

Tarján, Tamás

Working Paper

Jánossy elmélete az új növekedéselmélet tükrében

IEHAS Discussion Papers, No. MT-DP - 2010/2

Provided in Cooperation with:

Institute of Economics, Centre for Economic and Regional Studies, Hungarian Academy of Sciences

Suggested Citation: Tarján, Tamás (2010) : Jánossy elmélete az új növekedéselmélet tükrében, IEHAS Discussion Papers, No. MT-DP - 2010/2, ISBN 978-963-9796-89-8, Hungarian Academy of Sciences, Institute of Economics, Budapest

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/108174>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

MŰHELYTANULMÁNYOK

DISCUSSION PAPERS

MT-DP – 2010/02

Jánossy elmélete az új növekedéselmélet tükrében

TARJÁN TAMÁS

A harmadik fejezet társszerzője: Csillik Péter

Műhelytanulmányok
MT-DP – 2010/2

MTA Közgazdaságtudományi Intézet

Műhelytanulmányaink célja a kutatási eredmények gyors közlése és vitára bocsátása.
A sorozatban megjelent tanulmányok további publikációk anyagául szolgálhatnak.

Jánossy elmélete az új növekedéselmélet tükrében

Szerzők:

Tarján Tamás
tudományos főmunkatárs
MTA Közgazdaságtudományi Intézet
E-mail: tarjan@econ.core.hu

2010. január

ISBN 978-963-9796-89-8
ISSN 1785-377X

Publisher:
Institute of Economics, Hungarian Academy of Sciences

Jánossy elmélete az új növekedésemélet tükrében

TARJÁN TAMÁS

A harmadik fejezet társszerzője: Csillik Péter

Összefoglaló

Ha Jánossy elméletét tömören kellene megfogalmazni, akkor azt mondhatnánk, hogy a „gazdasági fejlődés valódi hordozóját” kutatta, sajátos nyelven megfogalmazott, igen eredeti módszerrel. A „hordozót” sikerült is azonosítani a háborús helyreállítási periódusok szisztematikus vizsgálatának a középpontba állításával, majd egy olyan, a nevéhez fűződő hipotézist felállítani, mellyel egy évtizeddel előbb s a világon egyedül és elsőként megjósolni, a háború utáni aranykor végét. Jelen tanulmány célja, hogy Jánossy sajátosan megfogalmazott elméletét és igen eredeti gondolatait a kortárs neoklasszikus közgazdaságtannal, majd a kilencvenes évekre megjelenő endogén növekedésemélettel összehasonlítsa és szembesítse. A „gazdasági fejlődés valódi hordozóját” a kortárs neoklasszikus elméletben a „humán tőke”, míg az endogén növekedéseméletben pedig a „technikai haladás”, mint önállóan megjelenő termelési tényező fogja jelenteni. Bevezetünk egy, a szempontjainkat leginkább kielégítő új növekedési modellt, amelyre Maddison [2003] történelmi statisztikája alapján – 1870-től napjainkig, a 19 legfejlettebb OECD-országra – bemutatjuk a longitudinális modell-illeszkedést, a háborús rekonstrukciós periódusokra mindezt külön is. Ugyanezen modell alapján regionális, keresztmetszeti vizsgálatot is végzünk, a modellegyenletekből számítható tőkemegtérülési ráták szerint rangsoroljuk az EU-27 országok majdnem 300 régióját a 2000-2005 közötti EUROSTAT, NUTS-2 regionális adatai alapján.

Tárgyszavak: endogén növekedésemélet, vezető-követő modell, humán tőke, technológiai határ, béta-konvergencia, globalizáció, keresztmetszeti regionális analízis, technológia-váltás, technológiai diffúzió, átmeneti gazdaságok, történelmi statisztikák

JEL kódok: O11, O18, O33, O47, N10

Theory of Jánosy in the Light of the New Growth Theory

TAMÁS TARJÁN

Co-writer of Chapter 3: Péter Csillik

Abstract

If Janossy's theory should concisely be drafted, one might say that he had been researching the "real carrier of economic development" in a very original way and having formulated his theory in a specific language. He managed to identify the "carrier" of development focusing on the systematic examination of the post-war reconstruction periods, and setup a hypothesis being ascribed to his name, which allowed him to forecast – as the first and the only one in the world – the end of the post-war golden age, a decade in advance. The present study is aimed at comparing and contrasting Janossy's specifically formulated and highly genuine theories and ideas to the contemporary neo-classical economics and to the endogenous growth theory that have appeared in the nineties. The "real carrier of economic development" matches to the "human capital" of the contemporary neo-classical theory while in the endogenous growth theory it does match to the "technological progress", both appearing as separate factors of production. We present a new growth model that satisfies the best our considerations to which the a longitudinal model fitting is done for Maddison's [2003] historical data – from 1870 to present for the 19 most developed OECD countries – and for the post-war reconstruction period, as well. The same model is applied for a cross-regional analysis, after having calculated the rates of return on capital a ranking has been performed for nearly 300 (EU-27 NUTS 2) regions in the period of 2000-2005.

Keywords: endogenous growth theory, leader-follower model, human capital, technological frontier, beta-convergence, globalisation, cross-region analyses, technological change, diffusion of technology, transition economy, historical statistics

JEL: O11, O18, O33, O47, N10

BEVEZETÉS

A gazdasági növekedés legelső, neoklasszikus modelljeinek is az alapja, egy termelési függvény feltételezése – néhány termelési tényező, (mint független változók) és az aggregált kibocsátás, (mint függő változó) között. A legalapvetőbb termelési tényező, a (fizikai) tőke és a munkaerő. Először a modellekben a munkaerő csak, mint a létszámával mért (minőségileg tehát homogénnek tekintett) tényező szerepelt. A későbbiekben már „humán tőke” néven, mint a képességek, a szaktudás és a szakmai tapasztalatok összessége; önálló termelési tényező, amit tulajdonosa (az egyén) bérbe ad a vállalkozónak vagy a vállalatnak. Schulz [1961] óta a humán tőkét képező beruházások körébe tartoznak az egészségügyi, oktatási-képzési és szakképzési ráfordítások. A II. világháborús helyreállítást követően a gazdasági fejlődés legfontosabb tényezői közül egyre nagyobb mértékben értékelődött fel a humán tőke, és különösen a kutatás-fejlesztés és innováció szerepe a hozzáadott érték növelésében.

Az „**1. A humántőke, ...**” című fejezetben egy olyan, az ún. „új növekedéstudomány”-hez tartozó (Barro–Sala-i-Martin) modellt alkalmazunk, amelyben a fizikai és a humán tőke külön-külön, az alábbi termelési függvényen keresztül szolgáltatja az (Y) kibocsátást

$$(1.5) \quad Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot H^{(1-\alpha)},$$

ahol A most még csak egy, a technológia szintjét jelentő konstans. Ezen modell segítségével sikerül az „új növekedéstudomány” nyelvén Jánosy mindkét híres hipotézisét igazolni, amelyekkel (a hatvanas évek elején) a világon egyedül és elsőként sikerült megjósolnia, a (hetvenes évek elejére elérkező), háborút követő „aranykor” végét (még ha akkor erről sajnos, senki sem tudott, de ha igen, nem vett tudomást). A neoklasszikus növekedéstudomány világának nyelvezetén megfogalmazva ez azt jelenti, hogy a modellnek van egy „steady state” állapota, (amit Jánosy a gazdasági fejlődés – hosszútávon érvényesülő – „trendvonalának” nevez) amihez egy ún. tranzíciós dinamikát követve (Jánosy szóhasználatával pedig: helyreállítási periódust követően) jut el, amely szerint a növekedés-fokozó hatást a megbomlott humán és fizikai tőke arány (Jánosy szerint pedig a „szakmastruktúra”, – melynek színvonala még a háború alatt is szakadatlanul továbbfejlődik – és a csaknem teljesen elpusztult fizikai tőke között keletkezett űr) adja. A kilencvenes évekre szerencsére, Jánosy nemzetközi megítélése nagyot változott. Az első igazi áttörést, talán Dumke [1990] cikke jelentette, melyben két, a háborút követő – növekedésre vonatkozó – hipotézist vizsgál meg. A kilencvenes évek második felére pedig a gazdaságtörténészek széles körének számára tudott, hogy a világon elsőként, Jánosy fogalmazta meg s igazolta a mára már „Jánosy hipotézisként” ismert törvényt.

A „**2. A technikai haladás és innováció, ...**” című fejezetben olyan modelleket tárgyalunk, amelyeknél az un. „*aggregált termelékenységi paraméter*” (A) az egyik, míg a fizikai + humán tőkét egyaránt magába foglaló (K) pedig a másik termelési tényező:

$$(2.0) \quad Y = A^{(1-\alpha)} \cdot K^{\alpha}$$

Ezen új és önállóvá váló, a $K+F$ -hez s az innovációhoz kapcsolódó, termelési tényező az un. schumpeteri „*teremtő rombolás*”-on alapuló (Aghion-Howitt [1992]) tényezőszabályozással együtt mára már az endogén növekedésmélet egyik legfontosabb kutatási ágává vált. Ezt az ágat a termékek minőségét javító modellek alkotják, amit röviden schumpeteri növekedésméletnek nevezünk, míg a másik Romer [1990] termékválaszték-modellje, amelyben az aggregált termelékenység a termékválaszték mértékének függvénye. Az általunk tárgyalt modellekhez mindkettőből kölcsönzünk modellelemeket és érveléseket. Jánossy negyedszázaddal előbb, egyértelműen a schumpeteri megközelítés mellett tette le a garast, amikor azt bizonyította, hogy „Az új technikai vívmány terjedése a munka kvalitatív megváltozásán keresztül megy végbe”.¹

Az első két fejezet mintegy összekötéseként, először is azt mutatjuk meg, hogy az elsőben használt Barro–Sala-i-Martin modell „lényegében” megegyezik a második fejezet kulcselemét alkotó Aghion-Howitt modellel. Ui. ha az Aghion-Howitt [1992] tényezőszabályozást Barro–Sala-i-Martin [1995] modellegenleteivel vetjük össze úgy, hogy az utóbbiban a H humántőkét az előbbi A „*aggregált termelékenységi paraméter*”-nek feleltetjük meg, akkor a paraméterek alkalmas megválasztásával szinte ugyanazt a modellt kaphatjuk, csak nem H -ra, hanem A -ra. Az egyedüli eltérés szavakban kifejezve azt jelenti, hogy a H humántőke az Y kibocsátásból I_H nagyságú humántőke-beruházást használ fel, míg az A , aggregált technológiai színvonal mindezt a saját Y kibocsátásának felhasználása nélkül, költségmentesen, „mannaként” kap meg, midőn adaptálja a már fejlettebb, máshol már kitalált technológiákat.

Definiáljuk az S -alakú növekedési pálya fogalmát, majd illusztráljuk is – Maddison 18 OECD-országgra vonatkozó, 130 éves történelmi adatai alapján. Jánossy megfogalmazásában az S -alakú pálya azt jelenti, hogy a gazdasági fejlődés 130 éves trendvonala nem feltétlenül egyenes – logaritmikus léptékben nézve. Persze egy negyedszázados helyreállítási periódus esetén az S -alakú növekedési pálya is közelíthető, kellő körültekintés mellett, egyenessel. Az egész 2. fejezet központi kérdése, hogy mikor s milyen feltételek mellett lehetséges az S -alakú növekedési pálya modellezése? Bebizonyítom, hogy a Ramsey-optimalizálás minden olyan A -szabályozással párosítva, amely önmagától, tehát csak az A -tól függően szabályoz: monoton növekvő (USA-val normált) tranzíciós dinamikájú pályán képes elérni „*steady state*” állapotát, amelyet a technológiai vezetőnek tekintett USA pályájával párhuzamosnak

¹ Lásd Jánossy [1966] 153. o.

tételezünk fel (azaz az *S*-alakú növekedési pálya ilyen párosítás esetén nem lehetséges). Ebből következően az *Aghion-Howitt* szabályozás, amely csak *A*-tól függ, a *Ramsey-optimalizálással* párosítva sem képes az *S*-alakú pálya modellezésére. Ezen fontos negatív eredmény ismeretében egy-egy lépést két lehetséges irányban is elmozdulva már sikerül az *S*-alakú növekedési pálya modellezése: 1) Egy, az *Aghion-Howitt* szabályozás heurisztikáján alapuló, de *A* mellé a *K* tőkét is számba vevő szabályozásra bebizonyítom, hogy képes az *S*-alakú tranzíciós dinamika előállítására. 2) Sikerül azt is bizonyítani, hogy az *Aghion-Howitt* (tehát a *K* tőkét nem számba vevő) *A*-szabályozás egy másik, a *Day-Fan-féle miópikus optimalizálással* párosítva már képes az *S*-alakú növekedési pálya modellezésére.² A minél jobb pályaillesztések érdekében azonban szükségessé válik, hogy egyszerre mindkét irányban is lépjünk egyet. Ennek érdekében egy *logaritmikus szabályozást* a *Day-Fan-féle miópikus optimalizálással* párosítottuk. Ezen választásnak egyik nagy előnye még, hogy a lemaradás, logaritmikus távolságban történő mérése miatt modellünk evidens módon összevethetővé válik a – szakirodalomban szintén sarokkőnek számító és nagyon elterjedt – un. β -konvergencia elméletének eredményeivel. A *logaritmikus tényezőszabályozásnak* a másik elméleti előnye pedig az, hogy míg az *Aghion-Howitt* tényezőszabályozás esetén a követőknek mind a saját innováció, mind pedig az imitáció végzésére szükségük van; addig a *logaritmikusnál* a követőkről elegendő azt feltenni, hogy csak imitálnak/adaptálnak a vezetőtől s a fejlettebbektől.

A „3. Globalizáció és lokális gazdasági fejlődés, ...” című fejezetben, egy a *logaritmikus szabályozást* a *miópikus optimalizálással* párosított modellegenlet alapján számítható *tőke megtérülési ráták* szerint először rangsoroljuk az EU-27 országok régióit a 2000-2005 közötti adatok alapján. Az így kapott rangsor felső és alsó decilisét egy táblázatban és egy európai, régiós felosztású térképen is ábrázoljuk. Majd egy, – az $\ln y$ és γ_y változók közötti – lineáris regressziós analízis segítségével – **Globális–Lokális** koordináta-rendszert állítunk fel, amely segít annak eldöntésében, hogy a globális vagy a lokális tényezőknek van-e nagyobb szerepük egy adott régió növekedésének alakulásában?

² Megállapíthatunk egy bizonyos antiszimmetriát a közismert *Keynes-Ramsey szabály* és a *Day-Fan-féle miópikus optimalizálás* között. Az optimális fogyasztásra/megtakarításra vonatkozó un. *Keynes-Ramsey szabály* ugyanúgy az (r) megtérülési ráta a „steady state”-beli (r^*) értékétől való eltéréssel arányosan szabályozza a (γ_C) fogyasztásváltozást, mint a *Day-Fan-féle miópikus optimalizálás* a (γ_K) tőkeváltozást.

A **Globális–Lokális** koordinátarendszert háromféleképpen is származtatjuk:

A) Először is alkalmazzuk és igazoljuk Gerschenkron: “a hátrányok előnye” néven ismert hipotézisét s ezért egy egyszerű lineáris regressziót keresünk az USÁ-hoz viszonyított lemaradás és a növekedés között. Majd megrajzoljuk a **Globális–Lokális** derékszögű koordináta-rendszert, ahol régiók (2000-2005 közötti) teljes növekedésének globális komponense a vízszintes, míg a lokális, a függőleges tengelyt képezi.

B) Az un. β -konvergenciát alkalmazzuk, melynek növekedési egyenletét egy egyszerű lineáris regressziós analízis által igazolunk és amelyet ezért a teljes növekedés globális (európai) összetevőjének tekinthetünk.

C) Egy un. Vezető-Követő modellegyenlet, imitációból eredő tagját független változónak választva megmutatjuk, hogy a globális összetevő – melyet a fenti A) és B) módon már bevezettünk – felfogható a követők imitációjából származó, egyfajta növekedési multiplikátorként is.

1. A HUMÁN TŐKE, MINT A GAZDASÁGI FEJLŐDÉS VALÓDI HORDOZÓJA

A hosszú távú idősorok vizsgálatának legnagyobb hazai úttörője Jánossy Ferenc volt, aki történelmi idősorai segítségével – a világháborús helyreállítási periódusokat vizsgálva – megalkotta trendvonal-elméletét, amely szerint a humán tőke³ a gazdasági növekedés valódi hordozója (Jánossy [1966]). Elmélete segítségével majdnem egy évtizeddel előbb megjósolta a hetvenes évek világgazdasági visszaesését.⁴

A történelmi idősorok készítésének legismertebb nemzetközi szaktekintélye Angus Maddison, aki 56 országra vonatkozóan, 1820-tól napjainkig készített idősort a legfontosabb demográfiai és makromutatókról (Maddison [1995]). Mindketten arra a következtetésre jutottak, hogy a hosszú távú gazdasági növekedést biztosító termelési tényezők közül a humán tőkéé a legfontosabb szerep.

