE331 - PE531 = 0$
- 317) $2 Y213 + 7 Y233 + 5 Y243 - PE332 - PE532 = 0$
- 318) $2 Y313 + 7 Y333 + 5 Y343 - PE333 - PE533 = 0$
- 319) $2 Y413 + 7 Y433 + 5 Y443 - PE334 - PE534 = 0$
- 320) $2 Y513 + 7 Y533 + 5 Y543 - PE335 - PE535 = 0$
- 321) $2 Y613 + 7 Y633 + 5 Y643 - PE336 - PE536 = 0$
- 322) $2 Y713 + 7 Y733 + 5 Y743 - PE337 - PE537 = 0$
- 323) $2 Y813 + 7 Y833 + 5 Y843 - PE338 - PE538 = 0$
- 324) $2 Y913 + 7 Y933 + 5 Y943 - PE339 - PE539 = 0$
- 325) $3 Y114 + 3 Y124 + Y134 - PE441 - PE541 = 0$
- 326) $3 Y214 + 3 Y224 + Y234 - PE442 - PE542 = 0$
- 327) $3 Y314 + 3 Y324 + Y334 - PE443 - PE543 = 0$
- 328) $3 Y414 + 3 Y424 + Y434 - PE444 - PE544 = 0$
- 329) $3 Y514 + 3 Y524 + Y534 - PE445 - PE545 = 0$

330) $3 Y614 + 3 Y624 + Y634 - PE446 - PE546 = 0$
 331) $3 Y714 + 3 Y724 + Y734 - PE447 - PE547 = 0$
 332) $3 Y814 + 3 Y824 + Y834 - PE448 - PE548 = 0$
 333) $3 Y914 + 3 Y924 + Y934 - PE449 - PE549 = 0$
 334) $PE111 - PA1 \leq 0$
 335) $PE112 - PA1 \leq 0$
 336) $PE113 - PA1 \leq 0$
 337) $PE114 - PA1 \leq 0$
 338) $PE115 - PA1 \leq 0$
 339) $PE116 - PA1 \leq 0$
 340) $PE117 - PA1 \leq 0$
 341) $PE118 - PA1 \leq 0$
 342) $PE119 - PA1 \leq 0$
 343) $PE221 - PA2 \leq 0$
 344) $PE222 - PA2 \leq 0$
 345) $PE223 - PA2 \leq 0$
 346) $PE224 - PA2 \leq 0$
 347) $PE225 - PA2 \leq 0$
 348) $PE226 - PA2 \leq 0$
 349) $PE227 - PA2 \leq 0$
 350) $PE228 - PA2 \leq 0$
 351) $PE229 - PA2 \leq 0$
 352) $PE311 + PE331 - PA3 \leq 0$
 353) $PE312 + PE332 - PA3 \leq 0$
 354) $PE313 + PE333 - PA3 \leq 0$
 355) $PE314 + PE334 - PA3 \leq 0$
 356) $PE315 + PE335 - PA3 \leq 0$
 357) $PE316 + PE336 - PA3 \leq 0$
 358) $PE317 + PE337 - PA3 \leq 0$
 359) $PE318 + PE338 - PA3 \leq 0$
 360) $PE319 + PE339 - PA3 \leq 0$
 361) $PE421 + PE441 - PA4 \leq 0$
 362) $PE422 + PE442 - PA4 \leq 0$
 363) $PE423 + PE443 - PA4 \leq 0$
 364) $PE424 + PE444 - PA4 \leq 0$
 365) $PE425 + PE445 - PA4 \leq 0$
 366) $PE426 + PE446 - PA4 \leq 0$
 367) $PE427 + PE447 - PA4 \leq 0$
 368) $PE428 + PE448 - PA4 \leq 0$
 369) $PE429 + PE449 - PA4 \leq 0$
 370) $PE511 + PE531 + PE541 - PA5 \leq 0$
 371) $PE512 + PE532 + PE542 - PA5 \leq 0$
 372) $PE513 + PE533 + PE543 - PA5 \leq 0$
 373) $PE514 + PE534 + PE544 - PA5 \leq 0$
 374) $PE515 + PE535 + PE545 - PA5 \leq 0$
 375) $PE516 + PE536 + PE546 - PA5 \leq 0$
 376) $PE517 + PE537 + PE547 - PA5 \leq 0$
 377) $PE518 + PE538 + PE548 - PA5 \leq 0$
 378) $PE519 + PE539 + PE549 - PA5 \leq 0$
 379) $PA1 \leq 8$
 380) $PA2 \leq 7$
 381) $PA3 \leq 8$
 382) $PA4 \leq 6$
 383) $PA5 \leq 6$
 END

BEISPIEL E

MIN	OBJ. FUN. VALUE
D1 + D2 + D3 + D4	1) 11.000000
SUBJECT TO	VAR. VALUE
2) H14 - H13 + D14 <= 0	U241 1.000000
3) H13 - D1 + D13 <= 0	U342 1.000000
4) H21 - H24 + D21 <= 0	U133 .000000
5) H24 - D2 + D24 <= 0	U143 .000000
6) H32 - H33 + D32 <= 0	U343 .000000
7) H33 - H34 + D33 <= 0	U124 1.000000
8) H34 - D3 + D34 <= 0	U134 1.000000
9) H43 - H41 + D43 <= 0	U234 1.000000
10) H41 - H42 + D41 <= 0	H14 .000000
11) H42 - D4 + D42 <= 0	H13 2.000000
12) 100 U241 + H21 - H41 + D21 <= 100	H21 .000000
13) 100 U342 + H32 - H42 + D32 <= 100	H24 1.000000
14) 100 U133 + H13 - H33 + D13 <= 100	H32 .000000
15) 100 U143 + H13 - H43 + D13 <= 100	H33 1.000000
16) 100 U343 + H33 - H43 + D33 <= 100	H34 2.000000
17) 100 U124 + H14 - H24 + D14 <= 100	H43 .000000
18) 100 U134 + H14 - H34 + D14 <= 100	H41 1.000000
19) 100 U234 + H24 - H34 + D24 <= 100	H42 2.000000
20) - 100 U241 - H21 + H41 + D41 <= 0	D1 3.000000
21) - 100 U342 - H32 + H42 + D42 <= 0	D2 2.000000
22) - 100 U133 - H13 + H33 + D33 <= 0	D3 3.000000
23) - 100 U143 - H13 + H43 + D43 <= 0	D4 3.000000
24) - 100 U343 - H33 + H43 + D43 <= 0	D14 1.000000
25) - 100 U124 - H14 + H24 + D24 <= 0	D13 1.000000
26) - 100 U134 - H14 + H34 + D34 <= 0	D21 1.000000
27) - 100 U234 - H24 + H34 + D34 <= 0	D24 1.000000
28) - H21 + 100 X121 >= 0	D32 1.000000
29) - H21 + 100 X221 >= - 1	D33 1.000000
30) - H21 + 100 X321 >= - 2	D34 1.000000
31) - H21 + 100 X421 >= - 3	D43 1.000000
32) - H21 + 100 X521 >= - 4	D41 1.000000
33) - H21 + 100 X621 >= - 5	D42 1.000000
34) - H21 + 100 X721 >= - 6	A121 3.000000
35) - H21 + 100 X821 >= - 7	A241 4.000000
36) - H21 + 100 X921 >= - 8	A132 2.000000
37) - H21 + 100 X121 <= 99	A342 1.000000
38) - H21 + 100 X221 <= 98	A313 4.000000
39) - H21 + 100 X321 <= 97	A233 1.000000
40) - H21 + 100 X421 <= 96	A143 2.000000
41) - H21 + 100 X521 <= 95	A114 2.000000
42) - H21 + 100 X621 <= 94	A224 3.000000
43) - H21 + 100 X721 <= 93	A334 2.000000
44) - H21 + 100 X821 <= 92	X141 1.000000
45) - H21 + 100 X921 <= 91	X142 1.000000
46) - H41 + 100 X141 >= 0	X242 1.000000
47) - H41 + 100 X241 >= - 1	X113 1.000000
48) - H41 + 100 X341 >= - 2	X213 1.000000
49) - H41 + 100 X441 >= - 3	X133 1.000000
50) - H41 + 100 X541 >= - 4	X124 1.000000
51) - H41 + 100 X641 >= - 5	X134 1.000000
52) - H41 + 100 X741 >= - 6	X234 1.000000
53) - H41 + 100 X841 >= - 7	Z121 1.000000
54) - H41 + 100 X941 >= - 8	Z141 1.000000

55)	- H41 + 100 X141 <= 99	Z241	1.000000
56)	- H41 + 100 X241 <= 98	Z132	1.000000
57)	- H41 + 100 X341 <= 97	Z142	1.000000
58)	- H41 + 100 X441 <= 96	Z242	1.000000
59)	- H41 + 100 X541 <= 95	Z342	1.000000
60)	- H41 + 100 X641 <= 94	Z113	1.000000
61)	- H41 + 100 X741 <= 93	Z213	1.000000
62)	- H41 + 100 X841 <= 92	Z313	1.000000
63)	- H41 + 100 X941 <= 91	Z133	1.000000
64)	- H32 + 100 X132 >= 0	Z233	1.000000
65)	- H32 + 100 X232 >= - 1	Z143	1.000000
66)	- H32 + 100 X332 >= - 2	Z114	1.000000
67)	- H32 + 100 X432 >= - 3	Z124	1.000000
68)	- H32 + 100 X532 >= - 4	Z224	1.000000
69)	- H32 + 100 X632 >= - 5	Z134	1.000000
70)	- H32 + 100 X732 >= - 6	Z234	1.000000
71)	- H32 + 100 X832 >= - 7	Z334	1.000000
72)	- H32 + 100 X932 >= - 8		
73)	- H32 + 100 X132 <= 99		
74)	- H32 + 100 X232 <= 98		
75)	- H32 + 100 X332 <= 97		
76)	- H32 + 100 X432 <= 96		
77)	- H32 + 100 X532 <= 95		
78)	- H32 + 100 X632 <= 94		
79)	- H32 + 100 X732 <= 93		
80)	- H32 + 100 X832 <= 92		
81)	- H32 + 100 X932 <= 91		
82)	- H42 + 100 X142 >= 0		
83)	- H42 + 100 X242 >= - 1		
84)	- H42 + 100 X342 >= - 2		
85)	- H42 + 100 X442 >= - 3		
86)	- H42 + 100 X542 >= - 4		
87)	- H42 + 100 X642 >= - 5		
88)	- H42 + 100 X742 >= - 6		
89)	- H42 + 100 X842 >= - 7		
90)	- H42 + 100 X942 >= - 8		
91)	- H42 + 100 X142 <= 99		
92)	- H42 + 100 X242 <= 98		
93)	- H42 + 100 X342 <= 97		
94)	- H42 + 100 X442 <= 96		
95)	- H42 + 100 X542 <= 95		
96)	- H42 + 100 X642 <= 94		
97)	- H42 + 100 X742 <= 93		
98)	- H42 + 100 X842 <= 92		
99)	- H42 + 100 X942 <= 91		
100)	- H13 + 100 X113 >= 0		
101)	- H13 + 100 X213 >= - 1		
102)	- H13 + 100 X313 >= - 2		
103)	- H13 + 100 X413 >= - 3		
104)	- H13 + 100 X513 >= - 4		
105)	- H13 + 100 X613 >= - 5		
106)	- H13 + 100 X713 >= - 6		
107)	- H13 + 100 X813 >= - 7		
108)	- H13 + 100 X913 >= - 8		
109)	- H13 + 100 X113 <= 99		
110)	- H13 + 100 X213 <= 98		
111)	- H13 + 100 X313 <= 97		
112)	- H13 + 100 X413 <= 96		

- 113) -H13 + 100 X513 $\leq$ 95
- 114) -H13 + 100 X613 $\leq$ 94
- 115) -H13 + 100 X713 $\leq$ 93
- 116) -H13 + 100 X813 $\leq$ 92
- 117) -H13 + 100 X913 $\leq$ 91
- 118) -H33 + 100 X133 $\geq$ 0
- 119) -H33 + 100 X233 $\geq$ - 1
- 120) -H33 + 100 X333 $\geq$ - 2
- 121) -H33 + 100 X433 $\geq$ - 3
- 122) -H33 + 100 X533 $\geq$ - 4
- 123) -H33 + 100 X633 $\geq$ - 5
- 124) -H33 + 100 X733 $\geq$ - 6
- 125) -H33 + 100 X833 $\geq$ - 7
- 126) -H33 + 100 X933 $\geq$ - 8
- 127) -H33 + 100 X133 $\leq$ 99
- 128) -H33 + 100 X233 $\leq$ 98
- 129) -H33 + 100 X333 $\leq$ 97
- 130) -H33 + 100 X433 $\leq$ 96
- 131) -H33 + 100 X533 $\leq$ 95
- 132) -H33 + 100 X633 $\leq$ 94
- 133) -H33 + 100 X733 $\leq$ 93
- 134) -H33 + 100 X833 $\leq$ 92
- 135) -H33 + 100 X933 $\leq$ 91
- 136) -H43 + 100 X143 $\geq$ 0
- 137) -H43 + 100 X243 $\geq$ - 1
- 138) -H43 + 100 X343 $\geq$ - 2
- 139) -H43 + 100 X443 $\geq$ - 3
- 140) -H43 + 100 X543 $\geq$ - 4
- 141) -H43 + 100 X643 $\geq$ - 5
- 142) -H43 + 100 X743 $\geq$ - 6
- 143) -H43 + 100 X843 $\geq$ - 7
- 144) -H43 + 100 X943 $\geq$ - 8
- 145) -H43 + 100 X143 $\leq$ 99
- 146) -H43 + 100 X243 $\leq$ 98
- 147) -H43 + 100 X343 $\leq$ 97
- 148) -H43 + 100 X443 $\leq$ 96
- 149) -H43 + 100 X543 $\leq$ 95
- 150) -H43 + 100 X643 $\leq$ 94
- 151) -H43 + 100 X743 $\leq$ 93
- 152) -H43 + 100 X843 $\leq$ 92
- 153) -H43 + 100 X943 $\leq$ 91
- 154) -H14 + 100 X114 $\geq$ 0
- 155) -H14 + 100 X214 $\geq$ - 1
- 156) -H14 + 100 X314 $\geq$ - 2
- 157) -H14 + 100 X414 $\geq$ - 3
- 158) -H14 + 100 X514 $\geq$ - 4
- 159) -H14 + 100 X614 $\geq$ - 5
- 160) -H14 + 100 X714 $\geq$ - 6
- 161) -H14 + 100 X814 $\geq$ - 7
- 162) -H14 + 100 X914 $\geq$ - 8
- 163) -H14 + 100 X114 $\leq$ 99
- 164) -H14 + 100 X214 $\leq$ 98
- 165) -H14 + 100 X314 $\leq$ 97
- 166) -H14 + 100 X414 $\leq$ 96
- 167) -H14 + 100 X514 $\leq$ 95
- 168) -H14 + 100 X614 $\leq$ 94
- 169) -H14 + 100 X714 $\leq$ 93
- 170) -H14 + 100 X814 $\leq$ 92

- 171) - H14 + 100 X914 $\leq$ 91
- 172) - H24 + 100 X124 $\geq$ 0
- 173) - H24 + 100 X224 $\geq$ - 1
- 174) - H24 + 100 X324 $\geq$ - 2
- 175) - H24 + 100 X424 $\geq$ - 3
- 176) - H24 + 100 X524 $\geq$ - 4
- 177) - H24 + 100 X624 $\geq$ - 5
- 178) - H24 + 100 X724 $\geq$ - 6
- 179) - H24 + 100 X824 $\geq$ - 7
- 180) - H24 + 100 X924 $\geq$ - 8
- 181) - H24 + 100 X124 $\leq$ 99
- 182) - H24 + 100 X224 $\leq$ 98
- 183) - H24 + 100 X324 $\leq$ 97
- 184) - H24 + 100 X424 $\leq$ 96
- 185) - H24 + 100 X524 $\leq$ 95
- 186) - H24 + 100 X624 $\leq$ 94
- 187) - H24 + 100 X724 $\leq$ 93
- 188) - H24 + 100 X824 $\leq$ 92
- 189) - H24 + 100 X924 $\leq$ 91
- 190) - H34 + 100 X134 $\geq$ 0
- 191) - H34 + 100 X234 $\geq$ - 1
- 192) - H34 + 100 X334 $\geq$ - 2
- 193) - H34 + 100 X434 $\geq$ - 3
- 194) - H34 + 100 X534 $\geq$ - 4
- 195) - H34 + 100 X634 $\geq$ - 5
- 196) - H34 + 100 X734 $\geq$ - 6
- 197) - H34 + 100 X834 $\geq$ - 7
- 198) - H34 + 100 X934 $\geq$ - 8
- 199) - H34 + 100 X134 $\leq$ 99
- 200) - H34 + 100 X234 $\leq$ 98
- 201) - H34 + 100 X334 $\leq$ 97
- 202) - H34 + 100 X434 $\leq$ 96
- 203) - H34 + 100 X534 $\leq$ 95
- 204) - H34 + 100 X634 $\leq$ 94
- 205) - H34 + 100 X734 $\leq$ 93
- 206) - H34 + 100 X834 $\leq$ 92
- 207) - H34 + 100 X934 $\leq$ 91
- 208) - H21 + 100 Z121 - D21 $\geq$ 0
- 209) - H21 + 100 Z221 - D21 $\geq$ - 1
- 210) - H21 + 100 Z321 - D21 $\geq$ - 2
- 211) - H21 + 100 Z421 - D21 $\geq$ - 3
- 212) - H21 + 100 Z521 - D21 $\geq$ - 4
- 213) - H21 + 100 Z621 - D21 $\geq$ - 5
- 214) - H21 + 100 Z721 - D21 $\geq$ - 6
- 215) - H21 + 100 Z821 - D21 $\geq$ - 7
- 216) - H21 + 100 Z921 - D21 $\geq$ - 8
- 217) - H21 + 100 Z121 - D21 $\leq$ 99
- 218) - H21 + 100 Z221 - D21 $\leq$ 98
- 219) - H21 + 100 Z321 - D21 $\leq$ 97
- 220) - H21 + 100 Z421 - D21 $\leq$ 96
- 221) - H21 + 100 Z521 - D21 $\leq$ 95
- 222) - H21 + 100 Z621 - D21 $\leq$ 94
- 223) - H21 + 100 Z721 - D21 $\leq$ 93
- 224) - H21 + 100 Z821 - D21 $\leq$ 92
- 225) - H21 + 100 Z921 - D21 $\leq$ 91
- 226) - H41 + 100 Z141 - D41 $\geq$ 0
- 227) - H41 + 100 Z241 - D41 $\geq$ - 1
- 228) - H41 + 100 Z341 - D41 $\geq$ - 2

- 229) -H41 + 100 Z441 - D41 $\geq$ - 3
- 230) -H41 + 100 Z541 - D41 $\geq$ - 4
- 231) -H41 + 100 Z641 - D41 $\geq$ - 5
- 232) -H41 + 100 Z741 - D41 $\geq$ - 6
- 233) -H41 + 100 Z841 - D41 $\geq$ - 7
- 234) -H41 + 100 Z941 - D41 $\geq$ - 8
- 235) -H41 + 100 Z141 - D41 $\leq$ 99
- 236) -H41 + 100 Z241 - D41 $\leq$ 98
- 237) -H41 + 100 Z341 - D41 $\leq$ 97
- 238) -H41 + 100 Z441 - D41 $\leq$ 96
- 239) -H41 + 100 Z541 - D41 $\leq$ 95
- 240) -H41 + 100 Z641 - D41 $\leq$ 94
- 241) -H41 + 100 Z741 - D41 $\leq$ 93
- 242) -H41 + 100 Z841 - D41 $\leq$ 92
- 243) -H41 + 100 Z941 - D41 $\leq$ 91
- 244) -H32 + 100 Z132 - D32 $\geq$ 0
- 245) -H32 + 100 Z232 - D32 $\geq$ - 1
- 246) -H32 + 100 Z332 - D32 $\geq$ - 2
- 247) -H32 + 100 Z432 - D32 $\geq$ - 3
- 248) -H32 + 100 Z532 - D32 $\geq$ - 4
- 249) -H32 + 100 Z632 - D32 $\geq$ - 5
- 250) -H32 + 100 Z732 - D32 $\geq$ - 6
- 251) -H32 + 100 Z832 - D32 $\geq$ - 7
- 252) -H32 + 100 Z932 - D32 $\geq$ - 8
- 253) -H32 + 100 Z132 - D32 $\leq$ 99
- 254) -H32 + 100 Z232 - D32 $\leq$ 98
- 255) -H32 + 100 Z332 - D32 $\leq$ 97
- 256) -H32 + 100 Z432 - D32 $\leq$ 96
- 257) -H32 + 100 Z532 - D32 $\leq$ 95
- 258) -H32 + 100 Z632 - D32 $\leq$ 94
- 259) -H32 + 100 Z732 - D32 $\leq$ 93
- 260) -H32 + 100 Z832 - D32 $\leq$ 92
- 261) -H32 + 100 Z932 - D32 $\leq$ 91
- 262) -H42 + 100 Z142 - D42 $\geq$ 0
- 263) -H42 + 100 Z242 - D42 $\geq$ - 1
- 264) -H42 + 100 Z342 - D42 $\geq$ - 2
- 265) -H42 + 100 Z442 - D42 $\geq$ - 3
- 266) -H42 + 100 Z542 - D42 $\geq$ - 4
- 267) -H42 + 100 Z642 - D42 $\geq$ - 5
- 268) -H42 + 100 Z742 - D42 $\geq$ - 6
- 269) -H42 + 100 Z842 - D42 $\geq$ - 7
- 270) -H42 + 100 Z942 - D42 $\geq$ - 8
- 271) -H42 + 100 Z142 - D42 $\leq$ 99
- 272) -H42 + 100 Z242 - D42 $\leq$ 98
- 273) -H42 + 100 Z342 - D42 $\leq$ 97
- 274) -H42 + 100 Z442 - D42 $\leq$ 96
- 275) -H42 + 100 Z542 - D42 $\leq$ 95
- 276) -H42 + 100 Z642 - D42 $\leq$ 94
- 277) -H42 + 100 Z742 - D42 $\leq$ 93
- 278) -H42 + 100 Z842 - D42 $\leq$ 92
- 279) -H42 + 100 Z942 - D42 $\leq$ 91
- 280) -H13 + 100 Z113 - D13 $\geq$ 0
- 281) -H13 + 100 Z213 - D13 $\geq$ - 1
- 282) -H13 + 100 Z313 - D13 $\geq$ - 2
- 283) -H13 + 100 Z413 - D13 $\geq$ - 3
- 284) -H13 + 100 Z513 - D13 $\geq$ - 4
- 285) -H13 + 100 Z613 - D13 $\geq$ - 5
- 286) -H13 + 100 Z713 - D13 $\geq$ - 6

287) - H13 + 100 Z813 - D13 $\geq$ - 7
 288) - H13 + 100 Z913 - D13 $\geq$ - 8
 289) - H13 + 100 Z113 - D13 $\leq$ 99
 290) - H13 + 100 Z213 - D13 $\leq$ 98
 291) - H13 + 100 Z313 - D13 $\leq$ 97
 292) - H13 + 100 Z413 - D13 $\leq$ 96
 293) - H13 + 100 Z513 - D13 $\leq$ 95
 294) - H13 + 100 Z613 - D13 $\leq$ 94
 295) - H13 + 100 Z713 - D13 $\leq$ 93
 296) - H13 + 100 Z813 - D13 $\leq$ 92
 297) - H13 + 100 Z913 - D13 $\leq$ 91
 298) - H33 + 100 Z133 - D33 $\geq$ 0
 299) - H33 + 100 Z233 - D33 $\geq$ - 1
 300) - H33 + 100 Z333 - D33 $\geq$ - 2
 301) - H33 + 100 Z433 - D33 $\geq$ - 3
 302) - H33 + 100 Z533 - D33 $\geq$ - 4
 303) - H33 + 100 Z633 - D33 $\geq$ - 5
 304) - H33 + 100 Z733 - D33 $\geq$ - 6
 305) - H33 + 100 Z833 - D33 $\geq$ - 7
 306) - H33 + 100 Z933 - D33 $\geq$ - 8
 307) - H33 + 100 Z133 - D33 $\leq$ 99
 308) - H33 + 100 Z233 - D33 $\leq$ 98
 309) - H33 + 100 Z333 - D33 $\leq$ 97
 310) - H33 + 100 Z433 - D33 $\leq$ 96
 311) - H33 + 100 Z533 - D33 $\leq$ 95
 312) - H33 + 100 Z633 - D33 $\leq$ 94
 313) - H33 + 100 Z733 - D33 $\leq$ 93
 314) - H33 + 100 Z833 - D33 $\leq$ 92
 315) - H33 + 100 Z933 - D33 $\leq$ 91
 316) - H43 + 100 Z143 - D43 $\geq$ 0
 317) - H43 + 100 Z243 - D43 $\geq$ - 1
 318) - H43 + 100 Z343 - D43 $\geq$ - 2
 319) - H43 + 100 Z443 - D43 $\geq$ - 3
 320) - H43 + 100 Z543 - D43 $\geq$ - 4
 321) - H43 + 100 Z643 - D43 $\geq$ - 5
 322) - H43 + 100 Z743 - D43 $\geq$ - 6
 323) - H43 + 100 Z843 - D43 $\geq$ - 7
 324) - H43 + 100 Z943 - D43 $\geq$ - 8
 325) - H43 + 100 Z143 - D43 $\leq$ 99
 326) - H43 + 100 Z243 - D43 $\leq$ 98
 327) - H43 + 100 Z343 - D43 $\leq$ 97
 328) - H43 + 100 Z443 - D43 $\leq$ 96
 329) - H43 + 100 Z543 - D43 $\leq$ 95
 330) - H43 + 100 Z643 - D43 $\leq$ 94
 331) - H43 + 100 Z743 - D43 $\leq$ 93
 332) - H43 + 100 Z843 - D43 $\leq$ 92
 333) - H43 + 100 Z943 - D43 $\leq$ 91
 334) - H14 + 100 Z114 - D14 $\geq$ 0
 335) - H14 + 100 Z214 - D14 $\geq$ - 1
 336) - H14 + 100 Z314 - D14 $\geq$ - 2
 337) - H14 + 100 Z414 - D14 $\geq$ - 3
 338) - H14 + 100 Z514 - D14 $\geq$ - 4
 339) - H14 + 100 Z614 - D14 $\geq$ - 5
 340) - H14 + 100 Z714 - D14 $\geq$ - 6
 341) - H14 + 100 Z814 - D14 $\geq$ - 7
 342) - H14 + 100 Z914 - D14 $\geq$ - 8
 343) - H14 + 100 Z114 - D14 $\leq$ 99
 344) - H14 + 100 Z214 - D14 $\leq$ 98

- 345) - H14 + 100 Z314 - D14 <= 97
- 346) - H14 + 100 Z414 - D14 <= 96
- 347) - H14 + 100 Z514 - D14 <= 95
- 348) - H14 + 100 Z614 - D14 <= 94
- 349) - H14 + 100 Z714 - D14 <= 93
- 350) - H14 + 100 Z814 - D14 <= 92
- 351) - H14 + 100 Z914 - D14 <= 91
- 352) - H24 + 100 Z124 - D24 >= 0
- 353) - H24 + 100 Z224 - D24 >= - 1
- 354) - H24 + 100 Z324 - D24 >= - 2
- 355) - H24 + 100 Z424 - D24 >= - 3
- 356) - H24 + 100 Z524 - D24 >= - 4
- 357) - H24 + 100 Z624 - D24 >= - 5
- 358) - H24 + 100 Z724 - D24 >= - 6
- 359) - H24 + 100 Z824 - D24 >= - 7
- 360) - H24 + 100 Z924 - D24 >= - 8
- 361) - H24 + 100 Z124 - D24 <= 99
- 362) - H24 + 100 Z224 - D24 <= 98
- 363) - H24 + 100 Z324 - D24 <= 97
- 364) - H24 + 100 Z424 - D24 <= 96
- 365) - H24 + 100 Z524 - D24 <= 95
- 366) - H24 + 100 Z624 - D24 <= 94
- 367) - H24 + 100 Z724 - D24 <= 93
- 368) - H24 + 100 Z824 - D24 <= 92
- 369) - H24 + 100 Z924 - D24 <= 91
- 370) - H34 + 100 Z134 - D34 >= 0
- 371) - H34 + 100 Z234 - D34 >= - 1
- 372) - H34 + 100 Z334 - D34 >= - 2
- 373) - H34 + 100 Z434 - D34 >= - 3
- 374) - H34 + 100 Z534 - D34 >= - 4
- 375) - H34 + 100 Z634 - D34 >= - 5
- 376) - H34 + 100 Z734 - D34 >= - 6
- 377) - H34 + 100 Z834 - D34 >= - 7
- 378) - H34 + 100 Z934 - D34 >= - 8
- 379) - H34 + 100 Z134 - D34 <= 99
- 380) - H34 + 100 Z234 - D34 <= 98
- 381) - H34 + 100 Z334 - D34 <= 97
- 382) - H34 + 100 Z434 - D34 <= 96
- 383) - H34 + 100 Z534 - D34 <= 95
- 384) - H34 + 100 Z634 - D34 <= 94
- 385) - H34 + 100 Z734 - D34 <= 93
- 386) - H34 + 100 Z834 - D34 <= 92
- 387) - H34 + 100 Z934 - D34 <= 91
- 388) A121 + A221 + A321 + A421 + A521 + A621 + A721 + A821 + A921 = 3
- 389) A141 + A241 + A341 + A441 + A541 + A641 + A741 + A841 + A941 = 4
- 390) A132 + A232 + A332 + A432 + A532 + A632 + A732 + A832 + A932 = 2
- 391) A142 + A242 + A342 + A442 + A542 + A642 + A742 + A842 + A942 = 1
- 392) A113 + A213 + A313 + A413 + A513 + A613 + A713 + A813 + A913 = 4
- 393) A133 + A233 + A333 + A433 + A533 + A633 + A733 + A833 + A933 = 1
- 394) A143 + A243 + A343 + A443 + A543 + A643 + A743 + A843 + A943 = 2
- 395) A114 + A214 + A314 + A414 + A514 + A614 + A714 + A814 + A914 = 2
- 396) A124 + A224 + A324 + A424 + A524 + A624 + A724 + A824 + A924 = 3
- 397) A134 + A234 + A334 + A434 + A534 + A634 + A734 + A834 + A934 = 2
- 398) 100 X121 - 100 Z121 + A121 >= - 99
- 399) 100 X221 - 100 Z221 + A221 >= - 99
- 400) 100 X321 - 100 Z321 + A321 >= - 99
- 401) 100 X421 - 100 Z421 + A421 >= - 99
- 402) 100 X521 - 100 Z521 + A521 >= - 99

- 403) $100 X621 - 100 Z621 + A621 \geq -99$
- 404) $100 X721 - 100 Z721 + A721 \geq -99$
- 405) $100 X821 - 100 Z821 + A821 \geq -99$
- 406) $100 X921 - 100 Z921 + A921 \geq -99$
- 407) $100 X121 - 100 Z121 + A121 \leq 0$
- 408) $100 X221 - 100 Z221 + A221 \leq 0$
- 409) $100 X321 - 100 Z321 + A321 \leq 0$
- 410) $100 X421 - 100 Z421 + A421 \leq 0$
- 411) $100 X521 - 100 Z521 + A521 \leq 0$
- 412) $100 X621 - 100 Z621 + A621 \leq 0$
- 413) $100 X721 - 100 Z721 + A721 \leq 0$
- 414) $100 X821 - 100 Z821 + A821 \leq 0$
- 415) $100 X921 - 100 Z921 + A921 \leq 0$
- 416) $100 X141 - 100 Z141 + A141 \geq -99$
- 417) $100 X241 - 100 Z241 + A241 \geq -99$
- 418) $100 X341 - 100 Z341 + A341 \geq -99$
- 419) $100 X441 - 100 Z441 + A441 \geq -99$
- 420) $100 X541 - 100 Z541 + A541 \geq -99$
- 421) $100 X641 - 100 Z641 + A641 \geq -99$
- 422) $100 X741 - 100 Z741 + A741 \geq -99$
- 423) $100 X841 - 100 Z841 + A841 \geq -99$
- 424) $100 X941 - 100 Z941 + A941 \geq -99$
- 425) $100 X141 - 100 Z141 + A141 \leq 0$
- 426) $100 X241 - 100 Z241 + A241 \leq 0$
- 427) $100 X341 - 100 Z341 + A341 \leq 0$
- 428) $100 X441 - 100 Z441 + A441 \leq 0$
- 429) $100 X541 - 100 Z541 + A541 \leq 0$
- 430) $100 X641 - 100 Z641 + A641 \leq 0$
- 431) $100 X741 - 100 Z741 + A741 \leq 0$
- 432) $100 X841 - 100 Z841 + A841 \leq 0$
- 433) $100 X941 - 100 Z941 + A941 \leq 0$
- 434) $100 X132 - 100 Z132 + A132 \geq -99$
- 435) $100 X232 - 100 Z232 + A232 \geq -99$
- 436) $100 X332 - 100 Z332 + A332 \geq -99$
- 437) $100 X432 - 100 Z432 + A432 \geq -99$
- 438) $100 X532 - 100 Z532 + A532 \geq -99$
- 439) $100 X632 - 100 Z632 + A632 \geq -99$
- 440) $100 X732 - 100 Z732 + A732 \geq -99$
- 441) $100 X832 - 100 Z832 + A832 \geq -99$
- 442) $100 X932 - 100 Z932 + A932 \geq -99$
- 443) $100 X132 - 100 Z132 + A132 \leq 0$
- 444) $100 X232 - 100 Z232 + A232 \leq 0$
- 445) $100 X332 - 100 Z332 + A332 \leq 0$
- 446) $100 X432 - 100 Z432 + A432 \leq 0$
- 447) $100 X532 - 100 Z532 + A532 \leq 0$
- 448) $100 X632 - 100 Z632 + A632 \leq 0$
- 449) $100 X732 - 100 Z732 + A732 \leq 0$
- 450) $100 X832 - 100 Z832 + A832 \leq 0$
- 451) $100 X932 - 100 Z932 + A932 \leq 0$
- 452) $100 X142 - 100 Z142 + A142 \geq -99$
- 453) $100 X242 - 100 Z242 + A242 \geq -99$
- 454) $100 X342 - 100 Z342 + A342 \geq -99$
- 455) $100 X442 - 100 Z442 + A442 \geq -99$
- 456) $100 X542 - 100 Z542 + A542 \geq -99$
- 457) $100 X642 - 100 Z642 + A642 \geq -99$
- 458) $100 X742 - 100 Z742 + A742 \geq -99$
- 459) $100 X842 - 100 Z842 + A842 \geq -99$
- 460) $100 X942 - 100 Z942 + A942 \geq -99$

461) $100 X142 - 100 Z142 + A142 \leq 0$
 462) $100 X242 - 100 Z242 + A242 \leq 0$
 463) $100 X342 - 100 Z342 + A342 \leq 0$
 464) $100 X442 - 100 Z442 + A442 \leq 0$
 465) $100 X542 - 100 Z542 + A542 \leq 0$
 466) $100 X642 - 100 Z642 + A642 \leq 0$
 467) $100 X742 - 100 Z742 + A742 \leq 0$
 468) $100 X842 - 100 Z842 + A842 \leq 0$
 469) $100 X942 - 100 Z942 + A942 \leq 0$
 470) $100 X113 - 100 Z113 + A113 \geq -99$
 471) $100 X213 - 100 Z213 + A213 \geq -99$
 472) $100 X313 - 100 Z313 + A313 \geq -99$
 473) $100 X413 - 100 Z413 + A413 \geq -99$
 474) $100 X513 - 100 Z513 + A513 \geq -99$
 475) $100 X613 - 100 Z613 + A613 \geq -99$
 476) $100 X713 - 100 Z713 + A713 \geq -99$
 477) $100 X813 - 100 Z813 + A813 \geq -99$
 478) $100 X913 - 100 Z913 + A913 \geq -99$
 479) $100 X113 - 100 Z113 + A113 \leq 0$
 480) $100 X213 - 100 Z213 + A213 \leq 0$
 481) $100 X313 - 100 Z313 + A313 \leq 0$
 482) $100 X413 - 100 Z413 + A413 \leq 0$
 483) $100 X513 - 100 Z513 + A513 \leq 0$
 484) $100 X613 - 100 Z613 + A613 \leq 0$
 485) $100 X713 - 100 Z713 + A713 \leq 0$
 486) $100 X813 - 100 Z813 + A813 \leq 0$
 487) $100 X913 - 100 Z913 + A913 \leq 0$
 488) $100 X133 - 100 Z133 + A133 \geq -99$
 489) $100 X233 - 100 Z233 + A233 \geq -99$
 490) $100 X333 - 100 Z333 + A333 \geq -99$
 491) $100 X433 - 100 Z433 + A433 \geq -99$
 492) $100 X533 - 100 Z533 + A533 \geq -99$
 493) $100 X633 - 100 Z633 + A633 \geq -99$
 494) $100 X733 - 100 Z733 + A733 \geq -99$
 495) $100 X833 - 100 Z833 + A833 \geq -99$
 496) $100 X933 - 100 Z933 + A933 \geq -99$
 497) $100 X133 - 100 Z133 + A133 \leq 0$
 498) $100 X233 - 100 Z233 + A233 \leq 0$
 499) $100 X333 - 100 Z333 + A333 \leq 0$
 500) $100 X433 - 100 Z433 + A433 \leq 0$
 501) $100 X533 - 100 Z533 + A533 \leq 0$
 502) $100 X633 - 100 Z633 + A633 \leq 0$
 503) $100 X733 - 100 Z733 + A733 \leq 0$
 504) $100 X833 - 100 Z833 + A833 \leq 0$
 505) $100 X933 - 100 Z933 + A933 \leq 0$
 506) $100 X143 - 100 Z143 + A143 \geq -99$
 507) $100 X243 - 100 Z243 + A243 \geq -99$
 508) $100 X343 - 100 Z343 + A343 \geq -99$
 509) $100 X443 - 100 Z443 + A443 \geq -99$
 510) $100 X543 - 100 Z543 + A543 \geq -99$
 511) $100 X643 - 100 Z643 + A643 \geq -99$
 512) $100 X743 - 100 Z743 + A743 \geq -99$
 513) $100 X843 - 100 Z843 + A843 \geq -99$
 514) $100 X943 - 100 Z943 + A943 \geq -99$
 515) $100 X143 - 100 Z143 + A143 \leq 0$
 516) $100 X243 - 100 Z243 + A243 \leq 0$
 517) $100 X343 - 100 Z343 + A343 \leq 0$
 518) $100 X443 - 100 Z443 + A443 \leq 0$

- 519) $100 X543 - 100 Z543 + A543 \leq 0$
- 520) $100 X643 - 100 Z643 + A643 \leq 0$
- 521) $100 X743 - 100 Z743 + A743 \leq 0$
- 522) $100 X843 - 100 Z843 + A843 \leq 0$
- 523) $100 X943 - 100 Z943 + A943 \leq 0$
- 524) $100 X114 - 100 Z114 + A114 \geq -99$
- 525) $100 X214 - 100 Z214 + A214 \geq -99$
- 526) $100 X314 - 100 Z314 + A314 \geq -99$
- 527) $100 X414 - 100 Z414 + A414 \geq -99$
- 528) $100 X514 - 100 Z514 + A514 \geq -99$
- 529) $100 X614 - 100 Z614 + A614 \geq -99$
- 530) $100 X714 - 100 Z714 + A714 \geq -99$
- 531) $100 X814 - 100 Z814 + A814 \geq -99$
- 532) $100 X914 - 100 Z914 + A914 \geq -99$
- 533) $100 X114 - 100 Z114 + A114 \leq 0$
- 534) $100 X214 - 100 Z214 + A214 \leq 0$
- 535) $100 X314 - 100 Z314 + A314 \leq 0$
- 536) $100 X414 - 100 Z414 + A414 \leq 0$
- 537) $100 X514 - 100 Z514 + A514 \leq 0$
- 538) $100 X614 - 100 Z614 + A614 \leq 0$
- 539) $100 X714 - 100 Z714 + A714 \leq 0$
- 540) $100 X814 - 100 Z814 + A814 \leq 0$
- 541) $100 X914 - 100 Z914 + A914 \leq 0$
- 542) $100 X124 - 100 Z124 + A124 \geq -99$
- 543) $100 X224 - 100 Z224 + A224 \geq -99$
- 544) $100 X324 - 100 Z324 + A324 \geq -99$
- 545) $100 X424 - 100 Z424 + A424 \geq -99$
- 546) $100 X524 - 100 Z524 + A524 \geq -99$
- 547) $100 X624 - 100 Z624 + A624 \geq -99$
- 548) $100 X724 - 100 Z724 + A724 \geq -99$
- 549) $100 X824 - 100 Z824 + A824 \geq -99$
- 550) $100 X924 - 100 Z924 + A924 \geq -99$
- 551) $100 X124 - 100 Z124 + A124 \leq 0$
- 552) $100 X224 - 100 Z224 + A224 \leq 0$
- 553) $100 X324 - 100 Z324 + A324 \leq 0$
- 554) $100 X424 - 100 Z424 + A424 \leq 0$
- 555) $100 X524 - 100 Z524 + A524 \leq 0$
- 556) $100 X624 - 100 Z624 + A624 \leq 0$
- 557) $100 X724 - 100 Z724 + A724 \leq 0$
- 558) $100 X824 - 100 Z824 + A824 \leq 0$
- 559) $100 X924 - 100 Z924 + A924 \leq 0$
- 560) $100 X134 - 100 Z134 + A134 \geq -99$
- 561) $100 X234 - 100 Z234 + A234 \geq -99$
- 562) $100 X334 - 100 Z334 + A334 \geq -99$
- 563) $100 X434 - 100 Z434 + A434 \geq -99$
- 564) $100 X534 - 100 Z534 + A534 \geq -99$
- 565) $100 X634 - 100 Z634 + A634 \geq -99$
- 566) $100 X734 - 100 Z734 + A734 \geq -99$
- 567) $100 X834 - 100 Z834 + A834 \geq -99$
- 568) $100 X934 - 100 Z934 + A934 \geq -99$
- 569) $100 X134 - 100 Z134 + A134 \leq 0$
- 570) $100 X234 - 100 Z234 + A234 \leq 0$
- 571) $100 X334 - 100 Z334 + A334 \leq 0$
- 572) $100 X434 - 100 Z434 + A434 \leq 0$
- 573) $100 X534 - 100 Z534 + A534 \leq 0$
- 574) $100 X634 - 100 Z634 + A634 \leq 0$
- 575) $100 X734 - 100 Z734 + A734 \leq 0$
- 576) $100 X834 - 100 Z834 + A834 \leq 0$

- 577) $100 X934 - 100 Z934 + A934 \leq 0$
 578) $- X121 - X221 - X321 - X421 - X521 - X621 - X721 - X821 - X921 + Z121 + Z221 + Z321 + Z421 + Z521 + Z621 + Z721 + Z821 + Z921 - D21 = 0$
 579) $- X141 - X241 - X341 - X441 - X541 - X641 - X741 - X841 - X941 + Z141 + Z241 + Z341 + Z441 + Z541 + Z641 + Z741 + Z841 + Z941 - D41 = 0$
 580) $- X132 - X232 - X332 - X432 - X532 - X632 - X732 - X832 - X932 + Z132 + Z232 + Z332 + Z432 + Z532 + Z632 + Z732 + Z832 + Z932 - D32 = 0$
 581) $- X142 - X242 - X342 - X442 - X542 - X642 - X742 - X842 - X942 + Z142 + Z242 + Z342 + Z442 + Z542 + Z642 + Z742 + Z842 + Z942 - D42 = 0$
 582) $- X113 - X213 - X313 - X413 - X513 - X613 - X713 - X813 - X913 + Z113 + Z213 + Z313 + Z413 + Z513 + Z613 + Z713 + Z813 + Z913 - D13 = 0$
 583) $- X133 - X233 - X333 - X433 - X533 - X633 - X733 - X833 - X933 + Z133 + Z233 + Z333 + Z433 + Z533 + Z633 + Z733 + Z833 + Z933 - D33 = 0$
 584) $- X143 - X243 - X343 - X443 - X543 - X643 - X743 - X843 - X943 + Z143 + Z243 + Z343 + Z443 + Z543 + Z643 + Z743 + Z843 + Z943 - D43 = 0$
 585) $- X114 - X214 - X314 - X414 - X514 - X614 - X714 - X814 - X914 + Z114 + Z214 + Z314 + Z414 + Z514 + Z614 + Z714 + Z814 + Z914 - D14 = 0$
 586) $- X124 - X224 - X324 - X424 - X524 - X624 - X724 - X824 - X924 + Z124 + Z224 + Z324 + Z424 + Z524 + Z624 + Z724 + Z824 + Z924 - D24 = 0$
 587) $- X134 - X234 - X334 - X434 - X534 - X634 - X734 - X834 - X934 + Z134 + Z234 + Z334 + Z434 + Z534 + Z634 + Z734 + Z834 + Z934 - D34 = 0$

