

Hölscher, Reinhold; Schwahn, Jana

Research Report

Kostenminimale Risikobewältigung durch Versicherungen mit Selbstbehalt

Studien zum Finanz-, Bank- und Versicherungsmanagement, No. 18

Provided in Cooperation with:

Lehrstuhl für Finanzdienstleistungen und Finanzmanagement, Technische Universität Kaiserslautern

Suggested Citation: Hölscher, Reinhold; Schwahn, Jana (2015) : Kostenminimale Risikobewältigung durch Versicherungen mit Selbstbehalt, Studien zum Finanz-, Bank- und Versicherungsmanagement, No. 18, Technische Universität Kaiserslautern, Lehrstuhl für Finanzdienstleistungen und Finanzmanagement, Kaiserslautern, <https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:101:1-20150505576>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/111658>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

Band 18

KOSTENMINIMALE RISIKOBEWÄLTIGUNG DURCH VERSICHERUNGEN MIT SELBSTBEHALT

von

Prof. Dr. Reinhold Hölscher

Dipl.-Wirtsch.-Ing. Jana Schwahn

Kaiserslautern 2015

ISSN 1435-8484

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	III
Abbildungsverzeichnis	IV
1. Einleitung	1
2. Versicherungen als Instrument der Risikobewältigung	3
2.1 Phase der Risikobewältigung innerhalb des Risikomanagementprozesses	3
2.2 Ausgestaltung der Bruchteilversicherung	4
2.3 Ergänzung von Versicherungen durch Selbstbehaltsvereinbarung.....	6
2.4 Zusammensetzung von Risikobewältigungskosten	9
3. Schätzung der Schadenverteilung zur Kalkulation von Risikobewältigungskosten	12
3.1 Einbezug der Schadenhistorie zur Schätzung der Schadenverteilung	12
3.2 Fallstudie zur Schätzung der Schadenverteilung	17
4. Kalkulation und Minimierung der Risikobewältigungskosten	25
4.1 Risikobewältigungskosten bei einer Bruchteilversicherung mit Selbstbehalt	25
4.2 Fallstudie zur Minimierung der Risikobewältigungskosten	27
5. Kritische Würdigung	34
Literaturverzeichnis	36

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1:	Entschädigungsleistung bei einer Bruchteilverversicherung	5
Abbildung 2:	Selbstbehaltsvereinbarungen bei der unbegrenzten Interessenversicherung .	7
Abbildung 3:	Kombination Bruchteilverversicherung und Selbstbehaltsvereinbarung	8
Abbildung 4:	Zusammensetzung der Kosten für die passive Risikobewältigung	10
Abbildung 5:	Binomial- und Poissonverteilung	13
Abbildung 6:	Weibull- und Paretoverteilung	14
Abbildung 7:	Kritische Größen des Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstests	15
Abbildung 8:	Stufen der Monte-Carlo-Simulation zur Bestimmung der Gesamtschadenverteilung.....	16
Abbildung 9:	Empirische Einzelschadenshäufigkeiten und -höhen im Beispielfall	18
Abbildung 10:	Abweichungen der Verteilungsfunktionen bei Einzelschadenshäufigkeiten im Beispielfall	19
Abbildung 11:	Abweichungen der Verteilungsfunktionen bei Einzelschadenshöhen im Beispielfall	20
Abbildung 12:	Zufällige Wahrscheinlichkeitswerte für Schadenshäufigkeiten im Beispielfall	22
Abbildung 13:	Kumulierte Wahrscheinlichkeiten einer Poissonverteilung ($\lambda = 5$)	22
Abbildung 14:	Zufällige Wahrscheinlichkeitswerte für Schadenshöhen im Beispielfall	23
Abbildung 15:	Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation im Beispielfall	23
Abbildung 16:	Gesamtschadenverteilung im Beispielfall.....	24
Abbildung 17:	Erweiterung der Stufe 5 der Monte-Carlo-Simulation.....	26
Abbildung 18:	Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation bei einer Bruchteilverversicherung im Beispielfall	28
Abbildung 19:	Verteilung selbst getragener Schäden im Beispielfall	29
Abbildung 20:	Auszug der Rangliste selbst getragener Schäden bei einer Bruchteilverversicherung im Beispielfall.....	29
Abbildung 21:	Absolute Selbstbehalte (SB) mit Prämien für die Bruchteilverversicherung im Beispielfall	30
Abbildung 22:	Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation bei Bruchteilverversicherung mit Selbstbehalt 15 TEUR.....	31
Abbildung 23:	Risikobewältigungskosten für absolute Selbstbehaltshöhen im Beispielfall	32
Abbildung 24:	Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation bei Bruchteilverversicherung mit Selbstbehalt 75%	33

1. Einleitung

Da die Zukunft unsicher ist, gehen Unternehmen mit jeder wirtschaftlichen Tätigkeit Risiken ein. Um die finanziellen Konsequenzen eines Risikoeintritts zu begrenzen, ist ein bewusster, frühzeitiger Umgang mit den unternehmerischen Risiken sinnvoll. Die Kosten für die Risikobewältigung sollten dabei möglichst gering ausfallen. Im vorliegenden Beitrag soll vor diesem Hintergrund eine Methode zur Minimierung der Kosten der Risikobewältigung durch Versicherungen mit Selbstbehaltsvereinbarung vorgestellt werden.

Dass Versicherungen mit Selbstbehaltsvereinbarung differenziert gestaltbar sind, thematisiert bereits *Grob* umfassend.¹ Auf dieser Basis finden sich in der Literatur frühe Arbeiten, die sich mit der Wahl einer optimalen Selbstbehaltsvereinbarung beschäftigen.² Mit dem Ziel, die Vermögensposition des Unternehmens zu optimieren, leitet beispielsweise *Dimmer* die optimale Selbstbehaltsvereinbarung über die Betrachtung der Prämienreduktion und der Grenznutzenfunktion des zu versichernden Unternehmens bei Variation der Selbstbehaltshöhen ab.³ Auf die Möglichkeit hingegen, die Risikobewältigungskosten des Unternehmens über die Veränderungen der Selbstbehaltshöhen zu minimieren, weist *Gleißner* hin.⁴ *Hölscher* verdeutlicht skizzenhaft den Verlauf der Risikobewältigungskosten in Abhängigkeit der Selbstbehaltswahl mit Hervorhebung des Kostenminimums.⁵ Sehr detailliert setzt sich schließlich *Giebel* mit Instrumenten der passiven Risikobewältigung, der Quantifizierung und Modellierung von Risikobewältigungskosten sowie ihrer Beeinflussung durch den Transfer auf Versicherungen auseinander.⁶ Der vorliegende Beitrag ergänzt die genannten Arbeiten, indem er zum einen mit der Bruchteilversicherung auf die allgemeinste Form einer Versicherung zurückgreift. Die kostenminimale Aufteilung des Risikos auf Selbsttragen und Transfer wird dabei über einen Simulationsprozess ermittelt. Zum anderen wird die Umsetzung der kostenminimalen Positionierung stets um eine beispielhafte Veranschaulichung an einer Fallstudie ergänzt. Die Fallstudie soll den Leser zur Anwendung der Methodik in der Unternehmenspraxis animieren.

Vor diesem Hintergrund werden in Kapitel 2 nach einer kurzen Einführung zum Thema die zentralen Merkmale von Versicherungen als das klassische Instrument des Risikotransfers erläutert. Im Vordergrund steht dabei die Bruchteilversicherung mit Selbstbehaltsvereinbarung. In Kapitel 3 wird aufgezeigt, wie eine Schadenverteilung auf Basis historischer Schadendaten

¹ Vgl. *Grob* (1967), S. 37ff.

² Für eine Aufzählung der Arbeiten siehe *Dimmer* (1986), S. 167f.

³ Vgl. *Dimmer* (1986), S. 168.

⁴ Vgl. *Gleißner* (2002), S. 315.

⁵ Vgl. *Hölscher* (2006), S. 357.

⁶ Vgl. *Giebel* (2011), S. 252ff.

hergeleitet werden kann. Die Methode zur Schätzung der Schadenverteilung wird anhand einer Fallstudie vertiefend erläutert. Gegenstand des Kapitels 4 bildet die Quantifizierung und Minimierung der Kosten der Risikobewältigung. Die theoretischen Erläuterungen werden dabei in die Fallstudie aus Kapitel 3 eingearbeitet. Es wird beispielhaft eine Bruchteilversicherung betrachtet, die um eine Selbstbehaltsvereinbarung ergänzt wird. Durch Vergleich mehrerer Versicherungsangebote mit Selbstbehaltsvereinbarung wird schließlich an der Fallstudie aufgezeigt, wie eine Minimierung der Risikobewältigungskosten erreicht werden kann. Die vorgestellte Methode zur Minimierung der Kosten der Risikobewältigung durch Versicherungen mit Selbstbehaltsvereinbarung wird schließlich in Kapitel 5 kritisch gewürdigt.

2. Versicherungen als Instrument der Risikobewältigung

2.1 Phase der Risikobewältigung innerhalb des Risikomanagementprozesses

Den angemessenen Umgang mit den Risiken wirtschaftlicher Aktivitäten gewährleistet ein dreiphasiger Risikomanagementprozess.⁷ In der ersten Phase ist durch die Risikoanalyse festzustellen, in welchem Ausmaß ein Unternehmen von Risiken bedroht ist. Dabei sind im Rahmen der *Risikoidentifikation* sämtliche Risiken strukturiert, vollständig und kontinuierlich zu erfassen.⁸ Die sich anschließende *Risikobewertung* dient der Feststellung des Risikopotenzials, d.h. also der Bedrohung, die von den identifizierten Risiken für ein Unternehmen ausgeht.⁹

Die zweite Phase des Risikomanagementprozesses bildet die *Bewältigung* der identifizierten und bewerteten Risiken. Dabei kann zwischen den aktiven und den passiven Maßnahmen der Risikobewältigung unterschieden werden. Im Rahmen der *aktiven Risikobewältigung* wird unmittelbar durch Maßnahmen der Risikovermeidung, -minderung oder –diversifikation auf die Eintrittswahrscheinlichkeiten und/oder Tragweiten eines Risikos Einfluss genommen. Die *passive Risikobewältigung* lässt dagegen die Risikostrukturen unverändert. Stattdessen werden Maßnahmen ergriffen, um die negativen Auswirkungen eines Risikoeintritts verkraften zu können.¹⁰

In der dritten Phase des Risikomanagementprozesses folgen abschließend die *prozessbegleitende Kontrolle* und die *Risikonachbereitung*. Hier ist zu überprüfen, ob die vorhandenen Risiken korrekt analysiert wurden und ob die Maßnahmen der Risikobewältigung den gewünschten Effekt hatten.¹¹

Die Risikoanalyse stellt die entscheidende Voraussetzung für die Einleitung passender Maßnahmen der Risikobewältigung dar. In diesem Beitrag soll der Fokus auf die passive Risikobewältigung gerichtet werden. Zu den Instrumenten der passiven Risikobewältigung gehören das Selbsttragen eines Risikos und der Risikotransfer.

Beim *Selbsttragen eines Risikos* entscheidet sich das Unternehmen dafür, die finanziellen Auswirkungen eines Risikoeintritts selbst zu tragen. Durch den *Risikotransfer* werden die Konsequenzen eines schlagend werdenden Risikos dagegen auf Dritte transferiert.¹² Das klassische

⁷ Vgl. Hölscher (2002), S. 13.

⁸ Vgl. Schierenbeck und Lister (2001), S. 329.

⁹ Vgl. Schierenbeck und Lister (2001), S. 336.

¹⁰ Vgl. Hölscher (2002), S. 14

¹¹ Vgl. Kremers (2002), S. 77.

¹² Vgl. Hölscher (2002), S. 15.

Instrument des Risikotransfers ist die Versicherung. In Abhängigkeit von der gewählten Versicherungsform sowie einer zusätzlich getroffenen Selbstbehaltsvereinbarung transferiert der Versicherungsnehmer sämtliche oder nur einen Teil der finanziellen Auswirkungen eines Risikoeintritts auf den Versicherungsgeber, einen ggf. verbleibenden Rest trägt er selbst. Bei Versicherungen mit Selbstbehaltsvereinbarung handelt es sich um Maßnahmen des *partiellen Risikotransfers*.¹³ Diese werden im Folgenden näher vorgestellt.

2.2 Ausgestaltung der Bruchteilversicherung

Eine Versicherung kann als Schutz gegen die negativen finanziellen Auswirkungen schlagend werdender Risiken gegen die Zahlung von Versicherungsprämien definiert werden.¹⁴ Grundsätzlich ist zwischen Summen- und Schadenversicherungen zu unterscheiden. Während bei einer *Summenversicherung* im Versicherungsfall ein fester, im Voraus zu vereinbarenden Betrag gezahlt wird, orientiert sich die Höhe der Entschädigung bei der *Schadenversicherung* an dem tatsächlich eingetretenen Schaden. Die Schadenversicherungen können weiter in die unbegrenzte Interessen-, die Erstrisiko-, die Vollwert- und die Bruchteilversicherung untergliedert werden.¹⁵

Im Unterschied zur *unbegrenzten Interessenversicherung*, bei der die Höhe der Entschädigung (E) durch den Versicherungsgeber stets der tatsächlichen Schadenhöhe entspricht, wird die Entschädigungsleistung bei einer *Erstrisikoversicherung* durch die vereinbarte Versicherungssumme (VS) nach oben begrenzt. Die Versicherungssumme verkörpert damit die maximale Deckung eines eingetretenen Schadens. Bei einer *Vollwertversicherung* wird zusätzlich zwischen dem Versicherungswert (VW) und der Versicherungssumme unterschieden. Der Versicherungswert wird im Allgemeinen dem im Voraus geschätzten Wert der unbeschädigten Sache bzw. der ungestörten Ertragssituation gleichgesetzt. Solange die Versicherungssumme größer oder gleich dem Versicherungswert ist, entspricht die Entschädigungsleistung dem eingetretenen Schaden. Liegt die vereinbarte Versicherungssumme unter dem Versicherungswert, wird eine Entschädigung in Höhe des Produktes aus eingetretenem Schaden und dem Quotienten aus Versicherungssumme und Versicherungswert geleistet.¹⁶

¹³ Vgl. Banks (2004), S. 17.

¹⁴ Vgl. Koch (2013), S. 26.

¹⁵ Vgl. Farny (2011), S. 397.

¹⁶ Vgl. Farny (2011), S. 402.