1.1 JÁNOSSY TRENDVONAL-ELMÉLETÉNEK ISMERTETÉSE

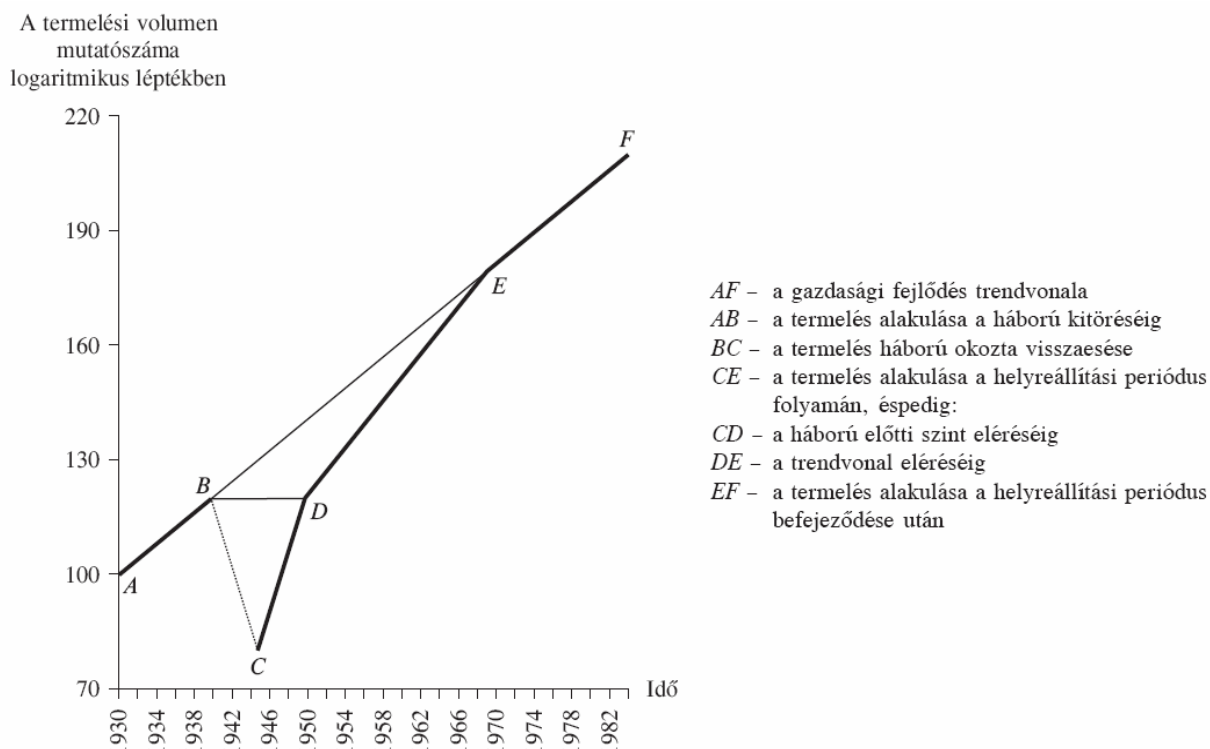
Ahhoz, hogy Jánossy elméletét összevethessük a modern növekedés elmélet eredményeivel, érdemes röviden ismertetni a hatvanas években kidolgozott elméletet még akkor is, ha már valaki olvasta a magyarul és németül egyszerre megjelent könyvet a trendvonalakról.

Jánossy Ferenc gondosan megvizsgálta az egyes országok második világháború utáni helyreállítási periódusait, és azt az akkor nagyon úttörő megállapítást tette, hogy a helyreállítási időszak nem akkor „ér véget, amikor a termelés ismét eléri a háború előtti szintet, hanem csak ... akkor, amikor a termelés volumene újból megfelel a gazdasági fejlődés trendvonalának.” (Jánossy [1966] 19. o.) Utána pedig olyan pályán halad, mintha egyáltalán nem is lett volna háború. Könyvét a háborút követő helyreállítási periódus jellegzetes alakulásának vázlatos rajzával (18. o.) kezdi (1.1 ábra).

³ Jánossy ezt persze a hatvanas években még csak a *munkaerő szakmasztruktúrájának* nevezte.

⁴ Ezzel kapcsolatban talán nem érdektelen idézni Samuelson–Nordhaus [1988] tankönyvben is megtalálható állítást: „Az 1970-es évekkel azonban beköszöntött a »stagfláció« korszaka, amely egyetlen tudós menetrendjében sem szerepelt – nem jelent meg Spengler, Toynbee, Schumpeter vagy Galbraith kristálygömbjében. Olyan világban élünk, amelyet soha egyetlen próféta sem jósolt meg!” (1114. o.)

A háborút követő helyreállítási periódus jellegzetes alakulásának vázlatrajza



Az 1.1 ábrán az *AF* egyenes a termelésnek hosszú távra érvényes, zavartalan növekedési ütemét fejezi ki. Ezt az egyenest a továbbiakban a gazdasági fejlődés trendvonalának vagy röviden trendvonálnak nevezzük.

Ha a gazdasági fejlődés a háború kitöréséig zavartalan volt, a termelés tényleges alakulása a háborút megelőző időszakban valóban egybeesik a trendvonallal. Ezt az *AB* szakasz jelzi. A háború kezdete a (*B* pont) után a termelés további alakulása a háborús fejleményektől függ; a háború végén vagy röviddel utána azonban a termelés – nemcsak a legyőzött, hanem a győztes országokban is – egy mélypontra (*C* pont) esik vissza. Minthogy ezt a visszaesési folyamatot egyrészt semmiféle általános érvényű törvényszerűség sem határozza meg, másrészt pedig további vizsgálataink szempontjából kizárólag ennek eredménye – vagyis csak maga a *C* mélypont – érdekes, a termelés *B*-től *C*-ig terjedő csökkenő szakaszát csak egy önkényesen behúzott (szaggatott) összekötővonallal jelezzük.

A helyreállítási periódus a *C* pontban kezdődik. Ettől az időponttól kezdve a termelés töretlenül nő, és néhány év alatt eléri a háború előtti szintet a (*D* pontot). A helyreállítási periódus azonban – és éppen ez a felismerés minden további következtetésünk lényege – ebben az időpontban még nem fejeződik be, mert a termelés rohamos növekedése ezen a ponton túl is folytatódik, mégpedig változatlan ütemben egészen az *E* pontig, vagyis addig, amíg el nem éri a gazdasági fejlődés trendvonalát. A növekedés üteme csak ekkor fékeződik le, és esik vissza – többé-kevésbé hirtelen módon – a normális mértékre: a gazdasági fejlődés

törvényszerűségei által megszabott, hosszú távra érvényesülő, jellegzetes ütemre. Ezt az időpontot követően a termelés növekedése ismét a trendvonalon (lásd *EF* szakaszt) halad (Jánossy [1966] 18–19. o.).

Jánossy könyve első részében, amely a háború utáni helyreállítási periódus empirikus és leíró része, a világban lezajló legfontosabb makrogazdasági tényeket vizsgálva – a múlt század végétől a hatvanas évek közepéig – különös hangsúlyt fektet az úgynevezett gazdasági csodákra, amelyeket a második világháború után Japán, NSZK és Olaszország élt át.

Elmélete alapján (a hatvanas évek elején) a világon egyedül és elsőként⁵ megjósolta, a (hetvenes évek elejére elérkező), háború utáni konjunktúra végét (még ha akkor, senki sem hallgatott rá). A kilencvenes évekre azonban szerencsére, Jánossy nemzetközi megítélése nagyot változott. Az első igazi áttörést talán Dumke [1990] cikke jelentette, melyben két, háborút követő – növekedésre vonatkozó – hipotézist vizsgál: „Jánossy rekonstrukciós” tézisé, amely szerint a növekedés-fokozó hatást a megbomlott humán és fizikai tőke arány adja; valamint az ún. „technológiai lemaradás” hipotézisé. A kilencvenes évek második felére pedig már széles körben ismertté s elismertté vált, hogy a világon elsőként Jánossy fogalmazta meg s igazolta a már mindenki számára „Jánossy hipotézisnek” nevezett törvényt. Törvényének legújabb tárgyalása s bizonyítása Vonyó Tamás [2008] tollából olvasható.

Talán érdemes megjegyezni, hogy egy másik magyar származású Angliában élő tudós kortárs, Nicolas Kaldor, (és Jánossyval ellentétben már akkor is nemzetközileg ismert s igen idézett szerző⁶) a következő hat pontban foglalta össze a gazdasági növekedés empirikus szabályszerűségeit vagy „stilizált tényeit”:

1. Az egy főre jutó termelés viszonylag állandó ütemben nő.
2. Az egy főre jutó tőke az idő függvényében nő.
3. A tőke megtérülési rátája megközelítően állandó.
4. A fizikai tőke és termelés viszonyszáma megközelítően állandó.
5. A jövedelmekben a munka és a fizikai tőke része megközelítően állandó.
6. Országról országra, az egy főre jutó termelés növekedési üteme nagy eltéréseket mutat. (Kaldor [1963].)

Jánossy könyve második részében – amely az elméleti-magyarázó rész – abból a tényből, hogy a helyreállítás csak az E pontban ér véget (tehát addig a pontig tart, amíg a gazdasági fejlődés újból el nem éri trendvonalát vagy más szóval: egybeesik azzal, mintha nem is lett volna háború) – akárcsak egy egyenletből a megoldást levezethetjük – levonja azt a következtetést, hogy „a gazdasági fejlődés folyamatában feltétlenül léteznie kell valamilyen

⁵ Lásd 2. lábjegyzetünket.

⁶ Lásd például Barro–Sala-i-Martin [1995] 5. o.

olyan döntő jelentőségű tényezőnek, amely csorbíthatatlanul túléli a háborút.” (Jánossy [1966] 112. o.) Bebizonyítja, hogy

„...ez a stabil tényező maga az emberiség; nem az egyes ember, aki százezrével esik áldozatul a háborúnak, hanem az emberi társadalom, a maga teljességében, minden tapasztalatával, tudásával, ismeretével együtt. A népek – a valóban súlyos, szinte felmérhetetlen áldozatok ellenére – mind a mai napig nemcsak túléltek az összes elmúlt háborúkat (még az olyan pusztító világégést is, mint a második világháború), hanem csaknem hiánytalanul megőrizték a múltból átmentett, legfontosabb örökségüket, felhalmozott tudásukat és ismereteiket; sőt ezeket – bizonyos területeken – még gazdagították is. (...) A munkaerő, a termelőerők lényegbeli hordozója, a háború folyamán ugyan számszerűen csökken, de struktúrája, fejlettsége nemcsak fennmarad, hanem szakadatlanul tovább is fejlődik. (...) Ebből a tényből pedig *objektíven* következik, hogy a trendvonal a háború folyamán és azt követően töretlenül tovább emelkedik. Ez a következtetésünk viszont már impliciten tartalmazza azt a feltételezést, hogy *a trendvonal meredeksége végső soron a munkaerő fejlődésétől függ.*” (Uo. 112–113. o.)

Jánossy bevezet egy saját fogalmat, a *szakmastruktúra* fogalmát, amelyen „egy ország teljes munkaerő-állományának szakmák szerinti tagozódását jelenti, éspedig aszerint, hogy egy-egy szakmával hányan rendelkeznek.” (234. o.) Ez sokkal elvontabb fogalom, mint a jól ismert *foglalkozási struktúra*. A mai közgazdasági szóhasználatból élve az előbbit inkább a „humán tőke” egy fajtájának tekinthetnénk. Könyve végén Jánossy a következő négy pontban foglalja össze a legfontosabb összefüggést a szakmastruktúra-változás és a gazdasági fejlődés üteme között:

1. „Valamely ország gazdasági fejlettsége – még ha átmenetileg nem is realizálódik a termelés tényleges volumenében, vagyis csak mint megvalósítható lehetőség létezik – elsősorban az összmunkaerő mindenkori szakmastruktúrájától függ.
2. A gazdasági fejlődés elválaszthatatlanul kapcsolódik a szakmastruktúra változáshoz. A gyorsabb ütemű gazdasági fejlődés előfeltétele a szakmastruktúra gyorsabb változása.
3. Azok a korlátok, amelyek a szakmastruktúra változási sebességét behatárolják – hosszú távra – határt szabnak a gazdasági fejlődés ütemének is.
4. A szakmastruktúra változását stabilizálási tehetetlenség, vagyis a múltbeli változások hatása az elkövetkezendő évek, sőt évtizedek változásaira, alapvetően megszabja a gazdasági fejlődés trendvonalának állandóságát.

E végkövetkeztetések – jóllehet a gazdasági fejlődés összes döntő tényezőit felölelik – még mindig nem adnak választ arra az alapvető kérdésre, hogy: mitől függ végeredményben a gazdasági fejlődés üteme?” (245. o.)

Tehát levonhatjuk a következtetést, hogy Jánossy az elsők között alapozta a humán tőkére a gazdasági növekedés ütemének magyarázatát – még akkor is, ha azt a munkaerő szakmastruktúrájának hívta.

1.2. A TRENDVONAL-ELMÉLET EMPIRIKUS IGAZOLÁSA

(30 évvel később, Maddison történelmi idősorai alapján)

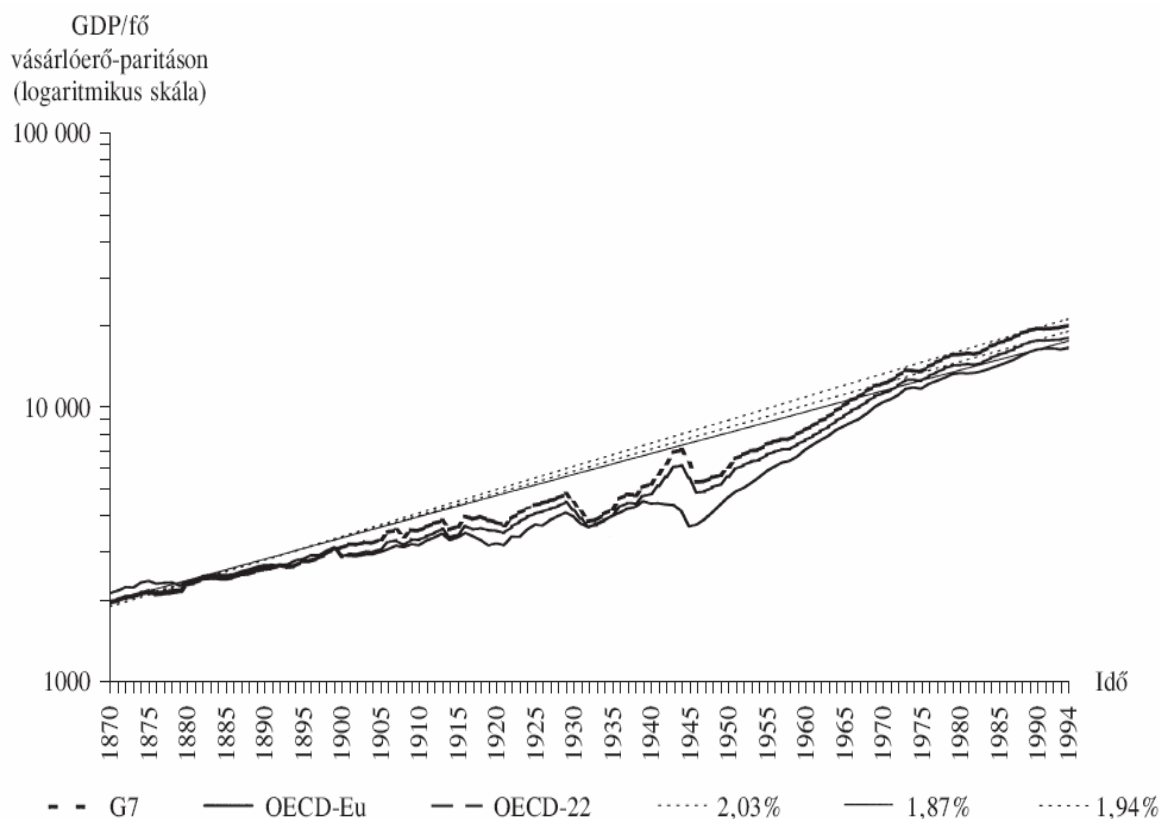
A Jánossy Ferenc által kijelölt úton, a 20. századi egy főre jutó GDP-adatok alapján 1993–1994-ben megpróbáltam választ adni arra a kérdésre, hogy a gazdasági fejlődés trendjéről szóló Jánossy-féle elmélet empirikus és leíró részében foglaltakat az addig eltelt 25 év világgazdasági történései megerősítik-e, vagy sem, és ha igen, milyen mértékben (*Tarján* [1993], [1994], [1995]).

A rendelkezésre álló OECD-adatok nagy pontossággal igazolták Jánossy számításait. Ezt abból a nem titkolt szándéktól vezérelve tettem, hogy Magyarország és a középkelet-európai régió átmeneti szakaszát Jánossy-féle helyreállítási periódusként felfogva, milyen kilátások vannak a felzárkózásra.⁷ Akkor azt a meglepő eredményt kaptam, hogy az, hogy ugyanazt az Ausztriához viszonyított pozíciót újra elérjük, amit a történelmünk során az első világháború kirobbanása előtt, nagyjából a két világháború között és végül 1970-re elértünk és tartottunk, legkorábban 2025-re sikerülhet.

1996-ban *Maddison* [1995] adatai alapján is ellenőriztem a Jánossy által – több mint harminc évvel előbb – leírt és megjósolt jelenségeket. Általában levonható az a következtetés, hogy Maddison történelmi adatsorai is nagyban megerősítik Jánossyt, sőt Maddison olyan sok országra kiterjedően ad – 1870-től napjainkig – létszám- és GDP-adatokat, hogy lehetővé válik az is, hogy olyan fontos országsoportokra is, mint a G7-ek vagy az OECD-országok, ellenőrizhetjük a trendekről szóló Jánossy-féle elmélet helyességét. Az 1.2. ábrán jól látható és érzékelhető ez a számításokkal is igazolt eredmény.

⁷ Jánossy elméletének a magyarországi piaczgazdasági átmenetre való alkalmazását lásd még Bekker [1995]-ben is.

A G7, az európai, illetve az összes OECD-ország egy főre jutó GDP-jének az alakulása (1870-1990)



1.3 NEOKLASSZIKUS NÖVEKEDÉSELMÉLET

(*Solow–Swan modellek*)

Jánossy könyvének második – elméleti-magyarázó – részét a következő bekezdéssel kezdi:

„A könyv ELSŐ RÉSZ-ében elemzett tényadatok alapján félre nem érthető módon nyilvánvalóvá vált, hogy a helyreállítási periódus végpontját a gazdasági fejlődés trendvonala határozza meg. A termelés növekedését kifejező görbe a háború után – a mélypontról kiindulva – meredeken emelkedik, de a trendvonalat elérve megtörik, mégpedig olyan élesen, mintha egy falba ütközne; a növekedésnek a helyreállítási periódusra jellemző rohamos üteme ugyanis oly mértékben csökken, hogy a termelési görbe a továbbiakban a trendvonalat követi.” (Jánossy [1966] 111. o.)⁸

Ez a tömör megfogalmazás valójában két törvényszerűséget foglal magában.

1. A termelés növekedését kifejező görbe a háború után a trendvonalat újból eléri, és a továbbiakban a trendvonalat követi. (Azaz az 1.1 ábra jelöléseivel megfogalmazva: pályája eléri az *E* pontot, majd az *EF* szakaszt követi.)

⁸ Mint azt már említettük, a közben elmúlt több mint harminc év történései Jánossyt nagyban igazolták.