END

BEISPIEL E'

MIN

 $D1 + D2 + D3 + D4$

SUBJECT TO

- 2) $H14 - H13 + D14 \leq 0$
 3) $H13 - D1 + D13 \leq 0$
 4) $H21 - H24 + D21 \leq 0$
 5) $H24 - D2 + D24 \leq 0$
 6) $H32 - H33 + D32 \leq 0$
 7) $H33 - H34 + D33 \leq 0$
 8) $H34 - D3 + D34 \leq 0$
 9) $H43 - H41 + D43 \leq 0$
 10) $H41 - H42 + D41 \leq 0$
 11) $H42 - D4 + D42 \leq 0$
 12) $100 U241 + H21 - H41 + D21 \leq 100$
 13) $100 U342 + H32 - H42 + D32 \leq 100$
 14) $100 U133 + H13 - H33 + D13 \leq 100$
 15) $100 U143 + H13 - H43 + D13 \leq 100$
 16) $100 U343 + H33 - H43 + D33 \leq 100$
 17) $100 U124 + H14 - H24 + D14 \leq 100$
 18) $100 U134 + H14 - H34 + D14 \leq 100$
 19) $100 U234 + H24 - H34 + D24 \leq 100$
 20) $- 100 U241 - H21 + H41 + D41 \leq 0$
 21) $- 100 U342 - H32 + H42 + D42 \leq 0$
 22) $- 100 U133 - H13 + H33 + D33 \leq 0$
 23) $- 100 U143 - H13 + H43 + D43 \leq 0$
 24) $- 100 U343 - H33 + H43 + D43 \leq 0$
 25) $- 100 U124 - H14 + H24 + D24 \leq 0$
 26) $- 100 U134 - H14 + H34 + D34 \leq 0$
 27) $- 100 U234 - H24 + H34 + D34 \leq 0$
 28) $- H21 - 100 Y121 \geq - 100.1$
 29) $- H21 - 100 Y221 \geq - 101.1$
 30) $- H21 - 100 Y321 \geq - 102.1$

OBJ. FUN. VALUE

VAR.	VALUE
I)	11.000000
U241	1.000000
U342	1.000000
U133	.000000
U143	.000000
U343	.000000
U124	1.000000
U134	1.000000
U234	1.000000
H14	.000000
H13	2.000000
H21	.000000
H24	1.000000
H32	.000000
H33	1.000000
H34	2.000000
H41	.000000
H43	1.000000
H42	2.000000
D1	3.000000
D2	2.000000
D3	3.000000
D4	3.000000
D14	1.000000
D13	1.000000
D21	1.000000
D24	1.000000
D32	1.000000
D33	1.000000
D34	1.000000

31)	- H21 - 100 Y421 >= - 103.1	D43	1.000000
32)	- H21 - 100 Y521 >= - 104.1	D41	1.000000
33)	- H21 - 100 Y621 >= - 105.1	D42	1.000000
34)	- H21 - 100 Y721 >= - 106.1	A21	3.000000
35)	- H21 - 100 Y821 >= - 107.1	A41	4.000000
36)	- H21 - 100 Y921 >= - 108.1	A32	2.000000
37)	- H21 + 100 Y121 - D21 <= 99.9	A42	1.000000
38)	- H21 + 100 Y221 - D21 <= 98.9	A13	4.000000
39)	- H21 + 100 Y321 - D21 <= 97.9	A33	1.000000
40)	- H21 + 100 Y421 - D21 <= 96.9	A43	2.000000
41)	- H21 + 100 Y521 - D21 <= 95.9	A14	2.000000
42)	- H21 + 100 Y621 - D21 <= 94.9	A24	3.000000
43)	- H21 + 100 Y721 - D21 <= 93.9	A34	2.000000
44)	- H21 + 100 Y821 - D21 <= 92.9	Y121	1.000000
45)	- H21 + 100 Y921 - D21 <= 91.9	Y241	1.000000
46)	- H41 - 100 Y141 >= - 100.1	Y132	1.000000
47)	- H41 - 100 Y241 >= - 101.1	Y342	1.000000
48)	- H41 - 100 Y341 >= - 102.1	Y313	1.000000
49)	- H41 - 100 Y441 >= - 103.1	Y233	1.000000
50)	- H41 - 100 Y541 >= - 104.1	Y143	1.000000
51)	- H41 - 100 Y641 >= - 105.1	Y114	1.000000
52)	- H41 - 100 Y741 >= - 106.1	Y224	1.000000
53)	- H41 - 100 Y841 >= - 107.1	Y334	1.000000
54)	- H41 - 100 Y941 >= - 108.1	V121	1.000000
55)	- H41 + 100 Y141 - D41 <= 99.9	V141	1.000000
56)	- H41 + 100 Y241 - D41 <= 98.9	V132	1.000000
57)	- H41 + 100 Y341 - D41 <= 97.9	V142	1.000000
58)	- H41 + 100 Y441 - D41 <= 96.9	V113	1.000000
59)	- H41 + 100 Y541 - D41 <= 95.9	V133	1.000000
60)	- H41 + 100 Y641 - D41 <= 94.9	V143	1.000000
61)	- H41 + 100 Y741 - D41 <= 93.9	V114	1.000000
62)	- H41 + 100 Y841 - D41 <= 92.9	V124	1.000000
63)	- H41 + 100 Y941 - D41 <= 91.9	V134	1.000000
64)	- H32 - 100 Y132 >= - 100.1		
65)	- H32 - 100 Y232 >= - 101.1		
66)	- H32 - 100 Y332 >= - 102.1		
67)	- H32 - 100 Y432 >= - 103.1		
68)	- H32 - 100 Y532 >= - 104.1		
69)	- H32 - 100 Y632 >= - 105.1		
70)	- H32 - 100 Y732 >= - 106.1		
71)	- H32 - 100 Y832 >= - 107.1		
72)	- H32 - 100 Y932 >= - 108.1		
73)	- H32 + 100 Y132 - D32 <= 99.9		
74)	- H32 + 100 Y232 - D32 <= 98.9		
75)	- H32 + 100 Y332 - D32 <= 97.9		
76)	- H32 + 100 Y432 - D32 <= 96.9		
77)	- H32 + 100 Y532 - D32 <= 95.9		
78)	- H32 + 100 Y632 - D32 <= 94.9		
79)	- H32 + 100 Y732 - D32 <= 93.9		
80)	- H32 + 100 Y832 - D32 <= 92.9		
81)	- H32 + 100 Y932 - D32 <= 91.9		
82)	- H42 - 100 Y142 >= - 100.1		
83)	- H42 - 100 Y242 >= - 101.1		
84)	- H42 - 100 Y342 >= - 102.1		
85)	- H42 - 100 Y442 >= - 103.1		
86)	- H42 - 100 Y542 >= - 104.1		
87)	- H42 - 100 Y642 >= - 105.1		
88)	- H42 - 100 Y742 >= - 106.1		

- 89) - H42 - 100 Y842 >= - 107.1
- 90) - H42 - 100 Y942 >= - 108.1
- 91) - H42 + 100 Y142 - D42 <= 99.9
- 92) - H42 + 100 Y242 - D42 <= 98.9
- 93) - H42 + 100 Y342 - D42 <= 97.9
- 94) - H42 + 100 Y442 - D42 <= 96.9
- 95) - H42 + 100 Y542 - D42 <= 95.9
- 96) - H42 + 100 Y642 - D42 <= 94.9
- 97) - H42 + 100 Y742 - D42 <= 93.9
- 98) - H42 + 100 Y842 - D42 <= 92.9
- 99) - H42 + 100 Y942 - D42 <= 91.9
- 100) - H13 - 100 Y113 >= - 100.1
- 101) - H13 - 100 Y213 >= - 101.1
- 102) - H13 - 100 Y313 >= - 102.1
- 103) - H13 - 100 Y413 >= - 103.1
- 104) - H13 - 100 Y513 >= - 104.1
- 105) - H13 - 100 Y613 >= - 105.1
- 106) - H13 - 100 Y713 >= - 106.1
- 107) - H13 - 100 Y813 >= - 107.1
- 108) - H13 - 100 Y913 >= - 108.1
- 109) - H13 + 100 Y113 - D13 <= 99.9
- 110) - H13 + 100 Y213 - D13 <= 98.9
- 111) - H13 + 100 Y313 - D13 <= 97.9
- 112) - H13 + 100 Y413 - D13 <= 96.9
- 113) - H13 + 100 Y513 - D13 <= 95.9
- 114) - H13 + 100 Y613 - D13 <= 94.9
- 115) - H13 + 100 Y713 - D13 <= 93.9
- 116) - H13 + 100 Y813 - D13 <= 92.9
- 117) - H13 + 100 Y913 - D13 <= 91.9
- 118) - H33 - 100 Y133 >= - 100.1
- 119) - H33 - 100 Y233 >= - 101.1
- 120) - H33 - 100 Y333 >= - 102.1
- 121) - H33 - 100 Y433 >= - 103.1
- 122) - H33 - 100 Y533 >= - 104.1
- 123) - H33 - 100 Y633 >= - 105.1
- 124) - H33 - 100 Y733 >= - 106.1
- 125) - H33 - 100 Y833 >= - 107.1
- 126) - H33 - 100 Y933 >= - 108.1
- 127) - H33 + 100 Y133 - D33 <= 99.9
- 128) - H33 + 100 Y233 - D33 <= 98.9
- 129) - H33 + 100 Y333 - D33 <= 97.9
- 130) - H33 + 100 Y433 - D33 <= 96.9
- 131) - H33 + 100 Y533 - D33 <= 95.9
- 132) - H33 + 100 Y633 - D33 <= 94.9
- 133) - H33 + 100 Y733 - D33 <= 93.9
- 134) - H33 + 100 Y833 - D33 <= 92.9
- 135) - H33 + 100 Y933 - D33 <= 91.9
- 136) - H43 - 100 Y143 >= - 100.1
- 137) - H43 - 100 Y243 >= - 101.1
- 138) - H43 - 100 Y343 >= - 102.1
- 139) - H43 - 100 Y443 >= - 103.1
- 140) - H43 - 100 Y543 >= - 104.1
- 141) - H43 - 100 Y643 >= - 105.1
- 142) - H43 - 100 Y743 >= - 106.1
- 143) - H43 - 100 Y843 >= - 107.1
- 144) - H43 - 100 Y943 >= - 108.1
- 145) - H43 + 100 Y143 - D43 <= 99.9
- 146) - H43 + 100 Y243 - D43 <= 98.9

- 147) - H43 + 100 Y343 - D43 $\leq$ 97.9
- 148) - H43 + 100 Y443 - D43 $\leq$ 96.9
- 149) - H43 + 100 Y543 - D43 $\leq$ 95.9
- 150) - H43 + 100 Y643 - D43 $\leq$ 94.9
- 151) - H43 + 100 Y743 - D43 $\leq$ 93.9
- 152) - H43 + 100 Y843 - D43 $\leq$ 92.9
- 153) - H43 + 100 Y943 - D43 $\leq$ 91.9
- 154) - H14 - 100 Y114 $\geq$ - 100.1
- 155) - H14 - 100 Y214 $\geq$ - 101.1
- 156) - H14 - 100 Y314 $\geq$ - 102.1
- 157) - H14 - 100 Y414 $\geq$ - 103.1
- 158) - H14 - 100 Y514 $\geq$ - 104.1
- 159) - H14 - 100 Y614 $\geq$ - 105.1
- 160) - H14 - 100 Y714 $\geq$ - 106.1
- 161) - H14 - 100 Y814 $\geq$ - 107.1
- 162) - H14 - 100 Y914 $\geq$ - 108.1
- 163) - H14 + 100 Y114 - D14 $\leq$ 99.9
- 164) - H14 + 100 Y214 - D14 $\leq$ 98.9
- 165) - H14 + 100 Y314 - D14 $\leq$ 97.9
- 166) - H14 + 100 Y414 - D14 $\leq$ 96.9
- 167) - H14 + 100 Y514 - D14 $\leq$ 95.9
- 168) - H14 + 100 Y614 - D14 $\leq$ 94.9
- 169) - H14 + 100 Y714 - D14 $\leq$ 93.9
- 170) - H14 + 100 Y814 - D14 $\leq$ 92.9
- 171) - H14 + 100 Y914 - D14 $\leq$ 91.9
- 172) - H24 - 100 Y124 $\geq$ - 100.1
- 173) - H24 - 100 Y224 $\geq$ - 101.1
- 174) - H24 - 100 Y324 $\geq$ - 102.1
- 175) - H24 - 100 Y424 $\geq$ - 103.1
- 176) - H24 - 100 Y524 $\geq$ - 104.1
- 177) - H24 - 100 Y624 $\geq$ - 105.1
- 178) - H24 - 100 Y724 $\geq$ - 106.1
- 179) - H24 - 100 Y824 $\geq$ - 107.1
- 180) - H24 - 100 Y924 $\geq$ - 108.1
- 181) - H24 + 100 Y124 - D24 $\leq$ 99.9
- 182) - H24 + 100 Y224 - D24 $\leq$ 98.9
- 183) - H24 + 100 Y324 - D24 $\leq$ 97.9
- 184) - H24 + 100 Y424 - D24 $\leq$ 96.9
- 185) - H24 + 100 Y524 - D24 $\leq$ 95.9
- 186) - H24 + 100 Y624 - D24 $\leq$ 94.9
- 187) - H24 + 100 Y724 - D24 $\leq$ 93.9
- 188) - H24 + 100 Y824 - D24 $\leq$ 92.9
- 189) - H24 + 100 Y924 - D24 $\leq$ 91.9
- 190) - H34 - 100 Y134 $\geq$ - 100.1
- 191) - H34 - 100 Y234 $\geq$ - 101.1
- 192) - H34 - 100 Y334 $\geq$ - 102.1
- 193) - H34 - 100 Y434 $\geq$ - 103.1
- 194) - H34 - 100 Y534 $\geq$ - 104.1
- 195) - H34 - 100 Y634 $\geq$ - 105.1
- 196) - H34 - 100 Y734 $\geq$ - 106.1
- 197) - H34 - 100 Y834 $\geq$ - 107.1
- 198) - H34 - 100 Y934 $\geq$ - 108.1
- 199) - H34 + 100 Y134 - D34 $\leq$ 99.9
- 200) - H34 + 100 Y234 - D34 $\leq$ 98.9
- 201) - H34 + 100 Y334 - D34 $\leq$ 97.9
- 202) - H34 + 100 Y434 - D34 $\leq$ 96.9
- 203) - H34 + 100 Y534 - D34 $\leq$ 95.9
- 204) - H34 + 100 Y634 - D34 $\leq$ 94.9

205) $-H34 + 100 Y734 - D34 \leq 93.9$
 206) $-H34 + 100 Y834 - D34 \leq 92.9$
 207) $-H34 + 100 Y934 - D34 \leq 91.9$
 208) $Y121 + Y221 + Y321 + Y421 + Y521 + Y621 + Y721 + Y821 + Y921 - D21 = 0$
 209) $Y141 + Y241 + Y341 + Y441 + Y541 + Y641 + Y741 + Y841 + Y941 - D41 = 0$
 210) $Y132 + Y232 + Y332 + Y432 + Y532 + Y632 + Y732 + Y832 + Y932 - D32 = 0$
 211) $Y142 + Y242 + Y342 + Y442 + Y542 + Y642 + Y742 + Y842 + Y942 - D42 = 0$
 212) $Y113 + Y213 + Y313 + Y413 + Y513 + Y613 + Y713 + Y813 + Y913 - D13 = 0$
 213) $Y133 + Y233 + Y333 + Y433 + Y533 + Y633 + Y733 + Y833 + Y933 - D33 = 0$
 214) $Y143 + Y243 + Y343 + Y443 + Y543 + Y643 + Y743 + Y843 + Y943 - D43 = 0$
 215) $Y114 + Y214 + Y314 + Y414 + Y514 + Y614 + Y714 + Y814 + Y914 - D14 = 0$
 216) $Y124 + Y224 + Y324 + Y424 + Y524 + Y624 + Y724 + Y824 + Y924 - D24 = 0$
 217) $Y134 + Y234 + Y334 + Y434 + Y534 + Y634 + Y734 + Y834 + Y934 - D34 = 0$
 218) $-3 V121 - 1.5 V221 + A21 = 0$
 219) $-4 V141 - 2 V241 - V441 + A41 = 0$
 220) $-2 V132 - V232 + A32 = 0$
 221) $-V142 + A42 = 0$
 222) $-4 V113 - 2 V213 - V413 + A13 = 0$
 223) $-V133 + A33 = 0$
 224) $-2 V143 - V243 + A43 = 0$
 225) $-2 V114 - V214 + A14 = 0$
 226) $-3 V124 - 1.5 V224 + A24 = 0$
 227) $-2 V134 - V234 + A34 = 0$
 228) $-D21 + V121 + 2 V221 = 0$
 229) $-D41 + V141 + 2 V241 + 4 V441 = 0$
 230) $-D32 + V132 + 2 V232 = 0$
 231) $-D42 + V142 = 0$
 232) $-D13 + V113 + 2 V213 + 4 V413 = 0$
 233) $-D33 + V133 = 0$
 234) $-D43 + V143 + 2 V243 = 0$
 235) $-D14 + V114 + 2 V214 = 0$
 236) $-D24 + V124 + 2 V224 = 0$
 237) $-D34 + V134 + 2 V234 = 0$
 238) $V121 + V221 = 1$
 239) $V141 + V241 + V441 = 1$
 240) $V132 + V232 = 1$
 241) $V142 = 1$
 242) $V113 + V213 + V413 = 1$
 243) $V133 = 1$
 244) $V143 + V243 = 1$
 245) $V114 + V214 = 1$
 246) $V124 + V224 = 1$
 247) $V134 + V234 = 1$
 END

BEISPIEL E"

MIN	OBJ. FUN. VALUE
$D1 + D2 + D3 + D4$	1) 10.000000
SUBJECT TO	VAR. VALUE
2) $H14 - H13 + D14 \leq 0$	H14 .000000
3) $H13 - D1 + D13 \leq 0$	H13 1.000000
4) $H21 - H24 + D21 \leq 0$	H21 .000000
5) $H24 - D2 + D24 \leq 0$	H24 1.000000
6) $H32 - H33 + D32 \leq 0$	H32 .000000
7) $H33 - H34 + D33 \leq 0$	H33 1.000000
8) $H34 - D3 + D34 \leq 0$	H34 2.000000

9)	H43 - H41 + D43 <= 0	H43	.000000
10)	H41 - H42 + D41 <= 0	H41	1.000000
11)	H42 - D4 + D42 <= 0	H42	2.000000
12)	- H21 - 100 Y121 >= - 100.1	D1	2.000000
13)	- H21 - 100 Y221 >= - 101.1	D2	2.000000
14)	- H21 - 100 Y321 >= - 102.1	D3	3.000000
15)	- H21 - 100 Y421 >= - 103.1	D4	3.000000
16)	- H21 - 100 Y521 >= - 104.1	D14	1.000000
17)	- H21 - 100 Y621 >= - 105.1	D13	1.000000
18)	- H21 - 100 Y721 >= - 106.1	D21	1.000000
19)	- H21 - 100 Y821 >= - 107.1	D24	1.000000
20)	- H21 - 100 Y921 >= - 108.1	D32	1.000000
21)	- H21 + 100 Y121 - D21 <= 99.9	D33	1.000000
22)	- H21 + 100 Y221 - D21 <= 98.9	D34	1.000000
23)	- H21 + 100 Y321 - D21 <= 97.9	D43	1.000000
24)	- H21 + 100 Y421 - D21 <= 96.9	D41	1.000000
25)	- H21 + 100 Y521 - D21 <= 95.9	D42	1.000000
26)	- H21 + 100 Y621 - D21 <= 94.9	A21	3.000000
27)	- H21 + 100 Y721 - D21 <= 93.9	A41	4.000000
28)	- H21 + 100 Y821 - D21 <= 92.9	A32	2.000000
29)	- H21 + 100 Y921 - D21 <= 91.9	A42	1.000000
30)	- H41 - 100 Y141 >= - 100.1	A13	4.000000
31)	- H41 - 100 Y241 >= - 101.1	A33	1.000000
32)	- H41 - 100 Y341 >= - 102.1	A43	2.000000
33)	- H41 - 100 Y441 >= - 103.1	A14	2.000000
34)	- H41 - 100 Y541 >= - 104.1	A24	3.000000
35)	- H41 - 100 Y641 >= - 105.1	A34	2.000000
36)	- H41 - 100 Y741 >= - 106.1	Y121	1.000000
37)	- H41 - 100 Y841 >= - 107.1	Y241	1.000000
38)	- H41 - 100 Y941 >= - 108.1	Y132	1.000000
39)	- H41 + 100 Y141 - D41 <= 99.9	Y342	1.000000
40)	- H41 + 100 Y241 - D41 <= 98.9	Y213	1.000000
41)	- H41 + 100 Y341 - D41 <= 97.9	Y233	1.000000
42)	- H41 + 100 Y441 - D41 <= 96.9	Y143	1.000000
43)	- H41 + 100 Y541 - D41 <= 95.9	Y114	1.000000
44)	- H41 + 100 Y641 - D41 <= 94.9	Y224	1.000000
45)	- H41 + 100 Y741 - D41 <= 93.9	Y334	1.000000
46)	- H41 + 100 Y841 - D41 <= 92.9	V121	1.000000
47)	- H41 + 100 Y941 - D41 <= 91.9	V141	1.000000
48)	- H32 - 100 Y132 >= - 100.1	V132	1.000000
49)	- H32 - 100 Y232 >= - 101.1	V142	1.000000
50)	- H32 - 100 Y332 >= - 102.1	V113	1.000000
51)	- H32 - 100 Y432 >= - 103.1	V133	1.000000
52)	- H32 - 100 Y532 >= - 104.1	V143	1.000000
53)	- H32 - 100 Y632 >= - 105.1	V114	1.000000
54)	- H32 - 100 Y732 >= - 106.1	V124	1.000000
55)	- H32 - 100 Y832 >= - 107.1	V134	1.000000
56)	- H32 - 100 Y932 >= - 108.1		
57)	- H32 + 100 Y132 - D32 <= 99.9		
58)	- H32 + 100 Y232 - D32 <= 98.9		
59)	- H32 + 100 Y332 - D32 <= 97.9		
60)	- H32 + 100 Y432 - D32 <= 96.9		
61)	- H32 + 100 Y532 - D32 <= 95.9		
62)	- H32 + 100 Y632 - D32 <= 94.9		
63)	- H32 + 100 Y732 - D32 <= 93.9		
64)	- H32 + 100 Y832 - D32 <= 92.9		
65)	- H32 + 100 Y932 - D32 <= 91.9		
66)	- H42 - 100 Y142 >= - 100.1		

- 67) -H42 - 100 Y242 >= - 101.1
- 68) -H42 - 100 Y342 >= - 102.1
- 69) -H42 - 100 Y442 >= - 103.1
- 70) -H42 - 100 Y542 >= - 104.1
- 71) -H42 - 100 Y642 >= - 105.1
- 72) -H42 - 100 Y742 >= - 106.1
- 73) -H42 - 100 Y842 >= - 107.1
- 74) -H42 - 100 Y942 >= - 108.1
- 75) -H42 + 100 Y142 - D42 <= 99.9
- 76) -H42 + 100 Y242 - D42 <= 98.9
- 77) -H42 + 100 Y342 - D42 <= 97.9
- 78) -H42 + 100 Y442 - D42 <= 96.9
- 79) -H42 + 100 Y542 - D42 <= 95.9
- 80) -H42 + 100 Y642 - D42 <= 94.9
- 81) -H42 + 100 Y742 - D42 <= 93.9
- 82) -H42 + 100 Y842 - D42 <= 92.9
- 83) -H42 + 100 Y942 - D42 <= 91.9
- 84) -H13 - 100 Y113 >= - 100.1
- 85) -H13 - 100 Y213 >= - 101.1
- 86) -H13 - 100 Y313 >= - 102.1
- 87) -H13 - 100 Y413 >= - 103.1
- 88) -H13 - 100 Y513 >= - 104.1
- 89) -H13 - 100 Y613 >= - 105.1
- 90) -H13 - 100 Y713 >= - 106.1
- 91) -H13 - 100 Y813 >= - 107.1
- 92) -H13 - 100 Y913 >= - 108.1
- 93) -H13 + 100 Y113 - D13 <= 99.9
- 94) -H13 + 100 Y213 - D13 <= 98.9
- 95) -H13 + 100 Y313 - D13 <= 97.9
- 96) -H13 + 100 Y413 - D13 <= 96.9
- 97) -H13 + 100 Y513 - D13 <= 95.9
- 98) -H13 + 100 Y613 - D13 <= 94.9
- 99) -H13 + 100 Y713 - D13 <= 93.9
- 100) -H13 + 100 Y813 - D13 <= 92.9
- 101) -H13 + 100 Y913 - D13 <= 91.9
- 102) -H33 - 100 Y133 >= - 100.1
- 103) -H33 - 100 Y233 >= - 101.1
- 104) -H33 - 100 Y333 >= - 102.1
- 105) -H33 - 100 Y433 >= - 103.1
- 106) -H33 - 100 Y533 >= - 104.1
- 107) -H33 - 100 Y633 >= - 105.1
- 108) -H33 - 100 Y733 >= - 106.1
- 109) -H33 - 100 Y833 >= - 107.1
- 110) -H33 - 100 Y933 >= - 108.1
- 111) -H33 + 100 Y133 - D33 <= 99.9
- 112) -H33 + 100 Y233 - D33 <= 98.9
- 113) -H33 + 100 Y333 - D33 <= 97.9
- 114) -H33 + 100 Y433 - D33 <= 96.9
- 115) -H33 + 100 Y533 - D33 <= 95.9
- 116) -H33 + 100 Y633 - D33 <= 94.9
- 117) -H33 + 100 Y733 - D33 <= 93.9
- 118) -H33 + 100 Y833 - D33 <= 92.9
- 119) -H33 + 100 Y933 - D33 <= 91.9
- 120) -H43 - 100 Y143 >= - 100.1
- 121) -H43 - 100 Y243 >= - 101.1
- 122) -H43 - 100 Y343 >= - 102.1
- 123) -H43 - 100 Y443 >= - 103.1
- 124) -H43 - 100 Y543 >= - 104.1

- 125) -H43 - 100 Y643 $\geq$ - 105.1
- 126) -H43 - 100 Y743 $\geq$ - 106.1
- 127) -H43 - 100 Y843 $\geq$ - 107.1
- 128) -H43 - 100 Y943 $\geq$ - 108.1
- 129) -H43 + 100 Y143 - D43 $\leq$ 99.9
- 130) -H43 + 100 Y243 - D43 $\leq$ 98.9
- 131) -H43 + 100 Y343 - D43 $\leq$ 97.9
- 132) -H43 + 100 Y443 - D43 $\leq$ 96.9
- 133) -H43 + 100 Y543 - D43 $\leq$ 95.9
- 134) -H43 + 100 Y643 - D43 $\leq$ 94.9
- 135) -H43 + 100 Y743 - D43 $\leq$ 93.9
- 136) -H43 + 100 Y843 - D43 $\leq$ 92.9
- 137) -H43 + 100 Y943 - D43 $\leq$ 91.9
- 138) -H14 - 100 Y114 $\geq$ - 100.1
- 139) -H14 - 100 Y214 $\geq$ - 101.1
- 140) -H14 - 100 Y314 $\geq$ - 102.1
- 141) -H14 - 100 Y414 $\geq$ - 103.1
- 142) -H14 - 100 Y514 $\geq$ - 104.1
- 143) -H14 - 100 Y614 $\geq$ - 105.1
- 144) -H14 - 100 Y714 $\geq$ - 106.1
- 145) -H14 - 100 Y814 $\geq$ - 107.1
- 146) -H14 - 100 Y914 $\geq$ - 108.1
- 147) -H14 + 100 Y114 - D14 $\leq$ 99.9
- 148) -H14 + 100 Y214 - D14 $\leq$ 98.9
- 149) -H14 + 100 Y314 - D14 $\leq$ 97.9
- 150) -H14 + 100 Y414 - D14 $\leq$ 96.9
- 151) -H14 + 100 Y514 - D14 $\leq$ 95.9
- 152) -H14 + 100 Y614 - D14 $\leq$ 94.9
- 153) -H14 + 100 Y714 - D14 $\leq$ 93.9
- 154) -H14 + 100 Y814 - D14 $\leq$ 92.9
- 155) -H14 + 100 Y914 - D14 $\leq$ 91.9
- 156) -H24 - 100 Y124 $\geq$ - 100.1
- 157) -H24 - 100 Y224 $\geq$ - 101.1
- 158) -H24 - 100 Y324 $\geq$ - 102.1
- 159) -H24 - 100 Y424 $\geq$ - 103.1
- 160) -H24 - 100 Y524 $\geq$ - 104.1
- 161) -H24 - 100 Y624 $\geq$ - 105.1
- 162) -H24 - 100 Y724 $\geq$ - 106.1
- 163) -H24 - 100 Y824 $\geq$ - 107.1
- 164) -H24 - 100 Y924 $\geq$ - 108.1
- 165) -H24 + 100 Y124 - D24 $\leq$ 99.9
- 166) -H24 + 100 Y224 - D24 $\leq$ 98.9
- 167) -H24 + 100 Y324 - D24 $\leq$ 97.9
- 168) -H24 + 100 Y424 - D24 $\leq$ 96.9
- 169) -H24 + 100 Y524 - D24 $\leq$ 95.9
- 170) -H24 + 100 Y624 - D24 $\leq$ 94.9
- 171) -H24 + 100 Y724 - D24 $\leq$ 93.9
- 172) -H24 + 100 Y824 - D24 $\leq$ 92.9
- 173) -H24 + 100 Y924 - D24 $\leq$ 91.9
- 174) -H34 - 100 Y134 $\geq$ - 100.1
- 175) -H34 - 100 Y234 $\geq$ - 101.1
- 176) -H34 - 100 Y334 $\geq$ - 102.1
- 177) -H34 - 100 Y434 $\geq$ - 103.1
- 178) -H34 - 100 Y534 $\geq$ - 104.1
- 179) -H34 - 100 Y634 $\geq$ - 105.1
- 180) -H34 - 100 Y734 $\geq$ - 106.1
- 181) -H34 - 100 Y834 $\geq$ - 107.1
- 182) -H34 - 100 Y934 $\geq$ - 108.1

- 183) $-H34 + 100 Y134 - D34 \leq 99.9$
- 184) $-H34 + 100 Y234 - D34 \leq 98.9$
- 185) $-H34 + 100 Y334 - D34 \leq 97.9$
- 186) $-H34 + 100 Y434 - D34 \leq 96.9$
- 187) $-H34 + 100 Y534 - D34 \leq 95.9$
- 188) $-H34 + 100 Y634 - D34 \leq 94.9$
- 189) $-H34 + 100 Y734 - D34 \leq 93.9$
- 190) $-H34 + 100 Y834 - D34 \leq 92.9$
- 191) $-H34 + 100 Y934 - D34 \leq 91.9$
- 192) $Y121 + Y221 + Y321 + Y421 + Y521 + Y621 + Y721 + Y821 + Y921 - D21 = 0$
- 193) $Y141 + Y241 + Y341 + Y441 + Y541 + Y641 + Y741 + Y841 + Y941 - D41 = 0$
- 194) $Y132 + Y232 + Y332 + Y432 + Y532 + Y632 + Y732 + Y832 + Y932 - D32 = 0$
- 195) $Y142 + Y242 + Y342 + Y442 + Y542 + Y642 + Y742 + Y842 + Y942 - D42 = 0$
- 196) $Y113 + Y213 + Y313 + Y413 + Y513 + Y613 + Y713 + Y813 + Y913 - D13 = 0$
- 197) $Y133 + Y233 + Y333 + Y433 + Y533 + Y633 + Y733 + Y833 + Y933 - D33 = 0$
- 198) $Y143 + Y243 + Y343 + Y443 + Y543 + Y643 + Y743 + Y843 + Y943 - D43 = 0$
- 199) $Y114 + Y214 + Y314 + Y414 + Y514 + Y614 + Y714 + Y814 + Y914 - D14 = 0$
- 200) $Y124 + Y224 + Y324 + Y424 + Y524 + Y624 + Y724 + Y824 + Y924 - D24 = 0$
- 201) $Y134 + Y234 + Y334 + Y434 + Y534 + Y634 + Y734 + Y834 + Y934 - D34 = 0$
- 202) $-1.5 V221 - 3 V121 + A21 = 0$
- 203) $-4 V141 - 2 V241 - V441 + A41 = 0$
- 204) $-2 V132 - V232 + A32 = 0$
- 205) $-V142 + A42 = 0$
- 206) $-4 V113 - 2 V213 - V413 + A13 = 0$
- 207) $-V133 + A33 = 0$
- 208) $-2 V143 - V243 + A43 = 0$
- 209) $-2 V114 - V214 + A14 = 0$
- 210) $-3 V124 - 1.5 V224 + A24 = 0$
- 211) $-2 V134 - V234 + A34 = 0$
- 212) $V121 + 2 V221 - D21 = 0$
- 213) $V141 + 2 V241 + 4 V441 - D41 = 0$
- 214) $V132 + 2 V232 - D32 = 0$
- 215) $V142 - D42 = 0$
- 216) $V113 + 2 V213 + 4 V413 - D13 = 0$
- 217) $V133 - D33 = 0$
- 218) $V143 + 2 V243 - D43 = 0$
- 219) $V114 + 2 V214 - D14 = 0$
- 220) $V124 + 2 V224 - D24 = 0$
- 221) $V134 + 2 V234 - D34 = 0$
- 222) $V121 + V221 = 1$
- 223) $V141 + V241 + V441 = 1$
- 224) $V132 + V232 = 1$
- 225) $V142 = 1$
- 226) $V113 + V213 + V413 = 1$
- 227) $V133 = 1$
- 228) $V143 + V243 = 1$
- 229) $V114 + V214 = 1$
- 230) $V124 + V224 = 1$
- 231) $V134 + V234 = 1$
- 232) $4 Y121 + 4 Y141 + A21 + A41 \leq 12$
- 233) $4 Y221 + 4 Y241 + A21 + A41 \leq 12$
- 234) $4 Y321 + 4 Y341 + A21 + A41 \leq 12$
- 235) $4 Y421 + 4 Y441 + A21 + A41 \leq 12$
- 236) $4 Y521 + 4 Y541 + A21 + A41 \leq 12$
- 237) $4 Y621 + 4 Y641 + A21 + A41 \leq 12$
- 238) $4 Y721 + 4 Y741 + A21 + A41 \leq 12$
- 239) $4 Y821 + 4 Y841 + A21 + A41 \leq 12$
- 240) $4 Y921 + 4 Y941 + A21 + A41 \leq 12$

- 241) $4 Y_{132} + 4 Y_{142} + A_{32} + A_{42} \leq 12$
- 242) $4 Y_{232} + 4 Y_{242} + A_{32} + A_{42} \leq 12$
- 243) $4 Y_{332} + 4 Y_{342} + A_{32} + A_{42} \leq 12$
- 244) $4 Y_{432} + 4 Y_{442} + A_{32} + A_{42} \leq 12$
- 245) $4 Y_{532} + 4 Y_{542} + A_{32} + A_{42} \leq 12$
- 246) $4 Y_{632} + 4 Y_{642} + A_{32} + A_{42} \leq 12$
- 247) $4 Y_{732} + 4 Y_{742} + A_{32} + A_{42} \leq 12$
- 248) $4 Y_{832} + 4 Y_{842} + A_{32} + A_{42} \leq 12$
- 249) $4 Y_{932} + 4 Y_{942} + A_{32} + A_{42} \leq 12$
- 250) $4 Y_{133} + 4 Y_{143} + A_{33} + A_{43} \leq 15$
- 251) $4 Y_{233} + 4 Y_{243} + A_{33} + A_{43} \leq 15$
- 252) $4 Y_{333} + 4 Y_{343} + A_{33} + A_{43} \leq 15$
- 253) $4 Y_{433} + 4 Y_{443} + A_{33} + A_{43} \leq 15$
- 254) $4 Y_{533} + 4 Y_{543} + A_{33} + A_{43} \leq 15$
- 255) $4 Y_{633} + 4 Y_{643} + A_{33} + A_{43} \leq 15$
- 256) $4 Y_{733} + 4 Y_{743} + A_{33} + A_{43} \leq 15$
- 257) $4 Y_{833} + 4 Y_{843} + A_{33} + A_{43} \leq 15$
- 258) $4 Y_{933} + 4 Y_{943} + A_{33} + A_{43} \leq 15$
- 259) $4 Y_{113} + 4 Y_{133} + A_{13} + A_{33} \leq 15$
- 260) $4 Y_{213} + 4 Y_{233} + A_{13} + A_{33} \leq 15$
- 261) $4 Y_{313} + 4 Y_{333} + A_{13} + A_{33} \leq 15$
- 262) $4 Y_{413} + 4 Y_{433} + A_{13} + A_{33} \leq 15$
- 263) $4 Y_{513} + 4 Y_{533} + A_{13} + A_{33} \leq 15$
- 264) $4 Y_{613} + 4 Y_{633} + A_{13} + A_{33} \leq 15$
- 265) $4 Y_{713} + 4 Y_{733} + A_{13} + A_{33} \leq 15$
- 266) $4 Y_{813} + 4 Y_{833} + A_{13} + A_{33} \leq 15$
- 267) $4 Y_{913} + 4 Y_{933} + A_{13} + A_{33} \leq 15$
- 268) $4 Y_{113} + 4 Y_{143} + A_{13} + A_{43} \leq 15$
- 269) $4 Y_{213} + 4 Y_{243} + A_{13} + A_{43} \leq 15$
- 270) $4 Y_{313} + 4 Y_{343} + A_{13} + A_{43} \leq 15$
- 271) $4 Y_{413} + 4 Y_{443} + A_{13} + A_{43} \leq 15$
- 272) $4 Y_{513} + 4 Y_{543} + A_{13} + A_{43} \leq 15$
- 273) $4 Y_{613} + 4 Y_{643} + A_{13} + A_{43} \leq 15$
- 274) $4 Y_{713} + 4 Y_{743} + A_{13} + A_{43} \leq 15$
- 275) $4 Y_{813} + 4 Y_{843} + A_{13} + A_{43} \leq 15$
- 276) $4 Y_{913} + 4 Y_{943} + A_{13} + A_{43} \leq 15$
- 277) $4 Y_{113} + 4 Y_{133} + 4 Y_{143} + A_{13} + A_{33} + A_{43} \leq 20$
- 278) $4 Y_{213} + 4 Y_{233} + 4 Y_{243} + A_{13} + A_{33} + A_{43} \leq 20$
- 279) $4 Y_{313} + 4 Y_{333} + 4 Y_{343} + A_{13} + A_{33} + A_{43} \leq 20$
- 280) $4 Y_{413} + 4 Y_{433} + 4 Y_{443} + A_{13} + A_{33} + A_{43} \leq 20$
- 281) $4 Y_{513} + 4 Y_{533} + 4 Y_{543} + A_{13} + A_{33} + A_{43} \leq 20$
- 282) $4 Y_{613} + 4 Y_{633} + 4 Y_{643} + A_{13} + A_{33} + A_{43} \leq 20$
- 283) $4 Y_{713} + 4 Y_{733} + 4 Y_{743} + A_{13} + A_{33} + A_{43} \leq 20$
- 284) $4 Y_{813} + 4 Y_{833} + 4 Y_{843} + A_{13} + A_{33} + A_{43} \leq 20$
- 285) $4 Y_{913} + 4 Y_{933} + 4 Y_{943} + A_{13} + A_{33} + A_{43} \leq 20$
- 286) $4 Y_{114} + 4 Y_{134} + A_{14} + A_{34} \leq 12$
- 287) $4 Y_{214} + 4 Y_{234} + A_{14} + A_{34} \leq 12$
- 288) $4 Y_{314} + 4 Y_{334} + A_{14} + A_{34} \leq 12$
- 289) $4 Y_{414} + 4 Y_{434} + A_{14} + A_{34} \leq 12$
- 290) $4 Y_{514} + 4 Y_{534} + A_{14} + A_{34} \leq 12$
- 291) $4 Y_{614} + 4 Y_{634} + A_{14} + A_{34} \leq 12$
- 292) $4 Y_{714} + 4 Y_{734} + A_{14} + A_{34} \leq 12$
- 293) $4 Y_{814} + 4 Y_{834} + A_{14} + A_{34} \leq 12$
- 294) $4 Y_{914} + 4 Y_{934} + A_{14} + A_{34} \leq 12$
- 295) $4 Y_{114} + 4 Y_{124} + A_{14} + A_{24} \leq 12$
- 296) $4 Y_{214} + 4 Y_{224} + A_{14} + A_{24} \leq 12$
- 297) $4 Y_{314} + 4 Y_{324} + A_{14} + A_{24} \leq 12$
- 298) $4 Y_{414} + 4 Y_{424} + A_{14} + A_{24} \leq 12$

299) $4 Y514 + 4 Y524 + A14 + A24 \leq 12$
 300) $4 Y614 + 4 Y624 + A14 + A24 \leq 12$
 301) $4 Y714 + 4 Y724 + A14 + A24 \leq 12$
 302) $4 Y814 + 4 Y824 + A14 + A24 \leq 12$
 303) $4 Y914 + 4 Y924 + A14 + A24 \leq 12$
 304) $4 Y124 + 4 Y134 + A24 + A34 \leq 12$
 305) $4 Y224 + 4 Y234 + A24 + A34 \leq 12$
 306) $4 Y324 + 4 Y334 + A24 + A34 \leq 12$
 307) $4 Y424 + 4 Y434 + A24 + A34 \leq 12$
 308) $4 Y524 + 4 Y534 + A24 + A34 \leq 12$
 309) $4 Y624 + 4 Y634 + A24 + A34 \leq 12$
 310) $4 Y724 + 4 Y734 + A24 + A34 \leq 12$
 311) $4 Y824 + 4 Y834 + A24 + A34 \leq 12$
 312) $4 Y924 + 4 Y934 + A24 + A34 \leq 12$
 313) $4 Y114 + 4 Y124 + 4 Y134 + A14 + A24 + A34 \leq 16$
 314) $4 Y214 + 4 Y224 + 4 Y234 + A14 + A24 + A34 \leq 16$
 315) $4 Y314 + 4 Y324 + 4 Y334 + A14 + A24 + A34 \leq 16$
 316) $4 Y414 + 4 Y424 + 4 Y434 + A14 + A24 + A34 \leq 16$
 317) $4 Y514 + 4 Y524 + 4 Y534 + A14 + A24 + A34 \leq 16$
 318) $4 Y614 + 4 Y624 + 4 Y634 + A14 + A24 + A34 \leq 16$
 319) $4 Y714 + 4 Y724 + 4 Y734 + A14 + A24 + A34 \leq 16$
 320) $4 Y814 + 4 Y824 + 4 Y834 + A14 + A24 + A34 \leq 16$
 321) $4 Y914 + 4 Y924 + 4 Y934 + A14 + A24 + A34 \leq 16$
 END

BEISPIEL F

MIN
 2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5
 SUBJECT TO

- 2) PA1 $\leq$ 8
- 3) PA2 $\leq$ 7
- 4) PA3 $\leq$ 8
- 5) PA4 $\leq$ 6
- 6) PA5 $\leq$ 6
- 7) PE111 + PE311 + PE511 = 10
- 8) PE331 + PE531 = 10
- 9) PE441 + PE541 = 6
- 10) PE112 + PE312 + PE512 = 5
- 11) PE222 + PE422 = 6
- 12) PE332 + PE532 = 4
- 13) PE113 + PE313 + PE513 = 6
- 14) PE333 + PE533 = 4
- 15) PE443 + PE543 = 3
- 16) PE114 + PE314 + PE514 = 6
- 17) PE334 + PE534 = 7
- 18) PE444 + PE544 = 6
- 19) PE225 + PE425 = 4
- 20) PE445 + PE545 = 2
- 21) -PA1 + PE111 $\leq$ 0
- 22) -PA1 + PE112 $\leq$ 0
- 23) -PA1 + PE113 $\leq$ 0
- 24) -PA1 + PE114 $\leq$ 0
- 25) -PA2 + PE222 $\leq$ 0
- 26) -PA2 + PE225 $\leq$ 0
- 27) -PA3 + PE311 + PE331 $\leq$ 0
- 28) -PA3 + PE312 + PE332 $\leq$ 0