Bei der *Bruchteilversicherung* handelt es sich um die allgemeinste Form der Schadenversicherung, da sie sowohl Elemente der Erstrisiko- als auch der Vollwertversicherung beinhaltet.¹⁷ Im Rahmen der Bruchteilversicherung wird nur ein Teil des Versicherungswertes über den angezeigten Wert (AW) abgesichert („Bruchteil“), da davon ausgegangen wird, dass im Falle des Risikoeintritts nicht der gesamte Wert des abgesicherten Gegenstandes betroffen sein wird.¹⁸ Die Versicherungssumme wird vorab vereinbart und richtet sich nach der Höhe des angezeigten Wertes. Wie bei der Erstrisikoversicherung erfüllt sie die Funktion einer Entschädigungsobergrenze. Die Höhe der Entschädigungsleistung des Versicherungsgebers jeweils in Abhängigkeit des eingetretenen Schadens ist in *Abbildung 1* dargestellt.

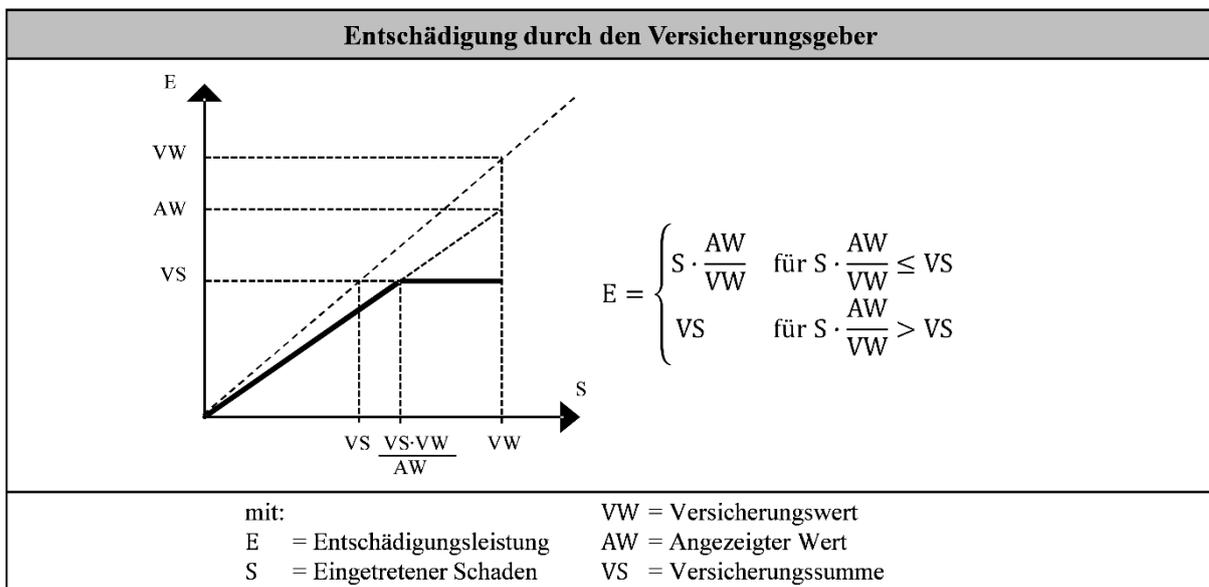


Abbildung 1: Entschädigungsleistung bei einer Bruchteilversicherung¹⁹

Ist das Produkt aus eingetretenem Schaden und dem Quotienten aus angezeigtem Wert und Versicherungswert kleiner oder gleich der Versicherungssumme ($S \cdot (AW/VW) \leq VS$), wird der Versicherungsnehmer mit $S \cdot (AW/VW)$ entschädigt. Die Höhe der Entschädigung ist auf die Versicherungssumme begrenzt, die einem Anteil des angezeigten Wertes entspricht. Die maximale Entschädigungshöhe, d.h. also die Versicherungssumme, wird dann ausgezahlt, wenn das Produkt aus eingetretenem Schaden und dem Quotienten aus angezeigtem Wert und Versicherungswert größer als die Versicherungssumme ist ($S \cdot (AW/VW) > VS$).²⁰

Für den Versicherungsnehmer bedeutet dies, dass er bei jedem Schadeneintritt einen Teil der Kosten selbst tragen muss. Ist der eingetretene Schaden kleiner oder gleich $VS \cdot (VW/AW)$, so

¹⁷ Vgl. Giebel (2011), S. 103.

¹⁸ Vgl. Farny (2011), S. 402.

¹⁹ Vgl. Giebel (2011), S. 101.

²⁰ Vgl. Giebel (2011), S. 104.

kommt auf den Versicherungsnehmer ein Anteil (S^{VN}) in Höhe von $S \cdot (1 - (AW/VW))$ zu. Ist der eingetretene Schaden hingegen größer als $VS \cdot (VW/AW)$, muss der Versicherungsnehmer die Differenz zwischen der Höhe des eingetretenen Schadens und der Versicherungssumme ($S - VS$) selbst übernehmen. Über eine Umformung der oben dargestellten Entschädigungsfunktion lässt sich dies formal wie folgt darstellen:

$$S^{VN} = \begin{cases} S - E = S \cdot \left(1 - \left(\frac{AW}{VW}\right)\right) & \text{für } S \leq VS \cdot \left(\frac{VW}{AW}\right) \\ S - E = S - VS & \text{für } S > VS \cdot \left(\frac{VW}{AW}\right) \end{cases}$$

Es kann festgehalten werden, dass sowohl die Höhe der Entschädigung als auch die beim Versicherungsnehmer verbleibenden Schadenkosten von der Höhe des Versicherungswertes und des angezeigten Wertes sowie von der Höhe der Versicherungssumme abhängen. Der zentrale Vorteil der Bruchteilversicherung liegt in ihrer hohen Flexibilität. Sie kann exakt auf die spezifischen Bedürfnisse eines Versicherungsnehmers zugeschnitten werden.

2.3 Ergänzung von Versicherungen durch Selbstbehaltsvereinbarung

Die Höhe der Entschädigungsleistung kann bei jeder Versicherungsform zusätzlich durch eine Selbstbehaltsvereinbarung beeinflusst werden. Ein Selbstbehalt bewirkt, dass der Versicherungsnehmer stets einen Teil des eingetretenen Schadens selbst trägt. Nach der Ermittlung der Entschädigungsleistung im Rahmen der unbegrenzten Interessen-, der Erstrisiko-, Vollwert- oder Bruchteilversicherung ist somit im zweiten Schritt der vereinbarte Selbstbehalt anzuwenden.²¹ Aus einem Selbstbehalt folgt letztlich, dass die Entschädigungsleistung gekürzt wird und sich der Anteil der vom Versicherungsnehmer selbst zu tragenden Kosten erhöht.

Zu unterscheiden sind absolute und prozentuale Selbstbehalte.²² In *Abbildung 2* sind die Auswirkungen beider Selbstbehaltsformen jeweils auf die Entschädigungsleistung einer unbegrenzten Interessenversicherung dargestellt.

²¹ Vgl. Farny (2011), S. 402.

²² Vgl. Farny (2011), S. 402.

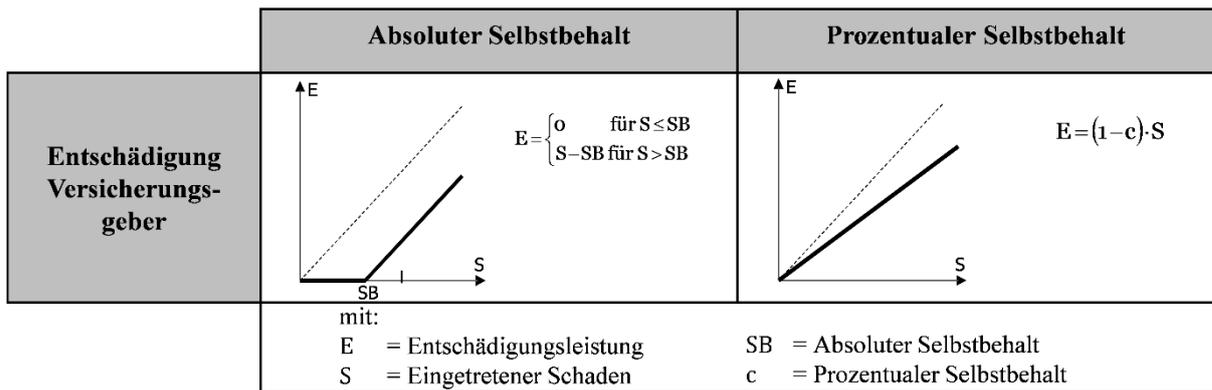


Abbildung 2: Selbstbehaltsvereinbarungen bei der unbegrenzten Interessenversicherung²³

Für die genannten Formen von Selbstbehaltsvereinbarungen ergeben sich bei Betrachtung einer unbegrenzten Interessenversicherung folgende Zusammenhänge:

- *Absoluter Selbstbehalt:* Bis zum vereinbarten absoluten Selbstbehalt (SB) beträgt die Entschädigungsleistung Null, d.h. der Versicherungsnehmer trägt den Schaden vollständig selbst. Übersteigt der eingetretene Schaden den Selbstbehalt, ist der Versicherungsgeber zur Leistung des Differenzbetrages zwischen tatsächlichem Schaden und absolutem Selbstbehalt verpflichtet.
- *Prozentualer Selbstbehalt:* Der Versicherungsgeber entschädigt stets einen prozentualen Anteil des eingetretenen Schadens $(1 - c)$, mit $0 < c < 1$. Den darüber hinausgehenden Teil des Schadens trägt der Versicherungsnehmer selbst. Diese Form des Selbstbehalts führt dazu, dass der Versicherungsgeber unabhängig von der Schadenhöhe und der Versicherungsform immer am Schaden beteiligt ist.

Die vorgestellten Selbstbehaltsformen lassen sich analog auf andere Versicherungsformen übertragen. Bei Betrachtung einer Bruchteilversicherung ergeben sich für die Entschädigungsleistung des Versicherungsgebers die in *Abbildung 3* dargestellten Zusammenhänge.

²³ Vgl. Farny (2011), S. 401.

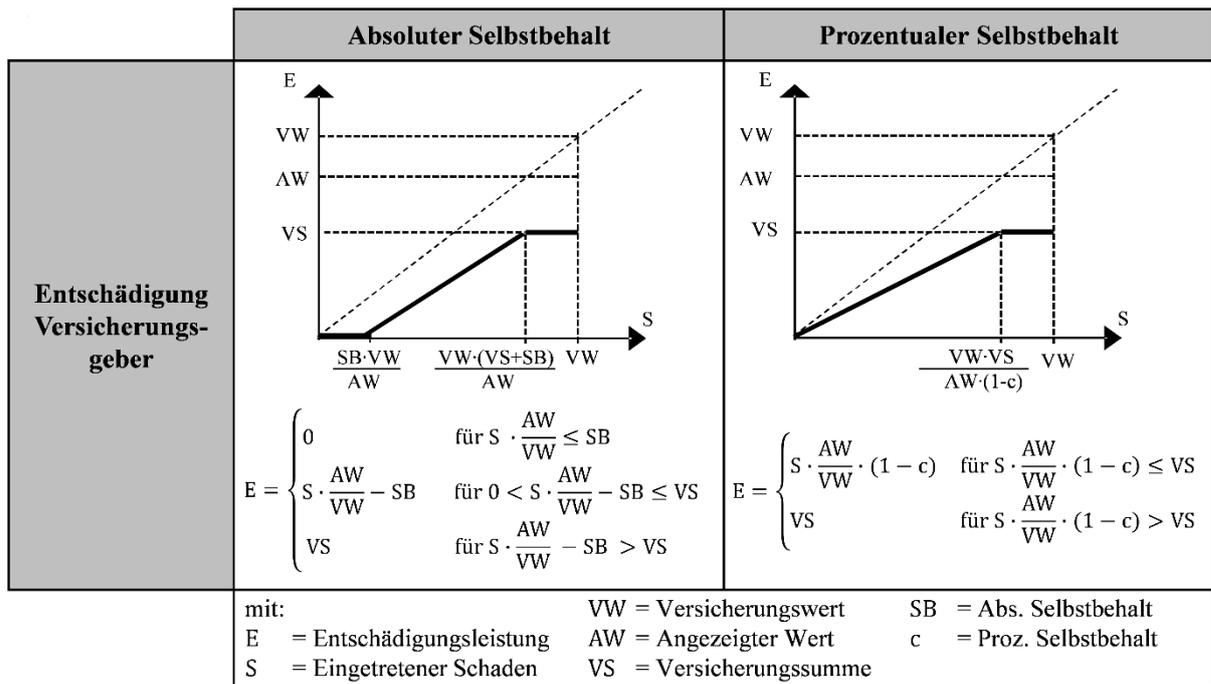


Abbildung 3: Kombination Bruchteilversicherung und Selbstbehaltsvereinbarung

Bei Vereinbarung eines *absoluten Selbstbehalts* beträgt die Entschädigung des Versicherungsgebers Null, solange der versicherte Schaden ($S \cdot (AW/VW)$) kleiner oder gleich dem absoluten Selbstbehalt ist. Anders als bei der oben dargestellten unbegrenzten Interessenversicherung, ist für die Anwendung des Selbstbehalts also nicht die absolute Schadenhöhe, sondern die mit dem Verhältnis von angezeigtem Wert und Versicherungswert gewichtete Schadenhöhe maßgeblich. Übersteigt der versicherte Schaden den Selbstbehalt, liegt aber maximal bei der Versicherungssumme zuzüglich des Selbstbehalts, ist die Entschädigungsleistung gleich dem versicherten Schaden abzüglich des absoluten Selbstbehalts. Übersteigt der versicherte Schaden auch die Versicherungssumme zuzüglich des Selbstbehalts, wird vom Versicherer eine Entschädigung in Höhe der Versicherungssumme geleistet.²⁴ Der beim Versicherungsnehmer verbleibende Anteil des Schadens stellt sich daraus abgeleitet wie folgt dar:

$$S^{VN} = \begin{cases} S & \text{für } S \leq SB \cdot \left(\frac{VW}{AW}\right) \\ S \cdot \left(1 - \left(\frac{AW}{VW}\right)\right) + SB & \text{für } SB \cdot \left(\frac{VW}{AW}\right) < S \leq (VS + SB) \cdot \left(\frac{VW}{AW}\right) \\ S - VS & \text{für } S > (VS + SB) \cdot \left(\frac{VW}{AW}\right) \end{cases}$$

Der Versicherungsnehmer trägt den Schaden vollständig selbst, solange der eingetretene Schaden maximal beim anteiligen Selbstbehalt ($SB \cdot (VW/AW)$) liegt. Übersteigt der eingetretene Schaden den anteiligen Selbstbehalt, jedoch nicht den Betrag $(VS + SB) \cdot (VW/AW)$, trägt der

²⁴ Vgl. Giebel (2011), S. 229.