2. A termelés növekedését kifejező görbe a háború után – a mélypontról kiindulva – meredeken emelkedik, de a trendvonalat elérve megtörik, mégpedig olyan élesen, mintha egy falba ütközne. (Azaz az 1.1 ábra jelölésével megfogalmazva: pályája az E pontban élesen megtörik.)

Az előbbi két törvényszerűség teljesülésének vagy nem teljesülésének vizsgálata érdekében három növekedési modellt alkalmaztunk Maddison adataira, a második világháborút követő, napjainkig tartó időszakra vonatkozóan (lásd Tarján [1997], [1998], [2000], [2002]).

A három növekedési modell a következő:

1.3.1. Solow–Swan-modell, amely a munka hatékonyságának növekedésén keresztül enged meg a technikai haladást,

1.3.2. Mankiw–Romer–Weil által módosított Solow–Swan-modell,

1.3.3. Barro–Sala-i-Martin egyszektoros, fizikai és humán tőkét alkalmazó modellje.

1.3.1. Solow–Swan neoklasszikus növekedési modellje

Még akkor is, ha Jánossy legfontosabb üzenete ma számunkra az, hogy az emberi tőkében kell keresnünk a hosszú távú gazdasági növekedés legfontosabb mozgatórugóját, érdemes feltenni a kérdést, hogy Solow és Swan neoklasszikus növekedési modellje – amely a munka termelékenységét emelve megengedi a technikai haladást – képes-e magyarázatot adni Jánossy elméletére, amelyet az elmúlt több mint harminc év empirikus tényei nagyban megerősítettek.

Ehhez vegyünk kiindulásként egy országot, amely a második világháború előtt már stabil egyensúlyi állapotban volt, és amelyben évente x százalékkal nő a technikai haladás következtében a munka termelékenysége (lásd Barro–Sala-i-Martin [1995] 39–41 o.). Ekkor Jánossy (logaritmikusan léptékben egyenes és x meredekségű) trendvonala jelenti a stabil egyensúlyi állapotot, ahol az egy főre jutó mutatók – k , y , c (rendre: tőke, termelés és fogyasztás) – a technikai haladás x nagyságú, exogén mértékével nőnek évente. Ha most feltesszük, hogy egy háború következtében a tőke, a termelés és a fogyasztás szintje hirtelen lezuhan, akkor a Solow–Swan-modell biztosítja, hogy a szintjük egy átmeneti időszak után ismét maguktól eléri a stabil egyensúlyi állapotukat, azaz más szóval a Jánossy-féle trendvonalukat. Levonhatjuk tehát a következtetést, hogy a technikai haladást is figyelembe vevő Solow–Swan-modell egy olyan országra, amely már a háború előtt stabil egyensúlyi állapotban volt, jól megmagyarázza Jánossy törvényének a legfontosabb és legmeglepőbb állítását, nevezetesen azt, hogy a háború utáni helyreállítási periódus csak akkor fejeződik be, amikor a termelés reáliákban mért szintje rátér arra a pályára, mintha nem is lett volna háború (Jánossy [1966] 17 o.)

Fontos megjegyeznünk, hogy Jánossy tételét a Solow–Swan-modell a háború méretétől és időtartamától függetlenül igazolja. Ez akkor tűnik különösen lényegesnek, amikor Jánossy törvényének (1. törvényszerűség) érvényességét nem feltétlenül csak egy háborús helyreállítás esetén kérdezzük, hanem egy olyan átmenet után is, mint amelyet a közép- és kelet-európai országok élnek át napjainkban.

Az eredeti Solow–Swan-modellben egy Cobb–Douglas-típusú termelési függvény szerepel, amely a neoklasszikus termelési függvényekre vonatkozó összes feltételt kielégíti. Az eddigi állítások természetesen minden, a neoklasszikus feltételeket kielégítő termelési függvényre igazak. Az empirikus illesztésvizsgálatokat azonban természetesen Cobb–Douglas-típusú termelési függvénnyel hajtottuk végre.⁹ E vizsgálataink a helyreállítási periódus, Jánossy által vizsgált és leírt másik fontos jellegzetességét (2. törvényszerűség) – miszerint a helyreállítás végén a növekedés üteme hirtelen, zuhanásszerűen esik vissza – nem igazolják.

1.3.2. A Mankiw–Romer–Weil-modell

Induljunk ki a Mankiw–Romer–Weil (MRW) által általánosított Solow–Swan-modellből, amelynek a termelési függvénye a következő (Mankiw–Romer–Weil [1992]).

$$Y = K^\alpha H^\beta (A L)^{1-\alpha-\beta} \quad (1.1)$$

ahol Y a termelés, K a fizikai tőke, H az emberi tőke nagysága, A a technológia színvonala és L , a munka mennyisége. Az α és β paraméterek pozitívak, és $\alpha + \beta < 1$. L és A állandó és rendre n és x évi mértékben nőnek. A termelés során egyaránt állítanak elő fogyasztási cikket vagy a tőke egyik vagy másik formáját. A tőke mindkét típusának volumene δ mértékkel csökken évente. Feltesszük, hogy a bruttó fizikai beruházás a termelés s_k -szorososa, míg az emberi tőkére fordított bruttó beruházás a termelés s_h -szorososa.

A gazdaság fejlődését a

$$\dot{k} = s_k y - (n + x + \delta) k \quad (1.2a)$$

$$\dot{h} = s_h y - (n + x + \delta) h \quad (1.2b)$$

egyenletek írják le, ahol $y = Y / AL$, $k = K / AL$, és $h = H / AL$ az effektív munka egységében vannak kifejezve. A (1.1) termelési függvény a következő intenzív formában van kifejezve:

$$y = k^\alpha h^\beta. \quad (1.1^*)$$

⁹ Mivel ez a modell a következő MRW modell speciális esete, ezért most itt eltekintünk a matematikai részletezéstől.

Helyettesítsük a (1.1) egyenletben szereplő y -t a (1.2a) és (1.2b) egyenletekbe, majd rendre osszuk el k -val és h -val, hogy megkapjuk a k és h növekedési ütemeit, amit γ_k és γ_h jelöl:

$$\gamma_k \equiv \dot{k}/k = s_k \cdot \frac{h^\beta}{k^{1-\alpha}} - (n+x+\delta), \quad (1.3a)$$

$$\gamma_h \equiv \dot{h}/h = s_h \cdot \frac{k^\alpha}{h^{1-\beta}} - (n+x+\delta). \quad (1.3b)$$

Ha k^* és h^* jelöli a stabil egyensúlyi állapotot, amely a $\gamma_k = 0$ és $\gamma_h = 0$, akkor k^* és h^* explicit formái a következők (lásd *Mankiw–Romer–Weil* [1992] 417. o.)

$$k^* = \left(\frac{s_k^{1-\beta} s_h^\beta}{n+x+\delta} \right)^{1/(1-\alpha-\beta)}, \quad (1.4a)$$

$$h^* = \left(\frac{s_k^\alpha s_h^{1-\alpha}}{n+x+\delta} \right)^{1/(1-\alpha-\beta)}. \quad (1.4b)$$

Tételezzük fel most, hogy a gazdaság a stabil egyensúlyi pályáján halad, és egy külső sokk hatás következtében – mint például egy háború – k^* elpusztul és k_1 ($k_1 < k^*$) értékre csökken, miközben h^* nem változik. Ekkor a (1.3a)-ban γ_k pozitívvá, míg (1.3b)-ben γ_h negatívvá válik. Azaz k növekszik k_1 -ből k^* felé, miközben h csökkenni kezd h^* -ból. Azt mondhatjuk következtetésként, hogy ha a sokk hatás alatt h sértetlen maradt is a stabil állapothoz történő visszatérés során, mégis egy visszaesést kell elszenvednie.

1.3.3. Új növekedéstudomány

(*Barro – Sala-i-Martin egyszektoros növekedési modellje*¹⁰)

Ebben a fejezetben egy olyan modellt tárgyalunk, amelyben a fizikai és humán tőkét egy termelési függvény szolgáltatja (innen az egyszektoros modell elnevezés). A termelés végeredménye tehát egyaránt fordítható fogyasztásra, fizikai tőke és humán tőke beruházására. Az a természetesen adódó megkötés, hogy a bruttó fizikai és humántőke-beruházás nem lehet negatív, nagyban befolyásolja a növekedési folyamatot amiatt, hogy fizikai és emberi tőke szintje között egyensúlytalanság áll be. A termelés növekedési üteme annál nagyobb, mennél inkább eltér a fizikai és humán tőke aránya a stabil egyensúlyi aránytól.

¹⁰ A modell leírását és jelölésrendszerét *Barro–Sala-i-Martin* [1995] könyvének 5. fejezetében leírt, egyszektoros modellre alapozzuk (192–203. o.), valamint az ottani 5A függelékre (224–226. o.).

A K fizikai tőke és H humán tőke Cobb–Douglas-típusú termelési függvény a következő:

$$Y = A \cdot K^\alpha H^{1-\alpha}, \quad (1.5)$$

ahol $0 \leq \alpha \leq 1$. Feltesszük, hogy a termelés végeredménye egyaránt fordítható fogyasztásra, fizikai tőke és humán tőke beruházására. Feltesszük, hogy a fizikai és humán tőke állományának az értékcsökkenési rátája¹¹ rendre δ_K és δ_H . A humán tőke értékcsökkenésébe beleértjük a gyakorlati ismeretek tiszta hasznának mindazon veszteségeit, amelyeket a szakmai tudás elavulása és az elhalálozások okoznak.

A gazdaság forrásainak a korlátja:

$$Y = A \cdot K^\alpha H^{1-\alpha} = C + I_K + I_H, \quad (1.6)$$

ahol C a fogyasztást, I_K és I_H rendre pedig a bruttó fizikai és humántőke-beruházást jelenti. A kétféle tőkeállomány változását a következő vektor-differenciaegyenlet szabja meg

$$\begin{aligned} \dot{K} &= I_K - \delta_K K \\ \dot{H} &= I_H - \delta_H H \end{aligned} \quad (1.7)$$

A szokásos hasznossági függvényt alkalmazzuk,

$$u(C) = (C^{1-\theta} - 1) / (1 - \theta), \quad \rho \text{ a diszkontráta.}$$

Az optimális szabályozásnál használt Hamilton-egyenlet a következő:

$$J = u(C) \cdot e^{-\rho t} + \nu \cdot (I_K - \delta_K K) + \mu \cdot (I_H - \delta_H H) + \omega \cdot (A \cdot K^\alpha H^{1-\alpha} - C - I_K - I_H), \quad (1.8)$$

ahol ν és μ a $\dot{K}$ és $\dot{H}$ -hoz tartozó implicit árak, és ω a (1.6) egyenlethez tartozó Lagrange-féle multiplikátor.

Nem véve tudomást az $I_K \geq 0$ és $I_H \geq 0$ megszorításokról, az elsőrendű feltételeket úgy kapjuk, hogy a J Hamilton-függvény C, I_K és I_H szerinti parciális deriváltját rendre egyenlővé tesszük nullával. Továbbá ν -t $-\partial J / \partial K$ -val és μ -t $-\partial J / \partial H$ -val egyenlővé téve, végül figyelembe véve a (1.6) egyenlet szabta költségvetési korlátot, a feltételek lényegesen leegyszerűsödnek. Az első nem más, mint a fogyasztás növekedési ütemének szokásos feltétele:

$$\gamma_C = \dot{C} / C = (1/\theta) \cdot [A\alpha \cdot (K/H)^{-(1-\alpha)} - \delta_K - \rho], \quad (1.9)$$

ahol $A\alpha \cdot (K/H)^{-(1-\alpha)} - \delta_K$ a nettó fizikai tőke határterméke.

A második feltétel azt jelenti, hogy a humán tőke nettó határterméke, $A \cdot (1-\alpha)(K/H)^\alpha - \delta_H$, egyenlő a fizikai tőke nettó határtermékével:

$$A\alpha \cdot (K/H)^{-(1-\alpha)} - \delta_K = A \cdot (1-\alpha)(K/H)^\alpha - \delta_H. \quad (1.10)$$

¹¹ Ez az egyedüli eltérés Barro–Sala-i-Martin [1995] (193. o.) modelljéhez viszonyítva, ahol a fizikai és humán tőke értékcsökkenése egyenlő $\delta = \delta_K = \delta_H$.

Ebből az egyenlőségből könnyen megkaphatjuk a kétfajta tőkekészlet arányát. Jelöljük ω^* -gal azt a K/H tőkearányt, amely kielégíti a (1.10) egyenletet.

Ebből az eredményből pedig következik, hogy a fizikai és az emberi tőke tiszta hozama a következő:

$$r^* = A\alpha \cdot (\omega^*)^{-(1-\alpha)} - \delta_K. \quad (1.11)$$

A hozadékráta állandó, mert a (1.5) termelési függvény állandó hozadékrátájú (mindkét tőkével, azaz K -val és H -val szemben). Ekkor pedig a csökkenő hozadéknak elve nem áll fenn, amikor K/H állandó (1.10), azaz amikor K és H azonos ütemben nő.

Tehát ha K/H állandó, akkor (1.9)-ből következően γ_C állandó és

$$\gamma_C = \gamma^* = \dot{C}/C = (1/\theta) \cdot [A\alpha \cdot (\omega^*)^{-(1-\alpha)} - \delta_K - \rho], \quad (1.12)$$

ahol K/H -t (1.10)-et kielégítő ω^* -gal helyettesítjük. Feltételezzük a paramétereikről, hogy $\gamma^* > 0$ teljesül.

A következő induló feltételekkel élünk a gazdaság esetében: $K(0)$ a fizikai tőke, míg $H(0)$ a humán tőke. Ha a $K(0)/H(0)$ arány eltér ω^* -tól, amit a (1.10) egyenlet szab meg, akkor azonnal a két tőkekészlet arányában az ω^* értékhez egy visszarendeződés indul meg. Ez a visszarendeződés az egyik típusú készlet növekedésével, míg a másik csökkenésével történik úgy, hogy $K+H$ állandó maradjon. Fel kell tételeznünk, hogy a beruházások irreverzibilisek, azaz a fizikai vagy humán tőke korábban keletkezett egysége nem alakítható át a másik típusú tőkébe. Feltesszük tehát, hogy $I_K \geq 0$ és $I_H \geq 0$. E megkötések tudatában újra kell gondoljuk modellünk megoldását.

Amikor $K(0)/H(0) < \omega^*$ – azaz amikor H induláskor K -hoz viszonyítva túlságosan nagy – az előző megoldás H csökkenését és K növekedését eredményezi a 0. időpontban. H véges mennyiségű csökkentésének óhaja az $I_H \geq 0$ egyenlőtlenség (egy véges időre történő) érvényesülését jelenti. Ebben az esetben a háztartások az $I_H = 0$ beruházást választják, H növekedési ütemét a $\dot{H}/H = -\delta_H$ differenciálegyenlet szabja meg, és H a

$$H(t) = H(0) \cdot e^{-\delta_H t} \quad (t = 0, \dots) \quad (1.13)$$

pályát követi.

A gazdaság szereplői észreveszik, hogy H -ból sok a készlet K -hoz viszonyítva (vagy egy háború esetén H sértetlen marad K -hoz viszonyítva), de minthogy H -t nem lehet csökkenteni (nem lehetséges negatív mennyiséget beruházni), be kell érni azzal, hogy H értéke egy exogén δ_H rátával csökken.

Ha $I_H = 0$, a háztartások optimalizálási problémáját a következő egyszerűsített Hamilton-egyenlettel írhatjuk le:

$$J = u(C) \cdot e^{-\rho t} + \nu \cdot (A \cdot K^\alpha H^{1-\alpha} - C - \delta_K K), \quad (1.14)$$

ahol ν a $\dot{K}$ szorzója (amikor $I_H = 0$) és $u(C) = (C^{1-\theta} - 1) / (1 - \theta)$. Az elsőrendű feltételek, $\partial J / \partial C = 0$ és $\dot{\nu} = -\partial J / \partial K$, a szokásos módon vezetnek a fogyasztás növekedési üteméhez:

$$\gamma_C = \dot{C} / C = (1 / \theta) \cdot [A \alpha \cdot (K / H)^{-(1-\alpha)} - \delta_K - \rho], \quad (1.15)$$

ahol $A \alpha \cdot (K / H)^{-(1-\alpha)} - \delta_K$ a nettó fizikai tőke határterméke. Ez a feltétel, és a következő költségvetési korlát

$$\dot{K} = A \cdot K^\alpha H^{1-\alpha} - C - \delta_K K, \quad (1.16)$$

valamint a

$$H(t) = H(0) \cdot e^{-\delta_H t}, \quad (1.13)$$

egyenlet meghatározzák C , K és H pályáját.

A (1.8) Hamilton-egyenlet által az $I_H \geq 0$ kényszerfeltétel mellett keressük az átmenet növekedési pályáját. Induljunk ki a következő egyenletekből:

$$Y = A \cdot K^\alpha H^{1-\alpha}, \quad (1.5)$$

$$\dot{C} / C = (1 / \theta) \cdot [A \alpha \cdot (K / H)^{-(1-\alpha)} - \delta_K - \rho], \quad (1.15)$$

$$\dot{K} / K = A \cdot (K / H)^{-(1-\alpha)} - C / K - \delta_K, \quad (1.16)$$

$$H(t) = H(0) \cdot e^{-\delta_H t}. \quad (1.13)$$

Jelölje T a stabil állapothoz való visszatérés időtartamát és κ a kibocsátásban a háború okozta kontrakció mértékét, azaz

$$Y(0) = \kappa \cdot Y(T) \cdot e^{-\gamma^* T} \quad (1.17)$$

mert a kibocsátás a nulla időpontban $Y(T) \cdot e^{-\gamma^* T}$ nagyságú lenne, ha nem lett volna háború.

A (1.10) egyenletet kielégítő stabil állapotban

$$K(T) = \omega^* \cdot H(T). \quad (1.18)$$

$K(0)$ -t megkapjuk, ha a(1.5) és (1.13)-et beírjuk (1.17)-be

$$K(0) = H(0) \cdot \omega^* \kappa^{1/\alpha} \cdot e^{-(\gamma^* + \delta_H) T / \alpha}. \quad (1.19)$$

Ha feltesszük, hogy s_t a bruttó fizikai tőke beruházási együtthatója a $t \in [0, T]$ időpontban, akkor $C(t)$ -re:

$$C(t) = A \cdot K(t)^\alpha \cdot H(t)^{1-\alpha} (1 - s_t), \quad (1.20)$$

míg C / K -ra:

$$C(t) / K(t) = A \cdot [K(t) / H(t)]^{\alpha-1} (1 - s_t) \quad (1.21)$$

formulát kapjuk.