OBJ. FUN.	VALUE
1)	74000.000000
VAR.	VALUE
PA1	8.000000
PA2	.000000
PA3	8.000000
PA4	6.000000
PA5	4.000000
PE111	8.000000
PE511	2.000000
PE112	5.000000
PE113	2.000000
PE313	4.000000
PE114	6.000000
PE422	6.000000
PE425	4.000000
PE331	8.000000
PE531	2.000000
PE532	4.000000
PE333	4.000000
PE334	3.000000
PE534	4.000000
PE441	6.000000
PE543	3.000000
PE444	6.000000
PE545	2.000000

- 29) - PA3 + PE313 + PE333 <= 0
 30) - PA3 + PE314 + PE334 <= 0
 31) - PA4 + PE441 <= 0
 32) - PA4 + PE422 <= 0
 33) - PA4 + PE443 <= 0
 34) - PA4 + PE444 <= 0
 35) - PA4 + PE425 + PE445 <= 0
 36) - PA5 + PE511 + PE531 + PE541 <= 0
 37) - PA5 + PE512 + PE532 <= 0
 38) - PA5 + PE513 + PE533 + PE543 <= 0
 39) - PA5 + PE514 + PE534 + PE544 <= 0
 40) - PA5 + PE545 <= 0
 END

BEISPIEL F'

MIN	OBJ. FUN. VALUE
2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5	1) 60000.000000
SUBJECT TO	VAR. VALUE
2) PA1 <= 8	PA1 5.000000
3) PA2 <= 7	PA2 .000000
4) PA3 <= 8	PA3 8.000000
5) PA4 <= 6	PA4 6.000000
6) PA5 <= 6	PA5 2.000000
7) - 5 A121 + PE111 + PE311 + PE511 = 0	PE111 5.000000
8) - 5 A143 + PE331 + PE531 = 0	PE112 4.000000
9) - 3 A114 + PE441 + PE541 = 0	PE312 4.000000
10) - 5 A221 + PE112 + PE312 + PE512 = 0	PE512 2.000000
11) - 3 A232 + PE222 + PE422 = 0	PE113 5.000000
12) - 2 A213 + PE332 + PE532 = 0	PE513 1.000000
13) - 3 A341 + PE113 + PE313 + PE513 = 0	PE114 5.000000
14) - 2 A313 + PE333 + PE533 = 0	PE514 1.000000
15) - 3 A324 + PE443 + PE543 = 0	PE422 6.000000
16) - 3 A441 + PE114 + PE314 + PE514 = 0	PE425 4.000000
17) - 7 A433 + PE334 + PE534 = 0	PE331 8.000000
18) - 3 A424 + PE444 + PE544 = 0	PE531 2.000000
19) - 4 A542 + PE225 + PE425 = 0	PE332 4.000000
20) - A534 + PE445 + PE545 = 0	PE333 4.000000
21) - PA1 + PE111 <= 0	PE334 7.000000
22) - PA1 + PE112 <= 0	PE441 6.000000
23) - PA1 + PE113 <= 0	PE443 3.000000
24) - PA1 + PE114 <= 0	PE444 6.000000
25) - PA2 + PE222 <= 0	PE545 2.000000
26) - PA2 + PE225 <= 0	A121 1.000000
27) - PA3 + PE311 + PE331 <= 0	A221 2.000000
28) - PA3 + PE312 + PE332 <= 0	A341 2.000000
29) - PA3 + PE313 + PE333 <= 0	A441 2.000000
30) - PA3 + PE314 + PE334 <= 0	A232 2.000000
31) - PA4 + PE441 <= 0	A542 1.000000
32) - PA4 + PE422 <= 0	A143 2.000000
33) - PA4 + PE443 <= 0	A213 2.000000
34) - PA4 + PE444 <= 0	A313 2.000000
35) - PA4 + PE425 + PE445 <= 0	A433 1.000000
36) - PA5 + PE511 + PE531 + PE541 <= 0	A114 2.000000
37) - PA5 + PE512 + PE532 <= 0	A324 1.000000
38) - PA5 + PE513 + PE533 + PE543 <= 0	A424 2.000000
39) - PA5 + PE514 + PE534 + PE544 <= 0	A534 2.000000

40) $-PA5 + PE545 \leq 0$
 41) $A121 + A221 = 3$
 42) $A341 + A441 = 4$
 43) $A232 = 2$
 44) $A542 = 1$
 45) $A143 = 2$
 46) $A213 + A313 = 4$
 47) $A433 = 1$
 48) $A114 = 2$
 49) $A324 + A424 = 3$
 50) $A534 = 2$
 51) $A121 \geq 1$
 52) $A221 \geq 1$
 53) $A341 \geq 1$
 54) $A441 \geq 1$
 55) $A213 \geq 1$
 56) $A313 \geq 1$
 57) $A324 \geq 1$
 58) $A424 \geq 1$
 59) $A121 \leq 2$
 60) $A221 \leq 2$
 61) $A341 \leq 2$
 62) $A441 \leq 2$
 63) $A232 \leq 2$
 64) $A542 \leq 2$
 65) $A143 \leq 2$
 66) $A213 \leq 2$
 67) $A313 \leq 2$
 68) $A433 \leq 2$
 69) $A114 \leq 2$
 70) $A324 \leq 2$
 71) $A424 \leq 2$
 72) $A534 \leq 2$
 END

BEISPIEL F"

MIN

2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5

SUBJECT TO

2) $PA1 \leq 8$
 3) $PA2 \leq 7$
 4) $PA3 \leq 8$
 5) $PA4 \leq 6$
 6) $PA5 \leq 6$
 7) $-5 A121 + PE111 + PE311 + PE511 = 0$
 8) $-5 A143 + PE331 + PE531 = 0$
 9) $-3 A114 + PE441 + PE541 = 0$
 10) $-5 A221 + PE112 + PE312 + PE512 = 0$
 11) $-3 A132 + PE221 + PE421 = 0$
 12) $-3 A232 + PE222 + PE422 = 0$
 13) $-3 A332 + PE223 + PE423 = 0$
 14) $-2 A213 + PE332 + PE532 = 0$
 15) $-3 A341 + PE113 + PE313 + PE513 = 0$
 16) $-2 A313 + PE333 + PE533 = 0$
 17) $-3 A324 + PE443 + PE543 = 0$
 18) $-3 A441 + PE114 + PE314 + PE514 = 0$

OBJ. FUN. VALUE

1) 60000.000000

VAR. VALUE

PA1 5.000000
 PA2 .000000
 PA3 8.000000
 PA4 6.000000
 PA5 2.000000
 PE111 5.000000
 PE112 5.000000
 PE312 3.000000
 PE512 2.000000
 PE313 4.000000
 PE513 2.000000
 PE114 5.000000
 PE314 1.000000
 PE422 6.000000
 PE425 4.000000
 PE331 8.000000
 PE531 2.000000

19)	- 7 A433 + PE334 + PE534 = 0	PE332	4.000000
20)	- 3 A424 + PE444 + PE544 = 0	PE333	4.000000
21)	- 4 A542 + PE225 + PE425 = 0	PE334	5.000000
22)	- A534 + PE445 + PE545 = 0	PE534	2.000000
23)	- PA1 + PE111 ≤ 0	PE441	6.000000
24)	- PA1 + PE112 ≤ 0	PE443	6.000000
25)	- PA1 + PE113 ≤ 0	PE444	3.000000
26)	- PA1 + PE114 ≤ 0	PE445	2.000000
27)	- PA2 + PE221 ≤ 0	A121	1.000000
28)	- PA2 + PE222 ≤ 0	A221	2.000000
29)	- PA2 + PE223 ≤ 0	A341	2.000000
30)	- PA2 + PE225 ≤ 0	A441	2.000000
31)	- PA3 + PE311 + PE331 ≤ 0	A232	2.000000
32)	- PA3 + PE312 + PE332 ≤ 0	A542	1.000000
33)	- PA3 + PE313 + PE333 ≤ 0	A143	2.000000
34)	- PA3 + PE314 + PE334 ≤ 0	A213	2.000000
35)	- PA4 + PE441 + PE421 ≤ 0	A313	2.000000
36)	- PA4 + PE422 ≤ 0	A433	1.000000
37)	- PA4 + PE443 + PE423 ≤ 0	A114	2.000000
38)	- PA4 + PE444 ≤ 0	A324	2.000000
39)	- PA4 + PE425 + PE445 ≤ 0	A424	1.000000
40)	- PA5 + PE511 + PE531 + PE541 ≤ 0	A534	2.000000
41)	- PA5 + PE512 + PE532 ≤ 0	Y232	1.000000
42)	- PA5 + PE513 + PE533 + PE543 ≤ 0		
43)	- PA5 + PE514 + PE534 + PE544 ≤ 0		
44)	- PA5 + PE545 ≤ 0		
45)	A121 + A221 = 3		
46)	A341 + A441 = 4		
47)	A232 + A132 + A332 = 2		
48)	A542 = 1		
49)	A143 = 2		
50)	A213 + A313 = 4		
51)	A433 = 1		
52)	A114 = 2		
53)	A324 + A424 = 3		
54)	A534 = 2		
55)	A121 ≥ 1		
56)	A221 ≥ 1		
57)	A341 ≥ 1		
58)	A441 ≥ 1		
59)	A213 ≥ 1		
60)	A313 ≥ 1		
61)	A324 ≥ 1		
62)	A424 ≥ 1		
63)	A121 ≤ 2		
64)	A221 ≤ 2		
65)	A341 ≤ 2		
66)	A441 ≤ 2		
67)	A232 ≤ 2		
68)	A542 ≤ 2		
69)	A143 ≤ 2		
70)	A213 ≤ 2		
71)	A313 ≤ 2		
72)	A433 ≤ 2		
73)	A114 ≤ 2		
74)	A324 ≤ 2		
75)	A424 ≤ 2		
76)	A534 ≤ 2		

```

77) A132 - 100 Y132 <= 0
78) A232 - 100 Y232 <= 0
79) A332 - 100 Y332 <= 0
80) - 100 Y132 + A132 >= - 99
81) - 100 Y232 + A232 >= - 99
82) - 100 Y332 + A332 >= - 99
83) 3 Y132 - 3 Y232 + Y332 <= 3
END

```

BEISPIEL G

MIN

D1 + D2 + D3 + D4

SUBJECT TO

- 2) H14 - H13 + D14 <= 0
- 3) H13 - D1 + D13 <= 0
- 4) H21 - H24 + D21 <= 0
- 5) H24 - D2 + D24 <= 0
- 6) H32 - H33 + D32 <= 0
- 7) H33 - H34 + D33 <= 0
- 8) H34 - D3 + D34 <= 0
- 9) H43 - H41 + D43 <= 0
- 10) H41 - H42 + D41 <= 0
- 11) H42 - D4 + D42 <= 0
- 12) 100 U241 + H21 - H41 + D21 <= 100
- 13) 100 U342 + H32 - H42 + D32 <= 100
- 14) 100 U133 + H13 - H33 + D13 <= 100
- 15) 100 U143 + H13 - H43 + D13 <= 100
- 16) 100 U343 + H33 - H43 + D33 <= 100
- 17) 100 U124 + H14 - H24 + D14 <= 100
- 18) 100 U134 + H14 - H34 + D14 <= 100
- 19) 100 U234 + H24 - H34 + D24 <= 100
- 20) - 100 U241 - H21 + H41 + D41 <= 0
- 21) - 100 U342 - H32 + H42 + D42 <= 0
- 22) - 100 U133 - H13 + H33 + D33 <= 0
- 23) - 100 U143 - H13 + H43 + D43 <= 0
- 24) - 100 U343 - H33 + H43 + D43 <= 0
- 25) - 100 U124 - H14 + H24 + D24 <= 0
- 26) - 100 U134 - H14 + H34 + D34 <= 0
- 27) - 100 U234 - H24 + H34 + D34 <= 0
- 28) - H21 + 100 X121 >= 0
- 29) - H21 + 100 X221 >= - 1
- 30) - H21 + 100 X321 >= - 2
- 31) - H21 + 100 X421 >= - 3
- 32) - H21 + 100 X521 >= - 4
- 33) - H21 + 100 X621 >= - 5
- 34) - H21 + 100 X721 >= - 6
- 35) - H21 + 100 X821 >= - 7
- 36) - H21 + 100 X921 >= - 8
- 37) - H21 + 100 X121 <= 99
- 38) - H21 + 100 X221 <= 98
- 39) - H21 + 100 X321 <= 97
- 40) - H21 + 100 X421 <= 96
- 41) - H21 + 100 X521 <= 95
- 42) - H21 + 100 X621 <= 94
- 43) - H21 + 100 X721 <= 93
- 44) - H21 + 100 X821 <= 92

OBJ. FUN. VALUE

1) 13.000000

VAR. VALUE

U241	1.000000
U342	1.000000
U133	1.000000
U143	.000000
U343	.000000
U124	1.000000
U134	1.000000
U234	1.000000
H14	.000000
H13	1.000000
H21	.000000
H24	2.000000
H32	1.000000
H33	2.000000
H34	3.000000
H43	.000000
H41	2.000000
H42	3.000000
D1	2.000000
D2	3.000000
D3	4.000000
D4	4.000000
D14	1.000000
D13	1.000000
D21	2.000000
D24	1.000000
D32	1.000000
D33	1.000000
D34	1.000000
D43	1.000000
D41	1.000000
D42	1.000000
A121	1.400000
A221	1.600000
A341	4.000000
A232	2.000000
A442	1.000000
A213	4.000000
A333	1.000000
A143	2.000000
A114	2.000000
A324	3.000000
A434	2.000000

45)	- H21 + 100 X921 $\leq$ 91	PA1	8.000000
46)	- H41 + 100 X141 $\geq$ 0	PA2	.000000
47)	- H41 + 100 X241 $\geq$ - 1	PA3	8.000000
48)	- H41 + 100 X341 $\geq$ - 2	PA4	6.000000
49)	- H41 + 100 X441 $\geq$ - 3	PA5	6.000000
50)	- H41 + 100 X541 $\geq$ - 4	PE111	7.000000
51)	- H41 + 100 X641 $\geq$ - 5	PE112	8.000000
52)	- H41 + 100 X741 $\geq$ - 6	PE113	8.000000
53)	- H41 + 100 X841 $\geq$ - 7	PE313	4.000000
54)	- H41 + 100 X941 $\geq$ - 8	PE422	6.000000
55)	- H41 + 100 X141 $\leq$ 99	PE424	4.000000
56)	- H41 + 100 X241 $\leq$ 98	PE331	8.000000
57)	- H41 + 100 X341 $\leq$ 97	PE531	2.000000
58)	- H41 + 100 X441 $\leq$ 96	PE332	8.000000
59)	- H41 + 100 X541 $\leq$ 95	PE333	4.000000
60)	- H41 + 100 X641 $\leq$ 94	PE533	3.000000
61)	- H41 + 100 X741 $\leq$ 93	PE441	2.000000
62)	- H41 + 100 X841 $\leq$ 92	PE541	4.000000
63)	- H41 + 100 X941 $\leq$ 91	PE443	6.000000
64)	- H32 + 100 X132 $\geq$ 0	PE543	3.000000
65)	- H32 + 100 X232 $\geq$ - 1	PE444	2.000000
66)	- H32 + 100 X332 $\geq$ - 2	X141	1.000000
67)	- H32 + 100 X432 $\geq$ - 3	X241	1.000000
68)	- H32 + 100 X532 $\geq$ - 4	X132	1.000000
69)	- H32 + 100 X632 $\geq$ - 5	X142	1.000000
70)	- H32 + 100 X732 $\geq$ - 6	X242	1.000000
71)	- H32 + 100 X832 $\geq$ - 7	X342	1.000000
72)	- H32 + 100 X932 $\geq$ - 8	X113	1.000000
73)	- H32 + 100 X132 $\leq$ 99	X133	1.000000
74)	- H32 + 100 X232 $\leq$ 98	X233	1.000000
75)	- H32 + 100 X332 $\leq$ 97	X124	1.000000
76)	- H32 + 100 X432 $\leq$ 96	X224	1.000000
77)	- H32 + 100 X532 $\leq$ 95	X134	1.000000
78)	- H32 + 100 X632 $\leq$ 94	X234	1.000000
79)	- H32 + 100 X732 $\leq$ 93	X334	1.000000
80)	- H32 + 100 X832 $\leq$ 92	Z121	1.000000
81)	- H32 + 100 X932 $\leq$ 91	Z221	1.000000
82)	- H42 + 100 X142 $\geq$ 0	Z141	1.000000
83)	- H42 + 100 X242 $\geq$ - 1	Z241	1.000000
84)	- H42 + 100 X342 $\geq$ - 2	Z341	1.000000
85)	- H42 + 100 X442 $\geq$ - 3	Z132	1.000000
86)	- H42 + 100 X542 $\geq$ - 4	Z232	1.000000
87)	- H42 + 100 X642 $\geq$ - 5	Z142	1.000000
88)	- H42 + 100 X742 $\geq$ - 6	Z242	1.000000
89)	- H42 + 100 X842 $\geq$ - 7	Z342	1.000000
90)	- H42 + 100 X942 $\geq$ - 8	Z442	1.000000
91)	- H42 + 100 X142 $\leq$ 99	Z113	1.000000
92)	- H42 + 100 X242 $\leq$ 98	Z213	1.000000
93)	- H42 + 100 X342 $\leq$ 97	Z133	1.000000
94)	- H42 + 100 X442 $\leq$ 96	Z233	1.000000
95)	- H42 + 100 X542 $\leq$ 95	Z333	1.000000
96)	- H42 + 100 X642 $\leq$ 94	Z143	1.000000
97)	- H42 + 100 X742 $\leq$ 93	Z114	1.000000
98)	- H42 + 100 X842 $\leq$ 92	Z124	1.000000
99)	- H42 + 100 X942 $\leq$ 91	Z224	1.000000
100)	- H13 + 100 X113 $\geq$ 0	Z324	1.000000
101)	- H13 + 100 X213 $\geq$ - 1	Z134	1.000000
102)	- H13 + 100 X313 $\geq$ - 2	Z234	1.000000

103)	- H13 + 100 X413 >= - 3	Z334	1.000000
104)	- H13 + 100 X513 >= - 4	Z434	1.000000
105)	- H13 + 100 X613 >= - 5		
106)	- H13 + 100 X713 >= - 6		
107)	- H13 + 100 X813 >= - 7		
108)	- H13 + 100 X913 >= - 8		
109)	- H13 + 100 X113 <= 99		
110)	- H13 + 100 X213 <= 98		
111)	- H13 + 100 X313 <= 97		
112)	- H13 + 100 X413 <= 96		
113)	- H13 + 100 X513 <= 95		
114)	- H13 + 100 X613 <= 94		
115)	- H13 + 100 X713 <= 93		
116)	- H13 + 100 X813 <= 92		
117)	- H13 + 100 X913 <= 91		
118)	- H33 + 100 X133 >= 0		
119)	- H33 + 100 X233 >= - 1		
120)	- H33 + 100 X333 >= - 2		
121)	- H33 + 100 X433 >= - 3		
122)	- H33 + 100 X533 >= - 4		
123)	- H33 + 100 X633 >= - 5		
124)	- H33 + 100 X733 >= - 6		
125)	- H33 + 100 X833 >= - 7		
126)	- H33 + 100 X933 >= - 8		
127)	- H33 + 100 X133 <= 99		
128)	- H33 + 100 X233 <= 98		
129)	- H33 + 100 X333 <= 97		
130)	- H33 + 100 X433 <= 96		
131)	- H33 + 100 X533 <= 95		
132)	- H33 + 100 X633 <= 94		
133)	- H33 + 100 X733 <= 93		
134)	- H33 + 100 X833 <= 92		
135)	- H33 + 100 X933 <= 91		
136)	- H43 + 100 X143 >= 0		
137)	- H43 + 100 X243 >= - 1		
138)	- H43 + 100 X343 >= - 2		
139)	- H43 + 100 X443 >= - 3		
140)	- H43 + 100 X543 >= - 4		
141)	- H43 + 100 X643 >= - 5		
142)	- H43 + 100 X743 >= - 6		
143)	- H43 + 100 X843 >= - 7		
144)	- H43 + 100 X943 >= - 8		
145)	- H43 + 100 X143 <= 99		
146)	- H43 + 100 X243 <= 98		
147)	- H43 + 100 X343 <= 97		
148)	- H43 + 100 X443 <= 96		
149)	- H43 + 100 X543 <= 95		
150)	- H43 + 100 X643 <= 94		
151)	- H43 + 100 X743 <= 93		
152)	- H43 + 100 X843 <= 92		
153)	- H43 + 100 X943 <= 91		
154)	- H14 + 100 X114 >= 0		
155)	- H14 + 100 X214 >= - 1		
156)	- H14 + 100 X314 >= - 2		
157)	- H14 + 100 X414 >= - 3		
158)	- H14 + 100 X514 >= - 4		
159)	- H14 + 100 X614 >= - 5		
160)	- H14 + 100 X714 >= - 6		

- 161) - H14 + 100 X814 $\geq$ - 7
- 162) - H14 + 100 X914 $\geq$ - 8
- 163) - H14 + 100 X114 $\leq$ 99
- 164) - H14 + 100 X214 $\leq$ 98
- 165) - H14 + 100 X314 $\leq$ 97
- 166) - H14 + 100 X414 $\leq$ 96
- 167) - H14 + 100 X514 $\leq$ 95
- 168) - H14 + 100 X614 $\leq$ 94
- 169) - H14 + 100 X714 $\leq$ 93
- 170) - H14 + 100 X814 $\leq$ 92
- 171) - H14 + 100 X914 $\leq$ 91
- 172) - H24 + 100 X124 $\geq$ 0
- 173) - H24 + 100 X224 $\geq$ - 1
- 174) - H24 + 100 X324 $\geq$ - 2
- 175) - H24 + 100 X424 $\geq$ - 3
- 176) - H24 + 100 X524 $\geq$ - 4
- 177) - H24 + 100 X624 $\geq$ - 5
- 178) - H24 + 100 X724 $\geq$ - 6
- 179) - H24 + 100 X824 $\geq$ - 7
- 180) - H24 + 100 X924 $\geq$ - 8
- 181) - H24 + 100 X124 $\leq$ 99
- 182) - H24 + 100 X224 $\leq$ 98
- 183) - H24 + 100 X324 $\leq$ 97
- 184) - H24 + 100 X424 $\leq$ 96
- 185) - H24 + 100 X524 $\leq$ 95
- 186) - H24 + 100 X624 $\leq$ 94
- 187) - H24 + 100 X724 $\leq$ 93
- 188) - H24 + 100 X824 $\leq$ 92
- 189) - H24 + 100 X924 $\leq$ 91
- 190) - H34 + 100 X134 $\geq$ 0
- 191) - H34 + 100 X234 $\geq$ - 1
- 192) - H34 + 100 X334 $\geq$ - 2
- 193) - H34 + 100 X434 $\geq$ - 3
- 194) - H34 + 100 X534 $\geq$ - 4
- 195) - H34 + 100 X634 $\geq$ - 5
- 196) - H34 + 100 X734 $\geq$ - 6
- 197) - H34 + 100 X834 $\geq$ - 7
- 198) - H34 + 100 X934 $\geq$ - 8
- 199) - H34 + 100 X134 $\leq$ 99
- 200) - H34 + 100 X234 $\leq$ 98
- 201) - H34 + 100 X334 $\leq$ 97
- 202) - H34 + 100 X434 $\leq$ 96
- 203) - H34 + 100 X534 $\leq$ 95
- 204) - H34 + 100 X634 $\leq$ 94
- 205) - H34 + 100 X734 $\leq$ 93
- 206) - H34 + 100 X834 $\leq$ 92
- 207) - H34 + 100 X934 $\leq$ 91
- 208) - H21 + 100 Z121 - D21 $\geq$ 0
- 209) - H21 + 100 Z221 - D21 $\geq$ - 1
- 210) - H21 + 100 Z321 - D21 $\geq$ - 2
- 211) - H21 + 100 Z421 - D21 $\geq$ - 3
- 212) - H21 + 100 Z521 - D21 $\geq$ - 4
- 213) - H21 + 100 Z621 - D21 $\geq$ - 5
- 214) - H21 + 100 Z721 - D21 $\geq$ - 6
- 215) - H21 + 100 Z821 - D21 $\geq$ - 7
- 216) - H21 + 100 Z921 - D21 $\geq$ - 8
- 217) - H21 + 100 Z121 - D21 $\leq$ 99
- 218) - H21 + 100 Z221 - D21 $\leq$ 98

219) - H21 + 100 Z321 - D21 <= 97
 220) - H21 + 100 Z421 - D21 <= 96
 221) - H21 + 100 Z521 - D21 <= 95
 222) - H21 + 100 Z621 - D21 <= 94
 223) - H21 + 100 Z721 - D21 <= 93
 224) - H21 + 100 Z821 - D21 <= 92
 225) - H21 + 100 Z921 - D21 <= 91
 226) - H41 + 100 Z141 - D41 >= 0
 227) - H41 + 100 Z241 - D41 >= - 1
 228) - H41 + 100 Z341 - D41 >= - 2
 229) - H41 + 100 Z441 - D41 >= - 3
 230) - H41 + 100 Z541 - D41 >= - 4
 231) - H41 + 100 Z641 - D41 >= - 5
 232) - H41 + 100 Z741 - D41 >= - 6
 233) - H41 + 100 Z841 - D41 >= - 7
 234) - H41 + 100 Z941 - D41 >= - 8
 235) - H41 + 100 Z141 - D41 <= 99
 236) - H41 + 100 Z241 - D41 <= 98
 237) - H41 + 100 Z341 - D41 <= 97
 238) - H41 + 100 Z441 - D41 <= 96
 239) - H41 + 100 Z541 - D41 <= 95
 240) - H41 + 100 Z641 - D41 <= 94
 241) - H41 + 100 Z741 - D41 <= 93
 242) - H41 + 100 Z841 - D41 <= 92
 243) - H41 + 100 Z941 - D41 <= 91
 244) - H32 + 100 Z132 - D32 >= 0
 245) - H32 + 100 Z232 - D32 >= - 1
 246) - H32 + 100 Z332 - D32 >= - 2
 247) - H32 + 100 Z432 - D32 >= - 3
 248) - H32 + 100 Z532 - D32 >= - 4
 249) - H32 + 100 Z632 - D32 >= - 5
 250) - H32 + 100 Z732 - D32 >= - 6
 251) - H32 + 100 Z832 - D32 >= - 7
 252) - H32 + 100 Z932 - D32 >= - 8
 253) - H32 + 100 Z132 - D32 <= 99
 254) - H32 + 100 Z232 - D32 <= 98
 255) - H32 + 100 Z332 - D32 <= 97
 256) - H32 + 100 Z432 - D32 <= 96
 257) - H32 + 100 Z532 - D32 <= 95
 258) - H32 + 100 Z632 - D32 <= 94
 259) - H32 + 100 Z732 - D32 <= 93
 260) - H32 + 100 Z832 - D32 <= 92
 261) - H32 + 100 Z932 - D32 <= 91
 262) - H42 + 100 Z142 - D42 >= 0
 263) - H42 + 100 Z242 - D42 >= - 1
 264) - H42 + 100 Z342 - D42 >= - 2
 265) - H42 + 100 Z442 - D42 >= - 3
 266) - H42 + 100 Z542 - D42 >= - 4
 267) - H42 + 100 Z642 - D42 >= - 5
 268) - H42 + 100 Z742 - D42 >= - 6
 269) - H42 + 100 Z842 - D42 >= - 7
 270) - H42 + 100 Z942 - D42 >= - 8
 271) - H42 + 100 Z142 - D42 <= 99
 272) - H42 + 100 Z242 - D42 <= 98
 273) - H42 + 100 Z342 - D42 <= 97
 274) - H42 + 100 Z442 - D42 <= 96
 275) - H42 + 100 Z542 - D42 <= 95
 276) - H42 + 100 Z642 - D42 <= 94

- 393) $A133 + A233 + A333 + A433 + A533 + A633 + A733 + A833 + A933 = 1$
 394) $A143 + A243 + A343 + A443 + A543 + A643 + A743 + A843 + A943 = 2$
 395) $A114 + A214 + A314 + A414 + A514 + A614 + A714 + A814 + A914 = 2$
 396) $A124 + A224 + A324 + A424 + A524 + A624 + A724 + A824 + A924 = 3$
 397) $A134 + A234 + A334 + A434 + A534 + A634 + A734 + A834 + A934 = 2$
 398) $100 X121 - 100 Z121 + A121 \geq -99$
 399) $100 X221 - 100 Z221 + A221 \geq -99$
 400) $100 X321 - 100 Z321 + A321 \geq -99$
 401) $100 X421 - 100 Z421 + A421 \geq -99$
 402) $100 X521 - 100 Z521 + A521 \geq -99$
 403) $100 X621 - 100 Z621 + A621 \geq -99$
 404) $100 X721 - 100 Z721 + A721 \geq -99$
 405) $100 X821 - 100 Z821 + A821 \geq -99$
 406) $100 X921 - 100 Z921 + A921 \geq -99$
 407) $100 X121 - 100 Z121 + A121 \leq 0$
 408) $100 X221 - 100 Z221 + A221 \leq 0$
 409) $100 X321 - 100 Z321 + A321 \leq 0$
 410) $100 X421 - 100 Z421 + A421 \leq 0$
 411) $100 X521 - 100 Z521 + A521 \leq 0$
 412) $100 X621 - 100 Z621 + A621 \leq 0$
 413) $100 X721 - 100 Z721 + A721 \leq 0$
 414) $100 X821 - 100 Z821 + A821 \leq 0$
 415) $100 X921 - 100 Z921 + A921 \leq 0$
 416) $100 X141 - 100 Z141 + A141 \geq -99$
 417) $100 X241 - 100 Z241 + A241 \geq -99$
 418) $100 X341 - 100 Z341 + A341 \geq -99$
 419) $100 X441 - 100 Z441 + A441 \geq -99$
 420) $100 X541 - 100 Z541 + A541 \geq -99$
 421) $100 X641 - 100 Z641 + A641 \geq -99$
 422) $100 X741 - 100 Z741 + A741 \geq -99$
 423) $100 X841 - 100 Z841 + A841 \geq -99$
 424) $100 X941 - 100 Z941 + A941 \geq -99$
 425) $100 X141 - 100 Z141 + A141 \leq 0$
 426) $100 X241 - 100 Z241 + A241 \leq 0$
 427) $100 X341 - 100 Z341 + A341 \leq 0$
 428) $100 X441 - 100 Z441 + A441 \leq 0$
 429) $100 X541 - 100 Z541 + A541 \leq 0$
 430) $100 X641 - 100 Z641 + A641 \leq 0$
 431) $100 X741 - 100 Z741 + A741 \leq 0$
 432) $100 X841 - 100 Z841 + A841 \leq 0$
 433) $100 X941 - 100 Z941 + A941 \leq 0$
 434) $100 X132 - 100 Z132 + A132 \geq -99$
 435) $100 X232 - 100 Z232 + A232 \geq -99$
 436) $100 X332 - 100 Z332 + A332 \geq -99$
 437) $100 X432 - 100 Z432 + A432 \geq -99$
 438) $100 X532 - 100 Z532 + A532 \geq -99$
 439) $100 X632 - 100 Z632 + A632 \geq -99$
 440) $100 X732 - 100 Z732 + A732 \geq -99$
 441) $100 X832 - 100 Z832 + A832 \geq -99$
 442) $100 X932 - 100 Z932 + A932 \geq -99$
 443) $100 X132 - 100 Z132 + A132 \leq 0$
 444) $100 X232 - 100 Z232 + A232 \leq 0$
 445) $100 X332 - 100 Z332 + A332 \leq 0$
 446) $100 X432 - 100 Z432 + A432 \leq 0$
 447) $100 X532 - 100 Z532 + A532 \leq 0$
 448) $100 X632 - 100 Z632 + A632 \leq 0$
 449) $100 X732 - 100 Z732 + A732 \leq 0$
 450) $100 X832 - 100 Z832 + A832 \leq 0$

451) $100\ X932 - 100\ Z932 + A932 \leq 0$
 452) $100\ X142 - 100\ Z142 + A142 \geq -99$
 453) $100\ X242 - 100\ Z242 + A242 \geq -99$
 454) $100\ X342 - 100\ Z342 + A342 \geq -99$
 455) $100\ X442 - 100\ Z442 + A442 \geq -99$
 456) $100\ X542 - 100\ Z542 + A542 \geq -99$
 457) $100\ X642 - 100\ Z642 + A642 \geq -99$
 458) $100\ X742 - 100\ Z742 + A742 \geq -99$
 459) $100\ X842 - 100\ Z842 + A842 \geq -99$
 460) $100\ X942 - 100\ Z942 + A942 \geq -99$
 461) $100\ X142 - 100\ Z142 + A142 \leq 0$
 462) $100\ X242 - 100\ Z242 + A242 \leq 0$
 463) $100\ X342 - 100\ Z342 + A342 \leq 0$
 464) $100\ X442 - 100\ Z442 + A442 \leq 0$
 465) $100\ X542 - 100\ Z542 + A542 \leq 0$
 466) $100\ X642 - 100\ Z642 + A642 \leq 0$
 467) $100\ X742 - 100\ Z742 + A742 \leq 0$
 468) $100\ X842 - 100\ Z842 + A842 \leq 0$
 469) $100\ X942 - 100\ Z942 + A942 \leq 0$
 470) $100\ X113 - 100\ Z113 + A113 \geq -99$
 471) $100\ X213 - 100\ Z213 + A213 \geq -99$
 472) $100\ X313 - 100\ Z313 + A313 \geq -99$
 473) $100\ X413 - 100\ Z413 + A413 \geq -99$
 474) $100\ X513 - 100\ Z513 + A513 \geq -99$
 475) $100\ X613 - 100\ Z613 + A613 \geq -99$
 476) $100\ X713 - 100\ Z713 + A713 \geq -99$
 477) $100\ X813 - 100\ Z813 + A813 \geq -99$
 478) $100\ X913 - 100\ Z913 + A913 \geq -99$
 479) $100\ X113 - 100\ Z113 + A113 \leq 0$
 480) $100\ X213 - 100\ Z213 + A213 \leq 0$
 481) $100\ X313 - 100\ Z313 + A313 \leq 0$
 482) $100\ X413 - 100\ Z413 + A413 \leq 0$
 483) $100\ X513 - 100\ Z513 + A513 \leq 0$
 484) $100\ X613 - 100\ Z613 + A613 \leq 0$
 485) $100\ X713 - 100\ Z713 + A713 \leq 0$
 486) $100\ X813 - 100\ Z813 + A813 \leq 0$
 487) $100\ X913 - 100\ Z913 + A913 \leq 0$
 488) $100\ X133 - 100\ Z133 + A133 \geq -99$
 489) $100\ X233 - 100\ Z233 + A233 \geq -99$
 490) $100\ X333 - 100\ Z333 + A333 \geq -99$
 491) $100\ X433 - 100\ Z433 + A433 \geq -99$
 492) $100\ X533 - 100\ Z533 + A533 \geq -99$
 493) $100\ X633 - 100\ Z633 + A633 \geq -99$
 494) $100\ X733 - 100\ Z733 + A733 \geq -99$
 495) $100\ X833 - 100\ Z833 + A833 \geq -99$
 496) $100\ X933 - 100\ Z933 + A933 \geq -99$
 497) $100\ X133 - 100\ Z133 + A133 \leq 0$
 498) $100\ X233 - 100\ Z233 + A233 \leq 0$
 499) $100\ X333 - 100\ Z333 + A333 \leq 0$
 500) $100\ X433 - 100\ Z433 + A433 \leq 0$
 501) $100\ X533 - 100\ Z533 + A533 \leq 0$
 502) $100\ X633 - 100\ Z633 + A633 \leq 0$
 503) $100\ X733 - 100\ Z733 + A733 \leq 0$
 504) $100\ X833 - 100\ Z833 + A833 \leq 0$
 505) $100\ X933 - 100\ Z933 + A933 \leq 0$
 506) $100\ X143 - 100\ Z143 + A143 \geq -99$
 507) $100\ X243 - 100\ Z243 + A243 \geq -99$
 508) $100\ X343 - 100\ Z343 + A343 \geq -99$

- 393) $A133 + A233 + A333 + A433 + A533 + A633 + A733 + A833 + A933 = 1$
 394) $A143 + A243 + A343 + A443 + A543 + A643 + A743 + A843 + A943 = 2$
 395) $A114 + A214 + A314 + A414 + A514 + A614 + A714 + A814 + A914 = 2$
 396) $A124 + A224 + A324 + A424 + A524 + A624 + A724 + A824 + A924 = 3$
 397) $A134 + A234 + A334 + A434 + A534 + A634 + A734 + A834 + A934 = 2$
 398) $100 X121 - 100 Z121 + A121 \geq -99$
 399) $100 X221 - 100 Z221 + A221 \geq -99$
 400) $100 X321 - 100 Z321 + A321 \geq -99$
 401) $100 X421 - 100 Z421 + A421 \geq -99$
 402) $100 X521 - 100 Z521 + A521 \geq -99$
 403) $100 X621 - 100 Z621 + A621 \geq -99$
 404) $100 X721 - 100 Z721 + A721 \geq -99$
 405) $100 X821 - 100 Z821 + A821 \geq -99$
 406) $100 X921 - 100 Z921 + A921 \geq -99$
 407) $100 X121 - 100 Z121 + A121 \leq 0$
 408) $100 X221 - 100 Z221 + A221 \leq 0$
 409) $100 X321 - 100 Z321 + A321 \leq 0$
 410) $100 X421 - 100 Z421 + A421 \leq 0$
 411) $100 X521 - 100 Z521 + A521 \leq 0$
 412) $100 X621 - 100 Z621 + A621 \leq 0$
 413) $100 X721 - 100 Z721 + A721 \leq 0$
 414) $100 X821 - 100 Z821 + A821 \leq 0$
 415) $100 X921 - 100 Z921 + A921 \leq 0$
 416) $100 X141 - 100 Z141 + A141 \geq -99$
 417) $100 X241 - 100 Z241 + A241 \geq -99$
 418) $100 X341 - 100 Z341 + A341 \geq -99$
 419) $100 X441 - 100 Z441 + A441 \geq -99$
 420) $100 X541 - 100 Z541 + A541 \geq -99$
 421) $100 X641 - 100 Z641 + A641 \geq -99$
 422) $100 X741 - 100 Z741 + A741 \geq -99$
 423) $100 X841 - 100 Z841 + A841 \geq -99$
 424) $100 X941 - 100 Z941 + A941 \geq -99$
 425) $100 X141 - 100 Z141 + A141 \leq 0$
 426) $100 X241 - 100 Z241 + A241 \leq 0$
 427) $100 X341 - 100 Z341 + A341 \leq 0$
 428) $100 X441 - 100 Z441 + A441 \leq 0$
 429) $100 X541 - 100 Z541 + A541 \leq 0$
 430) $100 X641 - 100 Z641 + A641 \leq 0$
 431) $100 X741 - 100 Z741 + A741 \leq 0$
 432) $100 X841 - 100 Z841 + A841 \leq 0$
 433) $100 X941 - 100 Z941 + A941 \leq 0$
 434) $100 X132 - 100 Z132 + A132 \geq -99$
 435) $100 X232 - 100 Z232 + A232 \geq -99$
 436) $100 X332 - 100 Z332 + A332 \geq -99$
 437) $100 X432 - 100 Z432 + A432 \geq -99$
 438) $100 X532 - 100 Z532 + A532 \geq -99$
 439) $100 X632 - 100 Z632 + A632 \geq -99$
 440) $100 X732 - 100 Z732 + A732 \geq -99$
 441) $100 X832 - 100 Z832 + A832 \geq -99$
 442) $100 X932 - 100 Z932 + A932 \geq -99$
 443) $100 X132 - 100 Z132 + A132 \leq 0$
 444) $100 X232 - 100 Z232 + A232 \leq 0$
 445) $100 X332 - 100 Z332 + A332 \leq 0$
 446) $100 X432 - 100 Z432 + A432 \leq 0$
 447) $100 X532 - 100 Z532 + A532 \leq 0$
 448) $100 X632 - 100 Z632 + A632 \leq 0$
 449) $100 X732 - 100 Z732 + A732 \leq 0$
 450) $100 X832 - 100 Z832 + A832 \leq 0$

451) $100\ X932 - 100\ Z932 + A932 \leq 0$
 452) $100\ X142 - 100\ Z142 + A142 \geq -99$
 453) $100\ X242 - 100\ Z242 + A242 \geq -99$
 454) $100\ X342 - 100\ Z342 + A342 \geq -99$
 455) $100\ X442 - 100\ Z442 + A442 \geq -99$
 456) $100\ X542 - 100\ Z542 + A542 \geq -99$
 457) $100\ X642 - 100\ Z642 + A642 \geq -99$
 458) $100\ X742 - 100\ Z742 + A742 \geq -99$
 459) $100\ X842 - 100\ Z842 + A842 \geq -99$
 460) $100\ X942 - 100\ Z942 + A942 \geq -99$
 461) $100\ X142 - 100\ Z142 + A142 \leq 0$
 462) $100\ X242 - 100\ Z242 + A242 \leq 0$
 463) $100\ X342 - 100\ Z342 + A342 \leq 0$
 464) $100\ X442 - 100\ Z442 + A442 \leq 0$
 465) $100\ X542 - 100\ Z542 + A542 \leq 0$
 466) $100\ X642 - 100\ Z642 + A642 \leq 0$
 467) $100\ X742 - 100\ Z742 + A742 \leq 0$
 468) $100\ X842 - 100\ Z842 + A842 \leq 0$
 469) $100\ X942 - 100\ Z942 + A942 \leq 0$
 470) $100\ X113 - 100\ Z113 + A113 \geq -99$
 471) $100\ X213 - 100\ Z213 + A213 \geq -99$
 472) $100\ X313 - 100\ Z313 + A313 \geq -99$
 473) $100\ X413 - 100\ Z413 + A413 \geq -99$
 474) $100\ X513 - 100\ Z513 + A513 \geq -99$
 475) $100\ X613 - 100\ Z613 + A613 \geq -99$
 476) $100\ X713 - 100\ Z713 + A713 \geq -99$
 477) $100\ X813 - 100\ Z813 + A813 \geq -99$
 478) $100\ X913 - 100\ Z913 + A913 \geq -99$
 479) $100\ X113 - 100\ Z113 + A113 \leq 0$
 480) $100\ X213 - 100\ Z213 + A213 \leq 0$
 481) $100\ X313 - 100\ Z313 + A313 \leq 0$
 482) $100\ X413 - 100\ Z413 + A413 \leq 0$
 483) $100\ X513 - 100\ Z513 + A513 \leq 0$
 484) $100\ X613 - 100\ Z613 + A613 \leq 0$
 485) $100\ X713 - 100\ Z713 + A713 \leq 0$
 486) $100\ X813 - 100\ Z813 + A813 \leq 0$
 487) $100\ X913 - 100\ Z913 + A913 \leq 0$
 488) $100\ X133 - 100\ Z133 + A133 \geq -99$
 489) $100\ X233 - 100\ Z233 + A233 \geq -99$
 490) $100\ X333 - 100\ Z333 + A333 \geq -99$
 491) $100\ X433 - 100\ Z433 + A433 \geq -99$
 492) $100\ X533 - 100\ Z533 + A533 \geq -99$
 493) $100\ X633 - 100\ Z633 + A633 \geq -99$
 494) $100\ X733 - 100\ Z733 + A733 \geq -99$
 495) $100\ X833 - 100\ Z833 + A833 \geq -99$
 496) $100\ X933 - 100\ Z933 + A933 \geq -99$
 497) $100\ X133 - 100\ Z133 + A133 \leq 0$
 498) $100\ X233 - 100\ Z233 + A233 \leq 0$
 499) $100\ X333 - 100\ Z333 + A333 \leq 0$
 500) $100\ X433 - 100\ Z433 + A433 \leq 0$
 501) $100\ X533 - 100\ Z533 + A533 \leq 0$
 502) $100\ X633 - 100\ Z633 + A633 \leq 0$
 503) $100\ X733 - 100\ Z733 + A733 \leq 0$
 504) $100\ X833 - 100\ Z833 + A833 \leq 0$
 505) $100\ X933 - 100\ Z933 + A933 \leq 0$
 506) $100\ X143 - 100\ Z143 + A143 \geq -99$
 507) $100\ X243 - 100\ Z243 + A243 \geq -99$
 508) $100\ X343 - 100\ Z343 + A343 \geq -99$