Versicherungsnehmer einen Betrag in Höhe von $S \cdot (1 - (AW/VW)) + SB$ selbst. Bei den darüber hinausgehenden Schäden verbleibt beim Versicherungsnehmer die Differenz zwischen dem entstandenen Schaden und der Versicherungssumme.

Bei Vereinbarung eines *prozentualen Selbstbehalts* sinkt die Entschädigung des Versicherungsgebers auf $S \cdot (AW/VW) \cdot (1 - c)$, wird jedoch durch die Versicherungssumme nach oben begrenzt. Die beim Versicherungsnehmer verbleibenden Schadenanteile bei prozentualer Selbstbeteiligung und Bruchteilversicherung berechnen sich wie folgt:

$$S^{VN} = \begin{cases} S \cdot \left(1 - \left(\frac{AW}{VW}\right) \cdot (1 - c)\right) & \text{für } S \leq VS \cdot \left(\frac{VW}{AW}\right) / (1 - c) \\ S - VS & \text{für } S > VS \cdot \left(\frac{VW}{AW}\right) / (1 - c) \end{cases}$$

Durch die Reduktion der Entschädigungsleistung erhöht sich der vom Versicherungsnehmer selbst zu tragende Schaden auf $S \cdot (1 - (AW/VW) \cdot (1 - c))$ und entspricht bei einer Begrenzung der Entschädigungsleistung durch den Versicherungsgeber auf die Versicherungssumme maximal der Differenz aus dem entstandenen Schaden und der Versicherungssumme.²⁵

Wie bereits erwähnt wurde, stehen sich bei einer Versicherung das Schutzversprechen des Versicherungsgebers und die vom Versicherungsnehmer zu erbringende *Versicherungsprämie* gegenüber. Durch die zusätzliche Vereinbarung eines Selbstbehalts kann der Versicherungsnehmer die Höhe der Versicherungsprämie im Vergleich zum vollständigen Risikotransfer senken und dadurch Kosten sparen.²⁶ Wie aufgezeigt wurde, ist jedoch die Vereinbarung eines Selbstbehalts stets mit zusätzlichen Kosten bei Risikoeintritt verbunden. Bei der Entscheidung zur Wahl einer Versicherung mit oder ohne Selbstbehalt sind auch diese Kosten zu berücksichtigen.

2.4 Zusammensetzung von Risikobewältigungskosten

Zu den *Kosten der Risikobewältigung* gehören alle Kosten, die im direkten Zusammenhang mit der aktiven oder passiven Bewältigung der unternehmerischen Risiken anfallen.²⁷ Da in diesem Beitrag die passive Risikobewältigung betrachtet wird, wird der Begriff der Risikobewältigungskosten synonym für die Kosten der passiven Risikobewältigung verwendet. Diese werden in *Abbildung 4* detailliert dargestellt. Die Kosten der passiven Risikobewältigung setzen sich aus den Kosten für den Risikotransfer und den Kosten für das Selbsttragen zusammen.

²⁵ Vgl. Giebel (2011), S. 208.

²⁶ Vgl. Grob (1967), S. 114.

²⁷ Vgl. Giebel (2011), S. 134.

	Kosten für den Risikotransfer	
+	Schadenkosten für eigene Rechnung	} Kosten für das Selbsttragen
+	Kapitalkosten	
=	Kosten für die passive Risikobewältigung	

Abbildung 4: Zusammensetzung der Kosten für die passive Risikobewältigung²⁸

Beim Transfer von Risiken auf eine Versicherungsgesellschaft entsprechen die *Kosten für den Risikotransfer* der extern vorgegebenen Versicherungsprämie, deren Höhe vom tatsächlichen Risikoeintritt einer Periode unabhängig ist. Die Kosten des Risikotransfers hängen neben der Schadenhistorie von der Versicherungsform und der Höhe des gewählten Selbstbehalts ab.

Die *Kosten für das Selbsttragen* können über die Schadenkosten für eigene Rechnung und die Kapitalkosten des Unternehmens abgebildet werden. In Kapitel 2.2 und 2.3 wurden für eine Bruchteilversicherung ohne und mit Selbstbehaltsvereinbarung die Berechnungsformeln der beim Versicherungsnehmer verbleibenden Anteile eines Schadenbetrages (S^{VN}) hergeleitet. Die *Schadenkosten für eigene Rechnung* entsprechen dem Erwartungswert dieser beim Versicherungsnehmer verbleibenden Anteile der Schadenbeträge in einer zukünftigen Periode.²⁹

Über den Erwartungswert werden die durchschnittlich vom Unternehmen selbst zu tragenden Schäden gemessen. Die tatsächlichen Schäden für eigene Rechnung werden in vielen Perioden von diesem Durchschnittswert abweichen. Um die Existenz des Unternehmens auch bei einer Überschreitung des Erwartungswertes nicht zu gefährden, ist Eigenkapital vorzuhalten. Für die Bereitstellung von Haftungskapital verlangen die Eigenkapitalgeber eine angemessene Verzinsung ihres Kapitals. Diese Verzinsungsansprüche der Eigenkapitalgeber fließen als *Kapitalkosten* in die Kalkulation der Kosten der Risikobewältigung ein.

Zusammenfassend ergeben sich die Risikobewältigungskosten (RK) damit als Summe aus den Kosten für das Selbsttragen (K_{ST}), die sich aus Schadenkosten für eigene Rechnung (K_{SK}) und den Kapitalkosten (K_{KK}) zusammensetzen, und den Kosten für den Risikotransfer auf eine Versicherungsgesellschaft (K_{RT}):

$$RK = K_{ST} + K_{RT} = K_{SK} + K_{KK} + K_{RT}$$

Im Rahmen der hier vorzustellenden Methode zur Minimierung der Risikokosten soll die Versicherungsprämie als eine extern vorgegebene Größe betrachtet werden. Die Kosten für das

²⁸ In Anlehnung an Giebel (2011), S. 135.

²⁹ Vgl. Giebel (2011), S. 140f.

Selbsttragen hängen von den zukünftigen Schadenfällen ab, die in Form einer Wahrscheinlichkeitsverteilung der zukünftigen Schäden abzubilden sind. Bei der Schätzung der Wahrscheinlichkeitsverteilung sollten die Erfahrungen aus bereits eingetretenen Schäden berücksichtigt werden. Methoden zur Schätzung der Schadenverteilung anhand vergangener Daten bilden den Gegenstand der nächsten Kapitel.

3. Schätzung der Schadenverteilung zur Kalkulation von Risikobewältigungskosten

3.1 Einbezug der Schadenhistorie zur Schätzung der Schadenverteilung

Zur Quantifizierung der Risikokosten für das Selbsttragen sind die potentiellen Schadenhöhen des Versicherungsnehmers in der Zukunft periodenbezogen zu schätzen. Als künftige Periode sollte ein Zeitraum in Abhängigkeit der Grundlaufzeit des Versicherungsvertrages gewählt werden. Die Grundlaufzeit kann dabei von unter einem Jahr bis zu zehn Jahren und mehr reichen.³⁰

Die potentiellen Schadenhöhen können mathematisch in Form einer Wahrscheinlichkeitsverteilung ausgedrückt werden. Die Anzahl der Schäden pro Periode schwankt, so dass die Gesamtschadenhöhe sowohl von der Häufigkeit des Schadeneintritts als auch von der Höhe des einzelnen Schadens abhängt. Zur Vereinfachung der Schätzung einer Wahrscheinlichkeitsverteilung der künftigen Gesamtschadenhöhen eines Unternehmens sollte in einem ersten Schritt jeweils eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Häufigkeit des Schadeneintritts und für die Höhe der Einzelschäden pro Periode generiert werden. Die Einzelschadenhöhe ist dabei als unabhängig von der Anzahl der Schäden pro Periode anzunehmen.³¹ In einem zweiten Schritt ist dann ein geeignetes Verfahren anzuwenden, mit dem die beiden Wahrscheinlichkeitsverteilungen angemessen zu einer Gesamtschadenverteilung aggregiert werden.

Eine *Schadendatenbank* bildet die Grundlage für die Schätzung der Verteilungen der Einzelschadenhäufigkeiten und der Einzelschadenhöhen. Die in der Datenbank vorhandenen Informationen sind nach Einzelschadenhäufigkeiten und Einzelschadenhöhen aufzubereiten. Auf der Basis dieser Daten ist eine in der Statistik bekannte Wahrscheinlichkeitsverteilung zu wählen und passend zu den Vergangenheitsdaten zu parametrisieren. Die theoretische Verteilung sollte dabei möglichst gut an die empirischen Daten angepasst werden.³²

Zur Modellierung von Einzelschadenhäufigkeiten werden nichtstetige bzw. diskrete Verteilungen eingesetzt.³³ Häufig wird dabei auf die *Binomial-* oder die *Poissonverteilung* zurückgegriffen.³⁴ Ihre Dichte- und Verteilungsfunktionen sind in *Abbildung 5* sowohl formal als auch graphisch beispielhaft dargestellt. Während die Binomialverteilung sich durch die Parameter n und

³⁰ Vgl. Farny (2011), S. 411.

³¹ Vgl. Gleißner und Nguyen (2013), S. 374.

³² Vgl. Grüter (2006), S. 167.

³³ Vgl. Grüter (2006), S. 179.

³⁴ Vgl. Vose (2008), S. 606ff.

p eindeutig definieren lässt, wird die Poissonverteilung nur durch den Parameter λ beschrieben. Der Parameter λ entspricht dem Erwartungswert der Verteilung, d.h. er gibt die durchschnittliche Anzahl von Einzelschäden innerhalb der betrachteten Periode an.³⁵

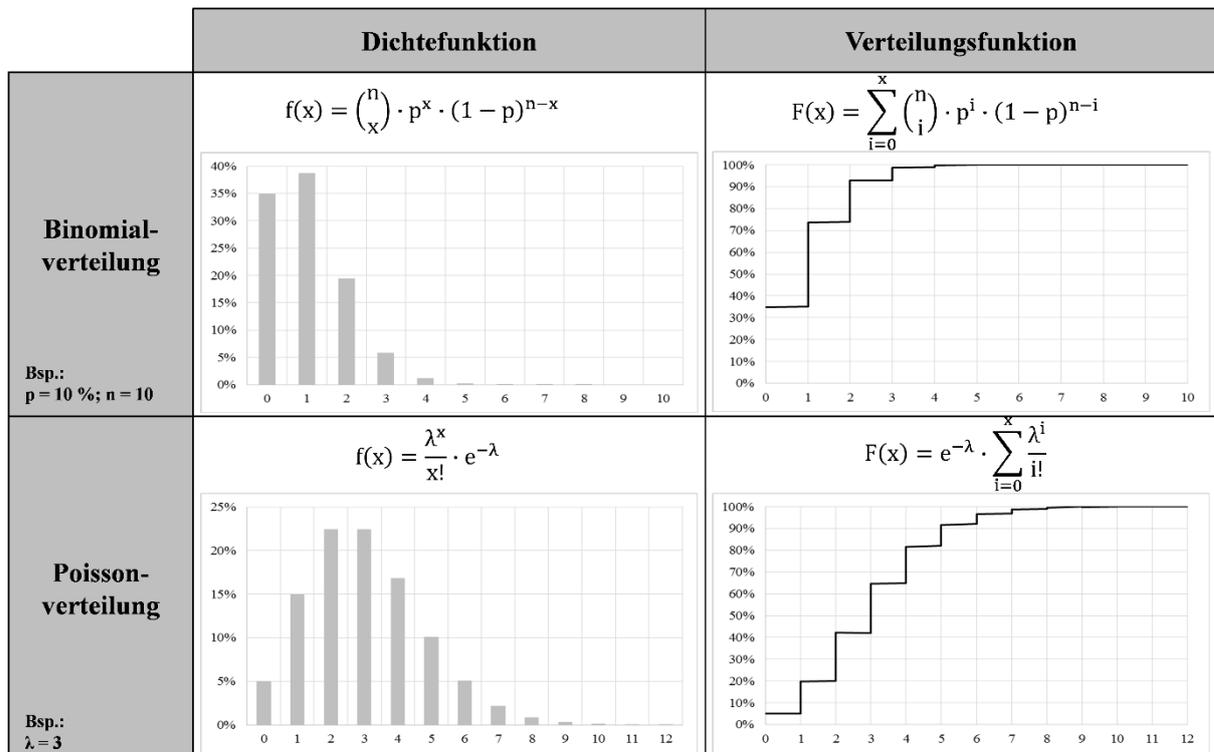


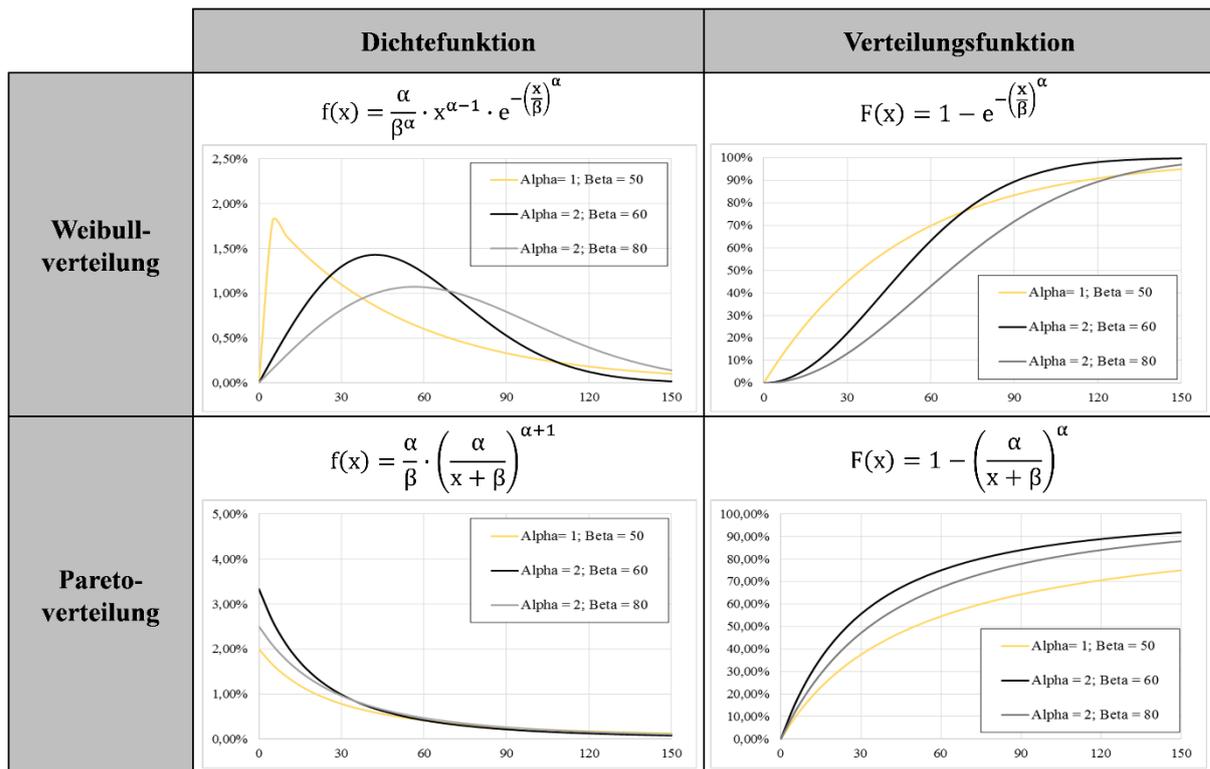
Abbildung 5: Binomial- und Poissonverteilung³⁶

Zur Abbildung von Schadenhöhen dominieren in der Realität stetige, rechtsschiefe Verteilungen, bei denen die Wahrscheinlichkeit des Eintritts einer geringen Schadenhöhe vergleichsweise hoch ist. Beispielhaft seien an dieser Stelle die *Weibull-* und die *Paretoverteilung* genannt. Beide Verteilungen können in unterschiedlicher Form über die beiden Parameter α und β modelliert werden.³⁷ In *Abbildung 6* sind die Dichte- und die Verteilungsfunktion der Weibull- und Paretoverteilung für unterschiedliche Parametrisierungen dargestellt.