Ezeket (1.16)-ba helyettesítve $\dot{K}/K$ -ra kapjuk, hogy

$$\dot{K}(t)/K(t) = A \cdot [K(t)/H(t)]^{-(1-\alpha)} s_t - \delta_K. \quad (1.22)$$

A $t \in [0, T]$ intervallumra a kibocsátás növekedési üteme:

$$\begin{aligned} \dot{Y}(t)/Y(t) &= \alpha \cdot \dot{K}(t)/K(t) - (1-\alpha)\delta_H = \\ &= \alpha \cdot A \cdot (K(t)/H(t))^{-(1-\alpha)} s_t - \alpha \cdot \delta_K - (1-\alpha) \cdot \delta_H. \end{aligned} \quad (1.23)$$

A $t = 0$ időpontbeli értéket (1.19)-be és a $t = T$ -hez tartozót pedig a (1.18)-ba helyettesítve kapjuk, hogy

$$\dot{Y}(0)/Y(0) = \alpha \cdot A \cdot (\omega^*)^{(\alpha-1)} \kappa^{(\alpha-1)/\alpha} \cdot e^{-(\gamma^* + \delta_H)T(\alpha-1)/\alpha} \cdot s_0 - \alpha \cdot \delta_K - (1-\alpha) \cdot \delta_H \quad (1.24)$$

$$\dot{Y}(T)/Y(T) = \alpha \cdot A \cdot (\omega^*)^{(\alpha-1)} s_T - \alpha \cdot \delta_K - (1-\alpha) \cdot \delta_H. \quad (1.25)$$

Ebből könnyen megfogalmazhatjuk annak szükséges és elégséges feltételét, hogy a intervallum két végén az kibocsátás növekedési üteme egyenlő legyen. Ez pedig:

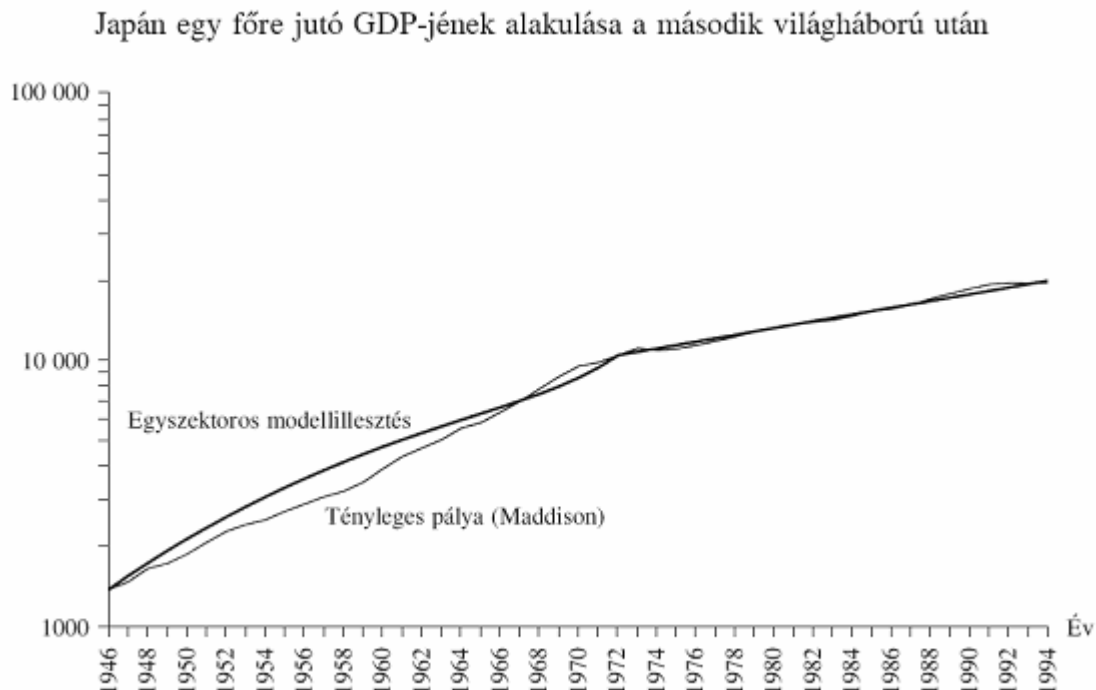
$$s_T / s_0 = \kappa^{(\alpha-1)/\alpha} \cdot e^{-(\gamma^* + \delta_H)T(\alpha-1)/\alpha}. \quad (1.26)$$

Így α -ra egy explicit formulát kaptunk:

$$\alpha = 1 + \frac{\ln(s_T / s_0)}{\ln \kappa - \ln(s_T / s_0) - (\gamma^* + \delta_H)T}. \quad (1.27)$$

Ezután numerikus integrálással megadjuk a (1.8) Hamilton-egyenlet megoldását adó pályát. Az így meghatározott görbe jól visszaadja a helyreállítási periódus azon jellegét, hogy gyors–lassú–gyors az átmenet fejlődésének a „képlete”, majd egy hirtelen törés után áll rá a gazdaság Jánossy trendvonalára.

Mivel Jánossynál is a Japán gazdasági csoda játszotta a legkiemeltebb szerepet, ezért a 3. modell Japánra vonatkozó numerikus illesztését mutatjuk be illusztrációként az 1.3 ábrán.



Alkalmazva Solow–Swan eredeti modelljének két továbbfejlesztett változatát (1. és 2. modell)– első látásra – két fontos kérdésben is ellentmondásba kerülünk Jánossyval.

Mint azt már tárgyaltuk, Jánossy abból a tényből, hogy a helyreállítási periódus csak akkor ér véget, amikor a termelés reáliákban mért színvonalára eléri azt a trendet, mintha egyáltalán nem lett volna háború (azaz más szóval az 1. törvényszerűség teljesüléséből), azt a következtetést vonja le, „hogy a gazdasági fejlődés folyamatában feltétlenül léteznie kell valamely olyan döntő jelentőségű tényezőnek, amely csorbíthatatlanul túléli a háborút.” (112. o.) Szerinte ez a stabil tényező maga a „munkaerő, a termelőerők lényegbeli hordozója”, amely „a háború folyamán ugyan számszerűen csökken, de struktúrája, fejlettsége nemcsak fennmarad, de szakadatlanul tovább is fejlődik.” (113. o.) Elméletét az általa bevezetett „szakmastruktúra” fogalommal magyarázza, amelyet ma – az új növekedélmélet tükrében – a „humán tőke” egy bizonyos formájának kell tekintenünk.

A két említett ellentmondás a következőkben fogalmazható meg.

1. A Solow–Swan-modell első továbbfejlesztett változata (1. modell) nem operál (a Jánossy által legfontosabb magyarázó változónak tekintett) humán tőkével, és mégis magyarázatot ad Jánossy 1. törvényszerűségére. A gazdaság egy átmeneti periódus után magától visszanyeri trendvonalát (stabil állapotát) akkor is, ha a K fizikai tőke és az L munka akármilyen mértékben is változik a háború során.

2. A Solow–Swan-modell második továbbfejlesztett változata (2. modell) ugyan már számításba veszi a H humán tőkét, de az empirikus adatok illesztése mégis rosszabb eredményhez vezet a 2. törvényszerűség teljesülése szempontjából, mint az előbbi esetben, amely mint mondtuk, nem használ humán tőkét.

Az első ellentmondás feloldása abban áll tehát, hogy egy egyszerű, a szokásos neoklasszikus tulajdonságokkal rendelkező termelési függvény létezését tételezzük fel, amely az Y termelést a K fizikai tőke és az L munka mint a két legfontosabb termelési tényező függvényében adja meg. Tehát csak azt kell feltételezni, hogy az említett termelési függvény típusa és paraméterei „sértetlenek” maradnak a háború folyamán. Ekkor, ha egy ország már egyszer a stabilitás állapotában volt a háború előtt, és a K fizikai tőke és az L munka akármilyen nagy mértékben is változik a háború során, akkor az 1. (Solow–Swan) modell biztosítja, hogy egy átmeneti periódus után magától visszanyeri stabil állapotát, azaz a Jánossy-féle trendvonalát. Így tehát Jánossyval ellentétben ahelyett, hogy azt tételeznénk fel, hogy az egyik termelési tényező (munkaerő, szakmastruktúra vagy humán tőke) „sértetlen” marad a háború folyamán, egy magasabb szinten azt tételezzük fel, hogy függvényük, a termelési függvény marad „sértetlen” a háború alatt és után, és ugyanazt a trendvonalakra vonatkozó tételt kapjuk, mint Jánossy. Más szóval egy sokkal általánosabb tételhez jutottunk, mint ő.

Jegyezzük meg, hogy a Solow–Swan-modell két továbbfejlesztett változata (1. és 2. modell) közül egyik sem tükrözi vissza Jánossy 2. törvényszerűségét, miszerint a helyreállítás végén a növekedés üteme ugrásszerűen, hirtelen esik vissza. Ez a mérték az OECD-országokra vonatkozóan a visszaesést megelőző ütem fele, míg Japán esetében csaknem a harmada. Ezt a jelenséget jól leírta Jánossy, és fontos szerepet játszott elméletében. Ezzel tehát adós marad a Solow–Swan-modell mindkét változata (1. és 2. modell). Ennek kapcsán pedig azt az általánosan érvényes empirikus tényt kell megjegyeznünk, hogy az átmeneti periódus végén a beruházások hirtelen visszafogása szoros összefüggésben van a növekedés esésével, miközben Solow–Swan modell mindkét itt tárgyalt változata állandó beruházási hányaddal dolgozik.

A másik ellentmondást csak a 3. – Barro–Sala-i-Martin-féle – modell segítségével sikerült feloldani. Ugyanis a két Solow–Swan-modellben a növekedési ütem a helyreállítás befejezésének közeledtével folyamatosan csökkenve tart a stabil állapot növekedési üteméhez, azaz másként kifejezve: rásimul a Jánossy-féle trendvonalra, és így a 2.

törvényszerűség nem teljesül. Mindez még „simábban” történik, amikor a H humán tőkét, mint harmadik termelési tényezőt be vesszük a Mankiw–Romer–Weil szerzőhármas által módosított Solow–Swan-modell termelési függvényébe. A 3. modell esetében a megoldás egy Hamilton-pálya, amely már egy határozott törés után tér vissza a stabil állapotot jelentő Jánossy-féle trendvonalhoz. Itt a termelési függvényben csak a K fizikai és a H humán tőke szerepel. Ez egy olyan modell, ahol a humán tőke fontos szerepet játszik, és a növekedési pályát egy töréspont vágja szét két jól elkülönülő szakaszra aszerint, hogy az átmeneti szakaszban vagyunk-e, vagy már a stabil állapotban. Mivel sem a fizikai, sem pedig a humán tőke esetén nem beszélhetünk negatív beruházásról, ezért a Barro–Sala-i-Martin-modell megoldását adó Hamilton-pálya kijelölésében az $I_H \geq 0$ megszorításnak döntő szerepe van, majd a trendvonal elérése után hirtelen mindez feleslegessé válik. Ez okozza a törést a pálya alakulásában. Ebben a modellben a beruházási hányad endogén változó, és nem exogén konstans, mint az előző két Solow–Swan-modellben volt.

Találtunk tehát egy egyszerű modellt (Jánossy elméletének magyarázatában ez szinte egy íratlan aranyszabály), amely esetén a megoldást adó növekedési pálya úgy törik, ahogy azt az empirikus tények megkövetelik. Azt mondhatjuk tehát, hogy a növekedési pálya törése a modell „belső” természetéből fakad.

Az új növekedésmeléttel kapcsolatban mondanivalónkat a következőképpen foglalhatjuk össze: ha a neoklasszikus növekedésmélet legújabb endogén modelljeit próbáljuk összevetni Jánossy elméletével, akkor ezek a modellek már nemcsak Jánossy azon törvényét igazolják, miszerint a helyreállítási periódus akkor ér véget, amikor a termelés színvonala ismét eléri azt a trendet, mintha egyáltalán nem lett volna háború, hanem azt a másik fontos törvényét is, hogy a gazdaság erre a trendvonalra egy határozott törést követően tér rá.

A neoklasszikus megközelítés esetén tehát ahelyett, hogy azt tételeznénk fel, hogy az egyik termelési tényező (munkaerő, szakmastruktúra vagy humán tőke) „sértetlen” marad; egy magasabb szinten azt tételezzük fel, hogy függvényük, a termelési függvény marad „sértetlen” a háború alatt és után, és ugyanazt a trendvonalakra vonatkozó tételt kapjuk, mint Jánossy. Más szóval egy sokkal általánosabb tételhez jutottunk, amely lehetővé teszi, hogy Jánossy törvényét ne csak a háborút követő helyreállítási periódusokra, hanem olyan átmentre is alkalmazzuk, mint amelyet most élnek át a volt szocialista országok gazdaságai. A makrogazdaság útját leíró Hamilton-pálya első szakasza egy enyhén S -alakú ciklikus pálya, amelynek a matematikai tulajdonságai – amplitúdójuk és inflexiós pontjaik – keresése segíthet annak előrevetítésében, hogy a rendszerváltást követő 20-25 éves tranzíciós pályája miként fog alakulni.

Végül talán érdemes megemlíteni, hogy egy átfogó, növekedésméleti tárgyú Ph.D. dolgozat (Ligeti Zsombor [2002]), a Jánossy-féle trendelméletet a fenti endogén modell, és az ebben a fejezetben található Jánossy-ismertetés alapján tárgyalja.¹²

2. A TECHNIKAI HALADÁS ÉS INNOVÁCIÓ, MINT A GAZDASÁGI FEJLŐDÉS VALÓDI HORDOZÓJA

A növekedésméletben a technikai haladás önálló termelési tényezőként való megjelenítése Arrow [1962] „*learning-by-doing*” hipotézisével kezdődik. – Hasonló jelenséget Jánossy [1966] is vizsgál, mégpedig könyvének „A gép, mint az ember tanítómestere” című alfejezetében. – Ezen új termelési tényező, az un. „*technológiai határ*” fogalmának bevezetésével (Nelson-Phelps [1966]), valamint az un. schumpeteri „*teremtő rombolás*”-t alkalmazó tényezőszabályozással (Aghion-Howitt [1992]) válik az endogén növekedésmélet egyik legfontosabb kutatási ágává. Ezt az ágat a termékek minőségét javító modellek alkotják, amit röviden schumpeteri növekedésméletnek nevezünk, míg a másik Romer [1990] termékválaszték-modellje, amelyben az aggregált termelékenység a termékválaszték mértékének függvénye. „A technológia állapotának a termékválaszték számával történő azonosítása, természetesen metaforaként tekintendő; amely a technikai haladás egy aspektusát választja ki és ezáltal a hosszú-távú növekedés vizsgálatának egy kezelhető keretét adja.”¹³ A termékek minőségi javulásán alapuló modellek „egy másik metaforával élnek, amelyben a haladás egy adott termékválaszték minőségjavulásában jelenik meg.”¹⁴ Ez utóbbi megközelítés az előbbi kiegészítőjeként tekinthető. A jelen fejezetünkben tárgyalt modellekhez mindkettőtől kölcsönzünk modellelemeket és érveléseket.

Vegyük tehát (Y), az egy főre eső kibocsátás egy Cobb-Douglas típusú termelési függvényét, ahol az un. „*aggregált termelékenységi paraméter*” (A) az egyik, míg az egy főre eső fizikai + humán tőkét magába foglaló (K) pedig a másik termelési tényező

$$(2.0) \quad Y = A^{(1-\alpha)} \cdot K^{\alpha}$$

(ahol $0 \leq \alpha \leq 1$), amely így állandó skálahozadékot mutat mindkét tényezőjében.

Az Y kibocsátás mind fogyasztásra mind a fizikai+humántőke beruházásra fordítható. Feltesszük, hogy az összetett fizikai+humán tőke évente δ_K rátával értéktelenedik.

¹² Ligeti Zsombor [2002] 110. o. „Tarján Tamás [1998; 2000] ... Eredményei két szempontból érdekesek számunkra. Egyrészt összeköti a Jánossy-féle trendvonalakat a modern növekedésmélettel. A Tarján modell már jó empirikus illeszkedést mutat, azaz követni tudja a felzárkózási pálya törését. Másrészt azért érdekes, mert a termelési függvény $\square$ paramétere (a tőkeállomány kitevője), mint endogén paraméter jelenik meg. Így Tarján cikkének számunkra legfontosabb eredménye az, hogy még a gazdaságilag legfejlettebb országok II. Világháború utáni egyenletes fejlődése sem írható le egy neoklasszikus (rögzített paraméterű) termelési függvénnyel. Problémát jelent azonban, hogy a paraméterek közgazdaságilag nehezen értelmezhető értékeket vesznek fel.”

¹³ Idézet Barro, R. J.–Sala-I-Martin, X. [1995] 213. o.

¹⁴ Ld. uo.

A gazdaság forráskorlátja tehát

$$(2.1) \quad Y = A^{(1-\alpha)} \cdot K^\alpha = C + I_K$$

$$(2.2a) \quad \dot{K} = I_K - \delta_K K$$

ahol I_K a bruttó beruházás a fizikai+humán tőkébe.