509) $100 X443 - 100 Z443 + A443 \geq -99$
 510) $100 X543 - 100 Z543 + A543 \geq -99$
 511) $100 X643 - 100 Z643 + A643 \geq -99$
 512) $100 X743 - 100 Z743 + A743 \geq -99$
 513) $100 X843 - 100 Z843 + A843 \geq -99$
 514) $100 X943 - 100 Z943 + A943 \geq -99$
 515) $100 X143 - 100 Z143 + A143 \leq 0$
 516) $100 X243 - 100 Z243 + A243 \leq 0$
 517) $100 X343 - 100 Z343 + A343 \leq 0$
 518) $100 X443 - 100 Z443 + A443 \leq 0$
 519) $100 X543 - 100 Z543 + A543 \leq 0$
 520) $100 X643 - 100 Z643 + A643 \leq 0$
 521) $100 X743 - 100 Z743 + A743 \leq 0$
 522) $100 X843 - 100 Z843 + A843 \leq 0$
 523) $100 X943 - 100 Z943 + A943 \leq 0$
 524) $100 X114 - 100 Z114 + A114 \geq -99$
 525) $100 X214 - 100 Z214 + A214 \geq -99$
 526) $100 X314 - 100 Z314 + A314 \geq -99$
 527) $100 X414 - 100 Z414 + A414 \geq -99$
 528) $100 X514 - 100 Z514 + A514 \geq -99$
 529) $100 X614 - 100 Z614 + A614 \geq -99$
 530) $100 X714 - 100 Z714 + A714 \geq -99$
 531) $100 X814 - 100 Z814 + A814 \geq -99$
 532) $100 X914 - 100 Z914 + A914 \geq -99$
 533) $100 X114 - 100 Z114 + A114 \leq 0$
 534) $100 X214 - 100 Z214 + A214 \leq 0$
 535) $100 X314 - 100 Z314 + A314 \leq 0$
 536) $100 X414 - 100 Z414 + A414 \leq 0$
 537) $100 X514 - 100 Z514 + A514 \leq 0$
 538) $100 X614 - 100 Z614 + A614 \leq 0$
 539) $100 X714 - 100 Z714 + A714 \leq 0$
 540) $100 X814 - 100 Z814 + A814 \leq 0$
 541) $100 X914 - 100 Z914 + A914 \leq 0$
 542) $100 X124 - 100 Z124 + A124 \geq -99$
 543) $100 X224 - 100 Z224 + A224 \geq -99$
 544) $100 X324 - 100 Z324 + A324 \geq -99$
 545) $100 X424 - 100 Z424 + A424 \geq -99$
 546) $100 X524 - 100 Z524 + A524 \geq -99$
 547) $100 X624 - 100 Z624 + A624 \geq -99$
 548) $100 X724 - 100 Z724 + A724 \geq -99$
 549) $100 X824 - 100 Z824 + A824 \geq -99$
 550) $100 X924 - 100 Z924 + A924 \geq -99$
 551) $100 X124 - 100 Z124 + A124 \leq 0$
 552) $100 X224 - 100 Z224 + A224 \leq 0$
 553) $100 X324 - 100 Z324 + A324 \leq 0$
 554) $100 X424 - 100 Z424 + A424 \leq 0$
 555) $100 X524 - 100 Z524 + A524 \leq 0$
 556) $100 X624 - 100 Z624 + A624 \leq 0$
 557) $100 X724 - 100 Z724 + A724 \leq 0$
 558) $100 X824 - 100 Z824 + A824 \leq 0$
 559) $100 X924 - 100 Z924 + A924 \leq 0$
 560) $100 X134 - 100 Z134 + A134 \geq -99$
 561) $100 X234 - 100 Z234 + A234 \geq -99$
 562) $100 X334 - 100 Z334 + A334 \geq -99$
 563) $100 X434 - 100 Z434 + A434 \geq -99$
 564) $100 X534 - 100 Z534 + A534 \geq -99$
 565) $100 X634 - 100 Z634 + A634 \geq -99$
 566) $100 X734 - 100 Z734 + A734 \geq -99$

- 567) $100 X834 - 100 Z834 + A834 \geq -99$
 568) $100 X934 - 100 Z934 + A934 \geq -99$
 569) $100 X134 - 100 Z134 + A134 \leq 0$
 570) $100 X234 - 100 Z234 + A234 \leq 0$
 571) $100 X334 - 100 Z334 + A334 \leq 0$
 572) $100 X434 - 100 Z434 + A434 \leq 0$
 573) $100 X534 - 100 Z534 + A534 \leq 0$
 574) $100 X634 - 100 Z634 + A634 \leq 0$
 575) $100 X734 - 100 Z734 + A734 \leq 0$
 576) $100 X834 - 100 Z834 + A834 \leq 0$
 577) $100 X934 - 100 Z934 + A934 \leq 0$
 578) $-X121 - X221 - X321 - X421 - X521 - X621 - X721 - X821 - X921 + Z121 + Z221 + Z321 + Z421 + Z521 + Z621 + Z721 + Z821 + Z921 - D21 = 0$
 579) $-X141 - X241 - X341 - X441 - X541 - X641 - X741 - X841 - X941 + Z141 + Z241 + Z341 + Z441 + Z541 + Z641 + Z741 + Z841 + Z941 - D41 = 0$
 580) $-X132 - X232 - X332 - X432 - X532 - X632 - X732 - X832 - X932 + Z132 + Z232 + Z332 + Z432 + Z532 + Z632 + Z732 + Z832 + Z932 - D32 = 0$
 581) $-X142 - X242 - X342 - X442 - X542 - X642 - X742 - X842 - X942 + Z142 + Z242 + Z342 + Z442 + Z542 + Z642 + Z742 + Z842 + Z942 - D42 = 0$
 582) $-X113 - X213 - X313 - X413 - X513 - X613 - X713 - X813 - X913 + Z113 + Z213 + Z313 + Z413 + Z513 + Z613 + Z713 + Z813 + Z913 - D13 = 0$
 583) $-X133 - X233 - X333 - X433 - X533 - X633 - X733 - X833 - X933 + Z133 + Z233 + Z333 + Z433 + Z533 + Z633 + Z733 + Z833 + Z933 - D33 = 0$
 584) $-X143 - X243 - X343 - X443 - X543 - X643 - X743 - X843 - X943 + Z143 + Z243 + Z343 + Z443 + Z543 + Z643 + Z743 + Z843 + Z943 - D43 = 0$
 585) $-X114 - X214 - X314 - X414 - X514 - X614 - X714 - X814 - X914 + Z114 + Z214 + Z314 + Z414 + Z514 + Z614 + Z714 + Z814 + Z914 - D14 = 0$
 586) $-X124 - X224 - X324 - X424 - X524 - X624 - X724 - X824 - X924 + Z124 + Z224 + Z324 + Z424 + Z524 + Z624 + Z724 + Z824 + Z924 - D24 = 0$
 587) $-X134 - X234 - X334 - X434 - X534 - X634 - X734 - X834 - X934 + Z134 + Z234 + Z334 + Z434 + Z534 + Z634 + Z734 + Z834 + Z934 - D34 = 0$
 588) $5 A121 + 3 A141 - PE111 - PE311 - PE511 = 0$
 589) $5 A221 + 3 A241 - PE112 - PE312 - PE512 = 0$
 590) $5 A321 + 3 A341 - PE113 - PE313 - PE513 = 0$
 591) $5 A421 + 3 A441 - PE114 - PE314 - PE514 = 0$
 592) $5 A521 + 3 A541 - PE115 - PE315 - PE515 = 0$
 593) $5 A621 + 3 A641 - PE116 - PE316 - PE516 = 0$
 594) $5 A721 + 3 A741 - PE117 - PE317 - PE517 = 0$
 595) $5 A821 + 3 A841 - PE118 - PE318 - PE518 = 0$
 596) $5 A921 + 3 A941 - PE119 - PE319 - PE519 = 0$
 597) $3 A132 + 4 A142 - PE221 - PE421 = 0$
 598) $3 A232 + 4 A242 - PE222 - PE422 = 0$
 599) $3 A332 + 4 A342 - PE223 - PE423 = 0$
 600) $3 A432 + 4 A442 - PE224 - PE424 = 0$
 601) $3 A532 + 4 A542 - PE225 - PE425 = 0$
 602) $3 A632 + 4 A642 - PE226 - PE426 = 0$
 603) $3 A732 + 4 A742 - PE227 - PE427 = 0$
 604) $3 A832 + 4 A842 - PE228 - PE428 = 0$
 605) $3 A932 + 4 A942 - PE229 - PE429 = 0$
 606) $2 A113 + 7 A133 + 5 A143 - PE331 - PE531 = 0$
 607) $2 A213 + 7 A233 + 5 A243 - PE332 - PE532 = 0$
 608) $2 A313 + 7 A333 + 5 A343 - PE333 - PE533 = 0$
 609) $2 A413 + 7 A433 + 5 A443 - PE334 - PE534 = 0$
 610) $2 A513 + 7 A533 + 5 A543 - PE335 - PE535 = 0$
 611) $2 A613 + 7 A633 + 5 A643 - PE336 - PE536 = 0$
 612) $2 A713 + 7 A733 + 5 A743 - PE337 - PE537 = 0$
 613) $2 A813 + 7 A833 + 5 A843 - PE338 - PE538 = 0$
 614) $2 A913 + 7 A933 + 5 A943 - PE339 - PE539 = 0$

- 615) $3 A114 + 3 A124 + A134 - PE441 - PE541 = 0$
- 616) $3 A214 + 3 A224 + A234 - PE442 - PE542 = 0$
- 617) $3 A314 + 3 A324 + A334 - PE443 - PE543 = 0$
- 618) $3 A414 + 3 A424 + A434 - PE444 - PE544 = 0$
- 619) $3 A514 + 3 A524 + A534 - PE445 - PE545 = 0$
- 620) $3 A614 + 3 A624 + A634 - PE446 - PE546 = 0$
- 621) $3 A714 + 3 A724 + A734 - PE447 - PE547 = 0$
- 622) $3 A814 + 3 A824 + A834 - PE448 - PE548 = 0$
- 623) $3 A914 + 3 A924 + A934 - PE449 - PE549 = 0$
- 624) $PE111 - PA1 \leq 0$
- 625) $PE112 - PA1 \leq 0$
- 626) $PE113 - PA1 \leq 0$
- 627) $PE114 - PA1 \leq 0$
- 628) $PE115 - PA1 \leq 0$
- 629) $PE116 - PA1 \leq 0$
- 630) $PE117 - PA1 \leq 0$
- 631) $PE118 - PA1 \leq 0$
- 632) $PE119 - PA1 \leq 0$
- 633) $PE221 - PA2 \leq 0$
- 634) $PE222 - PA2 \leq 0$
- 635) $PE223 - PA2 \leq 0$
- 636) $PE224 - PA2 \leq 0$
- 637) $PE225 - PA2 \leq 0$
- 638) $PE226 - PA2 \leq 0$
- 639) $PE227 - PA2 \leq 0$
- 640) $PE228 - PA2 \leq 0$
- 641) $PE229 - PA2 \leq 0$
- 642) $PE311 + PE331 - PA3 \leq 0$
- 643) $PE312 + PE332 - PA3 \leq 0$
- 644) $PE313 + PE333 - PA3 \leq 0$
- 645) $PE314 + PE334 - PA3 \leq 0$
- 646) $PE315 + PE335 - PA3 \leq 0$
- 647) $PE316 + PE336 - PA3 \leq 0$
- 648) $PE317 + PE337 - PA3 \leq 0$
- 649) $PE318 + PE338 - PA3 \leq 0$
- 650) $PE319 + PE339 - PA3 \leq 0$
- 651) $PE421 + PE441 - PA4 \leq 0$
- 652) $PE422 + PE442 - PA4 \leq 0$
- 653) $PE423 + PE443 - PA4 \leq 0$
- 654) $PE424 + PE444 - PA4 \leq 0$
- 655) $PE425 + PE445 - PA4 \leq 0$
- 656) $PE426 + PE446 - PA4 \leq 0$
- 657) $PE427 + PE447 - PA4 \leq 0$
- 658) $PE428 + PE448 - PA4 \leq 0$
- 659) $PE429 + PE449 - PA4 \leq 0$
- 660) $PE511 + PE531 + PE541 - PA5 \leq 0$
- 661) $PE512 + PE532 + PE542 - PA5 \leq 0$
- 662) $PE513 + PE533 + PE543 - PA5 \leq 0$
- 663) $PE514 + PE534 + PE544 - PA5 \leq 0$
- 664) $PE515 + PE535 + PE545 - PA5 \leq 0$
- 665) $PE516 + PE536 + PE546 - PA5 \leq 0$
- 666) $PE517 + PE537 + PE547 - PA5 \leq 0$
- 667) $PE518 + PE538 + PE548 - PA5 \leq 0$
- 668) $PE519 + PE539 + PE549 - PA5 \leq 0$
- 669) $PA1 \leq 8$
- 670) $PA2 \leq 7$

671) PA3 <= 8
 672) PA4 <= 6
 673) PA5 <= 6
 END

BEISPIEL H

MIN	OBJ. FUN. VALUE
D1 + D2 + D3	1) 14.800000
SUBJECT TO	VAR. VALUE
2) H13 - H12 + D13 <= 0	U131 1.000000
3) H12 - D1 + D12 <= 0	U132 .000000
4) H21 - H23 + D21 <= 0	U123 1.000000
5) H23 - D2 + D23 <= 0	U133 1.000000
6) H32 - H31 + D32 <= 0	U233 1.000000
7) H31 - H33 + D31 <= 0	H13 .000000
8) H33 - D3 + D33 <= 0	H12 2.000000
9) H21 - H31 + 100 U131 + D21 <= 100	H21 .000000
10) - H21 + H31 - 100 U131 + D31 <= 0	H23 2.000000
11) H12 - H32 + 100 U132 + D12 <= 100	H31 2.000000
12) - H12 + H32 - 100 U132 + D32 <= 0	H32 .000000
13) H13 - H23 + 100 U123 + D13 <= 100	H33 5.000000
14) - H13 + H23 - 100 U123 + D23 <= 0	D1 3.200000
15) H13 - H33 + 100 U133 + D13 <= 100	D2 4.500000
16) - H13 + H33 - 100 U133 + D33 <= 0	D3 7.100000
17) H23 - H33 + 100 U233 + D23 <= 100	D13 2.000000
18) - H23 + H33 - 100 U233 + D33 <= 0	D12 1.200000
19) V12 + V15 + V16 = 1	D21 2.000000
20) V14 + V17 = 1	D23 2.500000
21) V21 + V23 = 1	D32 2.000000
22) V24 + V27 = 1	D31 3.000000
23) V31 + V33 = 1	D33 2.100000
24) V32 + V35 + V36 = 1	V12 .200000
25) V34 + V37 = 1	V15 .200000
26) 0.05 Z12 - V12 <= 0	V16 .600000
27) Z12 - V12 >= 0	V14 1.000000
28) 0.05 Z15 - V15 <= 0	V21 .500000
29) Z15 - V15 >= 0	V23 .500000
30) 0.05 Z16 - V16 <= 0	V24 .500000
31) Z16 - V16 >= 0	V27 .500000
32) 0.05 Z14 - V14 <= 0	V33 1.000000
33) Z14 - V14 >= 0	V32 .500000
34) 0.05 Z17 - V17 <= 0	V36 .500000
35) Z17 - V17 >= 0	V34 .300000
36) 0.05 Z21 - V21 <= 0	V37 .700000
37) Z21 - V21 >= 0	Z12 1.000000
38) 0.05 Z23 - V23 <= 0	Z15 1.000000
39) Z23 - V23 >= 0	Z16 1.000000
40) 0.05 Z24 - V24 <= 0	Z14 1.000000
41) Z24 - V24 >= 0	Z21 1.000000
42) 0.05 Z27 - V27 <= 0	Z23 1.000000
43) Z27 - V27 >= 0	Z24 1.000000
44) 0.05 Z31 - V31 <= 0	Z27 1.000000
45) Z31 - V31 >= 0	Z33 1.000000
46) 0.05 Z33 - V33 <= 0	Z32 1.000000
47) Z33 - V33 >= 0	Z36 1.000000
48) 0.05 Z32 - V32 <= 0	Z34 1.000000

49)	$Z32 - V32 \geq 0$	Z37	1.000000
50)	$0.05 Z35 - V35 \leq 0$		
51)	$Z35 - V35 \geq 0$		
52)	$0.05 Z36 - V36 \leq 0$		
53)	$Z36 - V36 \geq 0$		
54)	$0.05 Z34 - V34 \leq 0$		
55)	$Z34 - V34 \geq 0$		
56)	$0.05 Z37 - V37 \leq 0$		
57)	$Z37 - V37 \geq 0$		
58)	$100 Z15 + 60 V12 - 60 V15 \leq 100$		
59)	$- 100 Z12 + 60 V12 - 60 V15 \geq - 100$		
60)	$100 Z16 + 60 V12 - 20 V16 \leq 100$		
61)	$- 100 Z12 + 60 V12 - 20 V16 \geq - 100$		
62)	$100 Z16 + 60 V15 - 20 V16 \leq 100$		
63)	$- 100 Z12 + 60 V15 - 20 V16 \geq - 100$		
64)	$100 Z17 + 20 V14 - 80 V17 \leq 100$		
65)	$- 100 Z14 + 20 V14 - 80 V17 \geq - 100$		
66)	$100 Z23 + 40 V21 - 40 V23 \leq 100$		
67)	$- 100 Z21 + 40 V21 - 40 V23 \geq - 100$		
68)	$100 Z27 + 50 V24 - 50 V27 \leq 100$		
69)	$- 100 Z24 + 50 V24 - 50 V27 \geq - 100$		
70)	$100 Z33 + 70 V31 - 30 V33 \leq 100$		
71)	$- 100 Z31 + 70 V31 - 30 V33 \geq - 100$		
72)	$100 Z35 + 40 V32 - 30 V35 \leq 100$		
73)	$- 100 Z32 + 40 V32 - 30 V35 \geq - 100$		
74)	$100 Z36 + 40 V32 - 40 V36 \leq 100$		
75)	$- 100 Z32 + 40 V32 - 40 V36 \geq - 100$		
76)	$100 Z36 + 30 V35 - 40 V36 \leq 100$		
77)	$- 100 Z35 + 30 V35 - 40 V36 \geq - 100$		
78)	$100 Z37 + 70 V34 - 30 V37 \leq 100$		
79)	$- 100 Z34 + 70 V34 - 30 V37 \geq - 100$		
80)	$D12 - 6 V12 \geq 0$		
81)	$100 Z12 + D12 - 6 V12 \leq 100$		
82)	$D12 - 6 V15 \geq 0$		
83)	$100 Z15 + D12 - 6 V15 \leq 100$		
84)	$D12 - 2 V16 \geq 0$		
85)	$100 Z16 + D12 - 2 V16 \leq 100$		
86)	$D13 - 2 V14 \geq 0$		
87)	$100 Z14 + D13 - 2 V14 \leq 100$		
88)	$D13 - 8 V17 \geq 0$		
89)	$100 Z17 + D13 - 8 V17 \leq 100$		
90)	$D21 - 4 V21 \geq 0$		
91)	$100 Z21 + D21 - 4 V21 \leq 100$		
92)	$D21 - 4 V23 \geq 0$		
93)	$100 Z23 + D21 - 4 V23 \leq 100$		
94)	$D23 - 5 V24 \geq 0$		
95)	$100 Z24 + D23 - 5 V24 \leq 100$		
96)	$D23 - 5 V27 \geq 0$		
97)	$100 Z27 + D23 - 5 V27 \leq 100$		
98)	$D31 - 7 V31 \geq 0$		
99)	$100 Z31 + D31 - 7 V31 \leq 100$		
100)	$D31 - 3 V33 \geq 0$		
101)	$100 Z33 + D31 - 3 V33 \leq 100$		
102)	$D32 - 4 V32 \geq 0$		
103)	$100 Z32 + D32 - 4 V32 \leq 100$		
104)	$D32 - 3 V35 \geq 0$		
105)	$100 Z35 + D32 - 3 V35 \leq 100$		
106)	$D32 - 4 V36 \geq 0$		

107) $100 Z36 + D32 - 4 V36 \leq 100$
 108) $D33 - 7 V34 \geq 0$
 109) $100 Z34 + D33 - 7 V34 \leq 100$
 110) $D33 - 3 V37 \geq 0$
 111) $100 Z37 + D33 - 3 V37 \leq 100$
 END

BEISPIEL J

MIN	OBJ. FUN. VALUE
D1 + D2 + D3	1) 22.000000
SUBJECT TO	VAR. VALUE
2) H13 - H12 + D13 $\leq$ 0	U124 1.000000
3) H12 - D1 + D12 $\leq$ 0	W21 1.000000
4) H21 - H23 + D21 $\leq$ 0	W33 1.000000
5) H23 - D2 + D23 $\leq$ 0	W16 1.000000
6) H32 - H31 + D32 $\leq$ 0	W35 1.000000
7) H31 - H33 + D31 $\leq$ 0	W14 1.000000
8) H33 - D3 + D33 $\leq$ 0	W24 1.000000
9) W21 + W23 = 1	W37 1.000000
10) W31 + W33 = 1	D1 4.000000
11) W12 + W15 + W16 = 1	D2 9.000000
12) W32 + W35 + W36 = 1	D3 9.000000
13) W14 + W17 = 1	D13 2.000000
14) W24 + W27 = 1	D12 2.000000
15) W34 + W37 = 1	D21 4.000000
16) - 100 W21 + G21 $\leq$ 0	D23 5.000000
17) - 100 W21 - H21 + G21 $\geq$ - 100	D32 3.000000
18) 100 W21 - H21 + G21 $\leq$ 100	D31 3.000000
19) - 100 W23 + G23 $\leq$ 0	D33 3.000000
20) - 100 W23 - H21 + G23 $\geq$ - 100	H13 .000000
21) 100 W23 - H21 + G23 $\leq$ 100	H12 2.000000
22) - 100 W31 + G31 $\leq$ 0	H21 .000000
23) - 100 W31 - H31 + G31 $\geq$ - 100	H23 4.000000
24) 100 W31 - H31 + G31 $\leq$ 100	H32 .000000
25) - 100 W33 + G33 $\leq$ 0	H31 3.000000
26) - 100 W33 - H31 + G33 $\geq$ - 100	H33 6.000000
27) 100 W33 - H31 + G33 $\leq$ 100	G21 .000000
28) - 100 W12 + G12 $\leq$ 0	G33 3.000000
29) - 100 W12 - H12 + G12 $\geq$ - 100	G16 2.000000
30) 100 W12 - H12 + G12 $\leq$ 100	G35 .000000
31) - 100 W15 + G15 $\leq$ 0	G14 .000000
32) - 100 W15 - H12 + G15 $\geq$ - 100	G24 4.000000
33) 100 W15 - H12 + G15 $\leq$ 100	G37 6.000000
34) - 100 W16 + G16 $\leq$ 0	
35) - 100 W16 - H12 + G16 $\geq$ - 100	
36) 100 W16 - H12 + G16 $\leq$ 100	
37) - 100 W32 + G32 $\leq$ 0	
38) - 100 W32 - H32 + G32 $\geq$ - 100	
39) 100 W32 - H32 + G32 $\leq$ 100	
40) - 100 W35 + G35 $\leq$ 0	
41) - 100 W35 - H32 + G35 $\geq$ - 100	
42) 100 W35 - H32 + G35 $\leq$ 100	
43) - 100 W36 + G36 $\leq$ 0	
44) - 100 W36 - H32 + G36 $\geq$ - 100	
45) 100 W36 - H32 + G36 $\leq$ 100	
46) - 100 W14 + G14 $\leq$ 0	

47) - 100 W14 - H13 + G14 >= - 100
 48) 100 W14 - H13 + G14 <= 100
 49) - 100 W17 + G17 <= 0
 50) - 100 W17 - H13 + G17 >= - 100
 51) 100 W17 - H13 + G17 <= 100
 52) - 100 W24 + G24 <= 0
 53) - 100 W24 - H23 + G24 >= - 100
 54) 100 W24 - H23 + G24 <= 100
 55) - 100 W27 + G27 <= 0
 56) - 100 W27 - H23 + G27 >= - 100
 57) 100 W27 - H23 + G27 <= 100
 58) - 100 W34 + G34 <= 0
 59) - 100 W34 - H33 + G34 >= - 100
 60) 100 W34 - H33 + G34 <= 100
 61) - 100 W37 + G37 <= 0
 62) - 100 W37 - H33 + G37 >= - 100
 63) 100 W37 - H33 + G37 <= 100
 64) - 4 W21 - 4 W23 + D21 = 0
 65) - 7 W31 - 3 W33 + D31 = 0
 66) - 6 W12 - 6 W15 - 2 W16 + D12 = 0
 67) - 4 W32 - 3 W35 - 4 W36 + D32 = 0
 68) - 2 W14 - 8 W17 + D13 = 0
 69) - 5 W24 - 5 W27 + D23 = 0
 70) - 7 W34 - 3 W37 + D33 = 0
 71) 4 W21 + 100 W31 + 100 U231 + G21 - G31 <= 200
 72) 100 W21 + 7 W31 - 100 U231 - G21 + G31 <= 100
 73) 6 W12 + 100 W32 + 100 U132 + G12 - G32 <= 200
 74) 100 W12 + 4 W32 - 100 U132 - G12 + G32 <= 100
 75) 4 W23 + 100 W33 + 100 U233 + G23 - G33 <= 200
 76) 100 W23 + 3 W33 - 100 U233 - G23 + G33 <= 100
 77) 2 W14 + 100 W24 + 100 U124 + G14 - G24 <= 200
 78) 100 W14 + 5 W24 - 100 U124 - G14 + G24 <= 100
 79) 2 W14 + 100 W34 + 100 U134 + G14 - G34 <= 200
 80) 100 W14 + 7 W34 - 100 U134 - G14 + G34 <= 100
 81) 5 W24 + 100 W34 + 100 U234 + G24 - G34 <= 200
 82) 100 W24 + 7 W34 - 100 U234 - G24 + G34 <= 100
 83) 6 W15 + 100 W35 + 100 U135 + G15 - G35 <= 200
 84) 100 W15 + 3 W35 - 100 U135 - G15 + G35 <= 100
 85) 2 W16 + 100 W36 + 100 U136 + G16 - G36 <= 200
 86) 100 W16 + 4 W36 - 100 U136 - G16 + G36 <= 100
 87) 8 W17 + 100 W27 + 100 U127 + G17 - G27 <= 200
 88) 100 W17 + 5 W27 - 100 U127 - G17 + G27 <= 100
 89) 8 W17 + 100 W37 + 100 U137 + G17 - G37 <= 200
 90) 100 W17 + 3 W37 - 100 U137 - G17 + G37 <= 100
 91) 5 W27 + 100 W37 + 100 U237 + G27 - G37 <= 200
 92) 100 W27 + 3 W37 - 100 U237 - G27 + G37 <= 100
 END

BEISPIEL H'

MIN

D1 + D2 + D3

SUBJECT TO

- 2) H13 - H12 + D13 <= 0
 3) H12 - D1 + D12 <= 0
 4) H21 - H23 + D21 <= 0
 5) H23 - D2 + D23 <= 0

OBJ. FUN. VALUE

1) 14.800000

VAR. VALUE

U233 1.000000

U124 1.000000

U134 1.000000

U234 1.000000

6)	$H32 - H31 + D32 \leq 0$	U135	.000000
7)	$H31 - H33 + D31 \leq 0$	U136	.000000
8)	$H33 - D3 + D33 \leq 0$	U237	1.000000
9)	$V12 + V15 + V16 = 1$	Z12	1.000000
10)	$V14 + V17 = 1$	Z15	1.000000
11)	$V21 + V23 = 1$	Z16	1.000000
12)	$V24 + V27 = 1$	Z14	1.000000
13)	$V31 + V33 = 1$	Z21	1.000000
14)	$V32 + V35 + V36 = 1$	Z23	1.000000
15)	$V34 + V37 = 1$	Z24	1.000000
16)	$0.05 Z12 - V12 \leq 0$	Z27	1.000000
17)	$Z12 - V12 \geq 0$	Z33	1.000000
18)	$0.05 Z15 - V15 \leq 0$	Z35	1.000000
19)	$Z15 - V15 \geq 0$	Z36	1.000000
20)	$0.05 Z16 - V16 \leq 0$	Z34	1.000000
21)	$Z16 - V16 \geq 0$	Z37	1.000000
22)	$0.05 Z14 - V14 \leq 0$	D1	3.200000
23)	$Z14 - V14 \geq 0$	D2	4.500000
24)	$0.05 Z17 - V17 \leq 0$	D3	7.100000
25)	$Z17 - V17 \geq 0$	D12	1.200000
26)	$0.05 Z21 - V21 \leq 0$	D13	2.000000
27)	$Z21 - V21 \geq 0$	D21	2.000000
28)	$0.05 Z23 - V23 \leq 0$	D23	2.500000
29)	$Z23 - V23 \geq 0$	D32	2.000000
30)	$0.05 Z24 - V24 \leq 0$	D31	3.000000
31)	$Z24 - V24 \geq 0$	D33	2.100000
32)	$0.05 Z27 - V27 \leq 0$	H13	.000000
33)	$Z27 - V27 \geq 0$	H12	2.000000
34)	$0.05 Z31 - V31 \leq 0$	H21	.000000
35)	$Z31 - V31 \geq 0$	H23	2.000000
36)	$0.05 Z33 - V33 \leq 0$	H31	2.000000
37)	$Z33 - V33 \geq 0$	H32	.000000
38)	$0.05 Z32 - V32 \leq 0$	H33	5.000000
39)	$Z32 - V32 \geq 0$	G21	.000000
40)	$0.05 Z35 - V35 \leq 0$	G23	.000000
41)	$Z35 - V35 \geq 0$	G33	2.000000
42)	$0.05 Z36 - V36 \leq 0$	G12	2.000000
43)	$Z36 - V36 \geq 0$	G15	2.000000
44)	$0.05 Z34 - V34 \leq 0$	G16	2.000000
45)	$Z34 - V34 \geq 0$	G35	.000000
46)	$0.05 Z37 - V37 \leq 0$	G36	.000000
47)	$Z37 - V37 \geq 0$	G14	.000000
48)	$-H21 - 100 Z21 + G21 \geq -100$	G24	2.000000
49)	$-100 Z21 + G21 \leq 0$	G27	2.000000
50)	$-H21 - 100 Z23 + G23 \geq -100$	G34	5.000000
51)	$-100 Z23 + G23 \leq 0$	G37	5.000000
52)	$-H31 - 100 Z31 + G31 \geq -100$	V12	.200000
53)	$-100 Z31 + G31 \leq 0$	V15	.200000
54)	$-H31 - 100 Z33 + G33 \geq -100$	V16	.600000
55)	$-100 Z33 + G33 \leq 0$	V14	1.000000
56)	$-H12 - 100 Z12 + G12 \geq -100$	V21	.500000
57)	$-100 Z12 + G12 \leq 0$	V23	.500000
58)	$-H12 - 100 Z15 + G15 \geq -100$	V24	.500000
59)	$-100 Z15 + G15 \leq 0$	V27	.500000
60)	$-H12 - 100 Z16 + G16 \geq -100$	V33	1.000000
61)	$-100 Z16 + G16 \leq 0$	V35	.500000
62)	$-H32 - 100 Z32 + G32 \geq -100$	V36	.500000
63)	$-100 Z32 + G32 \leq 0$	V34	.300000

64) - H32 - 100 Z35 + G35 >= - 100
 65) - 100 Z35 + G35 <= 0
 66) - H32 - 100 Z36 + G36 >= - 100
 67) - 100 Z36 + G36 <= 0
 68) - H13 - 100 Z14 + G14 >= - 100
 69) - 100 Z14 + G14 <= 0
 70) - H13 - 100 Z17 + G17 >= - 100
 71) - 100 Z17 + G17 <= 0
 72) - H23 - 100 Z24 + G24 >= - 100
 73) - 100 Z24 + G24 <= 0
 74) - H23 - 100 Z27 + G27 >= - 100
 75) - 100 Z27 + G27 <= 0
 76) - H33 - 100 Z34 + G34 >= - 100
 77) - 100 Z34 + G34 <= 0
 78) - H33 - 100 Z37 + G37 >= - 100
 79) - 100 Z37 + G37 <= 0
 80) - H21 - D21 + 4 V21 + G21 <= 0
 81) - H21 - D21 + 4 V23 + G23 <= 0
 82) - H31 - D31 + 7 V31 + G31 <= 0
 83) - H31 - D31 + 3 V33 + G33 <= 0
 84) - H12 - D12 + 6 V12 + G12 <= 0
 85) - H12 - D12 + 6 V15 + G15 <= 0
 86) - H12 - D12 + 2 V16 + G16 <= 0
 87) - H32 - D32 + 4 V32 + G32 <= 0
 88) - H32 - D32 + 3 V35 + G35 <= 0
 89) - H32 - D32 + 4 V36 + G36 <= 0
 90) - H13 - D13 + 2 V14 + G14 <= 0
 91) - H13 - D13 + 8 V17 + G17 <= 0
 92) - H23 - D23 + 5 V24 + G24 <= 0
 93) - H23 - D23 + 5 V27 + G27 <= 0
 94) - H33 - D33 + 7 V34 + G34 <= 0
 95) - H33 - D33 + 3 V37 + G37 <= 0
 96) 100 Z31 + 100 U231 + 4 V21 + G21 - G31 <= 200
 97) 100 Z21 - 100 U231 + 7 V31 - G21 + G31 <= 100
 98) 100 Z32 + 100 U132 + 6 V12 + G12 - G32 <= 200
 99) 100 Z12 - 100 U132 + 4 V32 - G12 + G32 <= 100
 100) 100 Z33 + 100 U233 + 4 V23 + G23 - G33 <= 200
 101) 100 Z23 - 100 U233 + 3 V33 - G23 + G33 <= 100
 102) 100 Z24 + 100 U124 + 2 V14 + G14 - G24 <= 200
 103) 100 Z14 - 100 U124 + 5 V24 - G14 + G24 <= 100
 104) 100 Z34 + 100 U134 + 2 V14 + G14 - G34 <= 200
 105) 100 Z14 - 100 U134 + 7 V34 - G14 + G34 <= 100
 106) 100 Z34 + 100 U234 + 5 V24 + G24 - G34 <= 200
 107) 100 Z24 - 100 U234 + 7 V34 - G24 + G34 <= 100
 108) 100 Z35 + 100 U135 + 6 V15 + G15 - G35 <= 200
 109) 100 Z15 - 100 U135 + 3 V35 - G15 + G35 <= 100
 110) 100 Z36 + 100 U136 + 2 V16 + G16 - G36 <= 200
 111) 100 Z16 - 100 U136 + 4 V36 - G16 + G36 <= 100
 112) 100 Z27 + 100 U127 + 8 V17 + G17 - G27 <= 200
 113) 100 Z17 - 100 U127 + 5 V27 - G17 + G27 <= 100
 114) 100 Z37 + 100 U137 + 8 V17 + G17 - G37 <= 200
 115) 100 Z17 - 100 U137 + 3 V37 - G17 + G37 <= 100
 116) 100 Z37 + 100 U237 + 5 V27 + G27 - G37 <= 200
 117) 100 Z27 - 100 U237 + 3 V37 - G27 + G37 <= 100
 END

V37 .700000

BEISPIEL H"

MIN

D1 + D2 + D3

SUBJECT TO

- 2) H13 - H12 + D13 $\leq$ 0
- 3) H12 - D1 + D12 $\leq$ 0
- 4) H21 - H23 + D21 $\leq$ 0
- 5) H23 - D2 + D23 $\leq$ 0
- 6) H32 - H31 + D32 $\leq$ 0
- 7) H31 - H33 + D31 $\leq$ 0
- 8) H33 - D3 + D33 $\leq$ 0
- 9) V12 + V15 + V16 = 1
- 10) V14 + V17 = 1
- 11) V21 + V23 = 1
- 12) V24 + V27 = 1
- 13) V31 + V33 = 1
- 14) V32 + V35 + V36 = 1
- 15) V34 + V37 = 1
- 16) 0.05 Z12 - V12 $\leq$ 0
- 17) Z12 - V12 $\geq$ 0
- 18) 0.05 Z15 - V15 $\leq$ 0
- 19) Z15 - V15 $\geq$ 0
- 20) 0.05 Z16 - V16 $\leq$ 0
- 21) Z16 - V16 $\geq$ 0
- 22) 0.05 Z14 - V14 $\leq$ 0
- 23) Z14 - V14 $\geq$ 0
- 24) 0.05 Z17 - V17 $\leq$ 0
- 25) Z17 - V17 $\geq$ 0
- 26) 0.05 Z21 - V21 $\leq$ 0
- 27) Z21 - V21 $\geq$ 0
- 28) 0.05 Z23 - V23 $\leq$ 0
- 29) Z23 - V23 $\geq$ 0
- 30) 0.05 Z24 - V24 $\leq$ 0
- 31) Z24 - V24 $\geq$ 0
- 32) 0.05 Z27 - V27 $\leq$ 0
- 33) Z27 - V27 $\geq$ 0
- 34) 0.05 Z31 - V31 $\leq$ 0
- 35) Z31 - V31 $\geq$ 0
- 36) 0.05 Z33 - V33 $\leq$ 0
- 37) Z33 - V33 $\geq$ 0
- 38) 0.05 Z32 - V32 $\leq$ 0
- 39) Z32 - V32 $\geq$ 0
- 40) 0.05 Z35 - V35 $\leq$ 0
- 41) Z35 - V35 $\geq$ 0
- 42) 0.05 Z36 - V36 $\leq$ 0
- 43) Z36 - V36 $\geq$ 0
- 44) 0.05 Z34 - V34 $\leq$ 0
- 45) Z34 - V34 $\geq$ 0
- 46) 0.05 Z37 - V37 $\leq$ 0
- 47) Z37 - V37 $\geq$ 0
- 48) - H21 - 100 Z21 + G21 $\geq$ - 100
- 49) - 100 Z21 + G21 $\leq$ 0
- 50) - H21 - 100 Z23 + G23 $\geq$ - 100
- 51) - 100 Z23 + G23 $\leq$ 0
- 52) - H31 - 100 Z31 + G31 $\geq$ - 100
- 53) - 100 Z31 + G31 $\leq$ 0
- 54) - H31 - 100 Z33 + G33 $\geq$ - 100

OBJ. FUN. VALUE

1) 15.350000

VAR. VALUE

U233	1.000000
U124	1.000000
U134	1.000000
U234	1.000000
U136	.000000
U127	1.000000
U137	1.000000
U237	1.000000
Z12	1.000000
Z16	1.000000
Z14	1.000000
Z17	1.000000
Z21	1.000000
Z23	1.000000
Z24	1.000000
Z27	1.000000
Z33	1.000000
Z35	1.000000
Z36	1.000000
Z34	1.000000
Z37	1.000000
D1	3.750000
D2	4.500000
D3	7.100000
D12	1.750000
D13	2.000000
D21	2.000000
D23	2.500000
D32	2.000000
D31	3.000000
D33	2.100000
H13	.000000
H12	2.000000
H21	.000000
H23	2.000000
H31	2.000000
H32	.000000
H33	5.000000
G21	.000000
G23	.000000
G33	2.000000
G12	3.000000
G16	2.000000
G35	.000000
G36	.000000
G14	.000000
G17	1.600000
G24	2.000000
G27	2.000000
G34	5.000000
G37	5.000000
V12	.125000
V16	.875000

55)	- 100 Z33 + G33 <= 0	V14	.950000
56)	- H12 - 100 Z12 + G12 >= - 100	V17	.050000
57)	- 100 Z12 + G12 <= 0	V21	.500000
58)	- H12 - 100 Z15 + G15 >= - 100	V23	.500000
59)	- 100 Z15 + G15 <= 0	V24	.500000
60)	- H12 - 100 Z16 + G16 >= - 100	V27	.500000
61)	- 100 Z16 + G16 <= 0	V33	1.000000
62)	- H32 - 100 Z32 + G32 >= - 100	V35	.666669
63)	- 100 Z32 + G32 <= 0	V36	.333334
64)	- H32 - 100 Z35 + G35 >= - 100	V34	.300000
65)	- 100 Z35 + G35 <= 0	V37	.700000
66)	- H32 - 100 Z36 + G36 >= - 100		
67)	- 100 Z36 + G36 <= 0		
68)	- H13 - 100 Z14 + G14 >= - 100		
69)	- 100 Z14 + G14 <= 0		
70)	- H13 - 100 Z17 + G17 >= - 100		
71)	- 100 Z17 + G17 <= 0		
72)	- H23 - 100 Z24 + G24 >= - 100		
73)	- 100 Z24 + G24 <= 0		
74)	- H23 - 100 Z27 + G27 >= - 100		
75)	- 100 Z27 + G27 <= 0		
76)	- H33 - 100 Z34 + G34 >= - 100		
77)	- 100 Z34 + G34 <= 0		
78)	- H33 - 100 Z37 + G37 >= - 100		
79)	- 100 Z37 + G37 <= 0		
80)	- H21 - D21 + 4 V21 + G21 <= 0		
81)	- H21 - D21 + 4 V23 + G23 <= 0		
82)	- H31 - D31 + 7 V31 + G31 <= 0		
83)	- H31 - D31 + 3 V33 + G33 <= 0		
84)	- H12 - D12 + 6 V12 + G12 <= 0		
85)	- H12 - D12 + 6 V15 + G15 <= 0		
86)	- H12 - D12 + 2 V16 + G16 <= 0		
87)	- H32 - D32 + 4 V32 + G32 <= 0		
88)	- H32 - D32 + 3 V35 + G35 <= 0		
89)	- H32 - D32 + 4 V36 + G36 <= 0		
90)	- H13 - D13 + 2 V14 + G14 <= 0		
91)	- H13 - D13 + 8 V17 + G17 <= 0		
92)	- H23 - D23 + 5 V24 + G24 <= 0		
93)	- H23 - D23 + 5 V27 + G27 <= 0		
94)	- H33 - D33 + 7 V34 + G34 <= 0		
95)	- H33 - D33 + 3 V37 + G37 <= 0		
96)	100 Z31 + 100 U231 + 4 V21 + G21 - G31 <= 200		
97)	100 Z21 - 100 U231 + 7 V31 - G21 + G31 <= 100		
98)	100 Z32 + 100 U132 + 6 V12 + G12 - G32 <= 200		
99)	100 Z12 - 100 U132 + 4 V32 - G12 + G32 <= 100		
100)	100 Z33 + 100 U233 + 4 V23 + G23 - G33 <= 200		
101)	100 Z23 - 100 U233 + 3 V33 - G23 + G33 <= 100		
102)	100 Z24 + 100 U124 + 2 V14 + G14 - G24 <= 200		
103)	100 Z14 - 100 U124 + 5 V24 - G14 + G24 <= 100		
104)	100 Z34 + 100 U134 + 2 V14 + G14 - G34 <= 200		
105)	100 Z14 - 100 U134 + 7 V34 - G14 + G34 <= 100		
106)	100 Z34 + 100 U234 + 5 V24 + G24 - G34 <= 200		
107)	100 Z24 - 100 U234 + 7 V34 - G24 + G34 <= 100		
108)	100 Z35 + 100 U135 + 6 V15 + G15 - G35 <= 200		
109)	100 Z15 - 100 U135 + 3 V35 - G15 + G35 <= 100		
110)	100 Z36 + 100 U136 + 2 V16 + G16 - G36 <= 200		
111)	100 Z16 - 100 U136 + 4 V36 - G16 + G36 <= 100		
112)	100 Z27 + 100 U127 + 8 V17 + G17 - G27 <= 200		

113) 100 Z17 - 100 U127 + 5 V27 - G17 + G27 <= 100
 114) 100 Z37 + 100 U137 + 8 V17 + G17 - G37 <= 200
 115) 100 Z17 - 100 U137 + 3 V37 - G17 + G37 <= 100
 116) 100 Z37 + 100 U237 + 5 V27 + G27 - G37 <= 200
 117) 100 Z27 - 100 U237 + 3 V37 - G27 + G37 <= 100
 118) G32 >= 3
 119) G12 >= 3
 120) - 100 U35 + 3 V35 + G35 <= 2
 121) - 100 U35 + G35 >= - 996
 122) - 100 U15 + 6 V15 + G15 <= 2
 123) - 100 U15 + G15 >= - 996
 END