³⁵ Vgl. Vose (2008), S. 674.

³⁶ In Anlehnung an Giebel (2011), S. 169ff.

³⁷ Vgl. Schröter (1995), S. 39.

Abbildung 6: Weibull- und Paretoverteilung³⁸

Für die Auswahl einer geeigneten theoretischen Wahrscheinlichkeitsverteilung und ihre *Grobparametrisierung* existieren zahlreiche mathematische Schätzverfahren, wie z.B. die Momentenmethode, die Minimum-Chi-Quadrat-Methode oder die Maximum-Likelihood-Methode.³⁹ Alternativ können die passenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf Basis eines visuellen Vergleichs der empirischen mit der theoretischen Verteilungsform ausgewählt und parametrisiert werden.⁴⁰ Dieser Ansatz wird in diesem Beitrag angewendet.

Wie gut die gewählte theoretische Wahrscheinlichkeitsverteilung die empirischen Daten nachbildet, ist anschließend mit *Anpassungstests* zu überprüfen. Zur Anwendung kommen dabei nichtparametrische Testverfahren, wie z.B. der Chi-Quadrat-Anpassungstest, der Anderson-Darling-Test oder der Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest.⁴¹ Allen Verfahren ist gemein, dass sie im Gegensatz zu parametrischen Testverfahren nicht einzelne Parameter der Verteilung testen, sondern Verteilungshypothesen aufstellen und ihre Gültigkeit überprüfen.⁴²

³⁸ In Anlehnung an Giebel (2011), S. 175ff.

³⁹ Vgl. Schröter (1995), S. 32ff.

⁴⁰ Vgl. Hölscher et al. (2005), S. 498.

⁴¹ Vgl. Vose (2008), S. 284 ff.; Bley Müller (2012), S. 127ff.

⁴² Vgl. Storm (2007), S. 281.

Im Rahmen des *Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstests* müssen eine Null- und eine Alternativhypothese formuliert werden. Die Nullhypothese H_0 behauptet, dass die empirisch beobachteten Einzelschadenhäufigkeiten bzw. Einzelschadenhöhen unter Annahme des Signifikanzniveaus φ einer bestimmten theoretischen Verteilung mit der festgelegten Parametrisierung folgen. Die Alternativhypothese H_A besagt dagegen, dass sich die empirisch beobachteten Einzelschadenhäufigkeiten bzw. Einzelschadenhöhen bei Unterstellung des Signifikanzniveaus φ nicht durch die in der Nullhypothese festgelegte Verteilung darstellen lassen.⁴³

Die Nullhypothese besitzt dann Gültigkeit, wenn die beobachtete maximale Abweichung der theoretischen von der empirischen Verteilung der Einzelschadenhäufigkeiten bzw. der Einzelschadenhöhen d_p den maximalen absoluten Abweichungsbetrag d_c , um den die empirische von der theoretischen Verteilung abweichen darf, nicht übersteigt. Ist der Stichprobenumfang $n > 40$, gelten die folgenden maximal zulässigen Abweichungsbeträge d_c :

n	Signifikanzniveau φ				
	20%	10%	5%	2%	1%
> 40	$\frac{1,07}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,51}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,63}{\sqrt{n}}$

Abbildung 7: Kritische Größen des Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstests⁴⁴

Die Nullhypothese ist abzulehnen, falls die beobachtete maximale Abweichung die maximal zulässige Abweichung übersteigt ($d_p > d_c$). In diesem Fall ist die theoretische Verteilung so lange anzupassen und der Anpassungstest zu wiederholen, bis die Güte der Verteilung ausreichend hoch ist.⁴⁵ Erst dann können die parametrisierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur anschließenden Risikomessung herangezogen werden.

Mithilfe der parametrisierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen für einzelne Schadenhäufigkeiten und Schadenhöhen können die potentiellen Gesamtschadenhöhen des Unternehmens für die betrachtete Periode geschätzt werden. Die beiden Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind zunächst zu einer Gesamtschadenverteilung zu aggregieren. Hierfür stehen exakte und approximative Verfahren zur Verfügung.⁴⁶ Ein zentrales Instrument im Rahmen der Approximationsverfahren ist die Monte-Carlo-Simulation, auf die im Rahmen dieses Beitrages näher eingegangen werden soll.

⁴³ Vgl. Bley Müller (2012), S. 133.

⁴⁴ In Anlehnung an Grüter (2006), S. 169.

⁴⁵ Vgl. Grüter (2006), S. 167f.

⁴⁶ Vgl. Mack (2002), S. 110ff.

Unter einer *Monte-Carlo-Simulation* werden Verfahren verstanden, mit denen mathematische Problemstellungen durch die Generierung von Zufallszahlen numerisch gelöst werden können. Bei einer hinreichend großen Anzahl von Simulationsdurchläufen (z.B. 10.000 Szenarien) kommt es zu einer weitgehenden Approximation des realen Prozesses durch den Zufallsprozess.⁴⁷ Die Vorgehensweise zur Erzeugung einer Gesamtschadenverteilung mithilfe der Monte-Carlo-Simulation ist in *Abbildung 8* dargestellt.

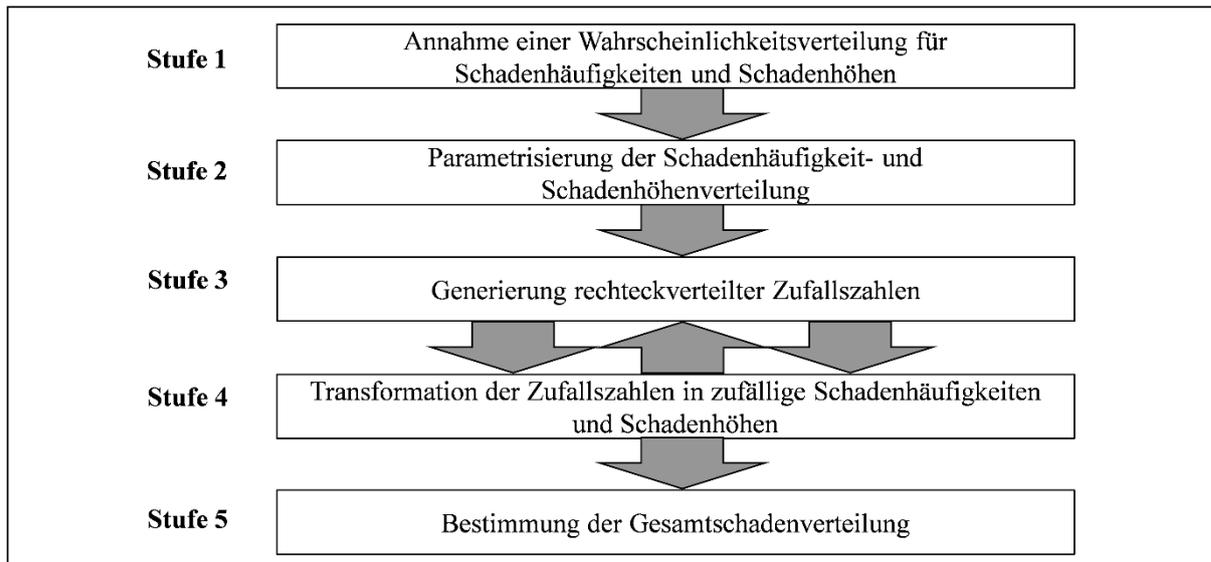


Abbildung 8: Stufen der Monte-Carlo-Simulation zur Bestimmung der Gesamtschadenverteilung

Die *erste* und *zweite Stufe* der Monte-Carlo-Simulation beinhalten die behandelten Überlegungen zur Herleitung einer Schadenhäufigkeits- und einer Schadenhöhenverteilung.

In der *dritten Stufe* der Monte-Carlo-Simulation sind rechteckverteilter Zufallszahlen mit Werten zwischen 0 und 1 zu generieren. Die erzeugten Zufallszahlen werden dabei als Wahrscheinlichkeitswerte der parametrisierten Verteilungsfunktionen für die Schadenhäufigkeiten und die Schadenhöhen interpretiert.

Die Stufe drei ist ebenso wie die Stufe vier zweimal zu durchlaufen. Im ersten Durchlauf werden zufällige Schadenhäufigkeiten und im zweiten Durchlauf zufällige Schadenhöhen simuliert, die von den simulierten Schadenhäufigkeiten abhängen.

In der *vierten Stufe* müssen die generierten rechteckverteilten Zufallszahlen jeweils in *zufällige Schadenhäufigkeiten* und *zufällige Schadenhöhen* transformiert werden. Im ersten Schritt der vierten Stufe werden unter Berücksichtigung der parametrisierten Verteilungsfunktion (Stufe 2) diejenigen Schadenhäufigkeiten gesucht, die zu den per Zufall simulierten Wahrscheinlichkeiten für k Szenarien (Stufe 3) gehören. Mathematisch kann die zugehörige Schadenhäufigkeit

⁴⁷ Vgl. Schneeweiß (1969), S. 129f.

als Funktionswert der Inversen der jeweiligen Verteilungsfunktion, in die als Argument eine Zufallszahl eingesetzt wird, bestimmt werden. Als Ergebnis ergibt sich eine bestimmte zufällige Anzahl an Schäden, die innerhalb der betrachteten Periode eintreten könnte. Da jeder Schaden eine eigene Höhe annehmen kann, sind für die jeweilige Anzahl an Schäden wiederholt rechteckverteilte Zufallszahlen zu generieren (Rückgriff auf Stufe 3). Diese sind im zweiten Schritt der vierten Stufe unter Berücksichtigung der parametrisierten Schadenhöhenverteilung mithilfe ihrer Inversen in zufällige Schadenhöhen zu transformieren.

In der *fünften Stufe* ist der Gesamtschaden festzustellen. Der Gesamtschaden entspricht der Summe der vorliegenden Schadenhöhen. Er drückt den möglichen Gesamtschaden bei der simulierten Anzahl von Schadenfällen aus. Werden die Stufen drei, vier und fünf wiederholt durchgespielt, können die Daten schließlich in Form einer Gesamtschadenverteilung dargestellt werden.

Die erläuterte Vorgehensweise wird im Folgenden anhand einer Fallstudie verdeutlicht.

3.2 Fallstudie zur Schätzung der Schadenverteilung

Als Ausgangsbasis zur Erzeugung einer Gesamtschadenverteilung soll davon ausgegangen werden, dass eine Schadendatenbank mit 400 dokumentierten Einzelschäden vorliegt, die innerhalb der letzten 50 Jahre beobachtet wurden. Die Einzelschadenhäufigkeit variiert zwischen einem Schaden und 13 Schäden pro Periode. Eine Klassenbildung der dokumentierten Einzelschäden hat zu 20 unterschiedlichen Schadenhöhen geführt. Sowohl für die Schadenhäufigkeiten als auch –höhen sind die empirischen Wahrscheinlichkeitsverteilungen gemäß *Abbildung 9* festgestellt worden.

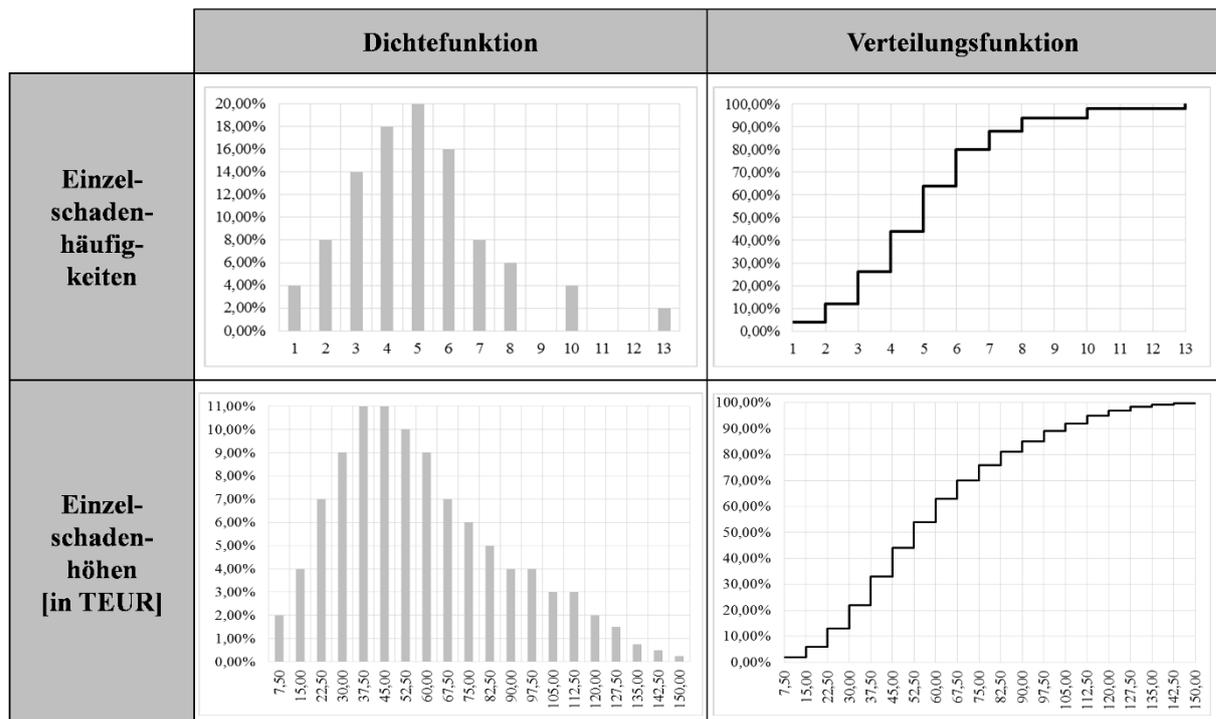


Abbildung 9: Empirische Einzelschadenshäufigkeiten und -höhen im Beispielfall

Bei der visuellen Formbetrachtung der *empirischen Verteilungsfunktion der Einzelschadenhäufigkeiten* erscheint, unter Einbezug der *Abbildung 5*, eine Poissonverteilung die historischen Daten passend abzubilden. Auf der Basis der empirischen Dichtefunktion ergibt sich eine durchschnittliche Anzahl von fünf Schäden pro Periode. Die theoretische Poissonverteilung wird daher zunächst mit $\lambda = 5$ parametrisiert.