2.1. AZ AGGREGÁLT TERMELÉKENYSÉGI PARAMÉTER-SZABÁLYOZÁSOK ÁTTEKINTÉSE

Vizsgálatunk középpontjában álló, *Aghion-Howitt* [1992] tényezőszabályozással rokon, legismertebb szabályozások időrendben a következők:

a) *Arrow* [1962]:

$A = Z K^\theta$, ahol θ egy pozitív kitevő. Ekvivalens megfogalmazásban:

$$\dot{A} = \theta (\dot{K}/K) A + \gamma A, \quad 0 < \theta < 1, \quad \text{ahol } \gamma (\equiv \dot{Z}/Z).$$

b) *Nelson-Phelps* [1966]:

$\dot{A} = f(h)(\bar{A} - A)$, ahol $\bar{A}$ a technológiai határt jelenti, amely önmagától nő időben valamilyen exogén ütemmel és h az ország humán tőkeállománya.

c) *Conlisk* [1967]:

$$\dot{A} = a_0 A + a_1 Y/L; \quad a_0, a_1 > 0.$$

d) *Aghion-Howitt* [1992]

$$\dot{A} = \mu_n (\gamma - 1) A + \mu_m (\bar{A} - A), \quad \text{ahol } \bar{A} \text{ a technológiai határt jelenti.}$$

e) *Benhabib-Spiegel* [1994]:

$$\dot{A} = f(h)(\bar{A} - A) + g(h)\gamma A, \quad \text{ahol } \bar{A} \text{ a technológiai határ és } h \text{ a humán tőkeállománya.}$$

f) *Villanueva* [1994] módosított Arrow modellje:

$$\dot{A} = \theta (K/L) + \gamma A, \quad \theta > 0.$$

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy a fenti b) – f) tényezőszabályozások esetén az A , aggregált termelékenységi paraméter, $\dot{A}$ változása az alábbi – kissé általánosabban felírható – törvény alapján zajlik:

$$(2.2b) \quad \dot{A} = A \cdot Z; \quad \text{ahol } Z \equiv Z(A, K)$$

A fenti tényezőszabályozásokkal kapcsolatosan két következtetést tartunk fontosnak: 1) Az előbbi, Humán Tőke fejezetben tárgyalt modell és a jelen fejezetben ismertetett a) – f) szabályozások közül, a *technológia határral* szabályzó három b), d) és e) modellek azonoságát/hasonlóságát; 2) Ha a fenti Z nem függ K -től (tehát csak A -tól, azaz $\partial Z(A, K)/\partial K \equiv 0$), akkor az $\dot{A} = A \cdot Z(A)$ differenciálegyenlet $A(t)$ megoldáspályája K alakulásától függetlenül (így persze pl. Y -étől is), autonóm módon alakul. Ha még azt is feltesszük, hogy $Z(A) \geq x$,

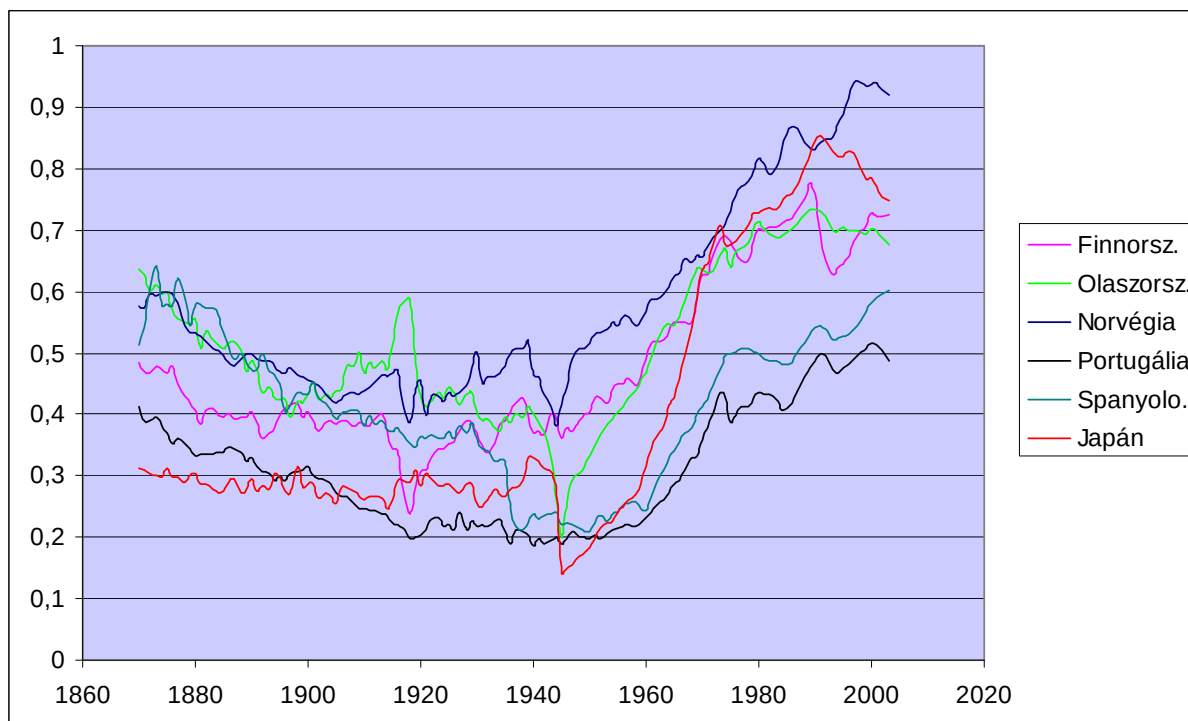
akkor bizonyítható¹⁵, hogy az y pálya nem lehet *S-alakú*, mint azt a hosszú-távú történelmi statisztikai tények a követő országokra, kivétel nélkül mutatják. Ebből következően az új endogén növekedésméletben a megkerülhetetlen sarokkőnek számító *Aghion-Howitt*-modell sem képes az *S-alakú* jelleg visszaadására, hiszen csak monoton³ növekvő y pályán ($\gamma_y > 0$) képes a „*steady state*”-be eljutni. Ezután olyan új szabályozást ajánlunk, amely szerves folyománya az ismertetett a) – f) szabályozásoknak, és már képes - mint azt majd látni fogjuk - a technológiai vezetővel normált, *S-alakú* $y \equiv Y/Y_{us}$ növekedési pályák modellezésére.

Az *S-alakú* pálya fogalmának könnyebb megértéséhez tekintsük az alábbi három ábrát, ahol *Maddison* [2003] által PPP-ben adott GDP/fő adatok alapján, 17 követő OECD-országra mutatjuk be az USA trendjével normált tényadatokat alakulását három csoportban, aszerint, hogy 1870-ben az USÁ-hoz viszonyítva honnan indultak, mennyire szegények voltak. A fent már idézett *S-alakú* jelleg az induláskor az USÁ-nál több, mint 30%-al szegényebb OECD országokra (lásd a 2.1.a ábrát) a legkarakteresebb, oly annyira, hogy az első száz évben még csak egy tisztán *U-alakot* írhatnak le. Mind a hat ország egy sávban, szinte párhuzamosan halad, ebben kivételt csak Japán képez; a legszegényebbként startolt s a legjobbak között végez.

2.1.a ábra

1870-ben az USÁ-nál több, mint 30%-al szegényebb OECD országok

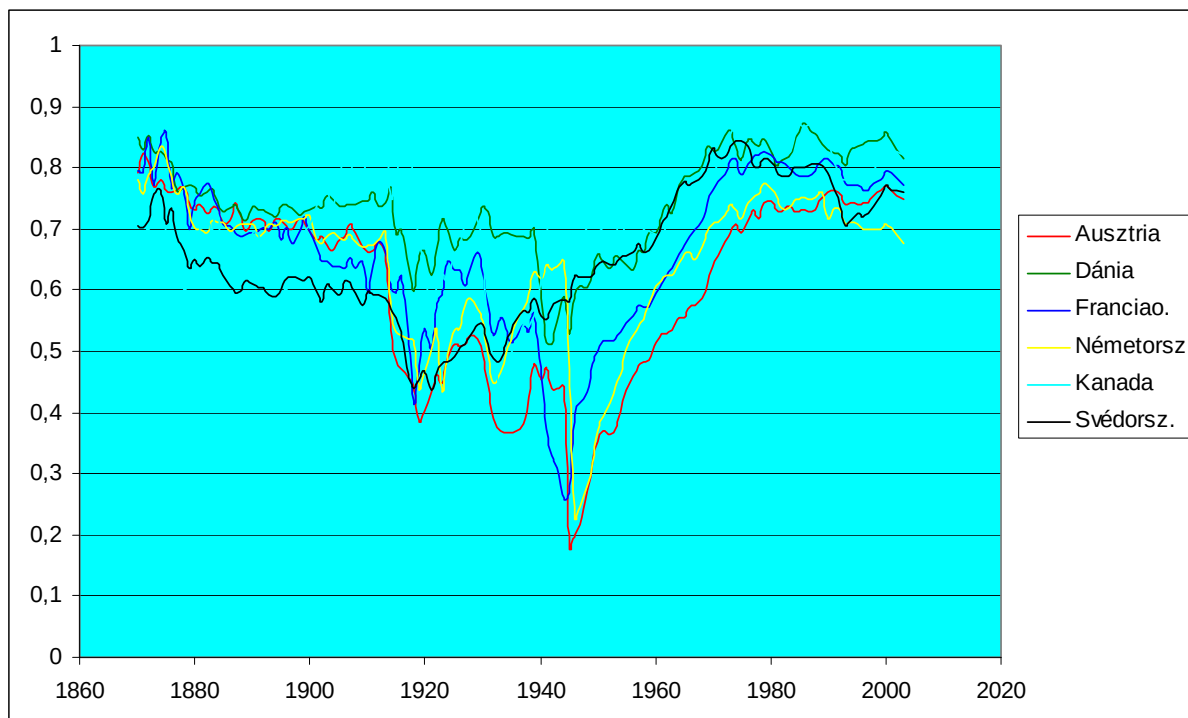
$y \equiv Y/Y_{us}$ tényadatok



¹⁵ A bizonyítást lásd később a 2.3. alfejezetben.

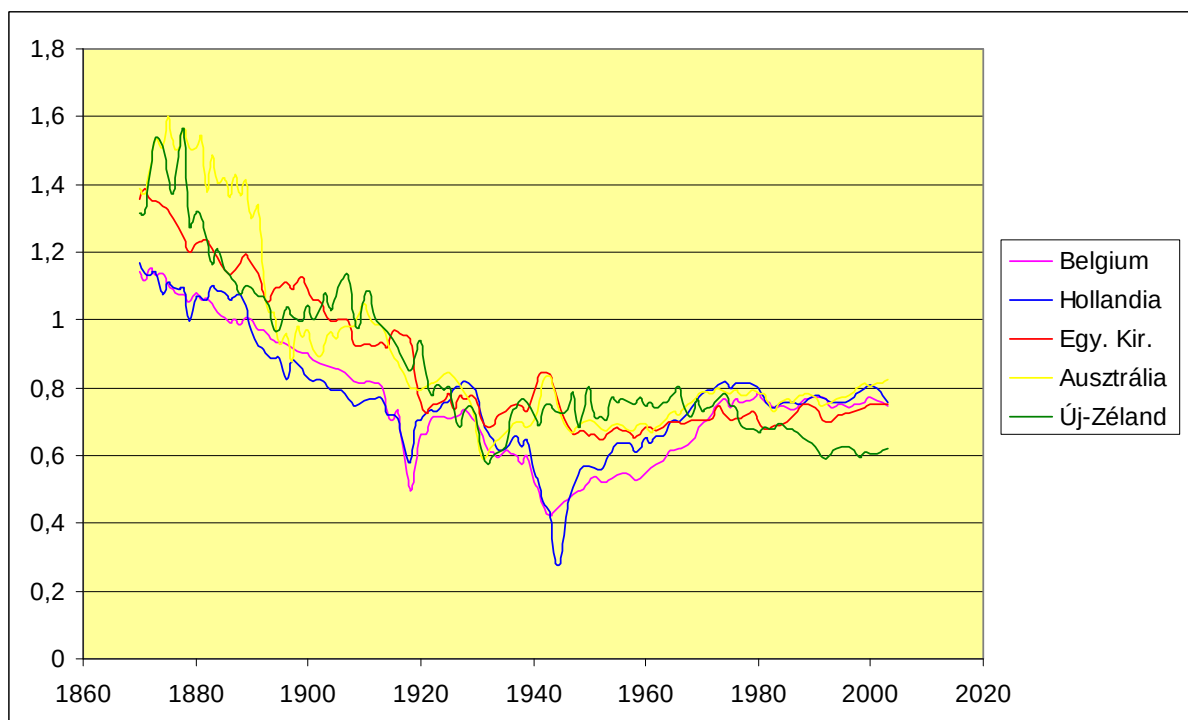
2.1.b ábra

1870-ben az USA-nál 10–30%-al szegényebb OECD országok $y \equiv Y/Y_{us}$ tényadatok



2.1.c ábra

1870-ben az USA-nál gazdagabb OECD országok $y \equiv Y/Y_{us}$ tényadatok



- 1) Ha az $\bar{A}$ technológiai határral szabályzó három b), d) és e) esetet a Humán Tőke fejezet (1.6)-(1.7) modellegyenleteivel vetjük össze úgy, hogy ott a H humántőkét az itteni technológiai haladás A állapotváltozójaként¹⁶ feleltetjük meg, akkor I_A és δ_A alkalmas megválasztásával szinte ugyanazt a modellt kapjuk, csak nem H -ra, hanem A -ra¹⁷. Az egyedüli eltérés az, hogy az (1.6) egyenletben, ami $Y = A \cdot K^\alpha H^{(1-\alpha)} = C + I_K + I_H$, a jobboldali harmadik: I_H tag nem szerepel. Az eltérés szavakban kifejezve azt jelenti, hogy a H humántőke az Y kibocsátásból I_H nagyságú humántőke-beruházást használ fel, míg az A technológiai haladás mindezt a saját kibocsátásának felhasználása nélkül, költségmentesen, „mannaként” kap, midőn adaptálja a már fejlettebb, máshol már kitalált technológiákat; így az ott már harmadik tagként, a felhasználás egyenlegében nem szerepel.
- 2) Az *Aghion-Howitt* tényezőszabályozásától eltekintve ahol, mint látható, $\dot{A}$ csak az A -tól s annak határától, $\bar{A}$ -tól függ, a többi esetben $\dot{A}$ függött még, $\dot{K}/K$ -tól, h -tól, Y/L -tól s végül K/L -tól. Tehát abban, hogy a technológia változása, $\dot{A}$, az Y kibocsátástól függ, *Conlisk* [1967] óta nincs újdonság, mi most csak azt tesszük hozzá, hogy a követők Y kibocsátásának is létezik egy közös $\bar{Y}$ határa¹⁸, és hogy az egy főre eső Y kibocsátásuk az adott követő termék-választék mértékének egy lehetséges proxija, akkor *Romer* és *Aghion-Howitt* metaforájához hasonló érveléssel, az alábbi tényezőszabályozáshoz, az un. „ $\bar{Y}$, kibocsátási határtól mért, inverz távolság”-gal való szabályozáshoz jutunk:

$$(2.3) \quad \dot{A} = (\gamma-1) A + q(\bar{Y}/Y - 1) A,$$

ahol $(\gamma-1)$ a saját innovációból eredő termelékenységnövekedés, míg $q(\bar{Y}/Y - 1)$ pedig az imitációból. „Az előbbi esetben az ország élenjáró innovációt végez, amely biztosítja és javítja az élenjáró technológiát iparágában. Az utóbbi esetben az innováció csak imitálja/adaptálja a már máshol kifejlesztett technológiát.”¹⁹

¹⁶ Amit *Aghion-Howitt* [2006] még szabatosabban „aggregált termelékenységi paraméternek” nevez.

¹⁷ b) *Nelson-Phelps* esetében $I_A \equiv f(h) \bar{A}$ és $\delta_A \equiv f(h)$

d) *Aghion-Howitt* esetében $I_A \equiv \mu_m \bar{A}$ és $\delta_A \equiv \mu_m - \mu_n (\gamma-1)$

e) *Benhabib-Spiegel* esetében $I_A \equiv f(h) \bar{A}$ és $\delta_A \equiv f(h) - g(h)\gamma$

¹⁸ Jegyezzük meg, hogy míg az $\bar{A}$ technológiai határ általában a technológiai vezető A_{us} együtthatóját (aggregált termelékenységi paraméterét) jelenti, addig a követők Y kibocsátásainak közös, $\bar{Y}$ határa azt is megengedjük, hogy eltérjen a technológiai vezető, Y_{us} kibocsátásától.

¹⁹ Lásd *Aghion, P. – Howitt, P. [2006] 7.o.*

Az utóbbi, un. „kibocsátási határtól mért, inverz távolság”-gal történő tényezőszabályozást egy másik érveléssel is származtathatjuk²⁰:

Vegyük a követők Y kibocsátásának és az Y_{us} -hoz viszonyított szokásos $y \equiv Y/Y_{us}$ hányadosát. Ha most egy tetszőleges ν ($y \leq \nu \leq 1$) arányt tekintünk, amely y -hoz képest épp (ν/y) -szoros termékválasztékkal, azaz ennyiszor nagyobb – termékválasztékban is megtestesülő – technológiai tudással rendelkezik, akkor a fejlettebbek összes többlettudása az $[y, 1]$ szakaszon

$$\int_y^1 \frac{\nu}{y} d \ln \nu = \int_y^1 \frac{\nu}{y\nu} d\nu = \left[\frac{\nu}{y} \right]_y^1 = \frac{1}{y} - 1$$

$(1/y - 1)$; persze még azt is feltételeztük, hogy az ilyen y -nál fejlettebb, ν technológiájú országok és régiók folyamatosan és logaritmikus léptékben egyenletesen helyezkednek el a $[y, 1]$ -ben. Végül feltesszük, hogy az imitációból származó, időegységre eső, $\dot{A}/A$ termelékenységnövekedés a fenti $(1/y - 1)$ nagyságú integrállal arányos, egy alkalmas q állandó együttható segítségével. Jelölje $(^*)$ a továbbiakban, a máshol is szokásos módon, a különböző változók „steady state”-beli állapotát. A $q = (\gamma - 1)/(1/y^* - 1)$ választással épp (2.3)-hoz jutunk.

$$\dot{A}/A = q(1/y - 1) = q(1/y^* - 1) + q(1/y - 1/y^*) = (\gamma - 1) + (q/y^*)(y^*/y - 1)$$

Fontosnak tartjuk megjegyezni, hogy az ez utóbbi származtatásnak az a plusz elméleti előnye, hogy míg az *Aghion-Howitt* tényezőszabályozás esetén mind a saját innovációból, mind pedig az imitációból eredő termelékenységnövekedés feltételezésére is szükség van; addig az utóbbinál a követőkről elég azt feltenni, hogy csak imitálnak/adaptálnak, ha a technológiai vezetőtől kellően távol és párhuzamosan van a „steady state”-jük. A tényadatok alapján mindez az USA, mint technológiai vezetőhöz számítva a 70-80%-os szintre tehetők.