BEISPIEL K

MIN
 2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5
 SUBJECT TO

2) PE111 + PE311 + PE511 = 6
 3) PE112 + PE312 + PE512 = 6
 4) PE113 + PE313 + PE513 = 7
 5) PE114 + PE314 + PE514 = 7
 6) PE115 + PE315 + PE515 = 7
 7) PE421 + PE321 + PE521 = 8
 8) PE422 + PE322 + PE522 = 8
 9) PE423 + PE323 + PE523 = 15
 10) PE424 + PE324 + PE524 = 15
 11) PE231 + PE431 + PE531 = 4
 12) PE232 + PE432 + PE532 = 4
 13) PE233 + PE433 + PE533 = 4
 14) PE234 + PE434 + PE534 = 4
 15) PE235 + PE435 + PE535 = 4
 16) PE236 + PE436 + PE536 = 6
 17) PE237 + PE437 + PE537 = 6
 18) PE238 + PE438 + PE538 = 6
 19) - PA1 + PE111 <= 0
 20) - PA1 + PE112 <= 0
 21) - PA1 + PE113 <= 0
 22) - PA1 + PE114 <= 0
 23) - PA1 + PE115 <= 0
 24) - PA2 + PE231 <= 0
 25) - PA2 + PE232 <= 0
 26) - PA2 + PE233 <= 0
 27) - PA2 + PE234 <= 0
 28) - PA2 + PE235 <= 0
 29) - PA2 + PE236 <= 0
 30) - PA2 + PE237 <= 0
 31) - PA2 + PE238 <= 0
 32) - PA3 + PE311 + PE321 <= 0
 33) - PA3 + PE312 + PE322 <= 0
 34) - PA3 + PE313 + PE323 <= 0
 35) - PA3 + PE314 + PE324 <= 0
 36) - PA3 + PE315 <= 0
 37) - PA4 + PE421 + PE431 <= 0
 38) - PA4 + PE422 + PE432 <= 0
 39) - PA4 + PE423 + PE433 <= 0
 40) - PA4 + PE424 + PE434 <= 0

OBJ. FUN. VALUE	
1)	68000.000000
VAR.	VALUE
PA1	7.000000
PA2	4.000000
PA3	8.000000
PA4	6.000000
PA5	1.000000
PE311	5.000000
PE511	1.000000
PE112	6.000000
PE113	7.000000
PE114	7.000000
PE315	6.000000
PE515	1.000000
PE421	5.000000
PE321	3.000000
PE422	6.000000
PE322	2.000000
PE423	6.000000
PE323	8.000000
PE523	1.000000
PE424	6.000000
PE324	8.000000
PE524	1.000000
PE231	3.000000
PE431	1.000000
PE232	3.000000
PE532	1.000000
PE233	4.000000
PE234	4.000000
PE435	4.000000
PE436	5.000000
PE536	1.000000
PE437	5.000000
PE537	1.000000
PE438	5.000000
PE538	1.000000

41) - PA4 + PE435 <= 0
 42) - PA4 + PE436 <= 0
 43) - PA4 + PE437 <= 0
 44) - PA4 + PE438 <= 0
 45) - PA5 + PE511 + PE521 + PE531 <= 0
 46) - PA5 + PE512 + PE522 + PE532 <= 0
 47) - PA5 + PE513 + PE523 + PE533 <= 0
 48) - PA5 + PE514 + PE524 + PE534 <= 0
 49) - PA5 + PE515 + PE535 <= 0
 50) - PA5 + PE536 <= 0
 51) - PA5 + PE537 <= 0
 52) - PA5 + PE538 <= 0
 53) PA1 <= 8
 54) PA2 <= 7
 55) PA3 <= 8
 56) PA4 <= 6
 57) PA5 <= 6
 END

BEISPIEL L

MIN
 2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5
 SUBJECT TO

2) PE111 + PE311 = 3
 3) PE112 + PE312 = 3
 4) PE131 + PE331 + PE531 = 3
 5) PE132 + PE332 + PE532 = 3
 6) PE133 + PE333 + PE533 = 7
 7) PE134 + PE334 + PE534 = 7
 8) PE135 + PE335 + PE535 = 7
 9) PE321 + PE421 + PE521 = 4
 10) PE322 + PE422 + PE522 = 4
 11) PE323 + PE423 + PE523 = 5
 12) PE324 + PE424 + PE524 = 5
 13) PE353 + PE553 = 5
 14) PE354 + PE554 = 5
 15) PE461 + PE561 = 4
 16) PE462 + PE562 = 4
 17) PE463 + PE563 = 5
 18) PE464 + PE564 = 5
 19) PE241 + PE441 + PE541 = 4
 20) PE242 + PE442 + PE542 = 4
 21) PE243 + PE443 + PE543 = 2
 22) PE244 + PE444 + PE544 = 2
 23) PE245 + PE445 + PE545 = 2
 24) PE246 + PE446 + PE546 = 3
 25) PE247 + PE447 + PE547 = 3
 26) PE248 + PE448 + PE548 = 3
 27) PE273 + PE473 = 2
 28) PE274 + PE474 = 2
 29) PE275 + PE475 = 2
 30) PE276 + PE476 = 3
 31) PE277 + PE477 = 3
 32) PE278 + PE478 = 3
 33) - PA1 + PE111 + PE131 <= 0
 34) - PA1 + PE112 + PE132 <= 0

OBJ. FUN. VALUE
 1) 68000.000000
 VAR. VALUE
 PA1 7.000000
 PA2 4.000000
 PA3 8.000000
 PA4 6.000000
 PA5 1.000000
 PE111 3.000000
 PE112 3.000000
 PE131 3.000000
 PE132 3.000000
 PE133 7.000000
 PE134 7.000000
 PE135 6.000000
 PE321 1.000000
 PE322 2.000000
 PE323 1.000000
 PE324 4.000000
 PE333 3.000000
 PE334 2.000000
 PE335 3.000000
 PE353 5.000000
 PE354 5.000000
 PE461 4.000000
 PE462 4.000000
 PE463 4.000000
 PE464 1.000000
 PE474 4.000000
 PE475 1.000000
 PE476 3.000000
 PE477 4.000000
 PE478 3.000000
 PE542 1.000000
 PE543 2.000000

35)	- PA1 + PE133 <= 0	PE244	2.000000
36)	- PA1 + PE134 <= 0	PE445	2.000000
37)	- PA1 + PE135 <= 0	PE246	3.000000
38)	- PA2 + PE241 <= 0	PE247	2.000000
39)	- PA2 + PE242 <= 0	PE547	1.000000
40)	- PA2 + PE243 + PE273 <= 0	PE248	3.000000
41)	- PA2 + PE244 + PE274 <= 0	PE273	2.000000
42)	- PA2 + PE245 + PE275 <= 0	PE274	2.000000
43)	- PA2 + PE246 + PE276 <= 0	PE475	2.000000
44)	- PA2 + PE247 + PE277 <= 0	PE476	3.000000
45)	- PA2 + PE248 + PE278 <= 0	PE477	3.000000
46)	- PA3 + PE311 + PE331 + PE321 <= 0	PE278	1.000000
47)	- PA3 + PE312 + PE332 + PE322 <= 0	PE478	2.000000
48)	- PA3 + PE333 + PE323 + PE353 <= 0		
49)	- PA3 + PE334 + PE324 + PE354 <= 0		
50)	- PA3 + PE335 <= 0		
51)	- PA4 + PE421 + PE461 + PE441 <= 0		
52)	- PA4 + PE422 + PE462 + PE442 <= 0		
53)	- PA4 + PE423 + PE463 + PE443 + PE473 <= 0		
54)	- PA4 + PE424 + PE464 + PE444 + PE474 <= 0		
55)	- PA4 + PE445 + PE475 <= 0		
56)	- PA4 + PE446 + PE476 <= 0		
57)	- PA4 + PE447 + PE477 <= 0		
58)	- PA4 + PE448 + PE478 <= 0		
59)	- PA5 + PE531 + PE521 + PE561 + PE541 <= 0		
60)	- PA5 + PE532 + PE522 + PE562 + PE542 <= 0		
61)	- PA5 + PE533 + PE523 + PE553 + PE563 + PE543 <= 0		
62)	- PA5 + PE534 + PE524 + PE554 + PE564 + PE544 <= 0		
63)	- PA5 + PE535 + PE545 <= 0		
64)	- PA5 + PE546 <= 0		
65)	- PA5 + PE547 <= 0		
66)	- PA5 + PE548 <= 0		
67)	PA1 <= 8		
68)	PA2 <= 7		
69)	PA3 <= 8		
70)	PA4 <= 6		
71)	PA5 <= 6		
END			

 BEISPIEL N

MIN		OBJ. FUN. VALUE	
D1 + D2 + D3		1)	20.000000
SUBJECT TO		VAR.	VALUE
2)	H13 - H12 + D13 <= 0	U13232	1.000000
3)	H12 - D1 + D12 <= 0	U21123	1.000000
4)	H21 - H23 + D21 <= 0	U21333	1.000000
5)	H23 - D2 + D23 <= 0	U12333	1.000000
6)	H32 - H31 + D32 <= 0	D1	5.000000
7)	H31 - H33 + D31 <= 0	D2	8.000000
8)	H33 - D3 + D33 <= 0	D3	7.000000
9)	W211 + W213 = 1	D13	3.000000
10)	W311 + W313 = 1	D12	2.000000
11)	W121 + W122 + W123 = 1	D21	3.000000
12)	W321 + W322 + W323 = 1	D23	5.000000
13)	W132 + W133 = 1	D32	2.000000
14)	W232 + W233 = 1	D31	4.000000

15)	$W332 + W333 = 1$	D33	1.000000
16)	$-2 W211 - 3 W213 + D21 = 0$	H13	.000000
17)	$-4 W311 - 3 W313 + D31 = 0$	H12	3.000000
18)	$-5 W121 - 4 W122 - 2 W123 + D12 = 0$	H21	.000000
19)	$-2 W321 - 3 W322 - 4 W323 + D32 = 0$	H23	3.000000
20)	$-3 W132 - 6 W133 + D13 = 0$	H31	2.000000
21)	$-5 W232 - 5 W233 + D23 = 0$	H32	.000000
22)	$-4 W332 - W333 + D33 = 0$	H33	6.000000
23)	$-100 W211 + G211 \leq 0$	W213	1.000000
24)	$-H21 - 100 W211 + G211 \geq -100$	W311	1.000000
25)	$-H21 + 100 W211 + G211 \leq 100$	W123	1.000000
26)	$-100 W213 + G213 \leq 0$	W321	1.000000
27)	$-H21 - 100 W213 + G213 \geq -100$	W132	1.000000
28)	$-H21 + 100 W213 + G213 \leq 100$	W232	1.000000
29)	$-100 W311 + G311 \leq 0$	W333	1.000000
30)	$-H31 - 100 W311 + G311 \geq -100$	G213	.000000
31)	$-H31 + 100 W311 + G311 \leq 100$	G311	2.000000
32)	$-100 W313 + G313 \leq 0$	G123	3.000000
33)	$-H31 - 100 W313 + G313 \geq -100$	G321	.000000
34)	$-H31 + 100 W313 + G313 \leq 100$	G132	.000000
35)	$-100 W121 + G121 \leq 0$	G232	3.000000
36)	$-H12 - 100 W121 + G121 \geq -100$	G333	6.000000
37)	$-H12 + 100 W121 + G121 \leq 100$		
38)	$-100 W122 + G122 \leq 0$		
39)	$-H12 - 100 W122 + G122 \geq -100$		
40)	$-H12 + 100 W122 + G122 \leq 100$		
41)	$-100 W123 + G123 \leq 0$		
42)	$-H12 - 100 W123 + G123 \geq -100$		
43)	$-H12 + 100 W123 + G123 \leq 100$		
44)	$-100 W321 + G321 \leq 0$		
45)	$-H32 - 100 W321 + G321 \geq -100$		
46)	$-H32 + 100 W321 + G321 \leq 100$		
47)	$-100 W322 + G322 \leq 0$		
48)	$-H32 - 100 W322 + G322 \geq -100$		
49)	$-H32 + 100 W322 + G322 \leq 100$		
50)	$-100 W323 + G323 \leq 0$		
51)	$-H32 - 100 W323 + G323 \geq -100$		
52)	$-H32 + 100 W323 + G323 \leq 100$		
53)	$-100 W132 + G132 \leq 0$		
54)	$-H13 - 100 W132 + G132 \geq -100$		
55)	$-H13 + 100 W132 + G132 \leq 100$		
56)	$-100 W133 + G133 \leq 0$		
57)	$-H13 - 100 W133 + G133 \geq -100$		
58)	$-H13 + 100 W133 + G133 \leq 100$		
59)	$-100 W232 + G232 \leq 0$		
60)	$-H23 - 100 W232 + G232 \geq -100$		
61)	$-H23 + 100 W232 + G232 \leq 100$		
62)	$-100 W233 + G233 \leq 0$		
63)	$-H23 - 100 W233 + G233 \geq -100$		
64)	$-H23 + 100 W233 + G233 \leq 100$		
65)	$-100 W332 + G332 \leq 0$		
66)	$-H33 - 100 W332 + G332 \geq -100$		
67)	$-H33 + 100 W332 + G332 \leq 100$		
68)	$-100 W333 + G333 \leq 0$		
69)	$-H33 - 100 W333 + G333 \geq -100$		
70)	$-H33 + 100 W333 + G333 \leq 100$		
71)	$2 W211 + 100 W311 + 100 U21311 + G211 - G311 \leq 200$		
72)	$100 W211 + 4 W311 - 100 U21311 - G211 + G311 \leq 100$		

- 73) $2 W211 + 100 W121 + 100 U21121 + G211 - G121 \leq 200$
- 74) $100 W211 + 5 W121 - 100 U21121 - G211 + G121 \leq 100$
- 75) $2 W211 + 100 W321 + 100 U21321 + G211 - G321 \leq 200$
- 76) $100 W211 + 2 W321 - 100 U21321 - G211 + G321 \leq 100$
- 77) $4 W311 + 100 W121 + 100 U31121 + G311 - G121 \leq 200$
- 78) $100 W311 + 5 W121 - 100 U31121 - G311 + G121 \leq 100$
- 79) $4 W122 + 100 W322 + 100 U12322 + G122 - G322 \leq 200$
- 80) $100 W122 + 3 W322 - 100 U12322 - G122 + G322 \leq 100$
- 81) $4 W122 + 100 W232 + 100 U12232 + G122 - G232 \leq 200$
- 82) $100 W122 + 5 W232 - 100 U12232 - G122 + G232 \leq 100$
- 83) $4 W122 + 100 W332 + 100 U12332 + G122 - G332 \leq 200$
- 84) $100 W122 + 4 W332 - 100 U12332 - G122 + G332 \leq 100$
- 85) $3 W322 + 100 W132 + 100 U32132 + G322 - G132 \leq 200$
- 86) $100 W322 + 3 W132 - 100 U32132 - G322 + G132 \leq 100$
- 87) $3 W322 + 100 W232 + 100 U32232 + G322 - G232 \leq 200$
- 88) $100 W322 + 5 W232 - 100 U32232 - G322 + G232 \leq 100$
- 89) $3 W132 + 100 W232 + 100 U13232 + G132 - G232 \leq 200$
- 90) $100 W132 + 5 W232 - 100 U13232 - G132 + G232 \leq 100$
- 91) $3 W132 + 100 W332 + 100 U13332 + G132 - G332 \leq 200$
- 92) $100 W132 + 4 W332 - 100 U13332 - G132 + G332 \leq 100$
- 93) $5 W232 + 100 W332 + 100 U23332 + G232 - G332 \leq 200$
- 94) $100 W232 + 4 W332 - 100 U23332 - G232 + G332 \leq 100$
- 95) $3 W213 + 100 W313 + 100 U21313 + G213 - G313 \leq 200$
- 96) $100 W213 + 3 W313 - 100 U21313 - G213 + G313 \leq 100$
- 97) $3 W213 + 100 W123 + 100 U21123 + G213 - G123 \leq 200$
- 98) $100 W213 + 2 W123 - 100 U21123 - G213 + G123 \leq 100$
- 99) $3 W213 + 100 W323 + 100 U21323 + G213 - G323 \leq 200$
- 100) $100 W213 + 4 W323 - 100 U21323 - G213 + G323 \leq 100$
- 101) $3 W213 + 100 W133 + 100 U21133 + G213 - G133 \leq 200$
- 102) $100 W213 + 6 W133 - 100 U21133 - G213 + G133 \leq 100$
- 103) $3 W213 + 100 W333 + 100 U21333 + G213 - G333 \leq 200$
- 104) $100 W213 + W333 - 100 U21333 - G213 + G333 \leq 100$
- 105) $3 W313 + 100 W123 + 100 U31123 + G313 - G123 \leq 200$
- 106) $100 W313 + 2 W123 - 100 U31123 - G313 + G123 \leq 100$
- 107) $3 W313 + 100 W133 + 100 U31133 + G313 - G133 \leq 200$
- 108) $100 W313 + 6 W133 - 100 U31133 - G313 + G133 \leq 100$
- 109) $3 W313 + 100 W233 + 100 U31233 + G313 - G233 \leq 200$
- 110) $100 W313 + 5 W233 - 100 U31233 - G313 + G233 \leq 100$
- 111) $2 W123 + 100 W323 + 100 U12323 + G123 - G323 \leq 200$
- 112) $100 W123 + 4 W323 - 100 U12323 - G123 + G323 \leq 100$
- 113) $2 W123 + 100 W233 + 100 U12233 + G123 - G233 \leq 200$
- 114) $100 W123 + 5 W233 - 100 U12233 - G123 + G233 \leq 100$
- 115) $2 W123 + 100 W333 + 100 U12333 + G123 - G333 \leq 200$
- 116) $100 W123 + W333 - 100 U12333 - G123 + G333 \leq 100$
- 117) $4 W323 + 100 W133 + 100 U32133 + G323 - G133 \leq 200$
- 118) $100 W323 + 6 W133 - 100 U32133 - G323 + G133 \leq 100$
- 119) $4 W323 + 100 W233 + 100 U32233 + G323 - G233 \leq 200$
- 120) $100 W323 + 5 W233 - 100 U32233 - G323 + G233 \leq 100$
- 121) $6 W133 + 100 W233 + 100 U13233 + G133 - G233 \leq 200$
- 122) $100 W133 + 5 W233 - 100 U13233 - G133 + G233 \leq 100$
- 123) $6 W133 + 100 W333 + 100 U13333 + G133 - G333 \leq 200$
- 124) $100 W133 + W333 - 100 U13333 - G133 + G333 \leq 100$
- 125) $5 W233 + 100 W333 + 100 U23333 + G233 - G333 \leq 200$
- 126) $100 W233 + W333 - 100 U23333 - G233 + G333 \leq 100$
- 127) $5 W121 + 100 W321 + 100 U12321 + G121 - G321 \leq 200$
- 128) $100 W121 + 2 W321 - 100 U12321 - G121 + G321 \leq 100$

END

BEISPIEL N'

MIN

D1 + D2 + D3

SUBJECT TO

- 2) H13 - H12 + D13 $\leq$ 0
- 3) H12 - D1 + D12 $\leq$ 0
- 4) H21 - H23 + D21 $\leq$ 0
- 5) H23 - D2 + D23 $\leq$ 0
- 6) H32 - H31 + D32 $\leq$ 0
- 7) H31 - H33 + D31 $\leq$ 0
- 8) H33 - D3 + D33 $\leq$ 0
- 9) W211 + W213 = 1
- 10) W311 + W313 = 1
- 11) W121 + W122 + W123 = 1
- 12) W321 + W322 + W323 = 1
- 13) W132 + W133 = 1
- 14) W232 + W233 = 1
- 15) W332 + W333 = 1
- 16) - 2 W211 - 3 W213 + D21 = 0
- 17) - 4 W311 - 3 W313 + D31 = 0
- 18) - 5 W121 - 4 W122 - 2 W123 + D12 = 0
- 19) - 2 W321 - 3 W322 - 4 W323 + D32 = 0
- 20) - 3 W132 - 6 W133 + D13 = 0
- 21) - 5 W232 - 5 W233 + D23 = 0
- 22) - 4 W332 - W333 + D33 = 0
- 23) - 100 W211 + G211 $\leq$ 0
- 24) - H21 - 100 W211 + G211 $\geq$ - 100
- 25) - H21 + 100 W211 + G211 $\leq$ 100
- 26) - 100 W213 + G213 $\leq$ 0
- 27) - H21 - 100 W213 + G213 $\geq$ - 100
- 28) - H21 + 100 W213 + G213 $\leq$ 100
- 29) - 100 W311 + G311 $\leq$ 0
- 30) - H31 - 100 W311 + G311 $\geq$ - 100
- 31) - H31 + 100 W311 + G311 $\leq$ 100
- 32) - 100 W313 + G313 $\leq$ 0
- 33) - H31 - 100 W313 + G313 $\geq$ - 100
- 34) - H31 + 100 W313 + G313 $\leq$ 100
- 35) - 100 W121 + G121 $\leq$ 0
- 36) - H12 - 100 W121 + G121 $\geq$ - 100
- 37) - H12 + 100 W121 + G121 $\leq$ 100
- 38) - 100 W122 + G122 $\leq$ 0
- 39) - H12 - 100 W122 + G122 $\geq$ - 100
- 40) - H12 + 100 W122 + G122 $\leq$ 100
- 41) - 100 W123 + G123 $\leq$ 0
- 42) - H12 - 100 W123 + G123 $\geq$ - 100
- 43) - H12 + 100 W123 + G123 $\leq$ 100
- 44) - 100 W321 + G321 $\leq$ 0
- 45) - H32 - 100 W321 + G321 $\geq$ - 100
- 46) - H32 + 100 W321 + G321 $\leq$ 100
- 47) - 100 W322 + G322 $\leq$ 0
- 48) - H32 - 100 W322 + G322 $\geq$ - 100
- 49) - H32 + 100 W322 + G322 $\leq$ 100
- 50) - 100 W323 + G323 $\leq$ 0
- 51) - H32 - 100 W323 + G323 $\geq$ - 100
- 52) - H32 + 100 W323 + G323 $\leq$ 100
- 53) - 100 W132 + G132 $\leq$ 0
- 54) - H13 - 100 W132 + G132 $\geq$ - 100

OBJ. FUN. VALUE

I)	29.000000
VAR.	VALUE
U21311	1.000000
U13232	1.000000
U12323	.000000
U12333	1.000000
U32333	1.000000
D1	8.000000
D2	10.000000
D3	11.000000
D13	3.000000
D12	2.000000
D21	2.000000
D23	5.000000
D32	4.000000
D31	4.000000
D33	1.000000
H13	2.000000
H12	6.000000
H21	2.000000
H23	5.000000
H31	6.000000
H32	2.000000
H33	10.000000
W211	1.000000
W311	1.000000
W123	1.000000
W323	1.000000
W132	1.000000
W232	1.000000
W333	1.000000
G211	2.000000
G311	6.000000
G123	6.000000
G323	2.000000
G132	2.000000
G232	5.000000
G333	0.000000

- 55) - H13 + 100 W132 + G132 <= 100
- 56) - 100 W133 + G133 <= 0
- 57) - H13 - 100 W133 + G133 >= - 100
- 58) - H13 + 100 W133 + G133 <= 100
- 59) - 100 W232 + G232 <= 0
- 60) - H23 - 100 W232 + G232 >= - 100
- 61) - H23 + 100 W232 + G232 <= 100
- 62) - 100 W233 + G233 <= 0
- 63) - H23 - 100 W233 + G233 >= - 100
- 64) - H23 + 100 W233 + G233 <= 100
- 65) - 100 W332 + G332 <= 0
- 66) - H33 - 100 W332 + G332 >= - 100
- 67) - H33 + 100 W332 + G332 <= 100
- 68) - 100 W333 + G333 <= 0
- 69) - H33 - 100 W333 + G333 >= - 100
- 70) - H33 + 100 W333 + G333 <= 100
- 71) 2 W211 + 100 W311 + 100 U21311 + G211 - G311 <= 200
- 72) 100 W211 + 4 W311 - 100 U21311 - G211 + G311 <= 100
- 73) 4 W122 + 100 W322 + 100 U12322 + G122 - G322 <= 200
- 74) 100 W122 + 3 W322 - 100 U12322 - G122 + G322 <= 100
- 75) 3 W132 + 100 W232 + 100 U13232 + G132 - G232 <= 200
- 76) 100 W132 + 5 W232 - 100 U13232 - G132 + G232 <= 100
- 77) 3 W132 + 100 W332 + 100 U13332 + G132 - G332 <= 200
- 78) 100 W132 + 4 W332 - 100 U13332 - G132 + G332 <= 100
- 79) 5 W232 + 100 W332 + 100 U23332 + G232 - G332 <= 200
- 80) 100 W232 + 4 W332 - 100 U23332 - G232 + G332 <= 100
- 81) 3 W213 + 100 W313 + 100 U21313 + G213 - G313 <= 200
- 82) 100 W213 + 3 W313 - 100 U21313 - G213 + G313 <= 100
- 83) 2 W123 + 100 W323 + 100 U12323 + G123 - G323 <= 200
- 84) 100 W123 + 4 W323 - 100 U12323 - G123 + G323 <= 100
- 85) 6 W133 + 100 W233 + 100 U13233 + G133 - G233 <= 200
- 86) 100 W133 + 5 W233 - 100 U13233 - G133 + G233 <= 100
- 87) 6 W133 + 100 W333 + 100 U13333 + G133 - G333 <= 200
- 88) 100 W133 + W333 - 100 U13333 - G133 + G333 <= 100
- 89) 5 W233 + 100 W333 + 100 U23333 + G233 - G333 <= 200
- 90) 100 W233 + W333 - 100 U23333 - G233 + G333 <= 100
- 91) 5 W121 + 100 W321 + 100 U12321 + G121 - G321 <= 200
- 92) 100 W121 + 2 W321 - 100 U12321 - G121 + G321 <= 100
- 93) 4 W211 + 100 W121 + 100 U21121 + G211 - G121 <= 200
- 94) 100 W211 + 7 W121 - 100 U21121 - G211 + G121 <= 100
- 95) 4 W211 + 100 W321 + 100 U21321 + G211 - G321 <= 200
- 96) 100 W211 + 4 W321 - 100 U21321 - G211 + G321 <= 100
- 97) 5 W213 + 100 W123 + 100 U21123 + G213 - G123 <= 200
- 98) 100 W213 + 4 W123 - 100 U21123 - G213 + G123 <= 100
- 99) 5 W213 + 100 W323 + 100 U21323 + G213 - G323 <= 200
- 100) 100 W213 + 6 W323 - 100 U21323 - G213 + G323 <= 100
- 101) 5 W213 + 100 W133 + 100 U21133 + G213 - G133 <= 200
- 102) 100 W213 + 8 W133 - 100 U21133 - G213 + G133 <= 100
- 103) 5 W213 + 100 W233 + 100 U21233 + G213 - G233 <= 200
- 104) 100 W213 + 7 W233 - 100 U21233 - G213 + G233 <= 100
- 105) 5 W213 + 100 W333 + 100 U21333 + G213 - G333 <= 200
- 106) 100 W213 + 3 W333 - 100 U21333 - G213 + G333 <= 100
- 107) 5 W313 + 100 W123 + 100 U31123 + G313 - G123 <= 200
- 108) 100 W313 + 4 W123 - 100 U31123 - G313 + G123 <= 100
- 109) 5 W313 + 100 W323 + 100 U31323 + G313 - G323 <= 200
- 110) 100 W313 + 6 W323 - 100 U31323 - G313 + G323 <= 100
- 111) 5 W313 + 100 W133 + 100 U31133 + G313 - G133 <= 200
- 112) 100 W313 + 8 W133 - 100 U31133 - G313 + G133 <= 100

113) $5 W313 + 100 W233 + 100 U31233 + G313 - G233 \leq 200$
 114) $100 W313 + 7 W233 - 100 U31233 - G313 + G233 \leq 100$
 115) $5 W313 + 100 W333 + 100 U31333 + G313 - G333 \leq 200$
 116) $100 W313 + 3 W333 - 100 U31333 - G313 + G333 \leq 100$
 117) $4 W123 + 100 W133 + 100 U12133 + G123 - G133 \leq 200$
 118) $100 W123 + 8 W133 - 100 U12133 - G123 + G133 \leq 100$
 119) $4 W123 + 100 W233 + 100 U12233 + G123 - G233 \leq 200$
 120) $100 W123 + 7 W233 - 100 U12233 - G123 + G233 \leq 100$
 121) $4 W123 + 100 W333 + 100 U12333 + G123 - G333 \leq 200$
 122) $100 W123 + 3 W333 - 100 U12333 - G123 + G333 \leq 100$
 123) $6 W122 + 100 W132 + 100 U12132 + G122 - G132 \leq 200$
 124) $100 W122 + 5 W132 - 100 U12132 - G122 + G132 \leq 100$
 125) $6 W122 + 100 W232 + 100 U12232 + G122 - G232 \leq 200$
 126) $100 W122 + 7 W232 - 100 U12232 - G122 + G232 \leq 100$
 127) $6 W122 + 100 W332 + 100 U12332 + G122 - G332 \leq 200$
 128) $100 W122 + 6 W332 - 100 U12332 - G122 + G332 \leq 100$
 129) $5 W322 + 100 W132 + 100 U32132 + G322 - G132 \leq 200$
 130) $100 W322 + 5 W132 - 100 U32132 - G322 + G132 \leq 100$
 131) $5 W322 + 100 W232 + 100 U32232 + G322 - G232 \leq 200$
 132) $100 W322 + 7 W232 - 100 U32232 - G322 + G232 \leq 100$
 133) $5 W322 + 100 W332 + 100 U32332 + G322 - G332 \leq 200$
 134) $100 W322 + 6 W332 - 100 U32332 - G322 + G332 \leq 100$
 135) $6 W323 + 100 W133 + 100 U32133 + G323 - G133 \leq 200$
 136) $100 W323 + 8 W133 - 100 U32133 - G323 + G133 \leq 100$
 137) $6 W323 + 100 W233 + 100 U32233 + G323 - G233 \leq 200$
 138) $100 W323 + 7 W233 - 100 U32233 - G323 + G233 \leq 100$
 139) $6 W323 + 100 W333 + 100 U32333 + G323 - G333 \leq 200$
 140) $100 W323 + 3 W333 - 100 U32333 - G323 + G333 \leq 100$
 141) $6 W311 + 100 W121 + 100 U31121 + G311 - G121 \leq 200$
 142) $100 W311 + 7 W121 - 100 U31121 - G311 + G121 \leq 100$
 143) $6 W311 + 100 W321 + 100 U31321 + G311 - G321 \leq 200$
 144) $100 W311 + 4 W321 - 100 U31321 - G311 + G321 \leq 100$
 145) $-2 W211 + G211 \geq 0$
 146) $-2 W213 + G213 \geq 0$
 147) $-2 W311 + G311 \geq 0$
 148) $-2 W313 + G313 \geq 0$
 149) $-2 W121 + G121 \geq 0$
 150) $-2 W122 + G122 \geq 0$
 151) $-2 W123 + G123 \geq 0$
 152) $-2 W321 + G321 \geq 0$
 153) $-2 W322 + G322 \geq 0$
 154) $-2 W323 + G323 \geq 0$
 155) $-2 W132 + G132 \geq 0$
 156) $-2 W133 + G133 \geq 0$
 157) $-2 W232 + G232 \geq 0$
 158) $-2 W233 + G233 \geq 0$
 159) $-2 W332 + G332 \geq 0$
 160) $-2 W333 + G333 \geq 0$
 END

 BEISPIEL N^o

MIN
 D1 + D2 + D3
 SUBJECT TO
 2) H13 - H12 + D13 $\leq$ 0
 3) H12 - D1 + D12 $\leq$ 0

OBJ. FUN.	VALUE
J)	26.000000
VAR.	VALUE
U21311	1.000000
U13232	1.000000

4)	$H21 - H23 + D21 \leq 0$	U13332	1.000000
5)	$H23 - D2 + D23 \leq 0$	U23332	1.000000
6)	$H32 - H31 + D32 \leq 0$	U12323	.000000
7)	$H31 - H33 + D31 \leq 0$	D1	6.000000
8)	$H33 - D3 + D33 \leq 0$	D2	8.000000
9)	$W211 + W213 = 1$	D3	12.000000
10)	$W311 + W313 = 1$	D13	3.000000
11)	$W121 + W122 + W123 = 1$	D12	2.000000
12)	$W321 + W322 + W323 = 1$	D21	2.000000
13)	$W132 + W133 = 1$	D23	5.000000
14)	$W232 + W233 = 1$	D32	4.000000
15)	$W332 + W333 = 1$	D31	4.000000
16)	$-2 W211 - 3 W213 + D21 = 0$	D33	4.000000
17)	$-4 W311 - 3 W313 + D31 = 0$	H13	.000000
18)	$-5 W121 - 4 W122 - 2 W123 + D12 = 0$	H12	4.000000
19)	$-2 W321 - 3 W322 - 4 W323 + D32 = 0$	H21	.000000
20)	$-3 W132 - 6 W133 + D13 = 0$	H23	3.000000
21)	$-5 W232 - 5 W233 + D23 = 0$	H31	4.000000
22)	$-4 W332 - W333 + D33 = 0$	H32	.000000
23)	$-100 W211 + G211 \leq 0$	H33	8.000000
24)	$-H21 - 100 W211 + G211 \geq -100$	W211	1.000000
25)	$-H21 + 100 W211 + G211 \leq 100$	W311	1.000000
26)	$-100 W213 + G213 \leq 0$	W123	1.000000
27)	$-H21 - 100 W213 + G213 \geq -100$	W323	1.000000
28)	$-H21 + 100 W213 + G213 \leq 100$	W132	1.000000
29)	$-100 W311 + G311 \leq 0$	W232	1.000000
30)	$-H31 - 100 W311 + G311 \geq -100$	W332	1.000000
31)	$-H31 + 100 W311 + G311 \leq 100$	G211	.000000
32)	$-100 W313 + G313 \leq 0$	G311	4.000000
33)	$-H31 - 100 W313 + G313 \geq -100$	G123	4.000000
34)	$-H31 + 100 W313 + G313 \leq 100$	G323	.000000
35)	$-100 W121 + G121 \leq 0$	G132	.000000
36)	$-H12 - 100 W121 + G121 \geq -100$	G232	3.000000
37)	$-H12 + 100 W121 + G121 \leq 100$	G332	8.000000
38)	$-100 W122 + G122 \leq 0$	W11	1.000000
39)	$-H12 - 100 W122 + G122 \geq -100$	W23	1.000000
40)	$-H12 + 100 W122 + G122 \leq 100$	W32	1.000000
41)	$-100 W123 + G123 \leq 0$		
42)	$-H12 - 100 W123 + G123 \geq -100$		
43)	$-H12 + 100 W123 + G123 \leq 100$		
44)	$-100 W321 + G321 \leq 0$		
45)	$-H32 - 100 W321 + G321 \geq -100$		
46)	$-H32 + 100 W321 + G321 \leq 100$		
47)	$-100 W322 + G322 \leq 0$		
48)	$-H32 - 100 W322 + G322 \geq -100$		
49)	$-H32 + 100 W322 + G322 \leq 100$		
50)	$-100 W323 + G323 \leq 0$		
51)	$-H32 - 100 W323 + G323 \geq -100$		
52)	$-H32 + 100 W323 + G323 \leq 100$		
53)	$-100 W132 + G132 \leq 0$		
54)	$-H13 - 100 W132 + G132 \geq -100$		
55)	$-H13 + 100 W132 + G132 \leq 100$		
56)	$-100 W133 + G133 \leq 0$		
57)	$-H13 - 100 W133 + G133 \geq -100$		
58)	$-H13 + 100 W133 + G133 \leq 100$		
59)	$-100 W232 + G232 \leq 0$		
60)	$-H23 - 100 W232 + G232 \geq -100$		
61)	$-H23 + 100 W232 + G232 \leq 100$		

- 62) $-100 W_{233} + G_{233} \leq 0$
- 63) $-H_{23} - 100 W_{233} + G_{233} \geq -100$
- 64) $-H_{23} + 100 W_{233} + G_{233} \leq 100$
- 65) $-100 W_{332} + G_{332} \leq 0$
- 66) $-H_{33} - 100 W_{332} + G_{332} \geq -100$
- 67) $-H_{33} + 100 W_{332} + G_{332} \leq 100$
- 68) $-100 W_{333} + G_{333} \leq 0$
- 69) $-H_{33} - 100 W_{333} + G_{333} \geq -100$
- 70) $-H_{33} + 100 W_{333} + G_{333} \leq 100$
- 71) $2 W_{211} + 100 W_{311} + 100 U_{21311} + G_{211} - G_{311} \leq 200$
- 72) $100 W_{211} + 4 W_{311} - 100 U_{21311} - G_{211} + G_{311} \leq 100$
- 73) $2 W_{211} + 100 W_{121} + 100 U_{21121} + G_{211} - G_{121} \leq 200$
- 74) $100 W_{211} + 5 W_{121} - 100 U_{21121} - G_{211} + G_{121} \leq 100$
- 75) $2 W_{211} + 100 W_{321} + 100 U_{21321} + G_{211} - G_{321} \leq 200$
- 76) $100 W_{211} + 2 W_{321} - 100 U_{21321} - G_{211} + G_{321} \leq 100$
- 77) $4 W_{311} + 100 W_{121} + 100 U_{31121} + G_{311} - G_{121} \leq 200$
- 78) $100 W_{311} + 5 W_{121} - 100 U_{31121} - G_{311} + G_{121} \leq 100$
- 79) $4 W_{122} + 100 W_{322} + 100 U_{12322} + G_{122} - G_{322} \leq 200$
- 80) $100 W_{122} + 3 W_{322} - 100 U_{12322} - G_{122} + G_{322} \leq 100$
- 81) $4 W_{122} + 100 W_{232} + 100 U_{12232} + G_{122} - G_{232} \leq 200$
- 82) $100 W_{122} + 5 W_{232} - 100 U_{12232} - G_{122} + G_{232} \leq 100$
- 83) $4 W_{122} + 100 W_{332} + 100 U_{12332} + G_{122} - G_{332} \leq 200$
- 84) $100 W_{122} + 4 W_{332} - 100 U_{12332} - G_{122} + G_{332} \leq 100$
- 85) $3 W_{322} + 100 W_{132} + 100 U_{32132} + G_{322} - G_{132} \leq 200$
- 86) $100 W_{322} + 3 W_{132} - 100 U_{32132} - G_{322} + G_{132} \leq 100$
- 87) $3 W_{322} + 100 W_{232} + 100 U_{32232} + G_{322} - G_{232} \leq 200$
- 88) $100 W_{322} + 5 W_{232} - 100 U_{32232} - G_{322} + G_{232} \leq 100$
- 89) $3 W_{132} + 100 W_{232} + 100 U_{13232} + G_{132} - G_{232} \leq 200$
- 90) $100 W_{132} + 5 W_{232} - 100 U_{13232} - G_{132} + G_{232} \leq 100$
- 91) $3 W_{132} + 100 W_{332} + 100 U_{13332} + G_{132} - G_{332} \leq 200$
- 92) $100 W_{132} + 4 W_{332} - 100 U_{13332} - G_{132} + G_{332} \leq 100$
- 93) $5 W_{232} + 100 W_{332} + 100 U_{23332} + G_{232} - G_{332} \leq 200$
- 94) $100 W_{232} + 4 W_{332} - 100 U_{23332} - G_{232} + G_{332} \leq 100$
- 95) $3 W_{213} + 100 W_{313} + 100 U_{21313} + G_{213} - G_{313} \leq 200$
- 96) $100 W_{213} + 3 W_{313} - 100 U_{21313} - G_{213} + G_{313} \leq 100$
- 97) $3 W_{213} + 100 W_{123} + 100 U_{21123} + G_{213} - G_{123} \leq 200$
- 98) $100 W_{213} + 2 W_{123} - 100 U_{21123} - G_{213} + G_{123} \leq 100$
- 99) $3 W_{213} + 100 W_{323} + 100 U_{21323} + G_{213} - G_{323} \leq 200$
- 100) $100 W_{213} + 4 W_{323} - 100 U_{21323} - G_{213} + G_{323} \leq 100$
- 101) $3 W_{213} + 100 W_{133} + 100 U_{21133} + G_{213} - G_{133} \leq 200$
- 102) $100 W_{213} + 6 W_{133} - 100 U_{21133} - G_{213} + G_{133} \leq 100$
- 103) $3 W_{213} + 100 W_{333} + 100 U_{21333} + G_{213} - G_{333} \leq 200$
- 104) $100 W_{213} + W_{333} - 100 U_{21333} - G_{213} + G_{333} \leq 100$
- 105) $3 W_{313} + 100 W_{123} + 100 U_{31123} + G_{313} - G_{123} \leq 200$
- 106) $100 W_{313} + 2 W_{123} - 100 U_{31123} - G_{313} + G_{123} \leq 100$
- 107) $3 W_{313} + 100 W_{133} + 100 U_{31133} + G_{313} - G_{133} \leq 200$
- 108) $100 W_{313} + 6 W_{133} - 100 U_{31133} - G_{313} + G_{133} \leq 100$
- 109) $3 W_{313} + 100 W_{233} + 100 U_{31233} + G_{313} - G_{233} \leq 200$
- 110) $100 W_{313} + 5 W_{233} - 100 U_{31233} - G_{313} + G_{233} \leq 100$
- 111) $2 W_{123} + 100 W_{323} + 100 U_{12323} + G_{123} - G_{323} \leq 200$
- 112) $100 W_{123} + 4 W_{323} - 100 U_{12323} - G_{123} + G_{323} \leq 100$
- 113) $2 W_{123} + 100 W_{233} + 100 U_{12233} + G_{123} - G_{233} \leq 200$
- 114) $100 W_{123} + 5 W_{233} - 100 U_{12233} - G_{123} + G_{233} \leq 100$
- 115) $2 W_{123} + 100 W_{333} + 100 U_{12333} + G_{123} - G_{333} \leq 200$
- 116) $100 W_{123} + W_{333} - 100 U_{12333} - G_{123} + G_{333} \leq 100$
- 117) $4 W_{323} + 100 W_{133} + 100 U_{32133} + G_{323} - G_{133} \leq 200$
- 118) $100 W_{323} + 6 W_{133} - 100 U_{32133} - G_{323} + G_{133} \leq 100$
- 119) $4 W_{323} + 100 W_{233} + 100 U_{32233} + G_{323} - G_{233} \leq 200$

```

120) 100 W323 + 5 W233 - 100 U32233 - G323 + G233 <= 100
121) 6 W133 + 100 W233 + 100 U13233 + G133 - G233 <= 200
122) 100 W133 + 5 W233 - 100 U13233 - G133 + G233 <= 100
123) 6 W133 + 100 W333 + 100 U13333 + G133 - G333 <= 200
124) 100 W133 + W333 - 100 U13333 - G133 + G333 <= 100
125) 5 W233 + 100 W333 + 100 U23333 + G233 - G333 <= 200
126) 100 W233 + W333 - 100 U23333 - G233 + G333 <= 100
127) 5 W121 + 100 W321 + 100 U12321 + G121 - G321 <= 200
128) 100 W121 + 2 W321 - 100 U12321 - G121 + G321 <= 100
129) W211 + W311 - 2 W11 <= 0
130) W121 + W321 - 2 W21 <= 0
131) W11 + W21 <= 1
132) W213 + W313 - 2 W13 <= 0
133) W123 + W323 - 2 W23 <= 0
134) W133 + W233 + W333 - 3 W33 <= 0
135) W13 + W23 + W33 <= 1
136) W122 + W322 - 2 W22 <= 0
137) W132 + W232 + W332 - 3 W32 <= 0
138) W22 + W32 <= 1
END