Die Güte dieser Parametrisierung ist im Rahmen des Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstests zu überprüfen. Es soll von einem Signifikanzniveau von 2% ausgegangen werden. Folgende Hypothesen sind daher zu testen:

H_0 : Die Einzelschadenhäufigkeiten sind bei einem Konfidenzniveau von 2% poissonverteilt mit $\lambda = 5$.

H_A : Die Einzelschadenhäufigkeiten sind bei einem Konfidenzniveau von 2% nicht poissonverteilt mit $\lambda = 5$.

Die maximal zulässige Abweichung d_c beträgt in diesem Fall 21,35% ($=1,51/\sqrt{50}$). Die beobachteten Abweichungen d_{pi} zwischen der theoretischen Poissonverteilung mit $\lambda = 5$ und der empirischen Verteilung der Einzelschadenhäufigkeiten können der *Abbildung 10* entnommen werden. Die beobachtete Abweichung d_{p1} ergibt sich beispielsweise als Differenzbetrag zwischen $F_{\text{Poisson}}(n_1)$ und $F(n_1)$ zu 0,04% ($= |4,04\% - 4,00\%|$).

Einzelschadenhäufigkeiten				
i	n _i	F(n _i)	F _{Poisson} (n _i)	d _{pi}
1	1	4,00%	4,04%	0,04%
2	2	12,00%	12,47%	0,47%
3	3	26,00%	26,50%	0,50%
4	4	44,00%	44,05%	0,05%
5	5	64,00%	61,60%	2,40%
6	6	80,00%	76,22%	3,78%
7	7	88,00%	86,66%	1,34%
8	8	94,00%	93,19%	0,81%
9	9	94,00%	96,82%	2,82%
10	10	98,00%	98,63%	0,63%
11	11	98,00%	99,45%	1,45%
12	12	98,00%	99,80%	1,80%
13	13	100,00%	99,93%	0,07%

Abbildung 10: Abweichungen der Verteilungsfunktionen bei Einzelschadenhäufigkeiten im Beispielfall

Aus *Abbildung 10* ist erkennbar, dass die beobachtete maximale Abweichung 3,78% beträgt und damit unter der kritischen Grenze von 21,35% liegt. Die Nullhypothese kann folglich angenommen werden. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Einzelschadenhäufigkeiten kann über eine Poissonverteilung mit dem Parameter $\lambda = 5$ approximiert werden.

Nach einem visuellen Vergleich der *empirischen Verteilungsfunktion der Einzelschadenhöhen* mit den in *Abbildung 6* dargestellten theoretischen Verteilungen lassen sich die historischen Daten am ehesten mit einer Weibull-Verteilung approximieren. Am geeignetsten wirkt dafür eine Parametrisierung mit $\alpha = 2$ und $\beta = 60$. Die Güte dieser Parametrisierung ist wiederum im Rahmen des Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstests auf der Basis folgender Hypothesen zu überprüfen:

H_0 : Die Einzelschadenhöhen sind bei einem Signifikanzniveau von 2% weibullverteilt mit $\alpha = 2$ und $\beta = 60$.

H_A : Die Einzelschadenhöhen sind bei einem Signifikanzniveau von 2% nicht weibullverteilt mit $\alpha = 2$ und $\beta = 60$.

Da es sich bei den empirischen Daten um diskrete Werte handelt, liegt, wie aus der *Abbildung 9* erkennbar, eine Treppenverteilungsfunktion vor. Die maximalen Abweichungen zwischen der theoretischen (d.h. stetigen) und der empirischen (d.h. diskreten) Verteilungsfunktion können deshalb nur an Sprungstellen beobachtet werden, was zu den beiden Abweichungen d_{pi}

und d_{p2i} führt.⁴⁸ Die Abweichung d_{p1i} misst den Differenzbetrag zwischen der theoretischen und der empirischen Verteilungsfunktion für die jeweils identische Einzelschadenhöhe x_i . Die Abweichung d_{p2i} ergänzt die Betrachtung um denjenigen Differenzbetrag, bei dem für die theoretische Verteilungsfunktion von einer um einen Wert geringeren Einzelschadenhöhe ausgegangen wird. Aus der Beobachtung der Abweichungen resultieren die in *Abbildung 11* dargestellten Ergebnisse (Annahme $F_{\text{Weibull}}(x_0) = 0$). Während beispielsweise die beobachtete Abweichung d_{p11} 0,45% beträgt ($= |1,55\% - 2,00\%|$), liegt d_{p21} bei 1,55% ($= |1,55\% - 0,00\%|$). Entscheidend für die Überprüfung der Anpassungsgüte ist der höhere Wert der für eine bestimmte Einzelschadenhöhe x_i beobachteten Abweichungen d_{p1i} und d_{p2i} , dargestellt in der letzten Spalte durch $\max\{d_{p1i}; d_{p2i}\}$.

Einzelschadenhöhen						
i	x_i [in TEUR]	$F(x_i)$	$F_{\text{Weibull}}(x_i)$	d_{p1i}	d_{p2i}	$\max\{d_{p1i}; d_{p2i}\}$
1	7,50	2,00%	1,55%	0,45%	1,55%	1,55%
2	15,00	6,00%	6,06%	0,06%	4,06%	4,06%
3	22,50	13,00%	13,12%	0,12%	7,12%	7,12%
4	30,00	22,00%	22,12%	0,12%	9,12%	9,12%
5	37,50	33,00%	32,34%	0,66%	10,34%	10,34%
6	45,00	44,00%	43,02%	0,98%	10,02%	10,02%
7	52,50	54,00%	53,50%	0,50%	9,50%	9,50%
8	60,00	63,00%	63,21%	0,21%	9,21%	9,21%
9	67,50	70,00%	71,79%	1,79%	8,79%	8,79%
10	75,00	76,00%	79,04%	3,04%	9,04%	9,04%
11	82,50	81,00%	84,90%	3,90%	8,90%	8,90%
12	90,00	85,00%	89,46%	4,46%	8,46%	8,46%
13	97,50	89,00%	92,87%	3,87%	7,87%	7,87%
14	105,00	92,00%	95,32%	3,32%	6,32%	6,32%
15	112,50	95,00%	97,03%	2,03%	5,03%	5,03%
16	120,00	97,00%	98,17%	1,17%	3,17%	3,17%
17	127,50	98,50%	98,91%	0,41%	1,91%	1,91%
18	135,00	99,25%	99,37%	0,12%	0,87%	0,87%
19	142,50	99,75%	99,64%	0,11%	0,39%	0,39%
20	150,00	100,00%	99,81%	0,19%	0,06%	0,19%

Abbildung 11: Abweichungen der Verteilungsfunktionen bei Einzelschadenhöhen im Beispielfall

⁴⁸ Vgl. Giebel (2011), S. 184.

Die maximal zulässige Abweichung d_c beträgt in diesem Fall 7,6% ($=1,51/\sqrt{400}$). Im Rahmen des Vergleichs der theoretischen und der empirischen Verteilungsfunktion von Einzelschadenhöhen wurde dagegen eine maximale Abweichung in Höhe von 10,34% ($\max\{d_{p15}; d_{p25}\} = d_{p25} = |32,34\% - 22,00\%|$) festgestellt, die damit über der kritischen Grenze liegt. Die Nullhypothese muss abgelehnt werden. Die empirischen Einzelschadenhöhen können nicht mit ausreichender Güte durch eine Weibullverteilung mit den Parametern $\alpha = 2$ und $\beta = 60$ approximiert werden.

Zur besseren Parametrisierung kann ein Optimierungsmodell eingesetzt werden. Gesucht sind die Parameter der Weibullverteilung, bei denen die Summe der maximalen Abweichungen $\max\{d_{p1i}; d_{p2i}\}$ minimiert wird. Als Nebenbedingung soll gelten: $\alpha > 0$ und $\beta > 0$. Die Lösung des Optimierungsansatzes lässt sich über Tabellenkalkulationsprogramme, wie z.B. den Microsoft[®] Excel Solver, finden. Dieses Tool ermittelt den Höchst-, Mindest- oder exakten Wert einer Zelle (hier: minimale Summe der maximalen Abweichungen $\max\{d_{p1i}; d_{p2i}\}$) durch wiederholte Änderungen der Werte in anderen Zellen (hier: Verteilungsparameter α und β) unter Beachtung der definierten Nebenbedingungen (hier: $\alpha > 0$ und $\beta > 0$). Die Werte in anderen Zellen werden so lange variiert, bis sich die optimale Lösung (hier: minimale Summe der maximalen Abweichungen) eingestellt hat.⁴⁹ Die für die betrachtete Fallstudie durchgeführte Optimierung der Verteilungsparameter führt zu folgenden Hypothesen:

H_0 : Die Einzelschadenhöhen sind bei einem Signifikanzniveau von 2% weibullverteilt mit $\alpha = 1,928$ und $\beta = 65,418$.

H_A : Die Einzelschadenhöhen sind bei einem Signifikanzniveau von 2% nicht weibullverteilt mit $\alpha = 1,928$ und $\beta = 65,418$.

Die maximale Abweichung zwischen den Verteilungsfunktionen beträgt nun 6,97% und liegt damit unter der kritischen Grenzgröße von 7,6%. Die Nullhypothese kann angenommen werden. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Einzelschadenhöhen wird über eine Weibullverteilung mit den Parametern $\alpha = 1,928$ und $\beta = 65,418$ approximiert.

Die parametrisierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen bilden die erste und zweite Stufe der Monte-Carlo-Simulation. Anschließend sind die Stufen drei bis fünf zu durchlaufen.

⁴⁹ Vgl. Grüter (2006), S. 175f.

In der Stufe 3 werden zunächst zur Ableitung zufälliger Schadenhäufigkeiten rechteckverteilte Zufallszahlen zwischen 0 und 1 für $k = 10.000$ Szenarien generiert, die als Wahrscheinlichkeitswerte für poissonverteilte Schadenhäufigkeiten interpretiert werden. In *Abbildung 12* ist ein Auszug der simulierten Zufallszahlen dargestellt.

Szenario Nr.	Zufallszahl
1	0,5137
2	0,2830
3	0,7012

Abbildung 12: Zufällige Wahrscheinlichkeitswerte für Schadenhäufigkeiten im Beispielfall

Den zufälligen Wahrscheinlichkeitswerten sind in Stufe 4 zufällige Schadenhäufigkeiten auf der Basis der Poissonverteilung mit $\lambda = 5$ Schäden pro Periode zuzuordnen. Mathematisch ist dieses Problem allerdings nicht lösbar, da sich die Inverse der Poissonverteilung nicht analytisch bestimmen lässt. Ohne Rückgriff auf Kalkulationsprogramme können die zufälligen Schadenhäufigkeiten über die Verteilungsfunktion einer Poissonverteilung mit $\lambda = 5$ Schäden pro Periode ermittelt werden. Aus dieser für die Fallstudie in *Abbildung 13* dargestellten Verteilungsfunktion folgt, dass bei einer Zufallszahl von 0 bis 0,0066 kein Schadeneintritt, bei einer Zufallszahl von 0,0067 bis 0,0403 ein Schadeneintritt, bei einer Zufallszahl zwischen 0,0404 bis 0,1246 zwei Schadeneintritte usw. simuliert worden sind.

Schadenhäufigkeit	0	1	2	3	4	5	6	7	...
Kum. Wahrscheinlichkeit	0,0067	0,0404	0,1247	0,2650	0,4405	0,6160	0,7622	0,8666	...

Abbildung 13: Kumulierte Wahrscheinlichkeiten einer Poissonverteilung ($\lambda = 5$)

Mithilfe der dargestellten Wahrscheinlichkeitstabelle lassen sich den in Stufe 3 simulierten Zufallszahlen Schadenhäufigkeiten zuordnen. Im Szenario $i = 1$ treten bei einer simulierten Zufallszahl von 0,5137 fünf Schäden auf. Im Szenario $i = 2$ kommt es zu vier Schäden und im Szenario $i = 3$ zu sechs Schäden. Die Transformation der rechteckverteilten Zufallszahlen ist für alle 10.000 Szenarien durchzuführen.

In Abhängigkeit der simulierten Schadenhäufigkeiten müssen auch für die Schadenhöhen für jedes Szenario rechteckverteilte Zufallszahlen generiert werden. Für die Szenarien 1 bis 3 ist das Ergebnis in *Abbildung 14* dargestellt.

i	Schadenhäufigkeit	Zufällige Wahrscheinlichkeitswerte für Schadenhöhen					
		0,4223	0,3142	0,3900	0,4157	0,8123	
1	5 Schäden	0,4223	0,3142	0,3900	0,4157	0,8123	
2	4 Schäden	0,4379	0,3886	0,4609	0,3076		
3	6 Schäden	0,5496	0,7128	0,6535	0,8990	0,1430	0,6229

Abbildung 14: Zufällige Wahrscheinlichkeitswerte für Schadenhöhen im Beispielfall

Die Transformation der simulierten Wahrscheinlichkeitswerte in zufällige Schadenhöhen erfolgt auf der Basis einer Weibullverteilung mit $\alpha = 1,928$ und $\beta = 65,418$. Die Inverse der Weibullverteilung ergibt sich näherungsweise durch folgende Gleichung:

$$F_{\text{Weibull}}^{-1}(ZZ) = \beta \cdot (-\ln(1 - ZZ))^{1/\alpha}$$

Auf dieser Basis kann der erste Wahrscheinlichkeitswert in Höhe von 0,4223 im Szenario $i = 1$ durch Anwendung der genannten Gleichung in eine zufällige Schadenhöhe von 47,92 TEUR transformiert werden. Analog entspricht der Wahrscheinlichkeitswert in Höhe von 0,3142 gemäß der parametrisierten Weibullverteilung einer Schadenhöhe von 39,45 TEUR. Die Transformation ist im ersten Szenario für 5 Schäden und insgesamt für alle 10.000 Szenarien zu wiederholen.