2.2. RAMSEY-FÉLE OPTIMALIZÁLÁS

Most pedig hajtsuk végre az ismert *Ramsey*-féle²¹ optimalizálást, a (2.1), (2.2a) és az általunk kissé általánosított (2.2b) rendszerre:

$$U \equiv \int_0^\infty u(C) e^{-\rho t} dt = \max.$$

Ekkor a Hamilton egyenlet (nulla népességnövekedést feltételezve) az alábbi:

$$(2.4) \quad J = u(C) e^{-\rho t} + \nu(Y - C - \delta_K K) + \mu A \cdot Z;$$

²⁰ Jegyezzük meg, hogy egy hasonló tényezőszabályozást alkalmaztunk már egy naiv várakozású fogyasztásoptimalizálással párosítva a Csillik-Tarján [2007] cikkben, lásd 251. o.

²¹ Ramsey, F. P. [1928]

ahol ν és μ rendre a $\dot{K}$ és $\dot{A}$ árnyékárai. A szokásos hasznossági függvényt alkalmazva,

$$u(C) = (C^{1-\theta} - 1)/(1 - \theta).$$

Az elsőrendű feltételt a szokásos módon véve kapjuk, ha a J Hamilton függvény C szerinti deriváltját nullával, valamint a két árnyékár $\dot{\nu}$ és $\dot{\mu}$ idő szerinti deriváltjait pedig rendre $-\partial J/\partial K$ -val és $-\partial J/\partial A$ -val tesszük egyenlővé, felhasználjuk az (2.1) költségvetési korlátot is.

$$\partial J/\partial C = C^{-\theta} e^{-\rho t} - \nu = 0 \Rightarrow \nu = C^{-\theta} e^{-\rho t} \Rightarrow C = (\nu e^{\rho t})^{-1/\theta}$$

$$-\partial J/\partial K = \nu(\delta_K - \alpha Y/K) - \mu \partial(A \cdot Z)/\partial K = \dot{\nu};$$

$$-\partial J/\partial A = -\nu(1 - \alpha) Y/A - \mu \partial(A \cdot Z)/\partial A = \dot{\mu};$$

A K -ra, A -ra, ν -re és μ -re vonatkozó 4 változós differenciál-egyenletrendszer tehát a következő:

$$(i) \quad \dot{K} = Y - \delta_K K - C$$

$$(ii) \quad \dot{A} = A \cdot Z;$$

$$(iii) \quad \dot{\nu} = \nu(\delta_K - \alpha Y/K) - \mu \partial(A \cdot Z)/\partial K;$$

$$(iv) \quad \dot{\mu} = -\nu(1 - \alpha) Y/A - \mu \partial(A \cdot Z)/\partial A;$$

Vezessük be a $k \equiv K e^{-xt}$, $a \equiv A e^{-xt}$ és $\eta \equiv \mu/\nu$, valamint a $\partial_A \equiv \partial(A \cdot Z)/\partial A$, $\partial_K \equiv \partial(A \cdot Z)/\partial K$ jelöléseket, ekkor $\dot{K} = (\dot{k} + kx) e^{xt}$, $\dot{A} = (\dot{a} + ax) e^{xt}$, $\dot{\mu} = \dot{\eta}\nu + \eta\dot{\nu}$ majd az $y \equiv Y e^{-xt}$ jelöléssel

$$(o) \quad y = a^{1-\alpha} \cdot k^\alpha \text{ is fennáll, (2.o) alapján. Végül legyen}$$

$$(c) \quad c \equiv C e^{-xt} \Rightarrow \nu = c^{-\theta} e^{-(\rho+\theta x)t} \Leftrightarrow c = \nu^{-1/\theta} e^{-(\rho/\theta+x)t}$$

$$(i) \Rightarrow (\dot{k} + kx) e^{xt} = Y - \delta_K K - C \Rightarrow$$

$$(i') \quad \dot{k} = y - (\delta_K + x)k - c$$

$$(ii) \Rightarrow (\dot{a} + ax) e^{xt} = a Z e^{xt}; \Rightarrow$$

$$(ii') \quad \dot{a} = a(-x + Z);$$

$$(iii) \Rightarrow \dot{\nu}/\nu = \delta_K - \alpha Y/K - \eta \partial_K = -\theta \dot{c}/c - \theta x - \rho; \Rightarrow$$

$$(iii') \quad \theta \dot{c}/c = \alpha y/k - \delta_K - x\theta - \rho + \eta \partial_K;$$

$$(iv) \Rightarrow \dot{\eta}\nu + \eta\dot{\nu} = -\nu(1-\alpha)Y/A - \eta\nu\partial_A; \Rightarrow$$

$$(iv') \quad \dot{\eta} = -(1-\alpha)y/a - \eta(\partial_A + \delta_K - \alpha y/k - \eta \partial_K);$$

Összefoglalva: k -ra, a -ra, c -re és η -ra, egy négy-ismeretlenes differenciálegyenlet-rendszert kapunk, ahol y nem ötödik változó, hanem az y helyébe mindig a (o) egyenlet által megszabott alak értendő, valamint a *reál megtérülési ráta* szokásos jelölésével sem egy újabb változó, hanem az $r \equiv \alpha y/k - \delta$ kifejezést jelenti:

$$\begin{aligned}
(\text{o}^*) \quad & y = a^{1-\alpha} \cdot k^\alpha \\
(\text{i}^*) \quad & \dot{k} = y - (\delta_K + x)k - c \\
(\text{ii}^*) \quad & \dot{a} = a(-x + Z); \\
(\text{iii}^*) \quad & \theta \dot{c}/c = r - x\theta - \rho + \eta \partial_K; \\
(\text{iv}^*) \quad & \dot{\eta} = -(1-\alpha)y/a + \eta(r - \partial_A) + \eta^2 \partial_K;
\end{aligned}$$

A fenti differenciálegyenlet-rendszer megoldásánál két esetet kell megkülönböztetnünk:

a) Ha $\partial_K \equiv \partial(A \cdot Z)/\partial K = 0$, akkor (iii*) alapján a fogyasztásra az ún. *Keynes-Ramsey* szabály áll fenn.²²

b) Ha viszont $\partial_K \equiv \partial(A \cdot Z)/\partial K \neq 0$, akkor a fenti (iv*) differenciálegyenletet megoldva η -ra és behelyettesítve (iii*)-ba, a differenciálegyenlet-rendszer az (i*)–(iii*)-ra redukálódik.

Bevezetve a $B \equiv (r - \partial_A)$ jelölést:

$$\begin{aligned}
\dot{\eta} &= -(1-\alpha)y/a + \eta B + \eta^2 \partial_K = \\
&= \partial_K \{ \eta + 0.5[B + (B^2 + 4\partial_K(1-\alpha)y/a)^{0.5}]/\partial_K \} \{ \eta + 0.5[B - (B^2 + 4\partial_K(1-\alpha)y/a)^{0.5}]/\partial_K \}
\end{aligned}$$

szeparálva, s mindkét oldalt integrálva

$$\begin{aligned}
\int_0^t - (B^2 + 4\partial_K(1-\alpha)y/a)^{0.5} dt &= \int_{\eta_0}^{\eta} d\eta / \{ \eta + 0.5[B + (B^2 + 4\partial_K(1-\alpha)y/a)^{0.5}]/\partial_K \} - \int_{\eta_0}^{\eta} d\eta / \{ \eta + 0.5[B - \\
&(B^2 + 4\partial_K(1-\alpha)y/a)^{0.5}]/\partial_K \} \\
\eta \partial_K &= 0.5 \{ [B + (B^2 + 4\partial_K(1-\alpha)y/a)^{0.5}] \{ \eta_0 + 0.5[B_0 - (B_0^2 + 4\partial_{K_0}(1-\alpha)y_0/a_0)^{0.5}]/\partial_{K_0} \} - \\
&\exp[\int_0^t - (B^2 + 4\partial_K(1-\alpha)y/a)^{0.5} dt] [B - (B^2 + 4\partial_K(1-\alpha)y/a)^{0.5}] \{ \eta_0 + 0.5[B_0 + (B_0^2 + 4\partial_{K_0}(1- \\
&\alpha)y_0/a_0)^{0.5}]/\partial_{K_0} \} \} / \{ \eta_0 + 0.5[B_0 - (B_0^2 + 4\partial_{K_0}(1-\alpha)y_0/a_0)^{0.5}] - \{ \eta_0 - 0.5[B_0 + (B_0^2 + 4\partial_{K_0}(1- \\
&\alpha)y_0/a_0)^{0.5}] \} \exp[\int_0^t - (B^2 + 4\partial_K(1-\alpha)y/a)^{0.5} dt] \}
\end{aligned}$$

Vezessük be a tőke/kibocsátás hányadosra a $\kappa \equiv K/Y = k/y$ jelölést.

A fenti (o*) – (iv*) egyenletek a „*steady state*”-ben az alábbi (o*) – (iv*) alakúak:

$$\begin{aligned}
(\text{o}^*) \quad & y^* = a^{*1-\alpha} \cdot k^{*\alpha} \\
(\text{i}^*) \quad & 0 = 1/\kappa^* - \delta_K - x - c^*/\kappa^* \Rightarrow c^* = 1 - \kappa^*(\delta_K + x) \\
(\text{ii}^*) \quad & Z^* = x; \\
(\text{iii}^*) \quad & 0 = r^* - x\theta - \rho + \eta^* \partial_K^* \Rightarrow \theta = \{r^* - \rho + \eta^* \partial_K^*\}/x; \\
(\text{iv}^*) \quad & 0 = -(1-\alpha)\kappa^{*\alpha/(1-\alpha)} + \eta^*(r^* - \partial_A^*) + \eta^{*2} \partial_K^*;
\end{aligned}$$

A fenti egyenletekből a k , a , c és η , „*steady state*”-beli értékei meghatározhatók:

$k^* = y^* \kappa^*$; $a^* = y^* \kappa^{*-\alpha/(1-\alpha)}$; $c^* = 1 - \kappa^*(\delta_K + x)$. η^* meghatározása pedig a következő:

²² Lásd pl. Barro–Sala-I-Martin [1995] 65. o. (2.10) egyenletet, ami a mostani jelöléseinkkel átírva: $\dot{c}/c - x = (r - \rho)/\theta$ alakú.

Ha $\partial_K^* \equiv [\partial(A \cdot Z)/\partial K]^* \neq 0$, akkor másodfokú egyenletet kaptunk η^* -ra:

$$\eta^* = 0.5 \{ \partial_A^* - r^* \pm [(r^* - \partial_A^*)^2 + 4 \partial_K^* (1 - \alpha) \kappa^{*\alpha/(1-\alpha)}]^{0.5} \} / \partial_K^*$$

Ha viszont $\partial_K^* = 0$, akkor elsőfokú egyenletet kaptunk η^* -ra:

$$\eta^* = - [(1 - \alpha) \kappa^{*\alpha/(1-\alpha)}] / (\partial_A^* + \delta_K - \alpha / \kappa^*)$$

2.3. KEYNES-RAMSEY SZABÁLY FENNÁLLÁSA ESETÉN Y MONOTON NŐ, HA A GAZDASÁG $K(0) < K^*$ -BÓL INDUL

Bebizonyítjuk a már említett tételt, miszerint ha $Z = Z(A, K)$ nem függ K -tól és $Z(A) \geq x$, akkor az $y \equiv Y/Y_{us}$ pálya nem lehet S -alakú.

Ha $Z = Z(A, K)$ nem függ K -tól, azaz $\partial(A \cdot Z)/\partial K = 0$, akkor érvényes az un. *Keynes-Ramsey* szabály. Tehát tudjuk, hogy a követő országok, amelyek tehát $k(0) < k^*$ -ból indulnak²³, a γ_k -juk monoton csökken és mivel a „steady state”-ben $\gamma_{k^*} = 0$, akkor a $[0, \infty)$ intervallumban γ_k szükségképpen mindvégig pozitív, $\gamma_k > 0$. Ekkor a (2.2b)-beli tényezőszabályozás, $\dot{A} = A \cdot Z(A)$ miatt, $\gamma_A = \gamma_a + x = Z(A) \geq x \Rightarrow \gamma_a \geq 0$. Mivel (2.0) alapján γ_y a nem negatív γ_a és a pozitív γ_k lineáris kombinációja, így $\gamma_y > 0$ is fennáll. Tehát az $y \equiv Y/Y_{us}$ pálya szigorúan monoton a $[0, \infty)$ intervallumban s így nyilvánvalóan nem lehet S -alakú. Q.E.D.

2.4. MODELLSZÁMÍTÁS HAT AGGREGÁLT TERMELÉKENYSÉGI PARAMÉTER-SZABÁLYOZÁSSAL

Tegyük fel, hogy $\bar{A} \equiv A_{us}$ és emlékeztetünk, hogy a követők kibocsátásának közös határa $\bar{Y} \equiv y^* Y_{us} \equiv y^* e^{xt}$, ekkor tekintsük az előbbi, határoktól mért távolság-függvényeket:

1) *Aghion-Howitt* ($\bar{A}$ technológiai határtól mért), inverz távolság:

$$Z \equiv x + q (\bar{A}/A - 1) \Rightarrow$$

$$\partial_K = 0 ; \partial_A = x - q$$

2) Az $\bar{Y}$ kibocsátási határtól mért, inverz távolság: $Y = A^{(1-\alpha)} K^\alpha$

$$Z \equiv x + q (\bar{Y}/Y - 1) \Rightarrow$$

$$\partial_K = -q\alpha \bar{Y} A / (YK) ; \partial_A = x - q + q\alpha \bar{Y} / Y$$

²³ Pl. Barro-Sala-I-Martin [1995] 90. o. APPENDIX 2C: „Bizonyítás, hogy γ_k monoton csökken, ha a gazdaság $k(0) < k^*$ -ból indul” című függelékben szereplő tétel s annak bizonyítása alapján.

3) Kibocsátási határtól mért, direkt távolság:

$$Z \equiv x + q (\bar{Y} - Y)/e^{xt} \Rightarrow$$

$$\partial_K = -q\alpha aY/K; \partial_A = x + q\bar{Y}/e^{xt} - q(2-\alpha)y$$

4) Conlisk:

$$Z \equiv x + q (\bar{Y}/\bar{A} - Y/A) \Rightarrow$$

$$\partial_K = -q\alpha Y/K; \partial_A = x + q\bar{Y}/\bar{A} - q(1-\alpha)Y/A$$

5) Villanueva:

$$Z \equiv x + q [(\bar{Y}/\bar{A})^{1/\alpha} - K/A] \Rightarrow$$

$$\partial_K = -1; \partial_A = x + q(\bar{Y}/\bar{A})^{1/\alpha}$$

6) Logaritmus²⁴, kibocsátási határtól mért, távolság:

$$Z \equiv x + q \ln(\bar{Y}/Y) \Rightarrow$$

$$\partial_K = -q\alpha A/K; \partial_A = x + q \ln(\bar{Y}/Y) - q(1-\alpha)$$

²⁴ A fenti „2) Az $\bar{Y}$ kibocsátási határtól mért, inverz távolság”-gal hasonló érveléshez vegyük most is a követők Y kibocsátásának az Y_{us} -hoz viszonyított $y \equiv Y/Y_{us}$ hányadosát. Ha most egy tetszőleges ν ($y \leq \nu \leq 1$) arányt tekintünk, akkor ν és $\nu + d\nu$ között található ν technológiájú országok és régiók, amelyekről most viszont azt tesszük fel, hogy folyamatosan és egyenletesen helyezkednek el, ν -höz képest épp $(d\nu/\nu)$ -szörös többlet-termékválasztékkal, azaz ennyiszer nagyobb – termékválasztékban is megtestesülő – technológiai tudással rendelkezik, akkor az y -nál fejlettebbek összes többlettudása

$$\int_y^1 \frac{d\nu}{\nu} = [\ln \nu]_y^1 = -\ln y$$

Végül feltesszük, hogy az imitációból származó, időegységre eső, $\dot{A}/A$ termelékenységnövekedés a fenti $-\ln y$ nagyságú integrállal arányos, egy alkalmas q állandó együttható segítségével.

Jelölje, a szokásos módon, $(^*)$ a „steady state”-beli állapotát egy változónak, akkor a $q = -x / \ln y^*$ választással épp a **6)** aggregált termelékenységi paraméter-szabályozáshoz jutunk.

$$\dot{A}/A = -q \ln y = -q \ln y^* - q \ln y + q \ln y^* = x + q \ln(y^*/y)$$

Fontosnak tartjuk itt is megjegyezni, hogy ezen származtatásnak is van egy plusz elméleti előnye, hogy míg az *Aghion-Howitt* tényezőszabályozás indoklása esetén mind a saját innovációból, mind pedig az imitációból eredő termelékenységnövekedés feltételezésére is szükség volt; addig a jelenleginél a követőkről elég azt feltenni, hogy csak imitálnak/adaptálnak, ha a technológiai vezetőtől kellően távol és párhuzamosan van a „steady state”-jük. A tényadatok alapján e távolság az USA, mint technológiai vezetőhöz képest a 70-80%-os szintre tehető.