```

BEISPIEL P

MIN

2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5

SUBJECT TO

- 2) PA1 <= 8
- 3) PA2 <= 7
- 4) PA3 <= 8
- 5) PA4 <= 6
- 6) PA5 <= 6
- 7) PE111 + PE311 + PE511 = 4
- 8) PE112 + PE312 + PE512 = 4
- 9) PE113 + PE313 + PE513 = 7
- 10) PE114 + PE314 + PE514 = 7
- 11) PE115 + PE315 + PE515 = 7
- 12) PE316 + PE116 + PE516 = 7
- 13) PE321 + PE421 + PE521 = 4
- 14) PE322 + PE422 + PE522 = 4
- 15) PE523 + PE323 + PE423 = 4
- 16) PE524 + PE324 + PE424 = 2
- 17) PE525 + PE325 + PE425 = 2
- 18) PE526 + PE326 + PE426 = 2
- 19) PE327 + PE427 + PE527 = 2
- 20) PE328 + PE428 + PE528 = 2
- 21) PE531 + PE231 + PE431 = 3
- 22) PE532 + PE232 + PE432 = 3
- 23) PE233 + PE433 + PE533 = 3
- 24) PE234 + PE434 + PE534 = 5
- 25) PE235 + PE435 + PE535 = 5
- 26) PE237 + PE437 + PE537 = 3
- 27) - PA1 + PE111 <= 0
- 28) - PA1 + PE112 <= 0
- 29) - PA1 + PE113 <= 0
- 30) - PA1 + PE114 <= 0
- 31) - PA1 + PE115 <= 0
- 32) - PA1 + PE116 <= 0

OBJ. FUN. VALUE

1)	32000.000000
VAR.	VALUE
PA1	7.000000
PA2	3.000000
PA3	.000000
PA4	4.000000
PA5	.000000
PE111	4.000000
PE112	4.000000
PE113	7.000000
PE114	7.000000
PE115	7.000000
PE116	7.000000
PE421	4.000000
PE422	4.000000
PE423	4.000000
PE424	2.000000
PE425	2.000000
PE426	2.000000
PE427	2.000000
PE428	2.000000
PE231	3.000000
PE232	3.000000
PE233	3.000000
PE234	3.000000
PE434	2.000000
PE235	3.000000
PE435	2.000000
PE237	1.000000
PE437	2.000000

```

33) - PA2 + PE231 <= 0
34) - PA2 + PE232 <= 0
35) - PA2 + PE233 <= 0
36) - PA2 + PE234 <= 0
37) - PA2 + PE235 <= 0
38) - PA2 + PE237 <= 0
39) - PA3 + PE311 + PE321 <= 0
40) - PA3 + PE312 + PE322 <= 0
41) - PA3 + PE313 + PE323 <= 0
42) - PA3 + PE314 + PE324 <= 0
43) - PA3 + PE315 + PE325 <= 0
44) - PA3 + PE316 + PE326 <= 0
45) - PA3 + PE327 <= 0
46) - PA3 + PE328 <= 0
47) - PA4 + PE421 + PE431 <= 0
48) - PA4 + PE422 + PE432 <= 0
49) - PA4 + PE423 + PE433 <= 0
50) - PA4 + PE424 + PE434 <= 0
51) - PA4 + PE425 + PE435 <= 0
52) - PA4 + PE426 <= 0
53) - PA4 + PE427 + PE437 <= 0
54) - PA4 + PE428 <= 0
55) - PA5 + PE531 + PE521 + PE511 <= 0
56) - PA5 + PE532 + PE522 + PE512 <= 0
57) - PA5 + PE523 + PE533 + PE513 <= 0
58) - PA5 + PE524 + PE534 + PE514 <= 0
59) - PA5 + PE525 + PE535 + PE515 <= 0
60) - PA5 + PE526 + PE516 <= 0
61) - PA5 + PE527 + PE537 <= 0
62) - PA5 + PE528 <= 0
END

```

BEISPIEL Q

MIN
2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5
SUBJECT TO

- 2) PE111 + PE311 = 4
- 3) PE112 + PE312 = 4
- 4) PE113 + PE513 = 7
- 5) PE114 + PE514 = 7
- 6) PE115 + PE515 = 7
- 7) PE116 + PE516 = 7
- 8) PE321 + PE421 = 4
- 9) PE322 + PE422 = 4
- 10) PE323 + PE423 = 4
- 11) PE324 + PE424 = 2
- 12) PE325 + PE425 = 2
- 13) PE326 + PE426 = 2
- 14) PE327 + PE427 = 2
- 15) PE328 + PE428 = 2
- 16) PE231 + PE431 = 3
- 17) PE232 + PE432 = 3
- 18) PE233 + PE433 = 3
- 19) PE234 + PE434 + PE534 = 5
- 20) PE235 + PE435 + PE535 = 5
- 21) PE237 + PE537 = 3

OBJ. FUN. VALUE	
VAR.	VALUE
1)	32000.000000
PA1	7.000000
PA2	3.000000
PA3	2.000000
PA4	2.000000
PA5	.000000
PE111	4.000000
PE112	4.000000
PE113	7.000000
PE114	7.000000
PE115	7.000000
PE116	7.000000
PE321	2.000000
PE421	2.000000
PE322	2.000000
PE422	2.000000
PE323	2.000000
PE423	2.000000
PE324	2.000000
PE325	2.000000
PE326	2.000000

22)	- PA1 + PE111 <= 0	PE327	2.000000
23)	- PA1 + PE112 <= 0	PE328	2.000000
24)	- PA1 + PE113 <= 0	PE231	3.000000
25)	- PA1 + PE114 <= 0	PE232	3.000000
26)	- PA1 + PE115 <= 0	PE233	3.000000
27)	- PA1 + PE116 <= 0	PE234	3.000000
28)	- PA2 + PE231 <= 0	PE434	2.000000
29)	- PA2 + PE232 <= 0	PE235	3.000000
30)	- PA2 + PE233 <= 0	PE435	2.000000
31)	- PA2 + PE234 <= 0	PE237	3.000000
32)	- PA2 + PE235 <= 0		
33)	- PA2 + PE237 <= 0		
34)	- PA3 + PE311 + PE321 <= 0		
35)	- PA3 + PE312 + PE322 <= 0		
36)	- PA3 + PE323 <= 0		
37)	- PA3 + PE324 <= 0		
38)	- PA3 + PE325 <= 0		
39)	- PA3 + PE326 <= 0		
40)	- PA3 + PE327 <= 0		
41)	- PA3 + PE328 <= 0		
42)	- PA4 + PE421 + PE431 <= 0		
43)	- PA4 + PE422 + PE432 <= 0		
44)	- PA4 + PE423 + PE433 <= 0		
45)	- PA4 + PE424 + PE434 <= 0		
46)	- PA4 + PE425 + PE435 <= 0		
47)	- PA4 + PE426 <= 0		
48)	- PA4 + PE427 <= 0		
49)	- PA4 + PE428 <= 0		
50)	- PA5 + PE513 <= 0		
51)	- PA5 + PE514 + PE534 <= 0		
52)	- PA5 + PE515 + PE535 <= 0		
53)	- PA5 + PE516 <= 0		
54)	- PA5 + PE537 <= 0		
55)	PA1 <= 8		
56)	PA2 <= 7		
57)	PA3 <= 8		
58)	PA4 <= 6		
59)	PA5 <= 6		
END			

BEISPIEL R

MIN		OBJ. FUN. VALUE	
2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5		1)	35000.000000
SUBJECT TO		VAR.	VALUE
2)	PE311 + PE411 + PE511 = 4	PA1	6.000000
3)	PE312 + PE412 + PE512 = 4	PA2	2.000000
4)	PE113 + PE313 + PE513 = 7	PA3	3.000000
5)	PE114 + PE314 + PE514 = 7	PA4	2.000000
6)	PE115 + PE315 + PE515 = 7	PA5	1.000000
7)	PE116 + PE316 + PE516 = 7	PE311	3.000000
8)	PE221 + PE421 + PE521 = 4	PE411	1.000000
9)	PE222 + PE422 + PE522 = 4	PE312	3.000000
10)	PE223 + PE423 + PE523 = 4	PE512	1.000000
11)	PE224 + PE424 + PE524 = 2	PE113	6.000000
12)	PE225 + PE425 + PE525 = 2	PE313	1.000000
13)	PE226 + PE426 + PE526 = 2	PE114	6.000000

14)	PE227 + PE427 + PE527 = 2	PE314	1.000000
15)	PE228 + PE428 + PE528 = 2	PE115	6.000000
16)	PE131 + PE331 + PE531 = 3	PE315	1.000000
17)	PE132 + PE332 + PE532 = 3	PE116	6.000000
18)	PE133 + PE333 + PE533 = 3	PE316	1.000000
19)	PE334 + PE434 + PE534 = 5	PE221	2.000000
20)	PE335 + PE435 + PE535 = 5	PE421	1.000000
21)	PE237 + PE437 + PE537 = 3	PE521	1.000000
22)	- PA1 + PE131 <= 0	PE222	2.000000
23)	- PA1 + PE132 <= 0	PE422	2.000000
24)	- PA1 + PE113 + PE133 <= 0	PE223	2.000000
25)	- PA1 + PE114 <= 0	PE423	2.000000
26)	- PA1 + PE115 <= 0	PE224	2.000000
27)	- PA1 + PE116 <= 0	PE225	2.000000
28)	- PA2 + PE221 <= 0	PE426	2.000000
29)	- PA2 + PE222 <= 0	PE227	2.000000
30)	- PA2 + PE223 <= 0	PE228	1.000000
31)	- PA2 + PE224 <= 0	PE528	1.000000
32)	- PA2 + PE225 <= 0	PE131	3.000000
33)	- PA2 + PE226 <= 0	PE132	3.000000
34)	- PA2 + PE227 + PE237 <= 0	PE333	2.000000
35)	- PA2 + PE228 <= 0	PE533	1.000000
36)	- PA3 + PE311 + PE331 <= 0	PE334	2.000000
37)	- PA3 + PE312 + PE332 <= 0	PE434	2.000000
38)	- PA3 + PE313 + PE333 <= 0	PE534	1.000000
39)	- PA3 + PE314 + PE334 <= 0	PE335	2.000000
40)	- PA3 + PE315 + PE335 <= 0	PE435	2.000000
41)	- PA3 + PE316 <= 0	PE535	1.000000
42)	- PA4 + PE411 + PE421 <= 0	PE437	2.000000
43)	- PA4 + PE412 + PE422 <= 0	PE537	1.000000
44)	- PA4 + PE423 <= 0		
45)	- PA4 + PE424 + PE434 <= 0		
46)	- PA4 + PE425 + PE435 <= 0		
47)	- PA4 + PE426 <= 0		
48)	- PA4 + PE427 + PE437 <= 0		
49)	- PA4 + PE428 <= 0		
50)	- PA5 + PE511 + PE521 + PE531 <= 0		
51)	- PA5 + PE512 + PE522 + PE532 <= 0		
52)	- PA5 + PE513 + PE523 + PE533 <= 0		
53)	- PA5 + PE514 + PE524 + PE534 <= 0		
54)	- PA5 + PE515 + PE525 + PE535 <= 0		
55)	- PA5 + PE516 + PE526 <= 0		
56)	- PA5 + PE527 + PE537 <= 0		
57)	- PA5 + PE528 <= 0		
58)	PA1 <= 8		
59)	PA2 <= 7		
60)	PA3 <= 8		
61)	PA4 <= 6		
62)	PA5 <= 6		
END			

BEISPIEL P'

MIN
 2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5 + 5000 PA6
 SUBJECT TO
 2) PE113 + PE313 + PE513 = 3

OBJ. FUN. VALUE
 1) 55000.000000
 VAR. VALUE
 PA1 4.000000

3)	PE114 + PE314 + PE514 = 3	PA2	4.000000
4)	PE117 + PE317 + PE517 = 7	PA3	.000000
5)	PE118 + PE318 + PE518 = 7	PA4	.000000
6)	PE119 + PE319 + PE519 = 7	PA5	6.000000
7)	PE11,10 + PE31,10 + PE51,10 = 7	PA6	3.000000
8)	PE323 + PE423 + PE523 = 4	PE(R)511	3.000000
9)	PE324 + PE424 + PE524 = 4	PE(R)512	3.000000
10)	PE325 + PE425 + PE525 = 4	PE(R)621	3.000000
11)	PE326 + PE426 + PE526 = 2	PE(R)622	3.000000
12)	PE327 + PE427 + PE527 = 2	PE(R)531	3.000000
13)	PE328 + PE428 + PE528 = 2	PE(R)532	3.000000
14)	PE329 + PE429 + PE529 = 2	PE(R)639	3.000000
15)	PE32,10 + PE42,10 + PE52,10 = 2	PE(R)63,10	3.000000
16)	PE233 + PE433 + PE533 = 4	PE113	1.000000
17)	PE234 + PE434 + PE534 = 4	PE513	2.000000
18)	PE235 + PE435 + PE535 = 4	PE114	1.000000
19)	PE236 + PE436 + PE536 = 4	PE514	2.000000
20)	PE237 + PE437 + PE537 = 5	PE117	4.000000
21)	PE238 + PE438 + PE538 = 5	PE517	3.000000
22)	PE23,11 + PE43,11 + PE53,11 = 3	PE118	4.000000
23)	PE(R)511 + PE(R)611 = 3	PE518	3.000000
24)	PE(R)512 + PE(R)612 = 3	PE119	4.000000
25)	PE(R)521 + PE(R)621 = 3	PE519	3.000000
26)	PE(R)522 + PE(R)622 = 3	PE11,10	4.000000
27)	PE(R)531 + PE(R)631 = 3	PE51,10	3.000000
28)	PE(R)632 + PE(R)532 = 3	PE523	4.000000
29)	PE(R)539 + PE(R)639 = 3	PE524	4.000000
30)	PE(R)53,10 + PE(R)63,10 = 3	PE525	4.000000
31)	- PA1 + PE113 <= 0	PE526	2.000000
32)	- PA1 + PE114 <= 0	PE527	2.000000
33)	- PA1 + PE117 <= 0	PE528	2.000000
34)	- PA1 + PE118 <= 0	PE529	2.000000
35)	- PA1 + PE119 <= 0	PE52,10	2.000000
36)	- PA1 + PE11,10 <= 0	PE233	4.000000
37)	- PA2 + PE233 <= 0	PE234	4.000000
38)	- PA2 + PE234 <= 0	PE235	4.000000
39)	- PA2 + PE235 <= 0	PE536	4.000000
40)	- PA2 + PE236 <= 0	PE237	4.000000
41)	- PA2 + PE237 <= 0	PE537	1.000000
42)	- PA2 + PE238 <= 0	PE238	4.000000
43)	- PA2 + PE23,11 <= 0	PE538	1.000000
44)	- PA3 + PE313 + PE323 <= 0	PE23,11	3.000000
45)	- PA3 + PE314 + PE324 <= 0		
46)	- PA3 + PE325 <= 0		
47)	- PA3 + PE326 <= 0		
48)	- PA3 + PE317 + PE327 <= 0		
49)	- PA3 + PE318 + PE328 <= 0		
50)	- PA3 + PE319 + PE329 <= 0		
51)	- PA3 + PE31,10 + PE32,10 <= 0		
52)	- PA4 + PE423 + PE433 <= 0		
53)	- PA4 + PE424 + PE434 <= 0		
54)	- PA4 + PE425 + PE435 <= 0		
55)	- PA4 + PE426 + PE436 <= 0		
56)	- PA4 + PE427 + PE437 <= 0		
57)	- PA4 + PE428 + PE438 <= 0		
58)	- PA4 + PE429 <= 0		
59)	- PA4 + PE42,10 <= 0		
60)	- PA4 + PE43,11 <= 0		

```

61) - PA5 + PE(R)511 + PE(R)521 + PE(R)531 <= 0
62) - PA5 + PE(R)512 + PE(R)522 + PE(R)532 <= 0
63) - PA5 + PE513 + PE523 + PE533 <= 0
64) - PA5 + PE514 + PE524 + PE534 <= 0
65) - PA5 + PE525 + PE535 <= 0
66) - PA5 + PE526 + PE536 <= 0
67) - PA5 + PE517 + PE527 + PE537 <= 0
68) - PA5 + PE518 + PE528 + PE538 <= 0
69) - PA5 + PE519 + PE529 + PE(R)539 <= 0
70) - PA5 + PE51,10 + PE52,10 + PE(R)53,10 <= 0
71) - PA5 + PE53,11 <= 0
72) - PA6 + PE(R)611 + PE(R)621 + PE(R)631 <= 0
73) - PA6 + PE(R)612 + PE(R)622 + PE(R)632 <= 0
74) - PA6 + PE(R)639 <= 0
75) - PA6 + PE(R)63,10 <= 0
76) PA1 <= 8
77) PA2 <= 7
78) PA3 <= 8
79) PA4 <= 6
80) PA5 <= 6
81) PA6 <= 4
END

```

BEISPIEL T

MIN		OBJ. FUN. VALUE
D1 + D2 + D3 + D4	1)	22.400000
SUBJECT TO	VAR.	VALUE
2) H14 - H13 + D14 <= 0	U241	1.000000
3) H13 - D1 + D13 <= 0	U342	1.000000
4) H21 - H24 + D21 <= 0	U133	.000000
5) H24 - D2 + D24 <= 0	U143	.000000
6) H32 - H33 + D32 <= 0	U343	.000000
7) H33 - H34 + D33 <= 0	U124	1.000000
8) H34 - D3 + D34 <= 0	U134	1.000000
9) H43 - H41 + D43 <= 0	U234	.000000
10) H41 - H42 + D41 <= 0	D1	5.200000
11) H42 - D4 + D42 <= 0	D2	5.500000
12) 100 U241 + H21 - H41 + D21 <= 100	D3	4.000000
13) 100 U342 + H32 - H42 + D32 <= 100	D4	7.700000
14) 100 U133 + H13 - H33 + D13 <= 100	D14	1.000000
15) 100 U143 + H13 - H43 + D13 <= 100	D13	2.200000
16) 100 U343 + H33 - H43 + D33 <= 100	D21	2.400000
17) 100 U124 + H14 - H24 + D14 <= 100	D24	1.500000
18) 100 U134 + H14 - H34 + D14 <= 100	D32	1.400000
19) 100 U234 + H24 - H34 + D24 <= 100	D33	.550000
20) - 100 U241 - H21 + H41 + D41 <= 0	D34	1.000000
21) - 100 U342 - H32 + H42 + D42 <= 0	D43	1.100000
22) - 100 U133 - H13 + H33 + D33 <= 0	D41	3.200000
23) - 100 U143 - H13 + H43 + D43 <= 0	D42	.700000
24) - 100 U343 - H33 + H43 + D43 <= 0	H14	.000000
25) - 100 U124 - H14 + H24 + D24 <= 0	H13	3.000000
26) - 100 U134 - H14 + H34 + D34 <= 0	H21	.000000
27) - 100 U234 - H24 + H34 + D34 <= 0	H24	4.000000
28) Z121 + Z221 + Z321 + Z421 + Z521 = 1	H32	.000000
29) Z141 + Z241 + Z341 + Z441 + Z541 = 1	H33	2.000000
30) Z132 + Z232 + Z332 + Z432 = 1	H34	3.000000

31)	$Z142 + Z242 + Z342 + Z442 = 1$	H43	.000000
32)	$Z113 + Z213 + Z313 + Z413 = 1$	H41	3.000000
33)	$Z133 + Z233 + Z333 + Z433 = 1$	H42	7.000000
34)	$Z143 + Z243 + Z343 + Z443 = 1$	Z521	1.000000
35)	$Z114 + Z214 + Z314 + Z414 + Z514 + Z614 + Z714 = 1$	Z541	1.000000
36)	$Z124 + Z224 + Z324 + Z424 + Z524 + Z624 + Z724 = 1$	Z432	1.000000
37)	$Z134 + Z234 + Z334 + Z434 + Z534 + Z634 + Z734 = 1$	Z442	1.000000
38)	$-2 Z114 - 1.9 Z214 - 1.8 Z314 - 1.6 Z414 - 1.4 Z514$ $- 1.2 Z614 - Z714 + D14 = 0$	Z413	1.000000
		Z433	1.000000
39)	$-4 Z113 - 3.6 Z213 - 3 Z313 - 2.2 Z413 + D13 = 0$	Z443	1.000000
40)	$-3 Z121 - 2.85 Z221 - 2.7 Z321 - 2.55 Z421 - 2.4 Z521$ $+ D21 = 0$	Z714	1.000000
		Z724	1.000000
41)	$-3 Z124 - 2.85 Z224 - 2.7 Z324 - 2.4 Z424 - 2.1 Z524$ $- 1.8 Z624 - 1.5 Z724 + D24 = 0$	Z734	1.000000
42)	$-2 Z132 - 1.8 Z232 - 1.6 Z332 - 1.4 Z432 + D32 = 0$		
43)	$-Z133 - 0.9 Z233 - 0.75 Z333 - 0.55 Z433 + D33 = 0$		
44)	$-2 Z134 - 1.9 Z234 - 1.8 Z334 - 1.6 Z434 - 1.4 Z534$ $- 1.2 Z634 - Z734 + D34 = 0$		
45)	$-2 Z143 - 1.8 Z243 - 1.5 Z343 - 1.1 Z443 + D43 = 0$		
46)	$-4 Z141 - 3.8 Z241 - 3.6 Z341 - 3.4 Z441 - 3.2 Z541 + D41 = 0$		
47)	$-Z142 - 0.9 Z242 - 0.8 Z342 - 0.7 Z442 + D42 = 0$		
END			

BEISPIEL T

MIN	OBJ. FUN. VALUE
$D1 + D2 + D3 + D4$	1) 22.700000
SUBJECT TO	VAR. VALUE
2) $H14 - H13 + D14 \leq 0$	U241 1.000000
3) $H13 - D1 + D13 \leq 0$	U342 1.000000
4) $H21 - H24 + D21 \leq 0$	U133 .000000
5) $H24 - D2 + D24 \leq 0$	U143 .000000
6) $H32 - H33 + D32 \leq 0$	U343 .000000
7) $H33 - H34 + D33 \leq 0$	U124 1.000000
8) $H34 - D3 + D34 \leq 0$	U134 1.000000
9) $H43 - H41 + D43 \leq 0$	U234 .000000
10) $H41 - H42 + D41 \leq 0$	D1 5.200000
11) $H42 - D4 + D42 \leq 0$	D2 5.800000
12) $100 U241 + H21 - H41 + D21 \leq 100$	D3 4.000000
13) $100 U342 + H32 - H42 + D32 \leq 100$	D4 7.700000
14) $100 U133 + H13 - H33 + D13 \leq 100$	D14 1.000000
15) $100 U143 + H13 - H43 + D13 \leq 100$	D13 2.200000
16) $100 U343 + H33 - H43 + D33 \leq 100$	D21 3.000000
17) $100 U124 + H14 - H24 + D14 \leq 100$	D24 1.800000
18) $100 U134 + H14 - H34 + D14 \leq 100$	D32 1.400000
19) $100 U234 + H24 - H34 + D24 \leq 100$	D33 .550000
20) $-100 U241 - H21 + H41 + D41 \leq 0$	D34 1.000000
21) $-100 U342 - H32 + H42 + D42 \leq 0$	D43 1.500000
22) $-100 U133 - H13 + H33 + D33 \leq 0$	D41 4.000000
23) $-100 U143 - H13 + H43 + D43 \leq 0$	D42 .700000
24) $-100 U343 - H33 + H43 + D43 \leq 0$	H14 .000000
25) $-100 U124 - H14 + H24 + D24 \leq 0$	H13 3.000000
26) $-100 U134 - H14 + H34 + D34 \leq 0$	H21 .000000
27) $-100 U234 - H24 + H34 + D34 \leq 0$	H24 4.000000
28) $Z121 + Z221 + Z321 + Z421 + Z521 = 1$	H32 .000000
29) $Z141 + Z241 + Z341 + Z441 + Z541 = 1$	H33 2.000000
30) $Z132 + Z232 + Z332 + Z432 = 1$	H34 3.000000

31)	$Z142 + Z242 + Z342 + Z442 = 1$	H43	.000000
32)	$Z113 + Z213 + Z313 + Z413 = 1$	H41	3.000000
33)	$Z133 + Z233 + Z333 + Z433 = 1$	H42	7.000000
34)	$Z143 + Z243 + Z343 + Z443 = 1$	Z121	1.000000
35)	$Z114 + Z214 + Z314 + Z414 + Z514 + Z614 + Z714 = 1$	Z141	1.000000
36)	$Z124 + Z224 + Z324 + Z424 + Z524 + Z624 + Z724 = 1$	Z432	1.000000
37)	$Z134 + Z234 + Z334 + Z434 + Z534 + Z634 + Z734 = 1$	Z442	1.000000
38)	$-2 Z114 - 1.9 Z214 - 1.8 Z314 - 1.6 Z414 - 1.4 Z514$ $- 1.2 Z614 - Z714 + D14 = 0$	Z413	1.000000
		Z433	1.000000
39)	$-4 Z113 - 3.6 Z213 - 3 Z313 - 2.2 Z413 + D13 = 0$	Z343	1.000000
40)	$-3 Z121 - 2.85 Z221 - 2.7 Z321 - 2.55 Z421 - 2.4 Z521 + D21 = 0$	Z714	1.000000
41)	$-3 Z124 - 2.85 Z224 - 2.7 Z324 - 2.4 Z424 - 2.1 Z524$ $- 1.8 Z624 - 1.5 Z724 + D24 = 0$	Z624	1.000000
		Z734	1.000000
42)	$-2 Z132 - 1.8 Z232 - 1.6 Z332 - 1.4 Z432 + D32 = 0$		
43)	$-Z133 - 0.9 Z233 - 0.75 Z333 - 0.55 Z433 + D33 = 0$		
44)	$-2 Z134 - 1.9 Z234 - 1.8 Z334 - 1.6 Z434 - 1.4 Z534$ $- 1.2 Z634 - Z734 + D34 = 0$		
45)	$-2 Z143 - 1.8 Z243 - 1.5 Z343 - 1.1 Z443 + D43 = 0$		
46)	$-4 Z141 - 3.8 Z241 - 3.6 Z341 - 3.4 Z441 - 3.2 Z541 + D41 = 0$		
47)	$-Z142 - 0.9 Z242 - 0.8 Z342 - 0.7 Z442 + D42 = 0$		
48)	$2.85 Z221 + 3.8 Z241 \leq 3$		
49)	$2.7 Z321 + 3.6 Z341 \leq 3$		
50)	$2.55 Z421 + 3.4 Z441 \leq 3$		
51)	$2.4 Z521 + 3.2 Z541 \leq 2$		
52)	$1.8 Z232 + 0.9 Z242 \leq 3$		
53)	$1.6 Z332 + 0.8 Z342 \leq 3$		
54)	$1.4 Z432 + 0.7 Z442 \leq 3$		
55)	$3.6 Z213 + 0.9 Z233 + 1.8 Z243 \leq 3$		
56)	$3 Z313 + 0.75 Z333 + 1.5 Z343 \leq 3$		
57)	$2.2 Z413 + 0.55 Z433 + 1.1 Z443 \leq 3$		
58)	$1.9 Z214 + 2.85 Z224 + 1.9 Z234 \leq 3$		
59)	$1.8 Z314 + 2.7 Z324 + 1.8 Z334 \leq 3$		
60)	$1.6 Z414 + 2.4 Z424 + 1.6 Z434 \leq 3$		
61)	$1.4 Z514 + 2.1 Z524 + 1.4 Z534 \leq 2$		
62)	$1.2 Z614 + 1.8 Z624 + 1.2 Z634 \leq 2$		
63)	$Z714 + 1.5 Z724 + Z734 \leq 2$		
END			

BEISPIEL U

MIN		OBJ. FUN. VALUE	
2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5		1)	75000.000000
SUBJECT TO		VAR.	VALUE
2)	PA1 ≤ 8	PA1	8.000000
3)	PA2 ≤ 7	PA2	6.000000
4)	PA3 ≤ 8	PA3	7.000000
5)	PA4 ≤ 6	PA4	6.000000
6)	PA5 ≤ 6	PA5	2.000000
7)	PE111 + PE311 + PE511 = 8	PE111	8.000000
8)	PE112 + PE312 + PE512 = 8	PE112	6.000000
9)	PE113 + PE313 + PE513 = 8	PE512	2.000000
10)	PE114 + PE314 + PE514 = 6	PE113	8.000000
11)	PE115 + PE315 + PE515 = 6	PE114	1.000000
12)	PE116 + PE316 + PE516 = 6	PE314	5.000000
13)	PE221 + PE421 = 6	PE115	3.000000
14)	PE222 + PE422 = 6	PE315	3.000000
15)	PE228 + PE428 = 8	PE116	6.000000

16)	PE331 + PE531 = 7	PE317	4.000000
17)	PE332 + PE532 = 7	PE517	2.000000
18)	PE333 + PE533 = 9	PE221	6.000000
19)	PE334 + PE534 = 4	PE422	6.000000
20)	PE335 + PE535 = 4	PE228	6.000000
21)	PE336 + PE536 = 4	PE428	2.000000
22)	PE441 + PE541 = 8	PE331	7.000000
23)	PE444 + PE544 = 6	PE332	7.000000
24)	PE445 + PE545 = 8	PE333	7.000000
25)	PE446 + PE546 = 8	PE533	2.000000
26)	PE117 + PE317 + PE517 = 6	PE334	2.000000
27)	- PA1 + PE111 <= 0	PE534	2.000000
28)	- PA1 + PE112 <= 0	PE335	4.000000
29)	- PA1 + PE113 <= 0	PE336	4.000000
30)	- PA1 + PE114 <= 0	PE441	6.000000
31)	- PA1 + PE115 <= 0	PE541	2.000000
32)	- PA1 + PE116 <= 0	PE444	6.000000
33)	- PA1 + PE117 <= 0	PE445	6.000000
34)	- PA2 + PE221 <= 0	PE545	2.000000
35)	- PA2 + PE222 <= 0	PE446	6.000000
36)	- PA2 + PE228 <= 0	PE546	2.000000
37)	- PA3 + PE311 + PE331 <= 0		
38)	- PA3 + PE312 + PE332 <= 0		
39)	- PA3 + PE313 + PE333 <= 0		
40)	- PA3 + PE314 + PE334 <= 0		
41)	- PA3 + PE315 + PE335 <= 0		
42)	- PA3 + PE316 + PE336 <= 0		
43)	- PA3 + PE317 <= 0		
44)	- PA4 + PE421 + PE441 <= 0		
45)	- PA4 + PE422 <= 0		
46)	- PA4 + PE444 <= 0		
47)	- PA4 + PE445 <= 0		
48)	- PA4 + PE446 <= 0		
49)	- PA4 + PE428 <= 0		
50)	- PA5 + PE511 + PE531 + PE541 <= 0		
51)	- PA5 + PE512 + PE532 <= 0		
52)	- PA5 + PE513 + PE533 <= 0		
53)	- PA5 + PE514 + PE534 + PE544 <= 0		
54)	- PA5 + PE515 + PE535 + PE545 <= 0		
55)	- PA5 + PE516 + PE536 + PE546 <= 0		
56)	- PA5 + PE517 <= 0		
END			

BEISPIEL V

MIN		OBJ. FUN. VALUE
2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5		1) 75000.000000
SUBJECT TO		VAR. VALUE
2)	PA1 <= 8	PA1 8.000000
3)	PA2 <= 7	PA2 6.000000
4)	PA3 <= 8	PA3 7.000000
5)	PA4 <= 6	PA4 6.000000
6)	PA5 <= 6	PA5 2.000000
7)	PE111 + PE511 = 8	PE111 8.000000
8)	PE112 + PE512 = 8	PE112 6.000000
9)	PE113 + PE513 = 8	PE512 2.000000
10)	PE114 + PE514 = 6	PE113 8.000000

11)	PE115 + PE515 = 6	PE114	4.000000
12)	PE116 + PE516 = 6	PE514	2.000000
13)	PE221 + PE421 = 6	PE115	6.000000
14)	PE222 + PE422 = 6	PE116	6.000000
15)	PE228 + PE428 = 8	PE117	4.000000
16)	PE331 + PE531 = 7	PE517	2.000000
17)	PE332 + PE532 = 7	PE221	6.000000
18)	PE333 + PE533 = 9	PE422	6.000000
19)	PE334 + PE534 = 4	PE228	6.000000
20)	PE335 + PE535 = 4	PE428	2.000000
21)	PE336 + PE536 = 4	PE331	7.000000
22)	PE441 + PE541 = 8	PE332	7.000000
23)	PE444 + PE544 = 6	PE333	7.000000
24)	PE445 + PE545 = 8	PE533	2.000000
25)	PE446 + PE546 = 8	PE334	4.000000
26)	PE117 + PE517 = 6	PE335	4.000000
27)	- PA1 + PE111 <= 0	PE336	4.000000
28)	- PA1 + PE112 <= 0	PE441	6.000000
29)	- PA1 + PE113 <= 0	PE541	2.000000
30)	- PA1 + PE114 <= 0	PE444	6.000000
31)	- PA1 + PE115 <= 0	PE445	6.000000
32)	- PA1 + PE116 <= 0	PE545	2.000000
33)	- PA1 + PE117 <= 0	PE446	6.000000
34)	- PA2 + PE221 <= 0	PE546	2.000000
35)	- PA2 + PE222 <= 0		
36)	- PA2 + PE228 <= 0		
37)	- PA3 + PE331 <= 0		
38)	- PA3 + PE332 <= 0		
39)	- PA3 + PE333 <= 0		
40)	- PA3 + PE334 <= 0		
41)	- PA3 + PE335 <= 0		
42)	- PA3 + PE336 <= 0		
43)	- PA4 + PE421 + PE441 <= 0		
44)	- PA4 + PE422 <= 0		
45)	- PA4 + PE444 <= 0		
46)	- PA4 + PE445 <= 0		
47)	- PA4 + PE446 <= 0		
48)	- PA4 + PE428 <= 0		
49)	- PA5 + PE511 + PE531 + PE541 <= 0		
50)	- PA5 + PE512 + PE532 <= 0		
51)	- PA5 + PE513 + PE533 <= 0		
52)	- PA5 + PE514 + PE534 + PE544 <= 0		
53)	- PA5 + PE515 + PE535 + PE545 <= 0		
54)	- PA5 + PE516 + PE536 + PE546 <= 0		
55)	- PA5 + PE517 <= 0		
END			

BEISPIEL U'

MIN
 2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5
 SUBJECT TO
 2) 3 Y1114 + 3 Y1214 + 3 Y1314 + 4 Y1414 + 8 Y1514
 + 8 Y1614 + 8 Y1714 - PE441 - PE541 = 0
 3) 3 Y2114 + 3 Y2214 + 3 Y2314 + 4 Y2414 + 8 Y2514
 + 8 Y2614 + 8 Y2714 - PE442 - PE542 = 0
 4) 3 Y3114 + 3 Y3214 + 3 Y3314 + 4 Y3414 + 8 Y3514

OBJ. FUN. VALUE
 1) 55000.000000
 VAR. VALUE
 PA1 5.000000
 PA2 2.000000
 PA3 5.000000
 PA4 6.000000
 PA5 2.000000

	+ 8 Y3614 + 8 Y3714 - PE443 - PE543 = 0	PE111	5.000000
5)	PE228 + PE428 = 8	PE112	5.000000
6)	PE334 + PE534 = 4	PE113	5.000000
7)	PE335 + PE535 = 4	PE114	5.000000
8)	PE336 + PE536 = 4	PE314	1.000000
9)	PE444 + PE544 = 6	PE115	5.000000
10)	PE445 + PE545 = 8	PE315	1.000000
11)	PE446 + PE546 = 8	PE116	5.000000
12)	5 Z121 + 5 Z221 + 5 Z321 + 8 Z421 + 8 Z521 - PE111 - PE311 - PE511 = 0	PE316	1.000000
13)	5 Z121 + 5 Z221 + 5 Z321 + 8 Z421 + 8 Z521 - PE112 - PE312 - PE512 = 0	PE117	5.000000
14)	5 Z121 + 5 Z221 + 5 Z321 + 8 Z421 + 8 Z521 - PE113 - PE313 - PE513 = 0	PE317	1.000000
15)	3 Z141 + 3 Z241 + 3 Z341 + 6 Z441 + 6 Z541 - PE114 - PE314 - PE514 = 0	PE221	2.000000
16)	3 Z141 + 3 Z241 + 3 Z341 + 6 Z441 + 6 Z541 - PE115 - PE315 - PE515 = 0	PE421	5.000000
17)	3 Z141 + 3 Z241 + 3 Z341 + 6 Z441 + 6 Z541 - PE116 - PE316 - PE516 = 0	PE222	2.000000
18)	3 Z141 + 3 Z241 + 3 Z341 + 6 Z441 + 6 Z541 - PE117 - PE317 - PE517 = 0	PE422	4.000000
19)	3 Z132 + 3 Z232 + 6 Z332 + 6 Z432 - PE221 - PE421 = 0	PE228	2.000000
20)	3 Z132 + 3 Z232 + 6 Z332 + 6 Z432 - PE222 - PE422 = 0	PE428	6.000000
21)	5 Z143 + 5 Z243 + 5 Z343 + 7 Z443 - PE331 - PE531 = 0	PE331	5.000000
22)	5 Z143 + 5 Z243 + 5 Z343 + 7 Z443 - PE332 - PE532 = 0	PE332	5.000000
23)	7 Z133 + 7 Z233 + 7 Z333 + 9 Z433 - PE333 - PE533 = 0	PE333	5.000000
24)	- PA1 + PE111 <= 0	PE533	2.000000
25)	- PA1 + PE112 <= 0	PE334	4.000000
26)	- PA1 + PE113 <= 0	PE335	4.000000
27)	- PA1 + PE114 <= 0	PE336	4.000000
28)	- PA1 + PE115 <= 0	PE441	2.000000
29)	- PA1 + PE116 <= 0	PE541	2.000000
30)	- PA1 + PE117 <= 0	PE442	2.000000
31)	- PA2 + PE221 <= 0	PE542	2.000000
32)	- PA2 + PE222 <= 0	PE444	6.000000
33)	- PA2 + PE228 <= 0	PE445	6.000000
34)	- PA3 + PE311 + PE331 <= 0	PE545	2.000000
35)	- PA3 + PE312 + PE332 <= 0	PE446	6.000000
36)	- PA3 + PE313 + PE333 <= 0	PE546	2.000000
37)	- PA3 + PE334 + PE314 <= 0	Z121	1.000000
38)	- PA3 + PE335 + PE315 <= 0	Z541	1.000000
39)	- PA3 + PE336 + PE316 <= 0	Z432	1.000000
40)	- PA3 + PE317 <= 0	Z343	1.000000
41)	- PA4 + PE441 + PE421 <= 0	Z133	1.000000
42)	- PA4 + PE442 + PE422 <= 0	Z414	1.000000
43)	- PA4 + PE443 <= 0	Y1414	1.000000
44)	- PA4 + PE444 <= 0	Y2414	1.000000
45)	- PA4 + PE445 <= 0		
46)	- PA4 + PE446 <= 0		
47)	- PA4 + PE428 <= 0		
48)	- PA5 + PE541 + PE511 + PE531 <= 0		
49)	- PA5 + PE542 + PE512 + PE532 <= 0		
50)	- PA5 + PE543 + PE513 + PE533 <= 0		
51)	- PA5 + PE534 + PE544 + PE514 <= 0		
52)	- PA5 + PE535 + PE545 + PE515 <= 0		
53)	- PA5 + PE536 + PE546 + PE516 <= 0		
54)	- PA5 + PE517 <= 0		

55) $-2 Z114 + Y1114 + Y2114 + Y3114 \geq 0$
 56) $-1.9 Z214 + Y1214 + Y2214 + Y3214 \geq 0$
 57) $-1.8 Z314 + Y1314 + Y2314 + Y3314 \geq 0$
 58) $-1.6 Z414 + Y1414 + Y2414 + Y3414 \geq 0$
 59) $-1.4 Z514 + Y1514 + Y2514 + Y3514 \geq 0$
 60) $-1.2 Z614 + Y1614 + Y2614 + Y3614 \geq 0$
 61) $-Z714 + Y1714 + Y2714 + Y3714 \geq 0$
 62) $-2.95 Z114 + Y1114 + Y2114 + Y3114 \leq 0$
 63) $-2.85 Z214 + Y1214 + Y2214 + Y3214 \leq 0$
 64) $-2.75 Z314 + Y1314 + Y2314 + Y3314 \leq 0$
 65) $-2.55 Z414 + Y1414 + Y2414 + Y3414 \leq 0$
 66) $-2.35 Z514 + Y1514 + Y2514 + Y3514 \leq 0$
 67) $-2.15 Z614 + Y1614 + Y2614 + Y3614 \leq 0$
 68) $-1.95 Z714 + Y1714 + Y2714 + Y3714 \leq 0$
 69) $2 Y1114 - 2 Y2114 + Y3114 \leq 2$
 70) $1.9 Y1214 - 1.9 Y2214 + Y3214 \leq 1.9$
 71) $1.8 Y1314 - 1.8 Y2314 + Y3314 \leq 1.8$
 72) $1.6 Y1414 - 1.6 Y2414 + Y3414 \leq 1.6$
 73) $1.4 Y1514 - 1.4 Y2514 + Y3514 \leq 1.4$
 74) $1.2 Y1614 - 1.2 Y2614 + Y3614 \leq 1.2$
 75) $Y1714 - Y2714 + Y3714 \leq 1$
 76) $Z121 + Z221 + Z321 + Z421 + Z521 = 1$
 77) $Z141 + Z241 + Z341 + Z441 + Z541 = 1$
 78) $Z132 + Z232 + Z332 + Z432 = 1$
 79) $Z143 + Z243 + Z343 + Z443 = 1$
 80) $Z133 + Z233 + Z333 + Z433 = 1$
 81) $Z114 + Z214 + Z314 + Z414 + Z514 + Z614 + Z714 = 1$
 82) $PA1 \leq 8$
 83) $PA2 \leq 7$
 84) $PA3 \leq 8$
 85) $PA4 \leq 6$
 86) $PA5 \leq 6$
 END

BEISPIEL X

MIN

D1 + D2 + D3 + D4

SUBJECT TO

- 2) $H14 - H13 + D14 \leq 0$
 3) $H13 - D(G)1 + D13 - D'11 - D'21 - D'31 - D'41 \leq 0$
 4) $H21 - H24 + D21 \leq 0$
 5) $H24 - D(G)2 + D24 - D'12 - D'22 - D'32 - D'42 \leq 0$
 6) $H32 - H33 + D32 \leq 0$
 7) $H33 - H34 + D33 \leq 0$
 8) $H34 - D(G)3 + D34 - D'13 - D'33 - D'43 - D'23 \leq 0$
 9) $H43 - H41 + D43 \leq 0$
 10) $H41 - H42 + D41 \leq 0$
 11) $H42 - D(G)4 + D42 - D'14 - D'24 - D'34 \leq 0$
 12) $100 U241 + H21 - H41 + D21 \leq 100$
 13) $100 U342 + H32 - H42 + D32 \leq 100$
 14) $100 U133 + H13 - H33 + D13 \leq 100$
 15) $100 U143 + H13 - H43 + D13 \leq 100$
 16) $100 U343 + H33 - H43 + D33 \leq 100$
 17) $100 U124 + H14 - H24 + D14 \leq 100$
 18) $100 U134 + H14 - H34 + D14 \leq 100$
 19) $100 U234 + H24 - H34 + D24 \leq 100$

OBJ. FUN. VALUE

1) 18.750000

VAR. VALUE

U241 1.000000
 U342 1.000000
 U133 .000000
 U143 .000000
 U343 .000000
 U124 1.000000
 U134 1.000000
 U234 1.000000
 D1 5.350000
 D2 3.170000
 D3 4.600000
 D4 5.630000
 D14 1.620000
 D13 1.350000
 D21 1.300000
 D24 1.170000
 D32 2.000000
 D33 1.200000