Für jedes Szenario sind die Gesamtschäden zu bestimmen. *Abbildung 15* zeigt auszugsweise das Ergebnis der vierten und fünften Stufen der Monte-Carlo-Simulation.

Szenario	Einzelschadenhäufigkeiten	Einzelschadenhöhen in TEUR								Gesamtschaden in TEUR
		1	2	3	4	5	6	7	...	
1	5	47,92	39,45	45,39	47,40	85,43	-	-	-	265,59
2	4	49,14	45,28	50,96	38,93	-	-	-	-	184,31
3	6	58,18	73,37	67,42	100,60	24,82	64,57	-	-	388,96
9.998	4	64,32	84,47	164,00	70,40	-	-	-	-	383,19
9.999	5	112,07	68,91	103,09	90,86	25,13	-	-	-	400,06
10.000	6	35,04	21,05	27,01	32,16	46,13	121,51	-	-	282,90

Abbildung 15: Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation im Beispielfall

Im ersten Szenario ist für die betrachtete Periode ein Gesamtschaden in Höhe von 265,59 TEUR simuliert worden. Alternativ könnte es in der Periode laut dem zweiten Szenario zu einem geringeren Gesamtschaden in Höhe von 184,31 TEUR kommen. Die unterschiedlichen Ergebnisse der 10.000 Szenarien können anschließend gemäß *Abbildung 16* zu einer Gesamtschadenverteilung graphisch verarbeitet werden.

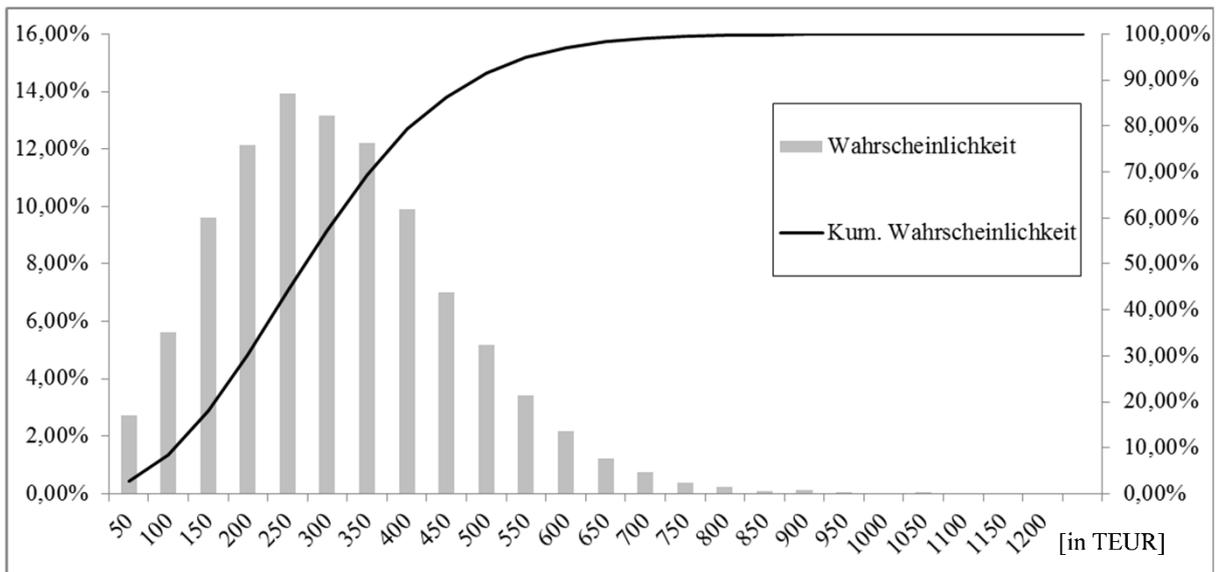


Abbildung 16: Gesamtschadenverteilung im Beispielfall

Die Gesamtschadenverteilung bildet die Basis für die Kalkulation der Risikobewältigungskosten mit und ohne einen Versicherungsabschluss. Diese Betrachtung ist Gegenstand der nachfolgenden Kapitel.

4. Kalkulation und Minimierung der Risikobewältigungskosten

4.1 Risikobewältigungskosten bei einer Bruchteilversicherung mit Selbstbehalt

Wie bereits aufgezeigt wurde, setzen sich die Kosten für die passive Risikobewältigung aus den Kosten für den Risikotransfer und den Kosten für das Selbsttragen zusammen. Während die Kosten für den Risikotransfer eine extern vorgegebene Größe darstellen, hängen die Kosten für das Selbsttragen von der Gesamtschadenverteilung des Unternehmens ab. Zu den Kosten für das Selbsttragen gehören die Schadenkosten für eigene Rechnung und die kalkulatorischen Kapitalkosten.

Auf der Basis einer generierten Gesamtschadenverteilung lassen sich zunächst die *Schadenkosten für eigene Rechnung* quantifizieren. Diese entsprechen dem Erwartungswert der Schadenbeträge und können als Summe der Gesamtschäden pro Szenario dividiert durch die Anzahl der Szenarien ermittelt werden.

Für die Kalkulation der *Kapitalkosten* findet ein weit verbreitetes Risikomaß, nämlich der Value at Risk, Anwendung. Der Value at Risk (*VaR*) ist definiert als die (Gesamt-)Schadenhöhe, die innerhalb eines bestimmten Zeitraums bei einem festgelegten Konfidenzniveau nicht überschritten wird. Der VaR ergibt sich als kleinster Wert der Menge der Ausprägungen, die größer oder gleich dem Konfidenzniveau α sind. Der VaR beschreibt damit den höchsten (Gesamt-)Schaden, der in den $100\% \cdot \alpha$ besten Fällen eintritt bzw. den geringsten (Gesamt-)Schaden der $100\% \cdot (1-\alpha)$ schlechtesten Fälle.⁵⁰

Der VaR kann in einen erwarteten und einen unerwarteten Schaden aufgeteilt werden. Der *erwartete Schaden* $E(S^{VN})$ entspricht dem Erwartungswert der Gesamtschadenverteilung und drückt damit die Schadenkosten für eigene Rechnung aus. Die positive Differenz aus VaR und dem erwarteten Schaden ergibt den *unerwarteten Schaden* $UE_\alpha(S^{VN})$, der mit Eigenkapital zu unterlegen ist. Die Kapitalkosten berechnen sich damit als das Produkt aus dem unerwarteten Schaden der Schadenverteilung zum Konfidenzniveau α $UE_\alpha(S^{VN})$ und den Eigenkapitalkosten des Unternehmens i_{EK} .

Auf dieser Basis können die bereits definierten Kosten der Risikobewältigung wie folgt spezifiziert werden, wobei gilt: $UE_\alpha(S^{VN}) = VaR_\alpha(S^{VN}) - E(S^{VN})$:

$$RK = K_{SK} + K_{KK} + K_{RT} = E(S^{VN}) + UE_\alpha(S^{VN}) \cdot i_{EK} + K_{RT}$$

⁵⁰ Vgl. Giebel (2011), S. 152f.

Entscheidet sich ein Unternehmen für den vollständigen Transfer seiner Schadenverteilung auf einen Versicherungsgeber, würden die Risikobewältigungskosten den zu leistenden Versicherungsprämien entsprechen. Ebenso könnte das Unternehmen auf den Risikotransfer komplett verzichten. Für die Kalkulation der Risikobewältigungskosten wären dann die Kosten für das Selbsttragen anhand der erzeugten Gesamtschadenverteilung zu quantifizieren. Die Kosten für den Risikotransfer würden entsprechend entfallen.

Ein Unternehmen, das sich für einen Risikotransfer in Form einer Bruchteilversicherung mit bzw. ohne Selbstbehaltsvereinbarung entscheidet, muss neben den Kosten für den Risikotransfer stets einen Teil der Risikokosten selbst tragen. In *Abbildung 17* wird vor diesem Hintergrund aufgezeigt, wie die Stufe 5 der Monte-Carlo-Simulation zur Kalkulation der Risikobewältigungskosten zu erweitern ist.

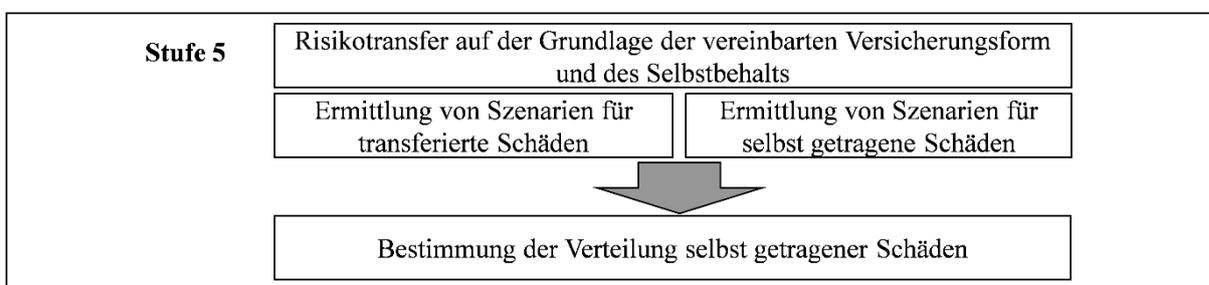


Abbildung 17: Erweiterung der Stufe 5 der Monte-Carlo-Simulation

Im Rahmen der Monte-Carlo-Simulation ist nicht mehr die Gesamtschadenverteilung zu ermitteln. Durch den Risikotransfer wird ein Teil der Gesamtschäden auf den Versicherungsgeber transferiert. Für die Kalkulation der Kosten für das Selbsttragen sind lediglich die beim Unternehmen als Versicherungsnehmer verbleibenden, selbst zu tragenden Schäden relevant. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung selbst getragener Schäden bildet somit die Basis für die Kalkulation der Risikobewältigungskosten.

Liegt dem betrachteten Unternehmen nur ein Versicherungsangebot vor, so ist das Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation eine bestimmte Wahrscheinlichkeitsverteilung selbst getragener Schäden und damit eine Höhe der Risikobewältigungskosten. In der Realität wird sich ein Unternehmen allerdings mehrere Versicherungsvarianten unterbreiten lassen. Dem Unternehmen können dabei einerseits unterschiedliche Versicherungsformen angeboten werden, die jeweils mit bestimmten Risikotransferbedingungen und unterschiedlichen Versicherungsprämien verbunden sind. Andererseits kann zusätzlich der Selbstbehalt variiert werden, was wiederum zu unterschiedlichen Wahrscheinlichkeitsverteilungen der selbst getragenen Schäden und Kosten

für den Risikotransfer führt. In diesem Beitrag wird als Versicherungsform von einer Bruchteilversicherung ausgegangen, bei der das Unternehmen die Höhe des Selbstbehalts festlegen muss.

Eine *Selbstbehaltsvereinbarung* ist zwar mit einer Reduktion der Versicherungsprämie verbunden, parallel steigen die Kosten für das Selbsttragen jedoch an. Stimmen die Änderungen betragsmäßig überein, ändern sich die Risikobewältigungskosten, unabhängig von der Höhe des Selbstbehalts, nicht. Sinkt die Versicherungsprämie jedoch stärker als die Kosten für das Selbsttragen sich erhöhen, wird der Vorteil eines Selbstbehalts anhand der insgesamt sinkenden Risikobewältigungskosten deutlich. Vor diesem Hintergrund ist festzustellen, bei welcher Selbstbehaltshöhe die Risikobewältigungskosten ihr Minimum erreichen. Um das Kostenminimum zwischen Selbsttragen und Risikotransfer festzustellen, sind die Kosten der passiven Risikobewältigung für alle von dem Versicherer bzw. den Versicherern angebotenen Selbstbehaltsstufen zu bestimmen. Aus den angebotenen Selbstbehalten ist derjenige Selbstbehalt zu wählen, für den sich beim Versicherungsnehmer *die geringsten Risikokosten* einstellen.

Die erläuterte Methode zur Quantifizierung und Minimierung von Kosten zur passiven Risikobewältigung wird im nächsten Kapitel auf die Fallstudie übertragen.

4.2 Fallstudie zur Minimierung der Risikobewältigungskosten

In Fortsetzung der in Kapitel 3.2 entwickelten Fallstudie soll davon ausgegangen werden, dass dem Unternehmen folgende Bruchteilversicherung angeboten wird:

- *Versicherungswert (VW) = 200 TEUR*
- *Angezeigter Wert (AW) = 100 TEUR*
- *Versicherungssumme (VS) = 60 TEUR*
- *Versicherungsprämie (VP) = 185 TEUR*

Von einem Selbstbehalt soll zunächst abstrahiert werden.

Da die Kosten für den Risikotransfer vom Versicherungsgeber bereits vorgegeben sind, müssen im Folgenden lediglich die Kosten für das Selbsttragen ermittelt werden. Diese basieren auf der bereits in *Abbildung 15* simulierten Gesamtschadenverteilung, aus der die Verteilung selbst getragener Schäden abzuleiten ist.

Bei Abschluss der Bruchteilversicherung wird ein Teil des eingetretenen bzw. simulierten Einzelschadens vom Versicherungsgeber übernommen, der verbleibende Anteil ist weiterhin vom versichernden Unternehmen zu tragen. Die Höhe der Entschädigungsleistung durch die Versi-

cherung ist wiederum von der Höhe des eingetretenen bzw. simulierten Einzelschadens abhängig. Die Berechnung der Entschädigungsleistung unterscheidet sich je nachdem, ob der Einzelschaden im Beispielfall kleiner oder größer bzw. gleich dem Betrag von 120 TEUR ist ($= VS \cdot (VW/AW) = (60 \cdot (200/100))$ TEUR).

Der erste simulierte Einzelschaden des Szenarios 1 liegt mit 47,92 TEUR unter dem Betrag von 120 TEUR. Die Entschädigungsleistung würde bei Abschluss der Bruchteilversicherung 23,96 TEUR ($= S \cdot (AW/VW) = 47,92 \text{ TEUR} \cdot 0,5$) betragen. Auf das Unternehmen kommt in diesem Fall ein selbst zu tragender Schaden in Höhe von 23,96 TEUR zu ($= 47,92 \text{ TEUR} - 23,96 \text{ TEUR}$). Der sechste simulierte Einzelschaden des Szenarios 10.000 liegt hingegen mit 121,51 TEUR über dem Betrag von 120 TEUR. Die Entschädigungsleistung ist dabei auf die Versicherungssumme beschränkt. Beim Unternehmen würde somit ein Einzelschaden in Höhe von 61,51 TEUR ($= 121,51 \text{ TEUR} - 60 \text{ TEUR}$) verbleiben.⁵¹

Die Anwendung der vorgestellten Berechnungsvorschriften einer Bruchteilversicherung auf die Einzelschäden aller Szenarien führt zu den in *Abbildung 18* auszugsweise dargestellten Ergebnissen.