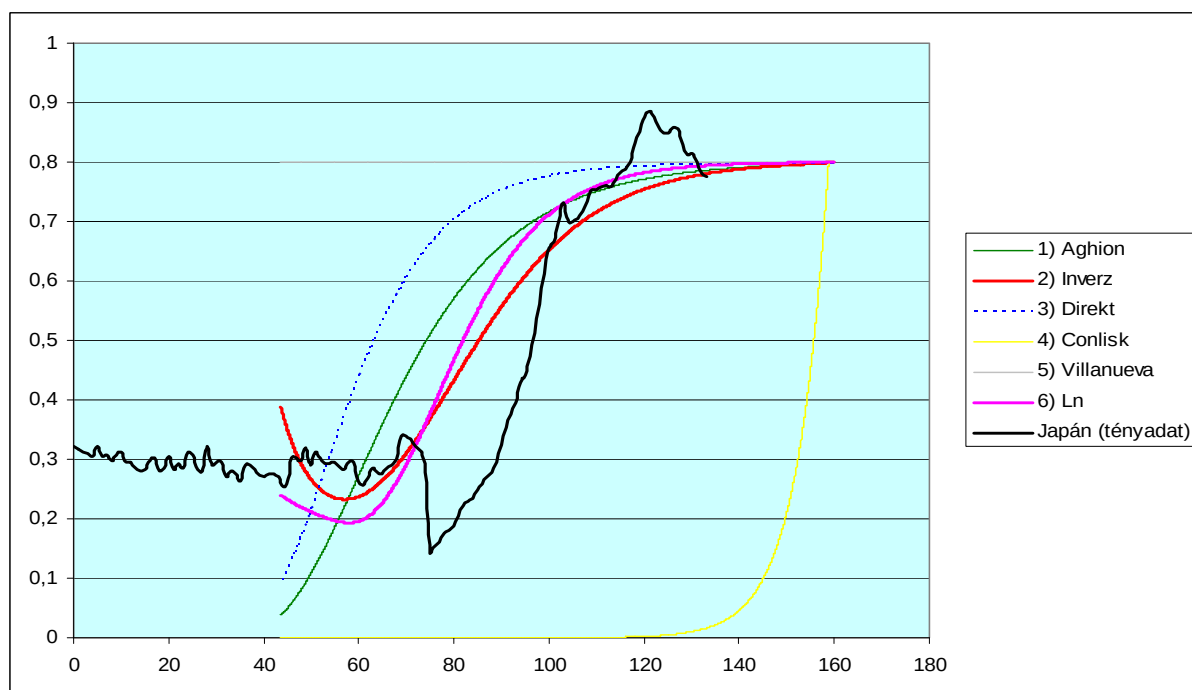
A fenti deriváltakat összefoglaljuk az alábbi táblázatban is,

felhasználva az $y \equiv Y/Y_{us}$ és $a \equiv A/\bar{A}$ jelöléseket:

	Z	$\partial(A \cdot Z)/\partial K$	$\partial(A \cdot Z)/\partial A$
1)	$x + q(y^* \kappa^{*- \alpha/(1-\alpha)}/a - 1)$	0	$x - q$
2)	$x + q(y^*/y - 1)$	$-q\alpha y^* a/(yk)$	$x - q + q\alpha y^*/y$
3)	$x + q(y^* - y)$	$-q\alpha ay/k$	$x + qy^* - q(2-\alpha)y$
4)	$x + q(\kappa^{*\alpha/(1-\alpha)} - y/a)$	$-q\alpha y/k$	$x + q\kappa^{*\alpha/(1-\alpha)} - q(1-\alpha)y/a$
5)	$x + q(\kappa^{*1/(1-\alpha)} - k/a)$	-1	$x + q\kappa^{*1/(1-\alpha)}$
6)	$x + q \ln(y^*/y)$	$-q\alpha a/k$	$x + q \ln(y^*/y) - q(1-\alpha)$

2.2 ábra

A hat aggregált termelékenységi paraméter-szabályozás illesztése a japán adatokhoz



A modellszámítások és a fenti pályaábrák jól mutatják, amit már elméleti úton is beláttunk, hogy az **1) Aghion**-pálya növekedési üteme monoton csökken, miközben a „*steady state*”-be jut. *S*-alakú odajutásra, modellszámításaink alapján *s* az ábrán látható módon, csak a **2) Inverz**-pálya és a **6) Logaritmikus**-pálya képes, amely utóbbi kettő esetben a *K* tőkét is bevontuk – az *A* termelékenységi paraméter mellett – a termelési tényező szabályozásába, pont abban a mértékben/súllyal, amilyen mértékben/súllyal az egy főre eső $Y = A^{(1-\alpha)} \cdot K^\alpha$ kibocsátásban szerepelnek. Mindkét esetben egy *heurisztikus* érvelést is szolgáltatunk az *Y* termékválasztékban megtestesülő technológiai tudás szabályozza az *A* aggregált technológiai paraméter változásának lehetőségét.

Mindezidáig a leginkább ismert és elterjedt ún. *Ramsey*-féle optimalizálást alkalmaztuk. Felmerül azonban a kérdés mi történik az *S*-alak modellezésének lehetőségével, ha egy alternatív: pl. a *Day-Fan* [1976]-féle, ún. *miópikus optimalizálást* alkalmazzuk? Ahol feltételezzük, hogy a hasznosság nem csak a jelen, hanem a közeljövőjének fogyasztástól is függ. Az emberek nem csak fogyasztanak (*C*), hanem a hosszabbtávú jólétük (*W*) céljából gyűjtenek, megtakarítanak, hogy képesek legyenek fogyasztani a későbbiekben is, amikor a jövedelmük már majd esetleg csökken. Ezért feltesszük, hogy a jelent-jövőt súlyozó $U = C^\mu W$ szorzat kellően kifejezi a fogyasztó igazi hasznosságát.²⁵

2.5. MIÓPIKUS OPTIMALIZÁLÁS

Legyen tehát $U = C^\mu W$, ahol $C = Y(1-s)$ és $W = Y[(1-\delta_K)K/Y + s]$, akkor az (*s*) megtakarítási ráta egy hasznosságmaximumként könnyen kiszámítható.

Jelölések:

hasznossági függvény (*U*), fogyasztás (*C*), türelmetlenségi paraméter (μ), $0 < \mu < 1$ ²⁶, kibocsátás (*Y*), értékcsökkenés (δ_K), jólét (*W*), amely az év végi tőkekészlet plusz az ez évi megtakarítás.

²⁵ Miópikus Optimalizálás, Day-Fan [1976]

„feltesszük, hogy a gazdaság minden *t* időpontban egy teljes preferenciával rendelkezik az egy főre eső, jelen *c_t* fogyasztás és az előrelátható, folyamatosan keletkező, egy főre eső későbbi jövedelmekről, amelyek a jövő generációk számára a következő periódusban keletkezhetnek, $\hat{y}_{t+1}$. Mérlegeli a jelen, egy főre eső, fogyasztás egységét a jövőbeli nagyobb szintű, egy főre eső és folyamatosan keletkező jövedelemmel szemben, amelyet a megnövekedett tőkekészlet tett lehetővé.”

²⁶ Miópikus Optimalizálás Day-Fan [1976]

„A μ paramétert ‘türelmetlenségi paraméternek’ nevezhetjük. Minél nagyobb μ értéke, annál nagyobb a *c_t* fogyasztás aránya az egy főre eső *y_t* kibocsátásból...”

Tehát a döntéshozó eldönti, hogy mennyit fogyasszon ebben a periódusban az által, hogy mérlegeli a mostani nem-fogyasztás ‘hasznát’ a mostani fogyasztás ‘költségével’ az időpreferenciája segítségével. Minél türelmetlenebb (azaz minél nagyobb μ), annál nagyobb a jelenlegi fogyasztás szintje.”

Az U hasznosság logaritmusának s szerinti deriváltját nullával egyenlővé téve, majd s -re kifejezve kapjuk, hogy $s = [1 - \mu(1 - \delta_K)K/Y]/(1 + \mu)$.

Ekkor vegyük a gazdaság (2.2a) forráskorlátját:

$$\gamma_K = sY/K - \delta_K, \text{ így } (\gamma_K)\text{-ra}$$

$$\gamma_K = [Y/K - \mu - \delta_K]/(1 + \mu) \text{ teljesül.}$$

Mivel a „steady state”-ben $\gamma_K^* = x$, $Y/K = (Y/K)^*$ és $\delta_K = \delta_K^*$ fennállnak, ezért

$$x = [(Y/K)^* - \mu - \delta_K^*]/(1 + \mu) \Rightarrow (1 + x) = [(Y/K)^* + 1 - \delta_K^*]/(1 + \mu). \quad \text{Tehát}$$

$$(2.5) \quad \gamma_K - x = (1 + x)[Y/K - (Y/K)^* + \delta_K^* - \delta_K]/[(Y/K)^* + 1 - \delta_K^*], \text{ azaz}$$

$$(2.6) \quad \gamma_K \equiv \gamma_K - x = [r - r^* + (1 - \alpha)(\delta_K^* - \delta_K)](1 + x)/[r^* + \alpha + (1 - \alpha)\delta_K^*],$$

ahol a közismert definíció szerint a *reál megtérülési ráta* $r \equiv \alpha Y/K - \delta_K$.

Fontos megjegyezni, hogy a közismert *Keynes-Ramsey szabály*²⁷ alapján

$$\gamma_C \equiv d(\ln C)/dt = \dot{C}/C = (r - \rho)/\theta$$

és mivel a „steady state”-ben $\gamma_C^* \equiv x$, amit kivonva a fenti egyenletből kapjuk, hogy

$$\gamma_C - x = (r - \rho)/\theta - (r^* - \rho)/\theta = (r - r^*)/\theta.$$

A jobb összehasonlíthatóság kedvéért tegyük fel speciálisan, a jelen *miópikus optimalizálásunk* esetén, hogy $\delta_K = \delta_K^*$ -gal, akkor (2.6) az alábbi alakú:

$$\gamma_K - x = (r - r^*)(1 + x)/[r^* + \alpha + (1 - \alpha)\delta_K^*]$$

Megállapíthatunk bizonyos antiszimmetriát közöttük tehát, hogy az optimális fogyasztásra/megtakarításra vonatkozó un. *Keynes-Ramsey szabály* ugyanúgy az (r) megtérülési ráta a „steady state”-beli (r^*) értékétől való eltérésén keresztül szabályozza a (γ_C) fogyasztásváltozást, mint a *miópikus optimalizálás* a (γ_K) tőkeváltozást.

2.6. AGHION-HOWITT SZABÁLYOZÁS – MIÓPIKUS OPTIMALIZÁLÁSSAL PÁROSÍTVA

Tekintsük az 1) *Aghion-Howitt* szabályozást:

$$(2.8) \quad \gamma_a = \gamma_A - x = q(\bar{A}/A - 1) = q(a^*/a - 1) \Rightarrow a = (1 - e^{-qt}) a^*$$

és a *miópikus optimalizálás* (2.5) egyenletét az egyszerűbb, $\delta_K^* = \delta_K$ esetén:

$$(2.9) \quad \gamma_K = (1 + x)[(a/k)^{(1-\alpha)} - 1/\kappa^*]/(1/\kappa^* + 1 - \delta_K^*).$$

Ekkor az előbbi a -ra kapott képletet az utóbbi $\gamma_K \equiv k^*/k$ képletébe behelyettesítve, majd némi átrendezéssel kapjuk k -ra az alábbi *Bernoulli-féle differenciálegyenletet*:

$$k^* + k(1 + x)(1/\kappa^*)/(1/\kappa^* + 1 - \delta_K^*) = k^\alpha (1 + x)(1 - e^{-qt})^{(1-\alpha)} a^{*(1-\alpha)}/(1/\kappa^* + 1 - \delta_K^*)$$

Bernoulli-féle differenciálegyenletet általános alakja:

²⁷ Idézet Barro, R. J.–Sala-I-Martin, X. [1995] 65. o. (2.10) képlet.

$k' + P(t) k = Q(t) k^\alpha$, ahol $Q(t) \neq 0$; $\alpha \neq 0$; $\alpha \neq 1$;

$$P \equiv (1+x)/[1+\kappa^*(1-\delta_K^*)]; Q(t) \equiv P\kappa^*(1-e^{-qt})^{(1-\alpha)} a^{*(1-\alpha)}$$

A megoldás:

$$k = e^{-P(t-t_0)} [C_1 + (1-\alpha) P\kappa^* a^{*(1-\alpha)} \int_{t_0}^t (1-e^{-qt})^{(1-\alpha)} e^{(1-\alpha)P(t-t_0)} dt]^{1/(1-\alpha)}$$

Mivel $t = t_0$ -ban a fenti integrál üres: $C_1^{1/(1-\alpha)} = k_0 \Rightarrow C_1 = k_0^{(1-\alpha)}$.

Most pedig írjuk fel a megoldást az USA-val normált y pályára is, amely $y = k^\alpha a^{(1-\alpha)}$

(2.10)

$$y = e^{-\alpha P(t-t_0)} (1-e^{-qt})^{(1-\alpha)} a^{*(1-\alpha)} [k_0^{(1-\alpha)} + (1-\alpha) P\kappa^* a^{*(1-\alpha)} \int_{t_0}^t (1-e^{-qt})^{(1-\alpha)} e^{(1-\alpha)P(t-t_0)} dt]^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Az $a^* = y^* \kappa^{*- \alpha/(1-\alpha)}$ értéket, már a Ramsey-féle optimalizálás című szakasz végén (31. ***old.

Alulról az 5. sor) kiszámoltuk, azt most behelyettesítve kapjuk a megoldást:

(2.11)

$$y = e^{-\alpha P(t-t_0)} (1-e^{-qt})^{(1-\alpha)} y^{*(1-\alpha)} \kappa^{*- \alpha/(1-\alpha)} [k_0^{(1-\alpha)} + (1-\alpha) P\kappa^* a^{*(1-\alpha)} \int_{t_0}^t (1-e^{-qt})^{(1-\alpha)} e^{(1-\alpha)P(t-t_0)} dt]^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Mivel a $t \geq t_0$ -ban $\gamma_a > 0$ mindig fennáll, ezért induláskor a $t = t_0$ időpontban $\gamma_y \leq 0$ csak akkor teljesülhet, ha a másik termelési tényező ütemének, (2.9) egyenletében (a_0/k_0) olyan kicsi, hogy $\gamma_k < 0$ s kellően nagy abszolút értékű, negatív szám legyen a (2.0) egyenlet logaritmikus deriváltja, azaz a $\gamma_y = \alpha \gamma_k + (1-\alpha)\gamma_a$ összefüggés, következtében. Bizonyítani fogjuk, hogy az y pálya logaritmusa (alulról) konkáv, azaz képes az S -alak előállítására is. Ehhez számoljuk ki az ütemek első, idő szerinti, deriváltjait a fenti $P \equiv (1+x)/[1+\kappa^*(1-\delta_K^*)]$ jelölés felhasználással:

$$\gamma_k = P [\kappa^*(a/k)^{(1-\alpha)} - 1] \Rightarrow \gamma_k' = P\kappa^*(1-\alpha)(a/k)^{(1-\alpha)}(\gamma_a - \gamma_k);$$

$$\gamma_a = q(a^*/a - 1) \Rightarrow \gamma_a' = -q(a^*/a)\gamma_a;$$

$$\gamma_y' = \alpha \gamma_k' + (1-\alpha)\gamma_a' = (1-\alpha)[\alpha P\kappa^*(y/k)(\gamma_a - \gamma_k) - q(a^*/a)\gamma_a] \Rightarrow$$

$$\gamma_y' = (1-\alpha)\{\alpha P\kappa^*(y/k) - qa^*/a\}\gamma_a - \alpha P^2\kappa^*(y/k)[\kappa^*(y/k) - 1]\}$$

Tudjuk, hogy az y pálya logaritmusának konkávságát γ_y' előjele döntheti el. Bevezetve az $u \equiv P\kappa^*(y/k)$ jelölést, egy másodfokú kifejezést kapunk u -ban γ_y' -ra:

$$\gamma_y'(u) = (1-\alpha)\alpha \{[u - q a^*/(\alpha a)]\gamma_a - u(u - P)\}, \text{ aminek gyökeit megoldva kapjuk, hogy}$$

$$u_{1,2} = \{(\gamma_a + P) \pm [(\gamma_a + P)^2 - 4qa^*\gamma_a/(\alpha a)]^{0.5}\}/2$$

$\gamma_y'(u)$ tehát egy olyan parabola u -ban, mely az (u_2, u_1) nyitott intervallumban pozitív értékeket vesz fel, azaz az y pálya logaritmusa (alulról) konkáv, tehát S -alakban indul.

A most tárgyalt modell tehát a *miópikus optimalizálás*, azon előnyös voltát mutatta meg a – ma már csaknem száz százalékosan elterjedt és használt – *Ramsey-féle optimalizálással* szemben, hogy az A (*aggregált termelékenységi paraméter*) tisztán autonóm szabályozása esetén is – azaz ha a (2.2b) szabályozási egyenletben $Z(A, K) = Z(A)$ alakú, vagy ha tetszik az ezzel ekvivalens megfogalmazásban $\partial Z(A, K)/\partial K \equiv 0$ – az S -alak modellezhető. Itt mindezt épp, a szintén legelterjedtebb és az általunk is a legfontosabbnak tartott, *Aghion-Howitt* szabályozásra mutattuk meg.

Az eddigiekben tehát kimutattuk, hogy az *Aghion-Howitt* szabályozás, amely csak A -tól függött, a *Ramsey-optimalizálással* párosítva nem volt képes az S -alakú pálya modellezésére. Ezen fontos, negatív típusú eredmény ismeretében egy-egy lépést két lehetséges irányban is elmozdulva, már sikerült az S -alakú növekedési pálya modellezése:

1) Egy, az *Aghion-Howitt* szabályozás heurisztikáján alapuló, de A mellé a K tőkét is számba vevő szabályozásra bebizonyítom, hogy képes az S -alakú tranzíciós dinamika előállítására: lásd **2) Inverz-pálya** és a **6) Logaritmikus-pálya**.

2) Jelen szakaszban²⁸ viszont azt sikerül bizonyítani, hogy az *Aghion-Howitt* (tehát a K tőkét nem számba vevő) A -szabályozás maga is egy másik, a *Day-Fan-féle miópikus optimalizálással* párosítva már képes az S -alakú növekedési pálya modellezésére.

A minél jobb pályaillesztések érdekében azonban szükségessé válik, hogy egyszerre mindkét irányban is továbblépjünk. Mint látni fogjuk ezen útválasztásnak egy további előnye is mutatkozik, a lemaradás logaritmikus távolságban történő mérése miatt modellünk evidens módon összevethetővé válik a – szakirodalomban szintén sarokkönek számító és nagyon elterjedt – un. β -konvergencia elméletének eredményeivel.

2.7. LOGARITMIKUS SZABÁLYOZÁS – MIÓPIKUS OPTIMALIZÁLÁSSAL PÁROSÍTVA²⁹

A fenti (2.6) egyenletet és a **6) Logaritmikus** szabályozást véve, $q = -x / \ln y^*$ választás mellett, (ahol a követő tehát nem végez élenjáró innovációt²³, csak imitálja/adaptálja a már máshol kifejlesztett technológiát) megkapjuk a követő mozgásegyenletét:

$$(2.7) \quad \gamma_y = (1-\alpha) x (\ln y / \ln y^* - 1) + \alpha[r - r^* + (1-\alpha)(\delta_K^* - \delta_K)](1+x)/[r^* + \alpha + (1-\alpha)\delta_K^*].$$

Az alábbi 2.3 ábrán láthatjuk a 130 éves, 18 OECD-országgra vonatkozó – egy főre vetített, USA megfelelő adatával normált ($y \equiv Y/Y_{us}$) – tény- és modellszámítás alapján nyert adatok idősorát. Mivel ugyanaz a modell alkalmas a háborút követő rekonstrukciós pálya modellezésére is azzal az eltéréssel, hogy a rekonstrukciós pályát az 1945-ös tényadatból

²⁸ *Aghion-Howitt* szabályozás – *miópikus optimalizálással* párosítva címmel.