20)	- 100 U241 - H21 + H41 + D41 <= 0	D34	.800000
21)	- 100 U342 - H32 + H42 + D42 <= 0	D43	1.470000
22)	- 100 U133 - H13 + H33 + D33 <= 0	D41	2.800000
23)	- 100 U143 - H13 + H43 + D43 <= 0	D42	.840000
24)	- 100 U343 - H33 + H43 + D43 <= 0	H14	.000000
25)	- 100 U124 - H14 + H24 + D24 <= 0	H13	4.000000
26)	- 100 U134 - H14 + H34 + D34 <= 0	H21	.000000
27)	- 100 U234 - H24 + H34 + D34 <= 0	H24	2.000000
28)	1.56 Z121 + 1.3 Z221 + 1.04 Z321 - D21 = 0	H32	.000000
29)	4.2 Z141 + 3.5 Z241 + 2.8 Z341 - D41 = 0	H33	2.000000
30)	3 Z132 + 2.5 Z232 + 2 Z332 - D32 = 0	H34	4.000000
31)	1.26 Z142 + 1.05 Z242 + 0.84 Z342 - D42 = 0	H43	.000000
32)	2.7 Z113 + 2.25 Z213 + 1.8 Z313 + 1.35 Z413 - D13 = 0	H41	2.000000
33)	2.4 Z133 + 2 Z233 + 1.6 Z333 + 1.2 Z433 - D33 = 0	H42	5.000000
34)	2.94 Z143 + 2.45 Z243 + 1.96 Z343 + 1.47 Z443 - D43 = 0	Z221	1.000000
35)	3.24 Z114 + 2.7 Z214 + 2.16 Z314 + 1.62 Z414 - D14 = 0	Z341	1.000000
36)	2.34 Z124 + 1.95 Z224 + 1.56 Z324 + 1.17 Z424 - D24 = 0	Z332	1.000000
37)	1.2 Z134 + Z234 + 0.8 Z334 + 0.6 Z434 - D34 = 0	Z342	1.000000
38)	Z121 + Z221 + Z321 = 1	Z413	1.000000
39)	Z141 + Z241 + Z341 = 1	Z433	1.000000
40)	Z132 + Z232 + Z332 = 1	Z443	1.000000
41)	Z142 + Z242 + Z342 = 1	Z414	1.000000
42)	Z113 + Z213 + Z313 + Z413 = 1	Z424	1.000000
43)	Z133 + Z233 + Z333 + Z433 = 1	Z334	1.000000
44)	Z143 + Z243 + Z343 + Z443 = 1	D(G)1	5.000000
45)	Z114 + Z214 + Z314 + Z414 = 1	D(G)2	3.000000
46)	Z124 + Z224 + Z324 + Z424 = 1	D(G)3	4.000000
47)	Z134 + Z234 + Z334 + Z434 = 1	D(G)4	5.000000
48)	-D(G)1 + D1 - 0.5 D'11 - 0.6 D'21 - 0.75 D'31 - D'41 = 0	D'41	.350000
49)	-D(G)2 + D2 - 0.5 D'12 - 0.6 D'22 - 0.75 D'32 - D'42 = 0	D'42	.170000
50)	-D(G)3 + D3 - 0.5 D'13 - 0.75 D'33 - D'43 - 0.6 D'23 = 0	D'33	.800000
51)	-D(G)4 + D4 - 0.5 D'14 - 0.6 D'24 - 0.75 D'34 = 0	D'34	.840000
52)	- 0.9 Z113 + D'11 <= 0		
53)	- 0.9 Z213 + D'21 <= 0		
54)	- 0.9 Z313 + D'31 <= 0		
55)	- 0.9 Z413 + D'41 <= 0		
56)	- 0.9 Z124 + D'12 <= 0		
57)	- 0.9 Z224 + D'22 <= 0		
58)	- 0.9 Z324 + D'32 <= 0		
59)	- 0.9 Z424 + D'42 <= 0		
60)	- 0.9 Z134 + D'13 <= 0		
61)	- 0.9 Z234 + D'23 <= 0		
62)	- 0.9 Z334 + D'33 <= 0		
63)	- 0.9 Z434 + D'43 <= 0		
64)	- 0.9 Z142 + D'14 <= 0		
65)	- 0.9 Z242 + D'24 <= 0		
66)	- 0.9 Z342 + D'34 <= 0		
END			

BEISPIEL Y

MIN
 2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5
 SUBJECT TO
 2) PE111 + PE311 + PE511 = 10
 3) PE112 + PE312 + PE512 = 10
 4) PE113 + PE313 + PE513 = 6

OBJ. FUN. VALUE
 1) 90000.000000
 VALUE
 PA1 6.000000
 PA2 6.000000
 PA3 8.000000

5)	PE114 + PE314 + PE514 = 6	PA4	6.000000
6)	PE115 + PE315 + PE515 = 6	PA5	6.000000
7)	PE221 + PE421 = 6	PE111	6.000000
8)	PE222 + PE422 = 6	PE511	4.000000
9)	PE226 + PE426 = 8	PE112	6.000000
10)	PE331 + PE531 = 10	PE512	4.000000
11)	PE332 + PE532 = 10	PE113	6.000000
12)	PE333 + PE533 = 14	PE114	6.000000
13)	PE334 + PE534 = 14	PE115	4.000000
14)	PE335 + PE535 = 4	PE515	2.000000
15)	PE336 + PE536 = 4	PE221	6.000000
16)	PE441 + PE541 = 6	PE222	6.000000
17)	PE442 + PE542 = 6	PE226	6.000000
18)	PE443 + PE543 = 6	PE426	2.000000
19)	PE444 + PE544 = 6	PE331	8.000000
20)	PE445 + PE545 = 2	PE531	2.000000
21)	- PA1 + PE111 <= 0	PE332	8.000000
22)	- PA1 + PE112 <= 0	PE532	2.000000
23)	- PA1 + PE113 <= 0	PE333	8.000000
24)	- PA1 + PE114 <= 0	PE533	6.000000
25)	- PA1 + PE115 <= 0	PE334	8.000000
26)	- PA2 + PE221 <= 0	PE534	6.000000
27)	- PA2 + PE222 <= 0	PE535	4.000000
28)	- PA2 + PE226 <= 0	PE536	4.000000
29)	- PA3 + PE311 + PE331 <= 0	PE441	6.000000
30)	- PA3 + PE312 + PE332 <= 0	PE442	6.000000
31)	- PA3 + PE313 + PE333 <= 0	PE443	6.000000
32)	- PA3 + PE314 + PE334 <= 0	PE444	6.000000
33)	- PA3 + PE315 + PE335 <= 0	PE445	2.000000
34)	- PA3 + PE336 <= 0		
35)	- PA4 + PE421 + PE441 <= 0		
36)	- PA4 + PE422 + PE442 <= 0		
37)	- PA4 + PE443 <= 0		
38)	- PA4 + PE444 <= 0		
39)	- PA4 + PE445 <= 0		
40)	- PA4 + PE426 <= 0		
41)	- PA5 + PE511 + PE531 + PE541 <= 0		
42)	- PA5 + PE512 + PE532 + PE542 <= 0		
43)	- PA5 + PE513 + PE533 + PE543 <= 0		
44)	- PA5 + PE514 + PE534 + PE544 <= 0		
45)	- PA5 + PE515 + PE535 + PE545 <= 0		
46)	- PA5 + PE536 <= 0		
47)	PA1 <= 8		
48)	PA2 <= 7		
49)	PA3 <= 8		
50)	PA4 <= 6		
51)	PA5 <= 6		
END			

BEISPIEL Y'

MIN
 2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5
 SUBJECT TO
 2) PE1111 + PE3111 + PE5111 = 5
 3) PE1112 + PE3112 + PE5112 = 5
 4) PE1121 + PE3121 + PE5121 = 5

OBJ. FUN. VALUE
1) 90000.000000
VAR. VALUE
PA1 8.000000
PA2 4.000000
PA3 8.000000

5)	PE1131 + PE3131 + PE5131 = 3	PA4	6.000000
6)	PE1132 + PE3132 + PE5132 = 3	PA5	6.000000
7)	PE1141 + PE3141 + PE5141 = 3	PE1111	5.000000
8)	PE1142 + PE3142 + PE5142 = 3	PE1112	3.000000
9)	PE1151 + PE3151 + PE5151 = 3	PE5112	2.000000
10)	PE2211 + PE4211 = 3	PE1121	5.000000
11)	PE2212 + PE4212 = 3	PE1131	3.000000
12)	PE2221 + PE4221 = 3	PE1132	3.000000
13)	PE2222 + PE4222 = 3	PE1141	3.000000
14)	PE2261 + PE4261 = 4	PE5142	3.000000
15)	PE4262 + PE2262 = 4	PE1151	3.000000
16)	PE3311 + PE5311 = 5	PE2211	1.000000
17)	PE3312 + PE5312 = 5	PE4211	2.000000
18)	PE3321 + PE5321 = 5	PE2212	3.000000
19)	PE3331 + PE5331 = 7	PE2221	3.000000
20)	PE3332 + PE5332 = 7	PE4222	3.000000
21)	PE3341 + PE5341 = 7	PE4262	2.000000
22)	PE3351 + PE5351 = 2	PE2262	2.000000
23)	PE3352 + PE5352 = 2	PE4261	4.000000
24)	PE3361 + PE5361 = 2	PE3311	3.000000
25)	PE4411 + PE5411 = 3	PE5311	2.000000
26)	PE4412 + PE5412 = 3	PE3312	5.000000
27)	PE4421 + PE5421 = 3	PE3321	2.000000
28)	PE4422 + PE5422 = 3	PE5321	3.000000
29)	PE4431 + PE5431 = 3	PE3331	7.000000
30)	PE4432 + PE5432 = 3	PE3332	1.000000
31)	PE4441 + PE5441 = 3	PE5332	6.000000
32)	PE4451 + PE5451 = 1	PE3341	7.000000
33)	PE4452 + PE5452 = 1	PE5351	2.000000
34)	- PA1 + PE1111 + PE1112 <= 0	PE5352	2.000000
35)	- PA1 + PE1121 <= 0	PE5361	2.000000
36)	- PA1 + PE1131 + PE1132 <= 0	PE4411	3.000000
37)	- PA1 + PE1141 + PE1142 <= 0	PE4412	1.000000
38)	- PA1 + PE1151 <= 0	PE5412	2.000000
39)	- PA2 + PE2211 + PE2212 <= 0	PE5421	3.000000
40)	- PA2 + PE2221 + PE2222 <= 0	PE4422	3.000000
41)	- PA2 + PE2261 + PE2262 <= 0	PE4431	3.000000
42)	- PA3 + PE3111 + PE3112 + PE3311 + PE3312 <= 0	PE4432	3.000000
43)	- PA3 + PE3121 + PE3321 <= 0	PE5441	3.000000
44)	- PA3 + PE3131 + PE3132 + PE3331 + PE3332 <= 0	PE5451	1.000000
45)	- PA3 + PE3141 + PE3142 + PE3341 <= 0	PE5452	1.000000
46)	- PA3 + PE3151 + PE3351 + PE3352 <= 0		
47)	- PA3 + PE3361 <= 0		
48)	- PA4 + PE4211 + PE4212 + PE4411 + PE4412 <= 0		
49)	- PA4 + PE4221 + PE4222 + PE4421 + PE4422 <= 0		
50)	- PA4 + PE4431 + PE4432 <= 0		
51)	- PA4 + PE4441 <= 0		
52)	- PA4 + PE4451 + PE4452 <= 0		
53)	- PA4 + PE4262 + PE4261 <= 0		
54)	- PA5 + PE5111 + PE5112 + PE5311 + PE5312 + PE5411 + PE5412 <= 0		
55)	- PA5 + PE5121 + PE5321 + PE5421 + PE5422 <= 0		
56)	- PA5 + PE5131 + PE5132 + PE5331 + PE5332 + PE5431 + PE5432 <= 0		
57)	- PA5 + PE5141 + PE5142 + PE5341 + PE5441 <= 0		
58)	- PA5 + PE5151 + PE5351 + PE5352 + PE5451 + PE5452 <= 0		
59)	- PA5 + PE5361 <= 0		
60)	PA1 <= 8		
61)	PA2 <= 7		
62)	PA3 <= 8		

63) PA4 <= 6
 64) PA5 <= 6
 END

BEISPIEL Y"

MIN
 2000 PA1 + 2000 PA2 + 3000 PA3 + 3000 PA4 + 4000 PA5
 SUBJECT TO

- 2) PE1111 + PE3111 + PE5111 = 5
- 3) PE1112 + PE3111 + PE5112 = 5
- 4) PE1121 + PE3121 + PE5121 = 5
- 5) PE1131 + PE3131 + PE5131 = 3
- 6) PE1132 + PE3131 + PE5132 = 3
- 7) PE1141 + PE3141 + PE5141 = 3
- 8) PE1142 + PE3141 + PE5142 = 3
- 9) PE1151 + PE3151 + PE5151 = 3
- 10) PE2211 + PE4211 = 3
- 11) PE2212 + PE4212 = 3
- 12) PE2221 + PE4221 = 3
- 13) PE2222 + PE4222 = 3
- 14) PE2261 + PE4261 = 4
- 15) PE4262 + PE2262 = 4
- 16) PE3311 + PE5311 = 5
- 17) PE3311 + PE5312 = 5
- 18) PE3312 + PE5312 = 5
- 19) PE3321 + PE5321 = 5
- 20) PE3331 + PE5331 = 7
- 21) PE3331 + PE5332 = 7
- 22) PE3332 + PE5332 = 7
- 23) PE3341 + PE5341 = 7
- 24) PE3351 + PE5351 = 2
- 25) PE3351 + PE5352 = 2
- 26) PE3352 + PE5352 = 2
- 27) PE3361 + PE5361 = 2
- 28) PE4411 + PE5411 = 3
- 29) PE4412 + PE5412 = 3
- 30) PE4421 + PE5421 = 3
- 31) PE4422 + PE5422 = 3
- 32) PE4431 + PE5431 = 3
- 33) PE4432 + PE5432 = 3
- 34) PE4441 + PE5441 = 3
- 35) PE4451 + PE5451 = 1
- 36) PE4452 + PE5452 = 1
- 37) - PA1 + PE1111 + PE1112 <= 0
- 38) - PA1 + PE1121 <= 0
- 39) - PA1 + PE1131 + PE1132 <= 0
- 40) - PA1 + PE1141 + PE1142 <= 0
- 41) - PA1 + PE1151 <= 0
- 42) - PA2 + PE2211 + PE2212 <= 0
- 43) - PA2 + PE2221 + PE2222 <= 0
- 44) - PA2 + PE2261 + PE2262 <= 0
- 45) - PA3 + PE3111 + PE3311 + PE3312 <= 0
- 46) - PA3 + PE3121 + PE3321 <= 0
- 47) - PA3 + PE3131 + PE3331 + PE3332 <= 0
- 48) - PA3 + PE3141 + PE3341 <= 0
- 49) - PA3 + PE3151 + PE3351 + PE3352 <= 0

OBJ. FUN. VALUE
1) 86000.000000
VAR. VALUE
PA1 6.000000
PA2 4.000000
PA3 8.000000
PA4 6.000000
PA5 6.000000
PE1111 3.000000
PE3111 2.000000
PE1112 3.000000
PE1121 2.000000
PE3121 3.000000
PE1131 3.000000
PE1132 3.000000
PE5141 3.000000
PE5142 3.000000
PE3151 3.000000
PE2211 1.000000
PE4211 2.000000
PE2212 3.000000
PE2221 1.000000
PE4221 2.000000
PE2222 3.000000
PE2262 4.000000
PE4261 4.000000
PE3311 3.000000
PE5311 2.000000
PE3312 3.000000
PE5312 2.000000
PE3321 5.000000
PE3331 4.000000
PE5331 3.000000
PE3332 4.000000
PE5332 3.000000
PE3341 7.000000
PE3351 2.000000
PE3352 2.000000
PE5361 2.000000
PE4411 1.000000
PE5411 2.000000
PE4412 3.000000
PE5421 3.000000
PE5422 3.000000
PE4431 3.000000
PE4432 3.000000
PE4441 3.000000
PE4451 1.000000
PE5452 1.000000

50) - PA3 + PE3361 <= 0
51) - PA4 + PE4211 + PE4212 + PE4411 + PE4412 <= 0
52) - PA4 + PE4221 + PE4222 + PE4421 + PE4422 <= 0
53) - PA4 + PE4431 + PE4432 <= 0
54) - PA4 + PE4441 <= 0
55) - PA4 + PE4451 + PE4452 <= 0
56) - PA4 + PE4262 + PE4261 <= 0
57) - PA5 + PE5111 + PE5112 + PE5311 + PE5312 + PE5411 + PE5412 <= 0
58) - PA5 + PE5121 + PE5321 + PE5421 + PE5422 <= 0
59) - PA5 + PE5131 + PE5132 + PE5331 + PE5332 + PE5431 + PE5432 <= 0
60) - PA5 + PE5141 + PE5142 + PE5341 + PE5441 <= 0
61) - PA5 + PE5151 + PE5351 + PE5352 + PE5451 + PE5452 <= 0
62) - PA5 + PE5361 <= 0
63) PA1 <= 8
64) PA2 <= 7
65) PA3 <= 8
66) PA4 <= 6
67) PA5 <= 6
END

LITERATURVERZEICHNIS

- AARTS, E[mile] H. L./VAN LAARHOVEN, P[eter] J. M./LENSTRA, J[an] K[arel]/ULDER, N. L. J. (1994): A Computational Study of Local Search Algorithms for Job Shop Scheduling, in: ORSA Journal on Computing, Vol. 6 (1994), S. 118 - 125.
- ABU CENNA, Ahmed/TABUCANON, Mario T. (1991): Bicriterion scheduling problem in a job shop with parallel processors, in: International Journal of Production Economics, Vol. 25 (1991), S. 95 - 101.
- ADAM, D[ietrich] (1963): Simultane Ablauf- und Programmplanung bei Sortenfertigung mit ganzzahliger linearer Programmierung, in: ZfB, Jg. 33 (1963), S. 233 - 245.
- ADAM, Dietrich (1969): Produktionsplanung bei Sortenfertigung, Wiesbaden 1969.
- ADAM, Dietrich (1980): Kurzlehrbuch Planung, Wiesbaden 1980.
- ADAM, Dietrich (1990): Produktionsdurchführungsplanung, in: Jacob, Herbert (Hrsg.), Industriebetriebslehre - Handbuch für Studium und Prüfung, 4. Aufl., Wiesbaden 1990, S. 673 - 918.
- ADAMS, Joseph/BALAS, Egon/ZAWACK, Daniel (1988): The shifting bottleneck procedure for job shop scheduling, in: Management Science, Vol. 34 (1988), S. 391 - 401.
- ALBACH, Horst (1962): Produktionsplanung auf der Grundlage technischer Verbrauchsfunktionen, in: Krelle, Wilhelm (Hrsg.), Gelöste und ungelöste Probleme der Unternehmensforschung, Köln, Opladen 1962, S. 45 - 97.
- ALBACH, Horst (1965): Maschinenbelegungspläne bei Einzelfertigung, in: Landesamt für Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen (Hrsg.), Jahrbuch 1965, Köln, Opladen 1965, S. 12 - 49.
- ALLI, Ali M. (1989): A heuristic n-jobs/m-machines scheduling algorithm, in: Computers & Industrial Engineering, Vol. 17 (1989), S. 359 - 365.
- APPLEGATE, David/COOK, William (1991): A Computational Study of the Job-Shop Scheduling Problem, in: ORSA Journal on Computing, Vol. 3 (1991), S. 149 - 156.
- ARGYRIS, Athanassios (1977): Optimale Fertigungsablaufplanung, Berlin 1977.
- ASHOUR, Said/HIREMATH, S. R. (1973): A branch-and-bound approach to the job-shop scheduling problem, in: International Journal of Production Research, Vol. 11 (1973), S. 47 - 58.
- BACHEM, Achim (1980): Komplexitätstheorie im Operations Research, in: ZfB, Jg. 50 (1980), S. 812 - 844.
- BAKER, Kenneth R. (1974): Introduction to sequencing and scheduling, New York u.a. 1974.
- BAKER, Kenneth R./MERTEN, Alan G. (1973): Scheduling with parallel processors and linear delay costs, in: Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 20 (1973), S. 793 - 804.
- BAKER, Kenneth R./SCHRAGE, Linus E. (1978): Finding an Optimal Sequence by Dynamic Programming: An Extension to Precedence-Related Tasks, in: Operations Research, Vol. 26 (1978), S. 111 - 120.
- BAKER, Kenneth R./SCUDDER, Gary D. (1990): Sequencing with earliness and tardiness penalties: a review, in: Operations Research, Vol. 38 (1990), S. 22 - 36.
- BAKSHI, Mahendra S./ARORA, Sant Ram (1969): The sequencing problem, in: Management Science, Vol. 16 (1969), S. B-247 - B-263.
- BALAS, Egon (1969): Machine sequencing via disjunctive graphs: An implicit enumeration algorithm, in: Operations Research, Vol. 17 (1969), S. 941 - 957.
- BARKER, Jeffrey R./McMAHON, Graham B. (1985): Scheduling the general job-shop, in: Management Science, Vol. 31 (1985), S. 594 - 598.

- BARNES, J. Wesley/BRENNAN, J. J. (1977): An Improved Algorithm for Scheduling Jobs on Identical Machines, in: AIIE Transactions, Vol. 9 (1977), S. 25 - 31.
- BARNES, J. Wesley/CHAMBERS, John B. (1995): Solving the job shop scheduling problem with tabu search, in: IIE Transactions, Vol. 27 (1995), S. 257 - 263.
- BARNES, J. Wesley/LAGUNA, Manuel/GLOVER, Fred (1995): An Overview of Tabu Search Approaches to Production Scheduling Problems, in: Brown, Donald E./Scherer, William T. (Hrsg.), Intelligent Scheduling Systems, Boston, Dordrecht, London 1995, S. 101 - 127.
- BARTELS, Hans G. (1993): Lineare Optimierung, in: Wittmann, Waldemar u.a. (Hrsg.), HWB, Band 2, 5. Aufl., Stuttgart 1993, Sp. 2953 - 2968.
- BERENS, Wolfgang (1992): Beurteilung von Heuristiken, Wiesbaden 1992.
- BERENS, Wolfgang/DELFMANN, Werner (1995): Quantitative Planung, 2. Aufl., Stuttgart 1995.
- BIERWIRTH, Christian (1995): A generalized permutation approach to job shop scheduling with genetic algorithms, in: OR Spektrum, Vol. 17 (1995), S. 87 - 92.
- BITRAN, Gabriel R./GILBERT, Stephen M. (1990): Sequencing Production on Parallel Machines with Two Magnitudes of Sequence-dependent Setup Cost, in: Journal of Manufacturing and Operations Management, Vol. 3 (1990), S. 24 - 52.
- BLACKSTONE, John H. Jr./PHILLIPS, Don T./HOGG, Gary L. (1982): A state-of-the-art survey of dispatching rules for manufacturing job shop operations, in: International Journal of Production Research, Vol. 20 (1982), S. 27 - 45.
- BLAZEWICZ, Jacek (1987): Selected topics in scheduling theory, in: Annals of Discrete Mathematics, Vol. 31 (1987), S. 1 - 60.
- BLAZEWICZ, Jacek/DOMSCHKE, Wolfgang/PESCH, Erwin (1995): The Job Shop Scheduling Problem: Conventional and New Solution Techniques, Arbeitspapier, Universität Bonn 1995.
- BLAZEWICZ, Jacek/DROR, Moshe/WEGLARZ, Jan (1991): Mathematical programming formulations for machine scheduling: A survey, in: European Journal of Operational Research, Vol. 51 (1991), S. 283 - 300.
- BLAZEWICZ, Jacek/ECKER, Klaus H./SCHMIDT, Günter/WEGLARZ, Jan (1994): Scheduling in Computer and Manufacturing Systems, 2. Aufl., Berlin u.a. 1994.
- BLAZEWICZ, J[acek]/FINKE, G./HAUPT, R[einhard]/SCHMIDT, G. (1988): New trends in machine scheduling, in: European Journal of Operational Research, Vol. 37 (1988), S. 303 - 317.
- BLAZEWICZ, J[acek]/LENSTRA, J[an] K[arel]/RINNOOY KAN, A[lexander] H.G. (1983): Scheduling subject to resource constraints: classification and complexity, in: Discrete Applied Mathematics, Vol. 5 (1983), S. 11 - 24.
- BOENKENDORF, Egon (1964): Optimierung der Umrüstzeiten und -kosten bei Maschinenbelegungsaufgaben, in: Wirtschaftswissenschaft, Jg. 12 (1964), S. 1139 - 1150.
- BOWMAN, Edward H. (1959): The schedule-sequencing problem, in: Operations Research, Vol. 7 (1959), S. 621 - 624.
- BRAH, Shaikat/HUNSUCKER, John/SHAH, Jaymeen (1991): Mathematical Modeling of Scheduling Problems, in: Journal of Information and Optimization Sciences, Vol. 12 (1991), S. 113 - 137.
- BRAUN, Hans-Jürgen (1995): Ein unscharfes Planungsverfahren zur mittelfristigen Personalkapazitätsanpassung für die bedarfsorientierte Serienproduktion, Berlin u.a. 1995.

- BROOKS, George H./WHITE, Charles R. (1965): An algorithm for finding optimal or near optimal solutions to the production scheduling problem, in: *The Journal of Industrial Engineering*, Vol. 16 (1965), S. 34 - 40.
- BROWN, Donald E./MARIN, John A./SCHERER, William T. (1995): A Survey of Intelligent Scheduling Systems, in: Brown, Donald E./Scherer, William T. (Hrsg.), *Intelligent Scheduling Systems*, Bosten, Dordrecht, London 1995, S. 1 - 40.
- BRUCKER, P[eter] (1975): Die Komplexität von Scheduling Problemen, in: *Proceedings in Operations Research*, Jg. 5 (1975), S. 357 - 368.
- BRUCKER, P[eter] (1976): Anmerkungen zu heuristischen Verfahren, in: *Proceedings in Operations Research*, Jg. 6 (1976), S. 668 - 676.
- BRUCKER, Peter (1981): *Scheduling*, Wiesbaden 1981.
- BRUCKER, Peter (1995): *Scheduling Algorithms*, Berlin u.a. 1995.
- BRUCKER, Peter/JURISCH, Bernd (1993): A new lower bound for the job-shop scheduling problem, in: *European Journal of Operational Research*, Vol. 64 (1993), S. 156 - 167.
- BRUCKER, P[eter]/JURISCH, B[ernd]/KRÄMER, A. (1992): The Job-Shop Problem and Immediate Selection, *Osnabrücker Schriften zur Mathematik*, Reihe P, Heft 145, Universität Osnabrück 1992.
- BRUCKER, Peter/JURISCH, Bernd/SIEVERS, Bernd (1991): A Fast Branch & Bound Algorithm for the Job-Shop Scheduling Problem, *Osnabrücker Schriften zur Mathematik*, Reihe P, Heft 136, Universität Osnabrück 1991.
- BRUCKER, P[eter]/SCHLIE, R[ainer] (1990): Job-Shop Scheduling with Multi-Purpose Machines, in: *Computing*, Vol. 45 (1990), S. 369 - 375.
- BURKHARD, Rainer E. (1989): *Ganzzahlige Optimierung*, in: Gal, Tomas (Hrsg.), *Grundlagen des Operations Research*, Band 2, 2. Aufl., Berlin u.a. 1989, S. 361 - 444.
- BUZACOTT, J. A./YAO, David D. (1986): Flexible manufacturing systems: a review of analytical models, in: *Management Science*, Vol. 32 (1986), S. 890 - 905.
- BUZI, Karoly (1971): *Die Simulation optimaler Prioritätsregeln für die Ablaufplanung in der Werkstattfertigung*, Köln, Opladen 1971.
- CARLIER, Jacques (1982): The one-machine sequencing problem, in: *European Journal of Operational Research*, Vol. 11 (1982), S. 42 - 47.
- CARLIER, J[acques]/PINSON, E. (1989): An algorithm for solving the job-shop problem, in: *Management Science*, Vol. 35 (1989), S. 164 - 176.
- CARLIER, J[acques]/PINSON, E. (1990): A practical use of Jackson's preemptive schedule for solving the job shop problem, in: *Annals of Operations Research*, Vol. 26 (1990), S. 269 - 287.
- CARLIER, J[acques]/PINSON, E. (1994): Adjustment of heads and tails for the job-shop problem, in: *European Journal of Operational Research*, Vol. 78 (1994), S. 146 - 161.
- CHARLTON, John M./DEATH, Carl C. (1970): A method of solution for general machine-scheduling problems, in: *Operations Research*, Vol. 18 (1970), S. 689 - 707.
- CHARNES, A./COOPER, W. W./NIEHAUS, R. J./STEDRY, A. (1969): Static and dynamic assignment models with multiple objectives, and some remarks on organization design, in: *Management Science*, Vol. 15 (1969), S. B-365 - B-373.
- CHANG, Yih-Long/SULLIVAN, Robert S. (1990): Schedule generation in a dynamic job shop, in: *International Journal of Production Research*, Vol. 28 (1990), S. 65 - 74.
- CHENG, T. C. E. (1989): A Heuristic for Common Due-date Assignment and Job Scheduling on Parallel Machines, in: *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 40 (1989), S. 1129 - 1135.

- CHENG, T. C. E./SIN, C. C. S. (1990): A state-of-the-art review of parallel-machine scheduling research, in: *European Journal of Operational Research*, Vol. 47 (1990), S. 271 - 292.
- CHU, C./PORTMANN, M. C./PROTH, J. M. (1992): A splitting-up approach to simplify job-shop scheduling problems, in: *International Journal of Production Research*, Vol. 30 (1992), S. 859 - 870.
- COFFMAN, E. G. Jr. (1976): (Hrsg.), *Computer and Job-Shop Scheduling Theory*, New York u.a. 1976.
- CONNOR, Jon L. (1987): Finite Scheduling: It Works If ..., in: *Manufacturing Systems*, Vol. 5 (1987), S. 39 - 40.
- CONWAY, Richard W. (1965a): Priority Dispatching and Work-in-Process Inventory in a Job Shop, in: *The Journal of Industrial Engineering*, Vol. 16 (1965), S. 123 - 130.
- CONWAY, Richard W. (1965b): Priority Dispatching and Job Lateness in a Job Shop, in: *The Journal of Industrial Engineering*, Vol. 16 (1965), S. 228 - 237.
- CONWAY, Richard W./JOHNSON, Bruce M./MAXWELL, William L. (1960): An Experimental Investigation of Priority Dispatching, in: *The Journal of Industrial Engineering*, Vol. 11 (1960), S. 221- 229.
- CONWAY, Richard W./MAXWELL, William L./MILLER, Louis W. (1967): *Theory of scheduling*, Reading u.a. 1967.
- CRAMA, Y./KOLEN, A. W. J./PESCH, E[rwin] J. (1995): Local Search in Combinatorial Optimization, in: Braspenning, P. J./Thuijsman, F./Weijters, A. J. M. (Hrsg.), *Artificial Neural Networks*, Berlin, Heidelberg 1995, S. 157 - 174.
- CRAMER, J./POLLATSCHEK, M. A. (1979): Candidate to job allocation problem with a lexicographic objective, in: *Management Science*, Vol. 25 (1979), S. 466 - 473.
- DANTZIG, George B. (1959): A machine-job scheduling model, in: *Management Science*, Vol. 6 (1959/60), S. 191 - 196.
- DAUZERE-PERES, Stephane/LASSERRE, Jean-Bernard (1993): An iterative procedure for lot streaming in job-shop scheduling, in: *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 25 (1993), S. 231 - 234.
- DAY, James E./HOTTENSTEIN, Michael P. (1970): Review of sequencing research, in: *Naval research logistics quarterly*, Vol. 17 (1970), S. 11 - 39.
- DE, Prabuddha/MORTON, Thomas E. (1980): Scheduling to minimize makespan on unequal parallel processors, in: *Decision Sciences*, Vol 11 (1980), S. 586 - 602.
- DEKEL, Eliezer/SAHNI, Sartaj (1983): Parallel Scheduling Algorithms, in: *Operations Research*, Vol. 31 (1983), S. 24 - 49.
- DELLA CROCE, Federico/TADEI, Roberto/VOLTA, Giuseppe (1995): A genetic algorithm for the job shop problem, in: *Computers & Operations Research*, Vol. 22 (1995), S. 15 - 24.
- DELL'AMICO, Mauro/TRUBIAN, Marco (1993): Applying tabu search to the job-shop scheduling problem, in: *Annals of Operations Research*, Vol. 41 (1993), S. 231 - 252.
- DELLMANN, Klaus (1974): Ein heuristisches Modell zur gewinnmaximalen Seriengrößen- und Seriensequenzplanung, in: *ZfB*, Jg. 44 (1974), S. 139 - 158.
- DELLMANN, Klaus (1975): *Entscheidungsmodelle für die Serienfertigung*, Opladen 1975.
- DELLMANN, Klaus/NASTANSKY, Ludwig (1969): Kostenminimale Produktionsplanung bei rein-intensitätsmäßiger Anpassung mit differenzierten Intensitätsgraden, in: *ZfB*, Jg. 39 (1969), S. 239 - 268.

- DE WERRA, D[ominique]/HERTZ, A. (1989): Tabu Search Techniques, in: OR Spektrum, Vol. 11 (1989), S. 131 - 141.
- DICKHUT, Ewald Otto (1966): Zur Problematik der optimalen Fertigungsablaufplanung in der Einzel- und Kleinserienfertigung, Diss. Hagen 1966.
- DIENSTDORF, B. (1971): Kapazitätsanpassung durch Personalverschiebung bei Werkstattfertigung, in: Fortschrittliche Betriebsführung, Jg. 20 (1971), S. 59 - 65.
- DINKELBACH, Werner (1977): Ablaufplanung in entscheidungstheoretischer Sicht, in: ZfB, Jg. 47 (1977), S. 545 - 566.
- DOGRAMACI, Ali/SURKIS, Julius (1979): Evaluation of a heuristic for scheduling independent jobs on parallel identical processors, in: Management Science, Vol. 25 (1979), S. 1208 - 1216.
- DOMSCH, Michel (1970): Simultane Personal- und Investitionsplanung im Produktionsbereich, Bielefeld 1970.
- DOMSCHKE, Wolfgang/DREXL, Andreas (1991a): Einführung in die Operations Research, 2. Aufl., Berlin u.a. 1991.
- DOMSCHKE, W[olfgang]/DREXL, A[ndreas] (1991b): Kapazitätsplanung in Netzwerken - Ein Überblick über neuere Modelle und Verfahren, in: OR Spektrum, Band 13 (1991), S. 63 - 76.
- DOMSCHKE, Wolfgang/SCHOLL, Armin/VOß, Stefan (1993): Produktionsplanung, Berlin u.a. 1993.
- DORNDORF, Ulrich/PESCH, Erwin (1993): Genetic Algorithms for Job Shop Scheduling, in: Hansmann, K.-W. u.a. (Hrsg.), Operations Research Proceedings 1992, Berlin u.a. 1993, S. 243 - 250.
- DORNDORF, Ulrich/PESCH, Erwin (1995): Evolution based learning in a job shop scheduling environment, in: Computers & Operations Research, Vol. 22 (1995), S. 25 - 40.
- DREXL, A[ndreas]/KOLISCH, R[ainer] (1992): Produktionsplanung und -steuerung bei Einzel- und Kleinserienfertigung, Arbeitspapier Nr. 281, Universität Kiel 1992.
- DROR, Moshe/STERN, Helman I./LENSTRA, Jan Karel (1987): Parallel machine scheduling: Processing rates dependent on number of jobs in operation, in: Management Science, Vol. 33 (1987), S. 1001 - 1009.
- DULGER, Andreas (1993): Prioritätsregeln für die industrielle Werkstattfertigung, Diss. Universität Regensburg 1993.
- DZIELINSKI, Bernard P./GOMORY, Ralph E. (1965): Optimal programming of lot sizes, inventory and labor allocations, in: Management Science, Vol. 11 (1965), S. 874 - 890.
- EASTMAN, W. L./EVEN, S./ISAACS, I. M. (1964): Bounds for the optimal scheduling of n jobs on m processors, in: Management Science, Vol. 11 (1964), S. 268 - 279.
- ECKER, Klaus (1977): Organisation von parallelen Prozessen - Theorie deterministischer Schedules, Zürich 1977.
- EILON, Samuel (1979): Production scheduling, in: Haley, K. B. (Hrsg.), Operational Research 1978, Amsterdam 1979, S. 237 - 266.
- ELLINGER, Theodor (1959): Ablaufplanung, Stuttgart 1959.
- ELLINGER, Theodor (1969): Durchlaufzeit, in: Grochla, Erwin (Hrsg.): HWO, Stuttgart 1969, Sp. 459 - 466.
- ELLINGER, Theodor (1989): Planung der Produktionsdurchführung, in: Szyperski, Norbert/Winand, Udo (Hrsg.), HWPlan, Stuttgart 1989, Sp. 1602 - 1610.

- ELMAGHRABY, Salah E. (1968): The machine sequencing problem - review and extensions, in: *Naval research logistics quarterly*, Vol. 15 (1968), S. 205 - 232.
- FANDEL, Günter (1994): *Produktion I, Produktions- und Kostentheorie*, 4. Aufl., Berlin u.a. 1994.
- FISCHER, Klaus (1990): *Retrograde Terminierung - Werkstattsteuerung bei komplexen Fertigungsstrukturen*, Wiesbaden 1990.
- FISCHER, Joachim/KRUSCHWITZ, Lutz (1980): Methodische Probleme bei der Evaluation heuristischer Lösungsverfahren, in: *Die Unternehmung*, Jg. 34 (1980), S. 173 - 188.
- FISHER, M. L./LAGEWEG, B. J./LENSTRA, J[an] K[arel]/RINNOOY KAN, A[lexander] H. G. (1983): Surrogate duality relaxation for job shop scheduling, in: *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 5 (1983), S. 65 - 75.
- FLEISCHMANN, B[ernhard] (1975): Produktionsablaufplanung, Probleme, Modelle, Methoden, in: *Proceedings in Operations Research*, Jg. 5 (1975), S. 335 - 347.
- FLEISCHMANN, Bernhard (1988): Operations-Research-Modelle und -Verfahren in der Produktionsplanung, in: *ZfB*, Jg. 58 (1988), S. 347 - 372.
- FORST, Frank G. (1984): A review of the static, stochastic job sequencing literature, in: *OP-SEARCH*, Vol. 21 (1984), S. 127 - 144.
- FRENCH, Simon (1982): *Sequencing and scheduling: An introduction to the mathematics of the job-shop*, New York u.a. 1982.
- FRYER, John S. (1974): Labor flexibility in multitechelon dual-constraint job shops, in: *Management Science*, Vol. 20 (1974), S. 1073 - 1080.
- GABREL, Virginie (1995): Scheduling jobs within time windows on identical parallel machines: New model and algorithms, in: *European Journal of Operational Research*, Vol. 83 (1995), S. 320 - 329.
- GALLUS, G[erald] (1976): Heuristische Verfahren zur Lösung allgemeiner ganzzahliger linearer Optimierungsprobleme (Ein Überblick), in: *Zeitschrift für Operations Research*, Band 20 (1976), S. 89 - 104.
- GAREY, M[ichael] R./JOHNSON, D[avid] S. (1975): Complexity results for multiprocessor scheduling under resource constraints, in: *SIAM Journal on Computing*, Vol. 4 (1975), S. 397 - 411.
- GAREY, Michael R./JOHNSON, David S. (1979): *Computers and Intractability - A Guide to the Theory of NP-Completeness*, New York, San Francisco 1979.
- GAREY, M[ichael] R./JOHNSON, D[avid] S./SETHI, Ravi (1976): The complexity of flow-shop and jobshop scheduling, in: *Mathematics of Operations Research*, Vol. 1 (1976), S. 117 - 129.
- GEOFFRION, A. M./MARSTEN, R. E. (1972): Integer programming algorithms: A framework and state-of-the-art survey, in: *Management Science*, Vol. 18 (1972), S. 465 - 491.
- GEORGI, Gerhard (1995): *Job Shop Scheduling in der Produktion*, Heidelberg 1995.
- GERE, William S. Jr. (1966): Heuristics in job shop scheduling, in: *Management Science*, Vol. 13 (1966), S. 167 - 190.
- GEWALD, K./KASPER, K./SCHELLE, H. (1972): *Netzplantechnik - Methoden zur Planung und Überwachung von Projekten*, Band 2 - Kapazitätsoptimierung, München, Wien 1972.
- GIFFLER, B./THOMPSON, G. L. (1960): Algorithms for solving production-scheduling problems, in: *Operations Research*, Vol. 8 (1960), S. 487 - 503.

- GLOVER, Fred (1989): Tabu Search - Part I, in: ORSA Journal on Computing, Vol. 1 (1989), S. 190 - 206.
- GLOVER, Fred (1990): Tabu Search - Part II, in: ORSA Journal on Computing, Vol. 2 (1990), S. 4 - 32.
- GODIN, Victor B. (1978): Interactive Scheduling: Historical Survey and State of the Art, in: AIIE Transactions, Vol. 10 (1978), S. 331 - 337.
- GONZALEZ, Teofilo/SAHNI, Sartaj (1978): Flowshop and Jobshop Schedules: Complexity and Approximation, in: Operations Research, Vol. 26 (1978), S. 36 - 52.
- GOODMAN, David A. (1974): A goal programming approach to aggregate planning of production and work force, in: Management Science, Vol. 20 (1974), S. 1569 - 1575.
- GRABOWSKI, Józef/JANIAK, Adam (1987): Job-shop scheduling with resource-time models of operations, in: European Journal of Operational Research, Vol. 28 (1987), S. 58 - 73.
- GRAHAM, R. L./LAWLER, E[ugene] L./LENSTRA, J[an] K[arel]/RINNOOY KAN, A[lexander] H. G. (1979): Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: A survey, in: Annals of Discrete Mathematics, Vol. 5 (1979), S. 287 - 326.
- GRAVEL, Marc/MARTEL, Jean Marc/NADEAU, Raymond/PRICE, Wilson/ TREMBLAY, Richard (1992): A multicriterion view of optimal resource allocation in job-shop production, in: European Journal of Operational Research, Vol. 61 (1992), S. 230 - 244.
- GRAVES, Stephen C. (1981): A Review of Production Scheduling, in: Operations Research, Vol. 29 (1981), S. 646 - 675.
- GREENBERG, Harold H. (1968): A branch-bound solution to the general scheduling problem, in: Operations Research, Vol. 16 (1968), S. 353 - 361.
- GRÜGER, Günther (1981): Planung von Einstellungen und Überstunden: Grundlagen einer modellgestützten Personalbereitstellungsplanung, München 1981.
- GÜNTHER, Hans-Otto (1987): Planung und Steuerung der Produktion bei flexiblen Arbeitszeiten, in: Lücke, Wolfgang (Hrsg.), Betriebswirtschaftliche Steuerungs- und Kontrollprobleme, Göttingen 1987, S. 91 - 111.
- GÜNTHER, Horst (1971): Das Dilemma der Arbeitsablaufplanung - Zielverträglichkeiten bei der zeitlichen Strukturierung, Berlin 1971.
- GÜNTHER, Horst (1972): Trilemma oder Dilemma der Ablaufplanung - Eine Entgegnung, in: ZfB, Jg. 42 (1972), S. 297 - 300.
- GÜNTHER, Hans-Otto (1989): Produktionsplanung bei flexibler Personalkapazität, Stuttgart 1989.
- GÜNTHER, Richard E. (1979): Server transfer delays in a dual resource constrained parallel queueing system, in: Management Science, Vol. 25 (1979), S. 1245 - 1257.
- GUPTA, Jatinder N. D. (1971): Economic aspects of production scheduling systems, in: Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol. 13 (1971), S. 169 - 193.
- GUPTA, Jatinder N. D./MAYKUT, Albert R. (1973): Concepts, theory, and techniques - Scheduling jobs on parallel processors with dynamic programming, in: Decision Sciences, Vol. 4 (1973), S. 447 - 457.
- GUSFIELD, Dan (1984): Bounds for Naive Multiple Machine Scheduling with Release Times and Deadlines, in: Journal of Algorithms, Vol. 5 (1984), S. 1 - 6.
- GUTENBERG, Erich (1983): Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Band 1: Die Produktion, 24. Aufl., Berlin, Heidelberg, New York 1983.