Szenario	Einzelschadenhäufigkeiten	Einzelschadenshöhen in TEUR								Selbst getragene Schäden in TEUR
		1	2	3	4	5	6	7	...	
1	5	23,96	19,73	22,70	23,70	42,72	-	-	-	132,81
2	4	24,57	22,64	25,48	19,47	-	-	-	-	92,16
3	6	29,09	36,69	33,71	50,30	12,41	32,29	-	-	194,49
9.998	4	32,16	42,24	104,00	35,20	-	-	-	-	213,60
9.999	5	56,04	34,46	51,55	45,43	12,57	-	-	-	200,05
10.000	6	17,52	10,53	13,51	16,08	23,07	61,51	-	-	142,22

Abbildung 18: Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation bei einer Bruchteilversicherung im Beispielfall

Durch den partiellen Transfer der Einzelschäden auf das Versicherungsunternehmen ergeben sich im Vergleich zur Gesamtschadenverteilung ohne Bruchteilversicherung deutlich geringere selbst zu tragenden Schäden.⁵² Die Verteilung der selbst zu tragenden Schäden lässt sich gemäß *Abbildung 19* graphisch darstellen und bildet die Grundlage für die Kalkulation der Kosten für das Selbsttragen des Risikos.

⁵¹ Für einzelne Berechnungsschritte vgl. Kapitel 2.2.

⁵² Vgl. hierfür die Spalte „Gesamtschaden“ in *Abbildung 15*.

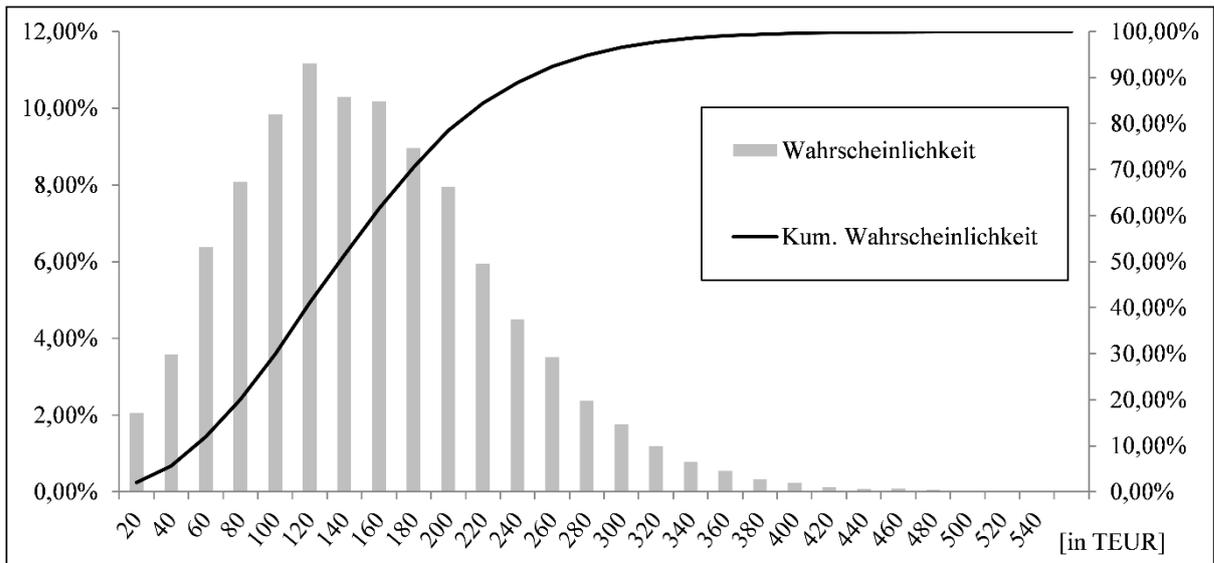


Abbildung 19: Verteilung selbst getragener Schäden im Beispielfall

Die Schadenkosten für eigene Rechnung berechnen sich als Mittelwert selbst getragener Schäden zu:

$$\begin{aligned} \text{Erwarteter selbst getragener Schaden}^{\text{BV}} &= \text{Summe selbst getragener Schäden} / \text{Anzahl Szenarien} \\ &= 1.451.896,59 \text{ TEUR} / 10.000 = 145,19 \text{ TEUR.} \end{aligned}$$

Zur Ermittlung des Value at Risk sind die selbst getragenen Schäden zunächst nach der Höhe absteigend zu sortieren. Ein Auszug aus der Rangliste der selbst getragenen Schäden ist in *Abbildung 20* dargestellt.

		Selbst getragene Schäden in TEUR
Lfd. Nr.	Szenario	
1	9.117	520,89
2	2.736	492,68
3	7.144	479,34
100	733	357,89
101	4.705	357,49
102	9.763	357,44

Abbildung 20: Auszug der Rangliste selbst getragener Schäden bei einer Bruchteilversicherung im Beispielfall

Bei Annahme eines Konfidenzniveaus von 99% ist vom 101. (= (100% - 99%) · 10.000 + 1) Schaden auszugehen. Dieser liegt in der Fallstudie bei 357,49 TEUR. Anhand dieses Wertes kann der unerwartete selbst getragene Schaden wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned} \text{UE}^{\text{BV}}_{99\%} &= \text{VaR}^{\text{BV}}_{99\%} - \text{erwarteter selbst getragener Schaden}^{\text{BV}} \\ &= 357,49 \text{ TEUR} - 145,19 \text{ TEUR} = 212,30 \text{ TEUR.} \end{aligned}$$

Die Kosten für die Risikobewältigung bei Abschluss einer Bruchteilversicherung ergeben sich schließlich unter Annahme eines Eigenkapitalkostensatzes i_{EK} in Höhe von 20% zu:

$$\begin{aligned} RK^{BV} &= K^{BV}_{ST} + K^{BV}_{RT} = \text{Erw. Schaden}^{BV} + UE^{BV}_{99\%} \cdot 20\% + VP^{BV} \\ &= 145,19 \text{ TEUR} + 212,30 \text{ TEUR} \cdot 20\% + 185 \text{ TEUR} \\ &= 372,65 \text{ TEUR.} \end{aligned}$$

Zur Berücksichtigung des Selbstbehalts wird im Folgenden unterstellt, dass weitere Angebote vorliegen, die jeweils mit einer reduzierten Versicherungsprämie durch Übernahme eines Selbstbehalts verbunden sind. Neben den in *Abbildung 21* dargestellten Varianten eines absoluten Selbstbehalts wird zusätzlich ein prozentualer Selbstbehalt auf die Bruchteilversicherung in Höhe von $c = 75\%$ zu einem Preis von 20 TEUR pro Jahr angeboten.

SB in TEUR	0	5	10	15	20	30	40	50	60
Prämie in TEUR	185	150	115	70	50	30	20	10	8

Abbildung 21: Absolute Selbstbehalte (SB) mit Prämien für die Bruchteilversicherung im Beispielfall

Wie aus *Abbildung 21* zu erkennen ist, variieren die absoluten Selbstbehalte zwischen 0 TEUR und 60 TEUR, wofür der Versicherungsgeber eine Versicherungsprämie in Höhe von 185 TEUR bis 8 TEUR verlangt. Aus den angebotenen Selbsthalten ist derjenige Selbstbehalt zu wählen, der beim Versicherungsnehmer mit den geringsten Risikobewältigungskosten verbunden ist. Die Kalkulation soll nachfolgend am Selbstbehalt in Höhe von 15 TEUR beispielhaft aufgezeigt werden.

Durch die Wahl des Selbstbehalts verändert sich der in Stufe 5 der Monte-Carlo-Simulation angenommene Anteil transferierter Schäden auf den Versicherungsgeber, was eine neue Bestimmung selbst getragener Schäden notwendig macht. Auf die wiederholte Durchführung einer Monte-Carlo-Simulation wird erneut verzichtet und stattdessen von den Ergebnissen der Simulation ohne Versicherungsabschluss, die auszugsweise in *Abbildung 15* dargestellt sind, ausgegangen.

Die Höhe der Entschädigungsleistung und somit des verbleibenden Einzelschadens hängt davon ab, ob der eingetretene bzw. simulierte Einzelschaden zwischen der Untergrenze in Höhe von 30 TEUR ($= SB \cdot (VW/AW) = 15 \cdot (200/100)$ TEUR) und der Obergrenze in Höhe von 150 TEUR ($= (VS + SB) \cdot (VW/AW) = (60 + 15) \cdot (200/100)$ TEUR) liegt.

Der erste simulierte Einzelschaden des Szenarios 1 ohne Versicherungsschutz befindet sich mit 47,92 TEUR genau zwischen den beiden Grenzwerten. Die Höhe des beim Versicherungsnehmer verbleibenden Schadens beträgt in diesem Fall 38,96 TEUR ($= S \cdot (1 - (AW/VW)) + SB = (23,96 + 15)$ TEUR) und entspricht der Summe aus dem selbst zu tragenden Einzelschaden des

Versicherungsnehmers im Falle des Abschlusses der Bruchteilverversicherung zuzüglich des Selbstbehalts.⁵³ Der dritte simulierte Einzelschaden des Szenarios 9.998 liegt hingegen mit 164,00 TEUR über der Höchstgrenze von 150 TEUR. In diesem Fall ist die Entschädigungsleistung durch die Versicherungssumme in Höhe von 60 TEUR begrenzt. Beim Versicherungsnehmer verbleibt der Einzelschaden in Höhe von 104,00 TEUR (= $S - VS = (164,00 - 60,00)$ TEUR). Der zweite Einzelschaden des Szenarios 10.000 liegt schließlich mit 21,05 TEUR unter der Mindestgrenze von 30 TEUR. In diesem Fall würde der Versicherungsnehmer den eingetretenen Einzelschaden vollständig selbst übernehmen müssen.⁵⁴

Nach Anwendung der Berechnungsvorschriften auf die Einzelschäden aller Szenarien ergeben sich bei Unterstellung eines absoluten Selbstbehalts in Höhe von 15 TEUR die in *Abbildung 22* auszugsweise dargestellten Ergebnisse.

Szenario	Einzelschadenhäufigkeiten	Einzelschadenshöhen in TEUR								Selbst getragene Schäden in TEUR
		1	2	3	4	5	6	7	...	
1	5	38,96	34,73	37,70	38,70	57,72	-	-	-	207,81
2	4	39,57	37,64	40,48	34,47	-	-	-	-	152,16
3	6	44,09	51,69	48,71	65,30	24,82	47,29	-	-	281,90
9.998	4	47,16	57,24	104,00	50,20	-	-	-	-	258,60
9.999	5	71,04	49,46	66,55	60,43	25,13	-	-	-	272,61
10.000	6	32,52	21,05	27,01	31,08	38,07	75,76	-	-	225,49

Abbildung 22: Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation bei Bruchteilverversicherung mit Selbstbehalt 15 TEUR

Durch den vereinbarten Selbstbehalt in Höhe von 15 TEUR pro Einzelschaden fallen die selbst getragenen Schäden höher als bei Abschluss der Bruchteilverversicherung ohne Selbstbehalt aus.⁵⁵ Auf der Basis der Verteilung selbst getragener Schäden können analog zur bisherigen Vorgehensweise die Kosten für die Risikobewältigung RK^{BV15} bei zusätzlicher Selbstbehaltvereinbarung in Höhe von 15 TEUR ermittelt werden:

$$\begin{aligned}
 RK^{BV15} &= K^{BV15}_{ST} + K^{BV15}_{RT} = \text{Erw. Schaden}^{BV15} + UE^{BV15}_{99\%} \cdot 20\% + VP^{BV15} \\
 &= 212,83 \text{ TEUR} + 280,65 \text{ TEUR} \cdot 20\% + 70 \text{ TEUR} \\
 &= 338,96 \text{ TEUR}
 \end{aligned}$$

Im Vergleich zur Bruchteilverversicherung ohne Selbstbehaltvereinbarung sind die Risikobewältigungskosten um 33,69 TEUR, nämlich von 372,65 TEUR auf 338,96 TEUR, gesunken.

⁵³ Vgl. *Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.*, Szenario 1, Einzelschaden 1.

⁵⁴ Für einzelne Berechnungsschritte vgl. Kapitel 2.3.

⁵⁵ Vgl. *Abbildung 18*.

Bei Anwendung der Simulation auf die anderen Selbstbehaltstufen und dem Vergleich der jeweils sich ergebenden Risikobewältigungskosten wird deutlich, dass es sich bei dem Selbstbehalt in Höhe von 15 TEUR um den kostenoptimalen Selbstbehalt handelt. *Abbildung 23* verdeutlicht dies in tabellarischer und graphischer Form.