- HACKSTEIN, R[olf]/NÜSSGENS, K[arl] H[einz]/UPHUS, P[eter] H. (1971): Personalbedarfsermittlung im System Personalwesen (I) + (II), in: Fortschrittliche Betriebsführung, Jg. 20 (1971), S. 105 - 124 + 159 - 181.
- HAEHLING VON LANZENAUER, Christoph (1970): A production scheduling model by bivalent linear programming, in: Management Science, Vol. 17 (1970), S. 105 - 111.
- HAEHLING VON LANZENAUER, Christoph/HIMES, Richard C. (1970): A linear programming solution to the general sequencing problem, in: Journal of the Ottawa Canadian Operational Research Society, Vol. 17 (1970), S. 129 - 134.
- HAHN, R./ROSCHMANN, K. (1966): Mathematische Methoden der Fertigungssteuerung, in: Werkstattstechnik, Jg. 56 (1966), S. 67 - 79 und S. 123 - 128.
- HARIRI, A. M. A./POTTS, C. N. (1991): Heuristics for scheduling unrelated parallel machines, in: Computers & Operations Research, Vol. 18 (1991), S. 323 - 331.
- HAUPT, R[einhard] (1989): A Survey of Priority Rule-Based Scheduling, in: OR Spektrum, Vol. 11 (1989), S. 3 - 16.
- HEINEMEYER, Wolfgang (1979): Durchlaufzeiten, in: Kern, Werner (Hrsg.), HWProd, Stuttgart 1979, Sp. 421 - 434.
- HEINEN, Edmund (1988): Produktions- und Kostentheorie, in: Jacob, Herbert (Hrsg.), Allgemeine Betriebswirtschaftslehre - Handbuch für Studium und Prüfung, 5. Aufl., Wiesbaden 1988, S. 209 - 299.
- HELLER, Jack/LOGEMANN, George (1961): An algorithm for the construction and evaluation of feasible schedules, in: Management Science, Vol. 8 (1961/1962), S. 168 - 183.
- HILLIER, Frederick S./LIEBERMAN, Gerald J. (1988): Operations Research - Einführung, 4. Aufl., München 1988.
- HILKE, Wolfgang (1981): Ablaufplanung, in: Müller, Wolfgang/Krink, Joachim (Hrsg.), Rationelle Betriebswirtschaft, Band 2, Kapitel XIII, Neuwied, Berlin 1981.
- HIRSCHBERG, Reiner (1992): Mathematische Modellbildung und Analyse des betriebsmittelbeschränkten Scheduling auf parallelen Maschinen, Aachen 1992.
- HO, Johnny C./CHANG, Yih-Long (1995): Minimizing the number of tardy jobs for m parallel machines, in: European Journal of Operational Research, Vol. 84 (1995), S. 343 - 355.
- HOCH, Peter (1973): Betriebswirtschaftliche Methoden und Zielkriterien der Reihenfolgeplanung bei Werkstatt- und Gruppenfertigung, Frankfurt/M., Zürich 1973.
- HOFFMAN, A. J./KRUSKAL, J. B. (1956): Integral boundary points of convex polyhedra, in: Kuhn, H. W./Tucker, A. W. (Hrsg.), Linear inequalities and related systems, Annals of mathematics studies, 38, Princeton 1956, S. 223 - 246.
- HOITOMT, Debra J./LUH, Peter B./PATTIPATI, Krishna R. (1993): A Practical Approach to Job-Shop Scheduling Problems, in: IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 9 (1993), S. 1 - 13.
- HORN, W. A. (1973): Minimizing Average Flow Time with Parallel Machines, in: Operations Research, Vol. 21 (1973), S. 846 - 847.
- HOSS, Klaus (1965): Fertigungsablaufplanung mittels operationsanalytischer Methoden unter besonderer Berücksichtigung des Ablaufplanungsdilemmas in der Werkstattfertigung, Würzburg, Wien 1965.
- HU, T[e] C[hiang] (1961): Parallel sequencing and assembly line problems, in: Operations Research, Vol. 9 (1961), S. 841 - 848.
- HU, Te Chiang (1972): Ganzzahlige Programmierung und Netzwerkflüsse, München, Wien 1972.

- HUCKERT, K[laus]/RHODE, R[ainer]/ROGLIN, O[tto]/WEBER, R[einhard] (1980): On the Interactive Solution to a Multicriteria Scheduling Problem, in: *Zeitschrift für Operations Research*, Vol. 24 (1980), S. 47 - 60.
- HURINK, Johann/JURISCH, Bernd/THOLE, Monika (1994): Tabu search for the job-shop scheduling problem with multi-purpose machines, in: *OR Spektrum*, Vol. 15 (1994), S. 205 - 215.
- HUTCHISON, J./CHANG, Y.-L. (1990): Optimal nondelay job shop schedules, in: *International Journal of Production Research*, Vol. 28 (1990), S. 245 - 257.
- IBARRA, Oscar H./KIM, Chul E. (1977): Heuristic Algorithms for Scheduling Independent Tasks on Nonidentical Processors, in: *Journal of the Association for Computing Machinery*, Vol. 24 (1977), S. 280 - 289.
- JACOB, Herbert (1990): Die Planung des Produktions- und des Absatzprogramms, in: Jacob, Herbert (Hrsg.), *Industriebetriebslehre - Handbuch für Studium und Prüfung*, 4. Aufl., Wiesbaden 1990, S. 401 - 590.
- JARR, Klaus (1974): Simultane Produktions- und Personalplanung - Zugleich einige Bemerkungen zu der Arbeit von Müller-Hagedorn "Grundlagen der Personalbestandsplanung", in: *ZfB*, Jg. 44 (1974), S. 685 - 702.
- JIANG, Juichin/HSIAO, Wen-chieh (1994): Mathematical programming for the scheduling problem with alternate process plans in FMS, in: *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 27 (1994), S. 15 - 18.
- JONES, C. H. (1973): An economic evaluation of job shop dispatching rules, in: *Management Science*, Vol. 20 (1973), S. 293 - 307.
- JOHNSON, David S. (1983): The NP-Completeness Column: An Ongoing Guide, in: *Journal of Algorithms*, Vol. 4 (1983), S. 189 - 203.
- JURISCH, Bernd (1992): Scheduling Jobs in Shops with Multi-Purpose Machines, Diss. Universität Osnabrück 1992.
- JURISCH, Bernd (1995): Lower bounds for the job-shop scheduling problem on multi-purpose machines, in: *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 58 (1995), S. 145 - 156.
- KALUZA, Bernd (1993): Betriebliche Flexibilität, in: Wittman, Waldemar u.a. (Hrsg.), *HWB*, Band 1, 5. Aufl., Stuttgart 1993, Sp. 1173 - 1184.
- KARP, Richard M. (1972): Reducibility among combinatorial problems, in: Miller, R. E./Thatcher, J. W. (Hrsg.), *Complexity of Computer Computation*, New York 1972, S. 85 - 103.
- KILGER, Wolfgang (1958): *Produktions- und Kostentheorie*, Wiesbaden 1958.
- KILGER, Wolfgang (1971): Die optimale Planung kapazitätserhöhender Mehrarbeitszeiten und Zusatzschichten im Industriebetrieb, in: *ZfB*, Jg. 23 (1971), S. 776 - 792.
- KING, John R./SPACHIS, Alexander S. (1980): Scheduling: Bibliography & Review, in: *International Journal of Physical Distribution and Materials Management*, Vol. 10 (1980), S. 105 - 132.
- KIRAN, Ali S./SMITH, Milton L. (1983): Simulation studies in job shop scheduling: a survey, in: Bekiroglu, H. (Hrsg.), *Simulation in inventory and production control*, Proceedings of the Conference on Simulation in Inventory and Production Control, San Diego 1983, S. 46 - 51.
- KISTNER, Klaus-Peter (1987): Concepts of production planning and control, in: Isermann, Heinz u.a. (Hrsg.), *Operations Research Proceedings*, Berlin, Heidelberg 1987, S. 295 - 303.
- KISTNER, Klaus-Peter/STEVEN, Marion (1990): Maschinenbelegungsplanung, in: *WiSt*, Jg. 19 (1990), S. 60 - 67.

- KISTNER, Klaus-Peter/STEVEN, Marion (1993): Produktionsplanung, 2. Aufl., Heidelberg 1993.
- KOCHEN, Rainer (1979): Personalplanung bei Auftragsfertigung, Göttingen 1979.
- KORTE, Bernhard (1979): Ganzzahlige Programmierung, in: Beckmann, Martin J. (Hrsg.), Handwörterbuch der Mathematischen Wirtschaftswissenschaften, Band 3 - Unternehmensforschung, Wiesbaden 1979, S. 45 - 61.
- KOSSBIEL, Hugo (1970): Die Bestimmung des Personalbedarfs, des Personaleinsatzes und der Personalausstattung als betriebliches Entscheidungsproblem, unveröffentlichte Habilitationsschrift, Universität Kiel 1970.
- KOSSBIEL, Hugo (1981): Personalplanung im Versicherungsunternehmen, in: Zeitschrift für die gesamte Versicherungswirtschaft, Band 70 (1981), S. 409 - 430.
- KOSSBIEL, Hugo (1982): Einige Thesen zur "Theorie" und "Praxis" personeller Anpassungen an erwartete Beschäftigungsänderungen, in: Ackermann, Karl-Friedrich u.a. (Hrsg.), Verantwortliche Personalführung, Mannheim, Wien, Zürich 1982, S. 21 - 36.
- KOSSBIEL, Hugo (1988): Personalbereitstellung und Personalführung, in: Jacob, Herbert (Hrsg.), Allgemeine Betriebswirtschaftslehre - Handbuch für Studium und Prüfung, 5. Aufl., Wiesbaden 1988, S. 1045 - 1253.
- KOSSBIEL, Hugo (1991): Personalplanung und betriebliche Weiterbildung, in: Aschenbrücker, Karin/Pleiß, Ulrich (Hrsg.), Menschenführung und Menschenbildung - Perspektiven für Betrieb und Schule, Festschrift für Ernst Wurdack zum 65. Geburtstag, Hohengehren 1991, S. 247 - 266.
- KOSSBIEL, Hugo (1992a): Personalbereitstellungsplanung bei Arbeitszeitflexibilisierung, in: ZfB, Jg. 62 (1992), S. 175 - 198.
- KOSSBIEL, Hugo (1992b): Personalbedarfsermittlung, in: Gaugler, Eduard/ Weber, Wolfgang, HWP, 2. Aufl., Stuttgart 1992, Sp. 1596 - 1608.
- KOSSBIEL, Hugo (1993): Personalplanung, in: Wittman, Waldemar u.a. (Hrsg.), HWB, Band 2, 5. Aufl., Stuttgart 1993, Sp. 3127 - 3140.
- KOSSBIEL, Hugo (1994): Personalwirtschaft, in: Bea, Franz Xaver/Dichtl, Erwin/Schweitzer, Marcell (Hrsg.), Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Band 3 - Leistungsprozeß, 6. Aufl., Stuttgart 1994, S. 395 - 479.
- KRELLE, W[alter] (1958): Ganzzahlige Programmierungen - Theorie und Anwendungen in der Praxis, in: Unternehmensforschung, Jg. 2 (1958), S. 161 - 175.
- KRYCHA, Klaus-Thomas (1972): Methoden der Ablaufplanung, Frankfurt, Zürich 1972.
- KÜPPER, H[ans]-U[rich] (1980): Ansatz einer theoretischen Analyse von Interdependenzen von Investitions-, Personal- und Produktionsplanung, in: Proceedings in Operations Research, Jg. 9 (1980), S. 66 - 72.
- KÜPPER, Hans-Ulrich (1982): Ablauforganisation, Stuttgart, New York 1982.
- KUNDE, Manfred (1981): Nonpreemptive LP-scheduling on homogeneous multiprocessor systems, in: SIAM Journal on Computing, Vol. 10 (1981), S. 151 - 173.
- KURBEL, Karl (1978): Simultane Produktionsplanung bei mehrstufiger Serienfertigung, Berlin 1978.
- LAGEWEG, B. J./LENSTRA, J[an] K[arel]/RINNOOY KAN, A[lexander] H. G. (1977): Job-shop scheduling by implicit enumeration, in: Management Science, Vol. 24 (1977), S. 441 - 450.
- LASSERRE, J. B. (1992): An integrated model for job-shop planning and scheduling, in: Management Science, Vol. 38 (1992), S. 1201 - 1211.

- LAWLER, E[ugene] L. (1983): Recent Results in the Theory of Machine Scheduling, in: Bachem, A./Grötschel, M./Korte, B. (Hrsg.), *Mathematical Programming: the state of art*, Berlin u.a. 1983, S. 202 - 234.
- LAWLER, E[ugene] L./LABETOULLE, J. (1978): On Ppreemptive Scheduling of Unrelated Parallel Processors by Linear Programming, in: *Journal of the Association for Computing Machinery*, Vol. 25 (1978), S. 612 - 619.
- LAWLER, E[ugene] L./LENSTRA, J[an] K[arel]/RINNOOY KAN, A[lexander] H. G. (1982): Recent developments in deterministic sequencing and scheduling: A survey, in: Dempster, M. A. H./Lenstra, J. K./Rinnooy Kan, A. H. G. (Hrsg.), *Deterministic and Stochastic Scheduling*, Dordrecht, Boston, London 1982, S. 35 - 73.
- LAWLER, Eugene L./LENSTRA, Jan Karel/RINNOOY KAN, Alexander H. G./SHMOYS, David B. (1989): *Sequencing and Scheduling: Algorithms and Complexity*, Department of Operations Research, Statistics, and System Theory, Report BS-R8909, Amsterdam 1989.
- LAWLER, E[ugene] L./MOORE, J. M. (1969): A functional equation and its application to resource allocation and sequencing problems, in: *Management Science*, Vol. 16 (1969), S. 77 - 84.
- LENSTRA, Jan Karel (1977): *Sequencing by enumerativ methods*, Amsterdam 1977.
- LENSTRA, J[an] K[arel]/RINNOOY KAN, A[lexander] H. G./BRUCKER, P[eter] (1977): Complexity of machine scheduling problems, in: *Annals of Discrete Mathematics*, Vol. 1 (1977), S. 343 - 362.
- LENSTRA, Jan Karel/SHMOYS, David B./TARDOS, Éva (1990): Approximation algorithms for scheduling unrelated parallel machines, in: *Mathematical Programming*, Vol. 46 (1990), S. 259 - 271.
- LEWIS, Harry R./PAPADIMITRIOU, Christos H. (1978): The Efficiency of Algorithms, in: *Scientific American*, Vol. 238 (1978), S. 96 - 109.
- LI, Chung-Lun (1995): A heuristic for parallel machine scheduling with agreeable due dates to minimize the number of late jobs, in: *Computers & Operations Research*, Vol. 22 (1995), S. 277 - 283.
- LIAO, Ching-Jong/YOU, Chii-Tsuen (1992): An Improved Formulation for the Job-Shop Scheduling Problem, in: *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 43 (1992), S. 1047 - 1054.
- LIEDL, Reinhard (1984): *Ablaufplanung bei auftragsorientierter Werkstattfertigung - Eine Analyse situationsspezifischer Strukturdefekte und ihrer Lösungsmöglichkeiten*, Münster 1984.
- LIESEGANG, G[ünter]/SCHIRMER, A[rmin] (1975): Heuristische Verfahren zur Maschinenbelegungsplanung bei Reihenfertigung, in: *ZOR*, Band 19 (1975), S. 195 - 211.
- LOURENÇO, Helena Ramalinho (1995): Job-shop scheduling: Computational study of local search and large-step optimization methods, in: *European Journal of Operational Research*, Vol. 83 (1995), S. 347 - 364.
- MACCARTHY, B. L./LIU, Jiyin (1993): Addressing the gap in scheduling research: a review of optimization and heuristic methods in production scheduling, in: *International Journal of Production Research*, Vol. 31 (1993), S. 59 - 79.
- MANNE, Alan S. (1960): On the job-shop scheduling problem, in: *Operations Research*, Vol. 8 (1960), S. 219 - 223.
- MARX, August (1963): *Die Personalplanung in der modernen Wettbewerbswirtschaft*, Baden-Baden 1963.

- McKAY, Kenneth N./SAFAYENI, Frank R./BUZACOTT, John A. (1988): Job-Shop Scheduling Theory: What Is Relevant?, in: *Interfaces*, Vol. 18 (1988), S. 84 - 90.
- McNAUGHTON, Robert (1959): Scheduling with deadlines and loss functions, in: *Management Science*, Vol. 6 (1959), S. 1 - 12.
- MELLOR, P. (1966): A Review of Job Shop Scheduling, in: *Operational Research Quarterly*, Vol. 17 (1966), S. 161 - 171.
- MENSCH, Gerhard (1968a): *Ablaufplanung*, Köln, Opladen 1968.
- MENSCH, Gerhard (1968b): Instrumente der kurzfristigen Personalplanung, in: *ZfB*, Jg. 38 (1968), S. 469 - 494.
- MENSCH, Gerhard (1969): Minimizing change-over cost in the machine setup problem, in: *Canadian Operational Research Society Journal*, Vol. 7 (1969), S. 92 - 96.
- MENSCH, Gerhard (1972): Das Trilemma der Ablaufplanung, in: *ZfB*, Jg. 42 (1972), S. 77 - 88.
- MICHALEWICZ, Zbigniew (1992): *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Berlin u.a. 1992.
- MÖHRING, R. H./RADERMACHER, F. J./WEISS, G. (1984): Stochastic Scheduling Problems I - General Strategies, in: *ZOR*, Vol. 28 (1984), S. 193 - 260.
- MÖHRING, R. H./RADERMACHER, F. J./WEISS, G. (1985): Stochastic Scheduling Problems II - Set Strategies, in: *ZOR*, Vol. 29 (1985), S. 65 - 104.
- MUCHE, Gerhard (1989): *Personalplanung bei gegebener Personalausstattung*, Göttingen 1989.
- MÜLLER, Otto (1970): Exakte und heuristische Methoden zur Lösung von Reihenfolgeproblemen, in: Nievergelt, Erwin u.a. (Hrsg.), *Praktische Studien zur Unternehmensforschung*, Berlin, Heidelberg, New York 1970, S. 49 - 107.
- MÜLLER-MERBACH, Heiner (1970): *Optimale Reihenfolgen*, Berlin, Heidelberg, New York 1970.
- MÜLLER-MERBACH, Heiner (1973): Heuristische Verfahren, in: *Management-Enzyklopädie*, Ergänzungsband, München 1973, S. 346 - 355.
- MÜLLER-MERBACH, Heiner (1975a): Heuristische Verfahren und Entscheidungsbaumverfahren, in: Grochla, Erwin/Wittmann, Waldemar (Hrsg.), *HWB*, Band 1, 4. Aufl., Stuttgart 1975, Sp. 1812 - 1826.
- MÜLLER-MERBACH, Heiner (1975b): Ganzzahlige Programmierung, in: Grochla, Erwin/Wittmann, Waldemar (Hrsg.), *HWB*, Band 1, 4. Aufl., Stuttgart 1975, Sp. 3212 - 3217.
- MÜLLER-MERBACH, Heiner (1975c): Modelling techniques and heuristics for combinatorial problems, in: Roy, B. (Hrsg.), *Combinatorial Programming: Methods and Applications*, Reidel, Dordrecht 1975, S. 3 - 27.
- MÜLLER-MERBACH, Heiner (1976): Morphologie heuristischer Verfahren, in: *Zeitschrift für Operations Research*, Band 20 (1976), S. 69 - 87.
- MÜLLER-MERBACH, Heiner (1981): Heuristics and their design: a survey, in: *European Journal of Operational Research*, Vol. 8 (1981), S. 1 - 23.
- MURAMATSU, Rintaro/ISHII, Kazuyoshi/TAKAHASHI, Katsuhiko (1985): Some ways to increase flexibility in manufacturing systems, in: *International Journal of Production Research*, Vol. 23 (1985), S. 691 - 703.
- MUSCATI, Mustafa (1967): Die zeitliche Optimierung von Objektfolgen bei kontinuierlichen mehrstufigen Prozessen, in: *ZfB*, Jg. 19 (1967), S. 297 - 305.
- MUTH, John F./THOMPSON, Gerald L. (1963): (Hrsg.), *Industrial Scheduling*, Englewood Cliffs 1963.

- NEIDHART, Felix (1967): Methoden für die Fein- und Ablaufplanung, in: Industrielle Organisation, Jg. 36 (1967), S. 134 - 156.
- NELSON, Rosser T. (1967): Labor and machine limited production systems, in: Management Science, Vol. 13 (1967), S. 648 - 671.
- NELSON, Rosser T. (1970): A simulation of labor efficiency and centralized assignment in a production model, in: Management Science, Vol. 17 (1970), S. B-97 -B-106.
- NÉMETI, Ladislaus (1964): Das Reihenfolgeproblem in der Fertigungsprogrammierung und Linearplanung mit logischen Bedingungen, in: Mathematica, Jg. 6 (1964), S. 87 - 99.
- NEUMANN, Klaus/MORLOCK, Martin (1993): Operations Research, München, Wien 1993.
- NEW, C. C. (1975): Job Shop Scheduling: Is Manual Application of Dispatching Rules Feasible?, in: Operational Research Quarterly, Vol. 26 (1975), S. 35 - 43.
- NUNNIKHOFEN, Thomas S./EMMONS, Hamilton (1977): Scheduling on Parallel Machines to Minimize Two Criteria Related to Job Tardiness, in: AIIE Transactions, Vol. 9 (1977), S. 288 - 296.
- O'GRADY, P. J./HARRISON, C. (1985): A general search sequencing rule for job shop sequencing, in: International Journal of Production Research, Vol. 23 (1985), S. 961 - 973.
- OHSE, Dietrich (1989a): Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I, Analysis, 2. Aufl., München 1989.
- OHSE, Dietrich (1989b): Transportprobleme, in: Gal, Tomas (Hrsg.), Grundlagen des Operations Research, Band 2, 2. Aufl., Berlin u.a. 1989, S. 261 - 360.
- PANWALKAR, S. S./ISKANDER, Wafik (1977): A Survey of Scheduling Rules, in: Operations Research, Vol. 25 (1977), S. 45 - 61.
- PARK, Paul Sungchil (1991): The examination of worker cross-training in a dual resource constrained job shop, in: European Journal of Operational Research, Vol. 51 (1991), S. 291 - 299.
- PARK, Paul Sungchil/BOBROWSKI, Paul M. (1989): Job Release and Labor Flexibility in a Dual Resource Constrained Job Shop, in: Journal of Operations Management, Vol. 8 (1989), S. 230 - 249.
- PARKER, R. Gary/RARDIN, Ronald L. (1988): Discrete Optimization, Boston u.a. 1988.
- PAULIK, Rudolf (1984): Kostenorientierte Reihenfolgeplanung in der Werkstattfertigung, Bern, Stuttgart 1984.
- PAULLI, Jan (1993): Experiments with new heuristics for the FMS scheduling problem, Diskussionspapier zum 'IX. European Summer Institute', Mannheim Juli/August 1993.
- PEARL, Judea (1984): Heuristics - Intelligent Search Strategies for Computer Problem Solving, Reading u.a. 1984.
- PFOHL, H[ans]-Chr[istian]/HEBEL, R[einhard] (1982): Bewertung heuristischer Methoden, in: Zeitschrift für Operations Research, Band 26 (1982), S. B123 - B139.
- PINEDO, Michael/SCHRAGE, Linus (1982): Stochastic shop scheduling: a survey, in: Dempster, M. A. H./Lenstra, J. K./Rinnooy Kan, A. H. G. (Hrsg.), Deterministic and Stochastic Scheduling, Dordrecht, Boston, London 1982, S. 181 - 196.
- PIRLOT, M. (1992): General local search heuristics in Combinatorial Optimization: a tutorial, in: Belgian Journal of Operations Research, Statistics and Computer Science, Vol. 32 (1992), S. 7 - 67.
- POTTS, C. N. (1985): Analysis of a linear programming heuristic for scheduling unrelated parallel machines, in: Discrete Applied Mathematics, Vol. 10 (1985), S. 155 - 164.

- PRESSMAR, Dieter B. (1980): Modellierung und Optimierung dynamischer Produktionssysteme, in: Hahn, Dietger (Hrsg.), Führungsprobleme industrieller Unternehmungen, Festschrift für Friedrich Thomée zum 60. Geburtstag, Berlin, New York 1980, S. 453 - 469.
- PRITSKER, A. Alan B./WATTERS, Lawrence J./WOLFE, Philip M. (1969): Multiproject scheduling with limited resources: A zero-one programming approach, in: Management Science, Vol. 16 (1969), S. 93 - 108.
- RAJARAMAN, M. K. (1975): An algorithm for scheduling parallel processors, in: International Journal of Production Research, Vol. 13 (1975), S. 479 - 486.
- RAJARAMAN, M. K. (1977): A parallel sequencing algorithm for minimizing total cost, in: Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 24 (1977), S. 473 - 481.
- RINNOOY KAN, Alexander H.G. (1976): Machine Scheduling Problems - Classification, complexity and computations, The Hague 1976.
- RODAMMER, Frederick A./WHITE, K. Preston Jr. (1988): A Recent Survey of Production Scheduling, in: IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 18 (1988), S. 841 - 851.
- ROHLEDER, Thomas R./SCUDDER, Gary D. (1993): Comparing performance measures in dynamic job shops: economics vs. time, in: International Journal of Production Economics, Vol. 32 (1993), S. 169 - 183.
- ROOT, James G. (1965): Scheduling with deadlines and loss functions on k parallel machines, in: Management Science, Vol. 11 (1965), S. 460 - 475.
- ROTHKOPF, Michael H. (1966): Scheduling independent tasks on parallel processors, in: Management Science, Vol. 12 (1966), S. 437 - 447.
- ROWE, Alan J. (1959): Sequential Decision Rules in Production Scheduling, PhDthesis University of California 1959.
- ROWE, Alan J. (1960): Toward a Theory of Scheduling, in: The Journal of Industrial Engineering, Vol. 11 (1960), S. 125 - 136.
- RÜGER, Manfred (1974): Die Berücksichtigung reihenfolgeabhängiger Rüstzeiten bei der Reihenfolgeplanung, Diss. Universität Köln 1974.
- SALVADOR, Michael S. (1978): Scheduling and Sequencing, in: Moder, Joseph J./Elmaghraby, Salah E. (Hrsg.), Handbook of Operations Research - Models and Applications, Vol. 2, New York u.a. 1978, S. 268 - 300.
- SANDEWALL, E. J. (1971): Heuristic Search: Concepts and Methods, in: Findler, N. V./Meltzer, B. (Hrsg.), Artificial Intelligence and Heuristic Programming, Edinburgh 1971, S. 81 - 100.
- SARIN, Subhash C./AHN, Seokyo/BISHOP, Albert B. (1988): An improved branching scheme for the branch and bound procedure of scheduling n jobs on m parallel machines to minimize total weighted flowtime, in: International Journal of Production Research, Vol. 26 (1988), S. 1183 - 1191.
- SASIENI, Maurice/YASMAN, Arthur/FRIEDMAN, Lawrence (1971): Methoden und Probleme der Unternehmensforschung, Würzburg, Wien 1971.
- SAWIK, Tadeusz J. (1987): Multilevel Scheduling of Multistage Production with Limited In-Process Inventory, in: Journal of the Operational Research Society, Vol. 38 (1987), S. 651 - 664.
- SCHMIDT, Wolfgang P. (1970): Ein Näherungsverfahren zur Bestimmung optimaler Fertigungslose unter Berücksichtigung von Kapazitäts- und Terminrestriktionen, in: Ablauf- und Planungsforschung, Jg. 11 (1970), S. 214 - 237.

- SCHRAGE, Linus (1991): LINDO - An Optimization Modeling System, 4. Aufl., South San Francisco 1991.
- SCHUSSEL, George (1968): Workload Balancing and Inventory Minimization for Job Shops, in: Journal of Industrial Engineering, Vol. 19 (1968), S. 194 - 202.
- SCHWEITZER, Marcell (1966): Beitrag zur optimalen Terminierung, in: ZfbF, Jg. 36 (1966), S. 41 - 52.
- SCHWEITZER, Marcell (1967): Methodologische und entscheidungstheoretische Grundfragen der betriebswirtschaftlichen Prozeßstrukturierung, in: ZfbF, Jg. 19 (1967), S. 279 - 296.
- SCHWEITZER, Marcell (1993): Planung und Kontrolle, in: Bea, Franz Xaver/Dichtl, Erwin/Schweitzer, Marcell (Hrsg.), Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Band 2 - Führung, 6. Aufl., Stuttgart 1993, S. 19 - 102.
- SEELBACH, Horst (1975): Ablaufplanung, Würzburg, Wien 1975.
- SEELBACH, Horst (1979): Ablaufplanung bei Einzel- und Serienproduktion, in: Kern, Werner (Hrsg.), HWPProd, Stuttgart 1979, Sp. 12 - 28.
- SEELBACH, Horst (1993): Ablaufplanung, in: Wittmann, Waldemar u.a. (Hrsg.), HWB, Band 1, 5. Aufl., Stuttgart 1993, Sp. 1 - 15.
- SHERALI, Hanif D./SARIN, Subhash C./DESAI, Rajendra (1990): Models and algorithms for job selection, routing, and scheduling in a flexible manufacturing system, in: Annals of Operations Research, Vol. 26 (1990), S. 433 - 453.
- SHOTAKA, Sigeki/NAKAMURA, Masahiro/YAMAZAKI, Genji (1994): A Solution Methodology for Optimal Number of Machines Operated by a Single Worker, in: Computers and Industrial Engineering, Vol. 27 (1994), S. 55 - 58.
- SIEGEL, Theodor (1974): Optimale Maschinenbelegungsplanung, Regensburg, Münster 1974.
- SILVER, Edward A./VIDAL, R. Victor V./DE WERRA, Dominique (1980): A tutorial on heuristic methods, in: European Journal of Operational Research, Vol. 5 (1980), S. 153 - 162.
- SIMON, Herbert A. (1980): Wie lösen wir schlecht-strukturierte Probleme?, in: DBW, Jg. 40 (1980), S. 337 - 345.
- SISSON, Roger L. (1959): Methods of sequencing in job shops - a review, in: Operations Research, Vol. 7 (1959), S. 10 - 29.
- SLOWINSKI, Roman (1984): Preemptive scheduling of independent jobs on parallel machines subject to financial constraints, in: European Journal of Operational Research, Vol. 15 (1984), S. 366 - 373.
- SO, Kut C. (1990): Some heuristics for scheduling jobs on parallel machines with setups, in: Management Science, Vol. 36 (1990), S. 467 - 475.
- SPENGLER, Thomas (1993): Lineare Entscheidungsmodelle zur Organisations- und Personalplanung, Heidelberg 1993.
- STÄHLY, Paul (1964): Kurzfristige Fabrikationsplanung in der industriellen Werkstattfertigung, Würzburg, Wien 1964.
- STEINBRÜCK, Michael (1986): Entscheidungsmodelle für Beteiligungsunternehmen, Hamburg 1986.
- STORER, Robert H./WU, S. David /VACCARI, Renzo (1992a): New search spaces for sequencing problems with application to job shop scheduling, in: Management Science, Vol. 38 (1992), S. 1495 - 1509.

- STORER, Robert H./WU, S. David /VACCARI, Renzo (1992b): Local search in problem and heuristic space for job shop scheduling genetic algorithms, in: Fandel, Günter/Gulledge, Thomas/Jones, Albert (Hrsg.), *New Directions for Operations Research in Manufacturing*, Berlin u.a. 1992, S. 149 - 160.
- STREIM, H[annes] (1975): Heuristische Lösungsverfahren - Versuch einer Begriffsklärung, in: *Zeitschrift für Operations Research*, Band 19 (1975), S. 143 - 162.
- SUMICHRASST, Robert T./BAKER, Joanna R. (1987): Scheduling parallel processors: An integer linear programming based heuristic for minimizing setup time, in: *International Journal of Production Research*, Vol. 25 (1987), S. 761 - 771.
- SUN, Dake/BATTA, Rajan/LIN, Li (1995): Effective job shop scheduling through active chain manipulation, in: *Computers & Operations Research*, Vol. 22 (1995), S. 159 - 172.
- SWITALSKI, Marion (1989): Flexible Fertigungssysteme, in *WiSt*, Jg. 18 (1989), S. 257 - 263.
- TAHA, Hamdy A. (1975): *Integer Programming - Theory, Applications, and Computations*, New York, San Francisco, London 1975.
- TANAEV, Viacheslav Sergeevich/SOTSKOV, Y. N./STRUSEVICH, Vitalii Aleksandrovich (1994): *Scheduling Theory - Multi Stage Systems*, Dordrecht 1994.
- TIEN, James M./KAMIYAMA, Angelica (1982): On manpower scheduling algorithms, in: *SIAM Review*, Vol. 24 (1982), S. 275 - 287.
- TOWNSEND, W. (1977): Sequencing n jobs on m machines to minimise maximum tardiness: A branch-and-bound solution, in: *Management Science*, Vol. 23 (1977), S. 1016 - 1019.
- TRELEVEN, Mark D. (1987): The timing of labor transfers in dual resource-constrained systems: "push" vs. "pull" rules, in: *Decision Sciences*, Vol. 18 (1987), S. 73 - 88.
- TRELEVEN, Mark D./ELVERS, Douglas A. (1985): An Investigation of Labor Assignment Rules in a Dual-Constrained Job Shop, in: *Journal of Operations Management*, Vol. 6 (1985), S. 51 - 68.
- ULLMAN, J. D. (1975): NP-Complete Scheduling Problems, in: *Journal of Computer and System Sciences*, Vol. 10 (1975), S. 384 - 393.
- VAESSENS, Robert Johannes Maria (1995): *Generalized Job Shop Scheduling: Complexity and Local Search*, Eindhoven 1995.
- VAN LAARHOVEN, Peter J. M./AARTS, Emile H. L./LENSTRA, Jan Karel (1992): Job shop scheduling by simulated annealing, in: *Operations Research*, Vol. 40 (1992), S. 113 - 125.
- WAGNER, Harvey M. (1959): An integer linear-programming model for machine scheduling, in: *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 6 (1959), S. 131 - 140.
- WEEKS, James K./FRYER, John S. (1976): A simulation study of operating policies in a hypothetical dual-constrained job shop, in: *Management Science*, Vol. 22 (1976), S. 1362 - 1371.
- WEHR, Gottfried (1980): *Das M,N-Job-Shop-Scheduling Problem: Eine Branch- und Bound-Methode mit verbesserten unteren Schranken, neuen Verzweigungs-Strategien und einem effektiven Einsatz heuristischer Lösungsmethoden*, Diss. Universität München 1980.
- WERNER, Frank/WINKLER, Andreas (1995): Insertion techniques for the heuristic solution of the job shop problem, in: *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 58 (1995), S. 191 - 211.

- WHITE, K. Preston Jr./ROGERS, Ralph V. (1990): Job-shop scheduling: limits of the binary disjunctive formulation, in: International Journal of Production Research, Vol. 28 (1990), S. 2187 - 2200.
- WITTE, Thomas (1979): Heuristisches Planen, Wiesbaden 1979.
- WITTE, Thomas (1986): Die Entwicklung von Zielvorstellungen für die Ablaufplanung bei Werkstattfertigung, Beiträge des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften, Beitrag 8606, Universität Osnabrück 1986.
- WITTROCK, Robert J. (1990): Scheduling Parallel Machines with Major and Minor Setup Times, in: The International Journal of Flexible Manufacturing Systems, Vol. 2 (1990), S. 329 - 341.
- WOOLSEY, R. E. D. (1990): Production scheduling quick and dirty methods for parallel machines, in: Production and Inventory Management Journal, Vol. 31 (1990), S. 84 - 87.
- YUAN, John S. C./HOREN, Jeffrey H./WAGNER, Harvey M. (1975): Optimal multi-product production scheduling and employment smoothing with deterministic demands, in: Management Science, Vol. 21 (1975), S. 1250 - 1262.
- ZÄPFEL, Günther (1982): Produktionswirtschaft - Operatives Produktions- Management, Berlin, New York 1982.
- ZANAKIS, Stelios H./EVANS, James R. (1981): Heuristic "optimization": Why, when, and how to use it, in: Interfaces, Vol. 11 (1981), S. 84 - 91.
- ZANAKIS, Stelios H./EVANS, James R./VAZACOPOULOS, Alkis A. (1989): Heuristic methods and applications: A categorized survey, in: European Journal of Operational Research, Vol. 43 (1989), S. 88 - 110.
- ZEHNDER, Carl August (1969): Das Prinzip der heuristischen Methoden, in: Weinberg, Franz/Zehnder, Carl August (Hrsg.), Heuristische Planungsmethoden, Heidelberg 1969, S. 7 - 22.
- ZIMMERMANN, Hans-Jürgen/GUTSCHE, Lothar (1991): Multi-Criteria Analyse, Berlin u.a. 1991.

Hugo Kossbiel (Hg.): Modellgestützte Personalentscheidungen

ISBN 3-87988-238-X, Rainer Hampp Verlag, München u. Mering 1997, 160 S., DM 39.80

Das betriebliche „Personalwesen“ ist traditionell ein Bereich, in dem die Praxis mehr auf gesunden Menschenverstand und Fingerspitzengefühl setzt als auf wissenschaftliche Erkenntnisse und methodisches Wissen. An diesem Zustand ist die „Theorie“ nicht schuldlos, da sie sich der „Praxis“ allzu häufig in einer Weise nähert, die sie nur in einem sehr eingeschränkten Sinne attraktiv macht: Eine seltsame Mischung aus fehlgeleiteter Praxisorientierung und erwerbswirtschaftlich motiviertem Mimikri ist nicht selten der Grund dafür, daß der Praxis das als wissenschaftliche Erkenntnis angeboten wird, was sie selbst herausgefunden hat und was sie sich „aus berufenem Munde“ gern noch einmal bestätigen läßt.

Es ist wohl dieser unbefriedigende Zustand des Theorie-Praxis-Verhältnisses, das junge Wissenschaftler und wissenschaftsverbundene Praktiker veranlaßt hat, gemeinsam über personalwirtschaftliche Probleme und deren theoriegeleitete bzw. modellgestützte Handhabung nachzudenken. Die vorliegende Aufsatzsammlung enthält dazu acht einschlägige Beiträge, die im Herbst 1996 auf einem Workshop an der Universität Frankfurt präsentiert wurden.

Frank Kieper: Dynamisches Erfolgscontrolling als Lösungsansatz für das betriebliche Personalkostenmanagement

ISBN 3-87988-197-9, Rainer Hampp Verlag, München und Mering 1996, 238 S., DM 49.80

Personalkosten sind national und international zu einem entscheidenden Wettbewerbsfaktor geworden. Die optimale Gestaltung der Personalkosten stellt eine der größten Herausforderungen dar. Das Ziel der vorliegenden Arbeit besteht in der Entwicklung eines normativen Ansatzes zur wirtschaftlichen Gestaltung der Personalkosten im Rahmen eines dynamischen Erfolgscontrollingsystems.

Konkret vorgestellt werden Instrumente zur Planung, Koordination und Kontrolle spezifischer Personalkostenarten, die auch bei modernen Formen der Arbeitsorganisation Anwendung finden. Dabei ist ihr Einsatzbereich nicht auf einzelne Branchen beschränkt.

Allgemeine Bedeutung gewinnt die vorliegende Arbeit dadurch, daß personalwirtschaftliche Zusammenhänge transparent gemacht werden. Auf diese Weise eröffnen sich kostenrechnerische Diskussionen ebenso wie praktische Anwendungen für das Personalkostenmanagement.

Dr. Frank Kieper ist Dipl.-Kaufmann, der zunächst als wissenschaftlicher Mitarbeiter tätig war. Danach leitete er in mehr als zehn Jahren beruflicher Praxis zahlreiche Projekte und Seminare zur Reorganisation des betrieblichen Rechnungswesens sowie zur Personaloptimierung bei namhaften Firmen, vorrangig aus der Industrie und dem Dienstleistungssektor. Der Autor ist heute Unternehmensberater in Hamburg.

Andreas Kreuter: Verrechnungspreise in Profit-Center-Organisationen

ISBN 3-87988-222-3, Rainer Hampp Verlag, München und Mering 1997, 208 S., DM 46.80

Die Einrichtung von dezentralen, selbständigen Verantwortungsbereichen ist eines der Kernelemente aktueller Restrukturierungskonzepte. Insbesondere Großunternehmen verfolgen die Absicht, durch die Bildung ergebnisverantwortlicher Einheiten – Profit-Center – Flexibilität und Marktnähe zu vergrößern, Motivationspotentiale freizusetzen und internes Unternehmertum zu fördern, ohne die Synergien eines Großunternehmens zu verlieren. Die Gestaltung des Verrechnungspreissystems zur Bewertung der Liefer- und Leistungsbeziehungen zwischen den selbständigen Teilbereichen des Unternehmens stellt eines der Schlüsselprobleme für die Erreichung der mit einer Dezentralisierung verknüpften Ziele dar und erweist sich in der Praxis als Quelle ständiger Auseinandersetzungen und Konflikte zwischen den Profit-Centern. Inwieweit es gelingt, eine marktliche Koordination der Profit-Center durch Verrechnungspreise zu verwirklichen, welche Auswirkungen die Verwendung verschiedener Verrechnungspreise auf die Leistungsabwicklung, auf Motivation und Verhalten der Profit-Center-Leiter und auf die Beziehungen zwischen den Teilbereichen hat, sowie welche Konsequenzen daraus für die Gestaltung von Verrechnungspreisen gezogen werden können, sind Fragen, die in der vorliegenden Arbeit behandelt werden. Die Ergebnisse basieren auf den Daten einer in der deutschen Industrie durchgeführten empirischen Erhebung.

„Die Arbeit macht in überzeugender Weise deutlich, daß das Leitbild von der internen Marktkoordination einer Differenzierung und im konkreten Fall einer Anpassung an die spezifischen Bedingungen einer Unternehmung bedarf, um die positiven Wirkungen zur Entfaltung zu bringen. Herr Kreuter präsentiert seine Ergebnisse mit einer erfrischenden Schnörkellosigkeit. Von diesem Buch können alle profitieren, die sich in Theorie und Praxis mit der Gestaltung von Profit-Centern beschäftigen.“ (Prof. Dr. Alfred Kieser im Vorwort)

Michael Habersam: Controlling als Evaluation. Potentiale eines Perspektivenwechsels

ISBN 3-87988-216-9, Rainer Hampp Verlag, München u. Mering 1997, 240 S., DM 49.80

'Controlling als Evaluation' ist kein Controllingbuch im gängigen Sinn. Es behandelt die grundlegende Frage nach dem Warum von Controlling zunächst anhand des historischen Beispiels von Josiah Wedgwood, einem der herausragenden englischen Keramikhersteller des 18. Jahrhunderts. Wedgwood erfindet 1772 in seiner Situation angemessenes Controlling, verschafft sich Transparenz in seiner komplexer werdenden Organisation und vermeidet es letztlich, seinen Namen in der Konkurspalte der Gazetten wiederzufinden.

Dieses Anliegen Josiah Wedgwoods ist auch der heutigen Controllingdiskussion nicht fremd, und eine genauere Betrachtung der vorherrschenden Controllingauffassung in der betriebswirtschaftlichen Literatur zeigt hinsichtlich des Organisations- und Führungsverständnisses bemerkenswerte Parallelen zur mechanistisch geprägten Sichtweise Wedgwoods. Darin liegt jedoch gleichzeitig auch eine der wesentlichen Begrenzungen dieser spezifischen Controllingauffassung.

An den Grenzen der gängigen Controllingdiskussion angelangt und folglich auf der Suche nach Anregungen für ein verändertes Controllingverständnis ist das Neue dieses Beitrags zur Controllingdiskussion in der Einführung und Betrachtung der Evaluationsdiskussion zu sehen. Die Evaluationsdiskussion geht zwar vom gleichen Anliegen aus wie die Controllingdiskussion, nimmt jedoch im Verlauf ihrer Entwicklung Abstand von einem mechanistisch geprägten Organisations- und Führungsverständnis. In diesem, die Controllingdiskussion öffnenden Perspektivenwechsel liegen Potentiale, die am Ende dieses Buches skizziert werden.

Auftragsfolge- und Personalplanung

Entscheidungsmodelle zur Auftragsfolge- und Personalplanung müssen - im einfachsten Fall - ein zweifaches Zuordnungsproblem bewältigen: Im Rahmen der Auftragsfolgeplanung ist zu bestimmen, welchen Maschinen wann die zur Bearbeitung anstehenden Aufträge - die durch vorgegebene Bearbeitungsfolgen gekennzeichnet sind - zugeordnet werden. Im Rahmen der Personalplanung ist zu bestimmen, welche Arbeitskräfte wann an den zur Auftragsbearbeitung eingesetzten Maschinen bereitgestellt werden sollen. Dieses zweifache Zuordnungsproblem wird um zusätzliche Allokationsprobleme erweitert, wenn von Mehrdeutigkeit der Maschinen z.B. hinsichtlich Funktionalität, Intensität und Betriebszeiten und/oder von Mehrdeutigkeit der Arbeitskräfte z.B. hinsichtlich Bereitstellung, Verwendung und Arbeitszeit ausgegangen wird. In dieser Arbeit werden zu ausgewählten Bedingungskonstellationen der Maschinen- und Personalausstattung Entscheidungsmodelle zur Auftragsfolge- und Personalplanung formuliert und mit Beispielen unterlegt.

Antje Fürst wurde 1965 in Innsbruck/Tirol geboren. Nach ihrer Schulzeit in Prien a. Chiemsee und einem einjährigen Au-Pair-Aufenthalt in Toronto/Canada studierte sie von 1985 bis 1990 Betriebswirtschaftslehre an der Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt a. Main. An der dortigen Professur für Personalwirtschaft war sie von 1991 bis 1996 wissenschaftliche Mitarbeiterin. Seit 1996 ist sie bei der Fraunhofer-Gesellschaft in München tätig.



206\$01704311