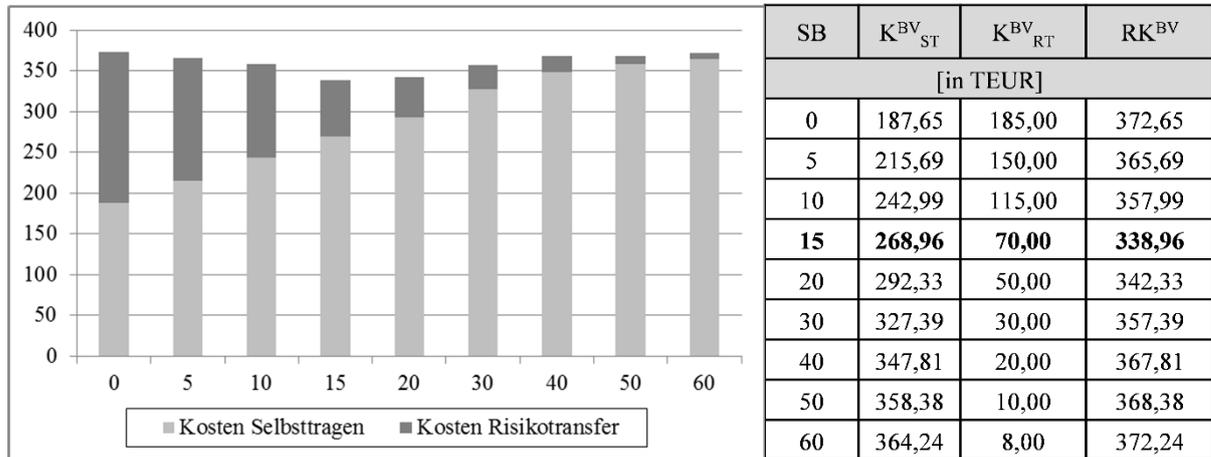


Abbildung 23: Risikobewältigungskosten für absolute Selbstbehaltshöhen im Beispielfall

Auch die angebotene Versicherung mit prozentualem Selbstbehalt ($c = 75\%$) und einer Versicherungsprämie in Höhe von 20 TEUR führt zu einem schlechteren Ergebnis als die kostenminimale Variante bei absolutem Selbstbehalt. Die Höhe der Entschädigungsleistung und somit des verbleibenden Einzelschadens bei dem angebotenen prozentualen Selbstbehalt hängt davon ab, ob der eingetretene bzw. simulierte Einzelschaden unter oder über dem Betrag liegt, der zur maximalen Entschädigung führt ($= VS \cdot (VW/AW) / (1 - c) = 60 \cdot (200/100) / (1 - 0,75) = 480$ TEUR). Die in *Abbildung 15* aufgeführten Einzelschäden liegen alle unter dieser Grenze. Die Höhe der beim Versicherungsnehmer verbleibenden Schäden beläuft sich bei Wahl des prozentualen Selbstbehalts auf 87,5% ($= 1 - (AW/VW) \cdot (1 - c) = 1 - 0,5 \cdot 0,25$) der Schäden ohne den Versicherungsabschluss. So beträgt der erste simulierte, beim Versicherungsnehmer verbleibende Einzelschaden bei Abschluss einer Bruchteilversicherung mit prozentualem Selbstbehalt in Höhe von 75% statt 47,92 TEUR nun 41,93 TEUR ($= 47,92 \text{ TEUR} \cdot 0,875$). Bei einem Einzelschaden von mehr als 480 TEUR, würde beim Versicherungsnehmer ein um die Versicherungssumme reduzierter Einzelschaden verbleiben.⁵⁶

Nach Anwendung dieser Berechnungsvorschriften auf die Einzelschäden aller Szenarien ergeben sich bei Unterstellung eines prozentualen Selbstbehalts in Höhe von 75% bei der Bruchteilversicherung die in *Abbildung 24* auszugsweise dargestellten Ergebnisse.

⁵⁶ Für einzelne Berechnungsschritte vgl. Kapitel 2.3.

Szenario	Einzelschaden- häufigkeiten	Einzelschadenshöhen in TEUR								Gesamt- schaden in TEUR
		1	2	3	4	5	6	7	...	
1	5	41,93	34,52	39,72	41,47	74,75	-	-	-	232,39
2	4	43,00	39,62	44,59	34,06	-	-	-	-	161,27
3	6	50,91	64,20	58,99	88,02	21,72	56,50	-	-	340,34
9.998	4	56,28	73,91	143,50	61,60	-	-	-	-	335,29
9.999	5	98,06	60,30	90,20	79,50	21,99	-	-	-	350,05
10.000	6	30,66	18,42	23,63	28,14	40,36	106,32	-	-	247,53

Abbildung 24: Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation bei Bruchteilversicherung mit Selbstbehalt 75%

Auf der Basis dieser Verteilung liegen die Risikobewältigungskosten für den Fall eines prozentualen Selbstbezalts bei 341,71 TEUR:

$$\begin{aligned}
 RK^{BV75\%} &= K^{BV75\%}_{ST} + K^{BV75\%}_{RT} = \text{Erw. Schaden}^{BV75\%} + UE^{BV75\%}_{99\%} \cdot 20\% + VP^{BV75\%} \\
 &= 251,06 \text{ TEUR} + 353,25 \text{ TEUR} \cdot 20\% + 20 \text{ TEUR} \\
 &= 341,71 \text{ TEUR}
 \end{aligned}$$

Diese befinden sich um 2,75 TEUR über den Risikobewältigungskosten für eine Bruchteilversicherung mit absolutem Selbstbehalt in Höhe von 15 TEUR. Soll das hier betrachtete Risiko mit möglichst geringen Kosten bewältigt werden, sollte sich das Unternehmen folglich für die Bruchteilversicherung mit einem absoluten Selbstbehalt in Höhe von 15 TEUR entscheiden.

5. Kritische Würdigung

Im vorliegenden Beitrag wurde unter Annahme einer Bruchteilversicherung die Kalkulation von Risikobewältigungskosten aufgezeigt. Die Bruchteilversicherung ist die Versicherungsform, die mit dem angezeigten Wert und der Versicherungssumme die meisten Gestaltungselemente besitzt. Die vorgestellte Kalkulationsmethode lässt sich analog auch auf andere Versicherungsformen übertragen. Zu simulieren ist dabei stets die Frage, welcher Anteil des eingetretenen Schadens nach Abzug der Entschädigungsleistung beim Unternehmen verbleibt. Die entstehende Wahrscheinlichkeitsverteilung der selbst zu tragenden Schäden bildet folglich die Basis jeder Kalkulation von Risikobewältigungskosten.

Im Rahmen dieses Beitrages wurde außerdem erläutert, wie mithilfe der genannten Kalkulationsmethode die Risikobewältigungskosten minimiert werden können. Voraussetzung hierfür war das Vorliegen mehrerer Versicherungsangebote. In diesem Beitrag wurden die Selbstbehaltshöhen variiert und das mit minimalen Risikobewältigungskosten verbundene Angebot über einen Simulationsprozess ermittelt. Der angezeigte Wert und die Versicherungssumme wurden als konstant angenommen. Besteht für das Unternehmen analog zur Selbstbeteiligung die Möglichkeit, auch den angezeigten Wert bzw. die Versicherungssumme zu variieren, so kann die vorgestellte Kalkulationsmethode um diese Elemente erweitert werden.

Zur Quantifizierung von Risikobewältigungskosten wurde zwischen den Kosten für den Risikotransfer und den Kosten für das Selbsttragen unterschieden. Während die Kosten für den Risikotransfer extern exakt vorgegeben und somit als fix anzunehmen sind, hängen die *Kosten für das Selbsttragen* vom tatsächlichen Risikoeintritt ab und sind ex ante nicht exakt feststellbar. Zur Minimierung von Risikobewältigungskosten ist folglich eine möglichst genaue Schätzung der potentiellen Kosten für das Selbsttragen notwendig.

Wie in diesem Beitrag gezeigt wurde, können statistische Aussagen zu den Kosten für das Selbsttragen auf der Basis von *Beobachtungsdaten* getroffen werden. Die Fallstudie ging von 50 Betriebsjahren mit 400 dokumentierten Einzelschadenfällen aus. Diese Datenbasis erlaubte eine Anpassung der theoretischen Wahrscheinlichkeitsverteilungen an die empirischen Daten und somit auch eine an vergangenen Daten orientierte Schätzung der künftigen Schadenfälle mithilfe der Monte-Carlo-Simulation. Die vorgestellte Kalkulationsmethode kann allerdings auch dann genutzt werden, wenn lediglich eine subjektive Schätzung zukünftiger Verteilungen der Schadenfälle vorliegt.

Die Kalkulation von Risikobewältigungskosten diene in dem vorliegenden Beitrag schließlich zur Minimierung der Kosten durch den Vergleich mehrerer Versicherungsangebote bei Variation von Selbstbehalten. Es galt dabei die Annahme, dass die Angebote von einem Versicherungsgeber stammen. Soll sowohl über das Versicherungsangebot als auch das Versicherungsunternehmen entschieden werden, so sind neben der rein quantitativen Betrachtung der Risikobewältigungskosten auch *qualitative Aspekte* zu berücksichtigen. Weitere Entscheidungskriterien stellen dann beispielsweise die Flexibilität bei der Ausgestaltung von Versicherungsverträgen oder das Angebot an zusätzlichen Serviceleistungen dar.⁵⁷

⁵⁷ Vgl. Giebel (2011), S. 407.

Literaturverzeichnis

- Banks, E.: *Alternative Risk Transfer: Integrated Risk Management through Insurance, Reinsurance and the Capital Markets*, Chichester (2004)
- Bleymüller, J.: *Statistik für Wirtschaftswissenschaftler*, 16., überarb. Auflage, München (2012)
- Dimmer, K.: *Die optimale Versicherungsentscheidung als risikopolitisches Problem: eine Analyse auf der Grundlage des erweiterten Modells der einzelwirtschaftlichen Versicherungsnachfrage*, Karlsruhe (1986)
- Farny, D.: *Versicherungsbetriebslehre*, 5., überarb. Auflage, Karlsruhe (2011)
- Giebel, S.: *Optimierung der passiven Risikobewältigung. Integration von Selbsttragen und Risikotransfer im Rahmen des industriellen Risikomanagements. Dissertation Technische Universität Kaiserslautern, Aachen (2011)*
- Gleißner, W.: *Optimierung der Risikokosten*, in: *Zeitschrift für Versicherungswesen*, 53. Jg., Heft 10, S. 313-316 (2002)
- Gleißner, W./Nguyen, T.: *Prämienkalkulation und die "Sanierung" von Versicherungsverträgen*, in: *Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft*, 102. Jg., Heft 4, S. 367-387 (2013)
- Grob, K.: *Die Selbstbeteiligung des Versicherten im Schadenfall, Wesen und Bedeutung im Rahmen der Privatversicherung*, Zürich (1967)
- Grüter, M. D.: *Management des operationellen Risikos in Banken*, Frankfurt am Main (2006)
- Hölscher, R.: *Von der Versicherung zur integrativen Risikobewältigung: Die Konzeption eines modernen Risikomanagements*, in: Hölscher, R./Elfgén, R. (Hrsg.): *Herausforderung Risikomanagement: Identifikation, Bewertung und Steuerung industrieller Risiken*, Wiesbaden, S. 3-31 (2002)
- Hölscher, R.: *Aufbau und Instrumente eines integrativen Risikomanagements*, in: Schierenbeck, H. (Hrsg.): *Risk Controlling in der Praxis: Rechtliche Rahmenbedingungen und geschäftspolitische Konzeptionen in Banken, Versicherungen und Industrie*, Zürich, S. 341-399 (2006)

- Hölscher, R./Kalhöfer, C./Bonn, R.: Die Bewertung operationeller Risiken in Kreditinstituten, in: Finanzbetrieb, 7. Jg., Heft 7-8, S. 490-504 (2005)
- Koch, P.: Versicherungswirtschaft: Ein einführender Überblick, 7. Auflage, Karlsruhe (2013)
- Kremers, M.: Risikoübernahme in Industrieunternehmen: Der Value-at-Risk als Steuerungsgröße für das industrielle Risikomanagement, dargestellt am Beispiel des Investitionsrisikos. Dissertation Technische Universität Kaiserslautern, Sternenfels (2002)
- Mack, T.: Schadenversicherungsmathematik, 2., überarb. Auflage, Karlsruhe (2002)
- Schierenbeck, H./Lister, M.: Value Controlling: Grundlagen wertorientierter Unternehmensführung, München (2001)
- Schneeweiß, H.: Monte-Carlo-Methoden, in: Menges, G. (Hrsg.): Beiträge zur Unternehmensforschung: gegenwärtiger Stand und Entwicklungstendenzen, Würzburg/Wien, S. 129-152 (1969)
- Schröter, K. J.: Verfahren zur Approximation der Gesamtschadenverteilung: Systematisierung, Techniken und Vergleiche, Karlsruhe (1995)
- Storm, R.: Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik und statistische Qualitätskontrolle, 12., verb. Auflage, Leipzig (2007)
- Vose, D.: Risk Analysis: A Quantitative Guide, 3. ed., Chichester (2008)

Bisher in dieser Reihe erschienen:

- Band 1: *Hölscher, Reinhold / Kremers, Markus / Rücker, Uwe-Christian:*
Industrierversicherungen als Element des modernen Risikomanagements,
Ergebnisse einer empirischen Untersuchung, 1996
- Band 2: *Hölscher, Reinhold / Rücker, Uwe-Christian / Heller, Alexander /
Strohhecker, Marcus:*
Wirtschaftlichkeitsanalysen zu aeroben und anaeroben Verfahren bei der
Abwasserreinigung in der Weinwirtschaft, 1996
- Band 3: *Hölscher, Reinhold:*
Bankbetriebliche Marktpreisrisiken im Grundsatz I, 1998
- Band 4: *Dreher, Stefan:*
Cyber Money, Entwicklungstendenzen und Abwicklungstechniken im Internet, 1999
- Band 5: *Hölscher, Reinhold / Daferner, Stefan / Bonn, Rainer / Alsfasser, Jörg:*
Finanzierung von Existenzgründungen in Rheinland – Pfalz, 1999
- Band 6: *Bülent, Acig:*
Anwendungen neuronaler Netze in der Finanzwirtschaft, 2001
- Band 7: *Skudlarek, Guido:*
Perspektiven und Grenzen des Einsatzes von Realoptionen zur Unternehmensbewer-
tung, 2001
- Band 8: *Schäfer, Manuela:*
The role of Internet Financial Portals in the (New) Business Development of estab-
lished Financial Institutions, 2001
- Band 9: *Hornbach, Christian:*
Innovative Finanzierungsmodelle in Unternehmensnetzwerken, 2005
- Band 10: *Hölscher, Reinhold / Friedrich, Michael:*
Die Baseler Eigenkapitalvereinbarung, 2005
- Band 11: *Giebel, Stefan:*
Stand und Entwicklungstendenzen des industriellen Risikomanagements, 2006
- Band 12: *Kunz, Hendrik / Teuscher, Tobias:*
Vergleichende Darstellung von Kennzahlen zur wertorientierten Unternehmensfüh-
rung, 2007
- Band 13: *Heimer, Sebastian:*
Die Balanced Scorecard als Instrument zur Unterstützung des Risiko-
managements, 2007
- Band 14: *Kunz, Hendrik:*
Geschäftsbereichsspezifische Eigenkapitalkostensätze im Rahmen des Shareholder
Value Managements, 2009
- Band 15: *Hölscher, Reinhold / Kremers, Markus:*
Risikosteuerung in Krisenzeiten – Warum die Risikomessung in Banken nicht funk-
tioniert hat, 2009
- Band 16: *Hornbach, Christian / Hellenkamp, André:*
Fortgeschrittene technische Indikatoren am Aktienmarkt – Eine empirische Analyse,
2011

Band 17: *Hölscher, Reinhold / Helms, Nils*:

Entity- und Equity-Verfahren bei autonomer Finanzierungsstrategie, 2013

Die Studien zum Finanz-, Bank- und Versicherungsmanagement können unter folgender Adresse bezogen werden:

Technische Universität Kaiserslautern
Lehrstuhl für Finanzdienstleistungen und Finanzmanagement
Postfach 3049
67653 Kaiserslautern
Telefon: 0631 / 205-4109
Telefax: 0631 / 205-3621
e-Mail: hoelscher@wiwi.uni-kl.de