²⁹ Ezen párosítás a Csillik-Tarján [2008], angol nyelvű cikkben már alkalmazott és publikált növekedési modell, ami a jelen tanulmány 3. fejezetét képezi.

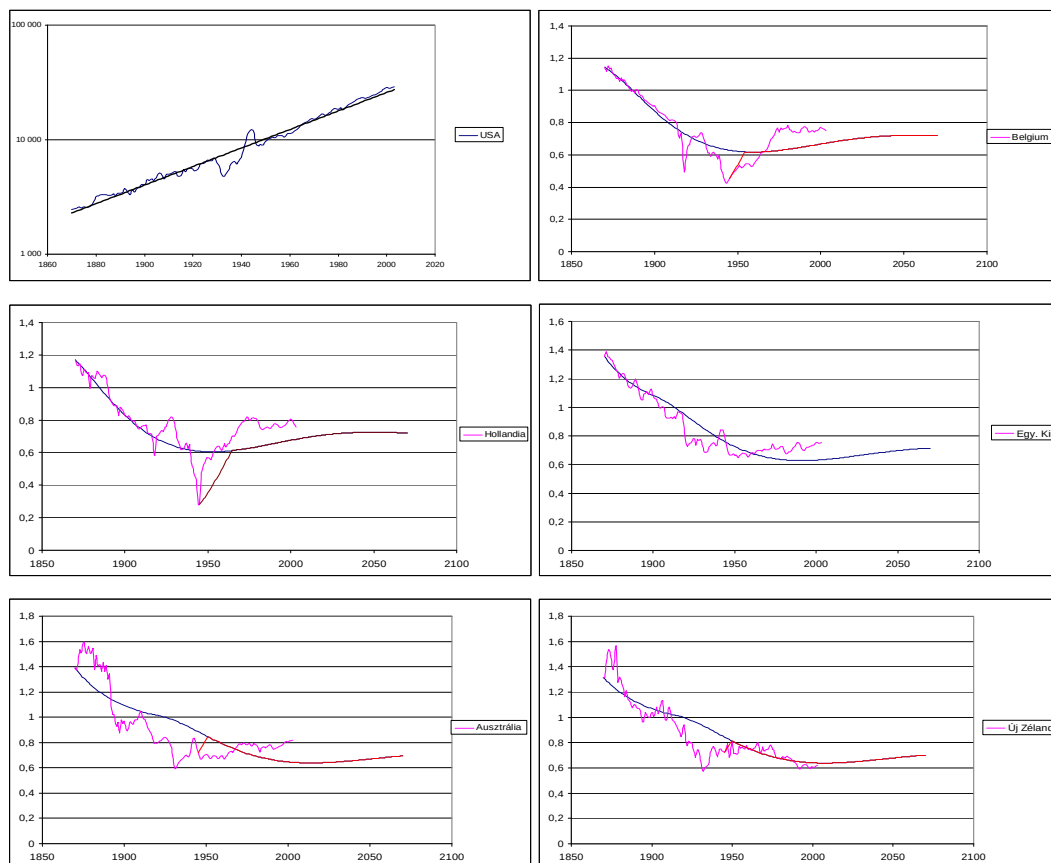
indítjuk és a helyreállítási időszakban értékcsökkenésre $\delta_K = \delta_K^*/2$ értéket, a „steady state”-beli érték felét, vesszük. Jól látható, hogy a modellpályák és a tényadatok a követő országokra nem csak jellegében, hanem mennyiségi értelmében is jól követik az *S-alakú* pályákat.

2.3 ábra

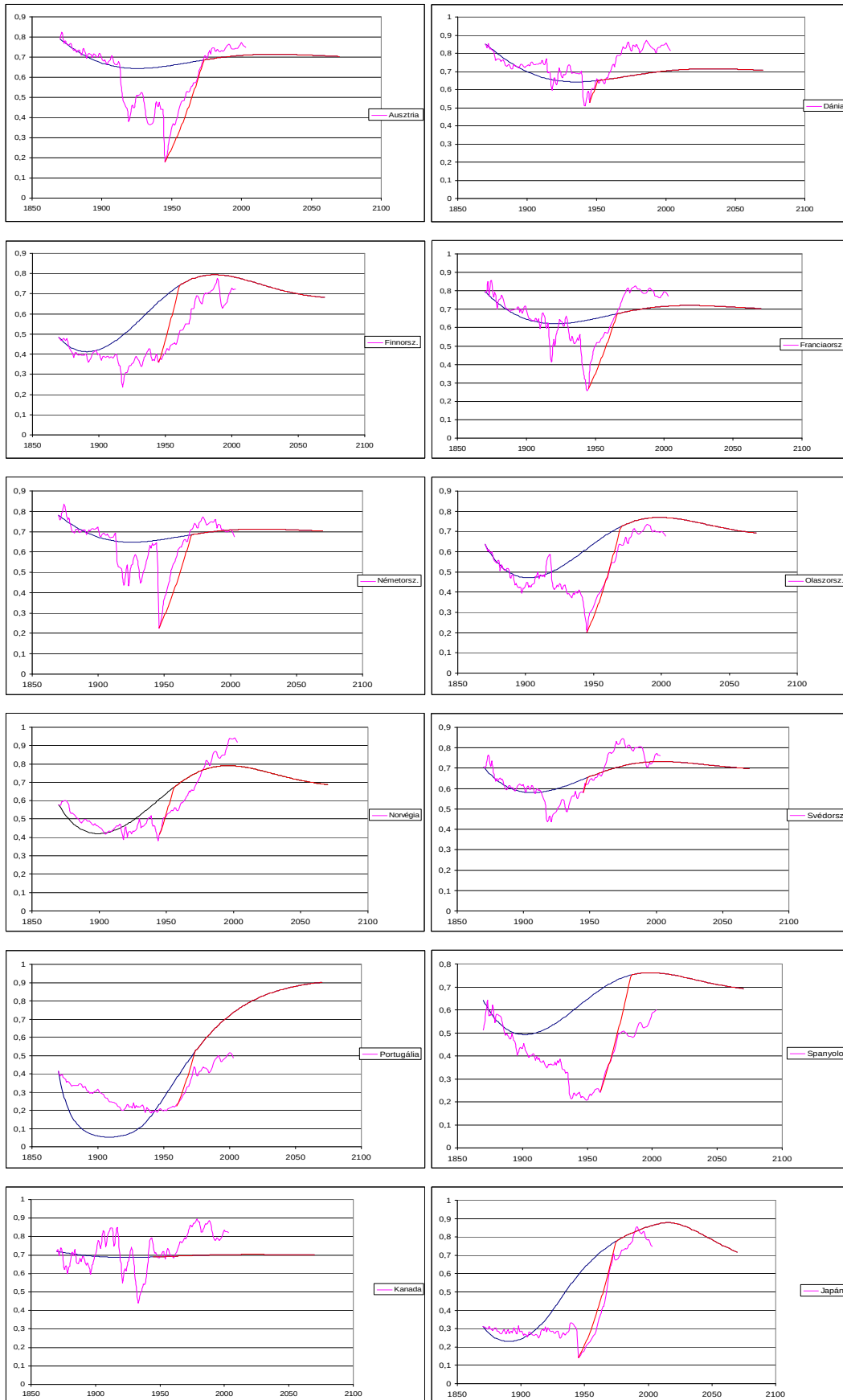
Modellpályák és a tényadatok 18 OECD országra (1870-2003)

Maddison (2003) történelmi statisztika

1) Az USA és 1870-ben az USA-nál gazdagabb országok



2) 1870-ben az USA-nál szegényebb országok



3. GLOBALIZÁCIÓ ÉS LOKÁLIS GAZDASÁGI FEJLŐDÉS EGY VEZETŐ-KÖVETŐ NÖVEKEDÉSI MODELL ALAPJÁN³⁰

Jelen fejezet célja a globális hatások helyi fejlődésre vonatkozó mértékének megbecsülése, számszerűsítése – az egy főre eső GDP (vásárló-erő paritáson mért) 2000-2005 időszakra vonatkozó EU-27 országok regionális EUROSTAT adatai alapján. Vizsgáljuk a helyi irányítási folyamatok fontosságát is. Ha azt tapasztaljuk, hogy valamely régió fejlődése a globális hatások által meghatározott módon alakul, akkor arra következtethetünk, hogy ez a helyi politikák átlagos szerepének a jele. Ellenkező esetben pedig azt mondhatjuk, hogy a helyi irányításnak és politikának nagy szerepe van (pozitív vagy negatív értelemben) a fejlődésben. Az EU-régiókat egy kéttengelyű, **Globális–Lokális** koordináta-rendszerben fogjuk ábrázolni.

Ennek érdekében a globális fejlődés egy, a nemzetek szintjére kidolgozott modelljét alkalmazzuk regionális szinten, miután az alapparamétereket a hosszú-távú modellből már megbecsültük. Mivel, véleményünk szerint a mai globalizáció, már a második ipari forradalomban gyökerezik, amikortól is az USA elkezdett a világ technológiai vezetőjének szerepére törni, ezért egy olyan növekedésméleti modell-megközelítésre alapozunk, melyben a modern világ, 1870-től napjainkig tartó, gazdasági növekedésének három legfontosabb tényezőjét tárjuk fel. A globalizáció problémáit és a 21. század kihívásait is vizsgáljuk a fentiekkel összefüggésben.

A növekedési modell azon a hipotézisen alapszik, hogy az elmúlt 130 évben egy technológiai vezető létezett s az összes többi ország csak követőként viselkedett, azaz a vezető innovált, míg a követők pusztán csak az imitációra szorítkoztak, a máshol már kitalált technológiák alkalmazásával, adaptálásával. Első látásra ezen hipotézis túlzónak tűnhet, azonban a 18 legfejlettebb OECD-ország, 130 éves fejlődése kielégítően leírható, csak e három tényező/változó számbavételével. A modellben az, Y , kibocsátás csak két termelési tényezőtől függ: a technológia, A , és a tőke (fizikai+humán együtt), K , egy Cobb-Douglas termelési függvényen keresztül: $Y = A^{(1-\alpha)} K^\alpha$.

Az endogén modellben a követő ország növekedése minden időpontban két tényezőtől függ:

1) a követő lemaradásának mértékétől ($\ln Y_{us} - \ln Y = -\ln y$, ahol $y \equiv Y/Y_{us}$) lásd Gerschenkron [1962].

2) a követő reál megtérülési rátájától ($r = \alpha Y/K - \delta$, lásd Keynes-Ramsey szabály³¹).

³⁰ Jelen fejezet a közös, Csillik-Tarján [2008] cikk magyar változata.

³¹ Idézet pl. Barro, R. J.–Sala-I-Martin, X. [1995] 65. o. (2.10) képlet:

$\gamma_C \equiv C'/C = (\alpha Y/K - \delta - \rho)/\theta = (r - \rho)/\theta$, ahol $r = \alpha Y/K - \delta$.

Mivel a modell zárt, egy külső segély, mint pl. a Marshall segély a háborút követő helyreállítási periódusban, a pótlás rátájának időleges, exogén módon történő megváltoztatásával figyelembe vehető. Így a harmadik tényező:

3) pótlási ráta, δ .

Az előbbi fejezetben a **2.7. Logaritmikus szabályozás – miópikus optimalizálással párosítva** című szakasz (2.7) mozgásegyenlete alapján számított s a 2.3 ábrán található, Maddison történelmi adataihoz illesztett, modellszámítások kielégítően visszaadják a követők S -alakú longitudinális fejlődését. A regionális keresztmetszeti növekedési vizsgálathoz ezeknek a longitudinális illesztéseknek a legfontosabb paramétereit alkalmaztuk. A modell lehetővé teszi, hogy a (2.7) mozgásegyenlet alapján számítható *tőke megtérülési ráták* szerint rangsoroljuk az EU-27 országok régióit 2000-2005 között. Végül lehetővé teszi azt is, hogy – az $\ln y$ és γ_y változók közötti lineáris regressziós analízis segítségével – **Globális–Lokális** koordinátarendszert állítsunk fel, amely segít annak eldöntésében, hogy a globális vagy a lokális tényezőknek van-e nagyobb szerepe a régió növekedésének alakulásában?

3.1. AZ EU-RÉGIÓK TŐKEMEGTÉRÜLÉSI RÁTÁI

Feltesszük, hogy az értékcsökkenési ráták $\delta = \delta^*$ egybeesnek (pl. a háborút követő s a tranzíciós időszakot nem tekintve), így a (2.7) mozgásegyenlet egyszerűsödik, ami megengedi a relatív *tőke megtérülési ráták*, $(r - r^*)$, meghatározását (fizikai+humán tőke) az USA-hoz viszonyított relatív elmaradottság, $y \equiv Y/Y_{us}$, és a relatív növekedés, $(\gamma_y - x)$, ismeretében. Mindez lehetővé teszi az EU-régiók rangsorolását a relatív *tőke megtérülési rátájuk*, $(r - r^*)$, szerint. Az alábbi **3.1 Táblázatban** és az **3.1 EU-27 régiók Térképén** zöld színnel színezve találhatjuk azon EU-27 régiókat melyek relatív *tőke megtérülési rátájuk* alapján a Felső decilisbe tartoznak és pirossal színezve, melyek az Alsó decilisbe, 2000-2005-re számítva.

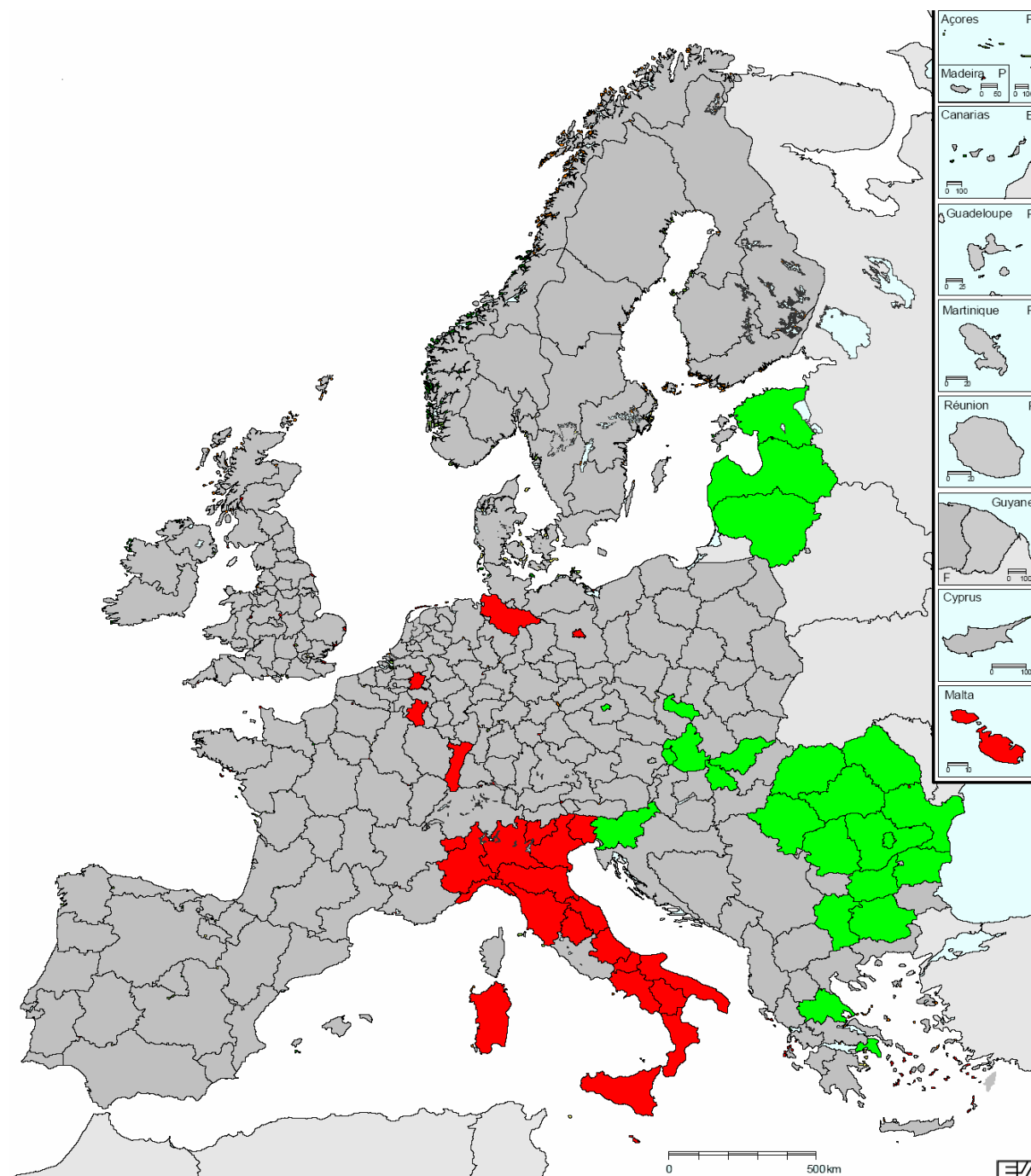
Az EU-27 régiók tőkemegtérülési rátáinak Felső – Alsó decilisei (2000-2005)

Felső decilis ($r - r^*$)	Alsó decilis ($r - r^*$)
ro42 Vest	itf1 Abruzzo
bg41 Yugozapaden	itd5 Emilia-Romagna
ro32 Bucuresti – Ilfov	itd2 Provincia Autonoma Trento
ee00 Estonia	itd1 Provincia Autonoma Bolzano-Bozen
sk01 Bratislavský kraj	ite2 Umbria
ro31 Sud – Muntenia	itf4 Puglia
ro11 Nord-Vest	itf5 Basilicata
lv00 Latvia	itc1 Piemonte
lt00 Lithuania	itc4 Lombardia
ro22 Sud-Est	itd3 Veneto
ro21 Nord-Est	itg1 Sicilia
ro12 Centru	itf2 Molise
gr30 Attiki	de30 Berlin
bg42 Yuzhen tsentralen	de93 Lüneburg
Hu10 Közép-Magyarország	ite3 Marche
cz08 Moravskoslezsko	ite1 Toscana
cz01 Praha	itd4 Friuli-Venezia Giulia
ro41 Sud-Vest Oltenia	itf3 Campania
sk02 Západné Slovensko	itc2 Valle d'Aosta/Vallée d'Aoste
Hu31 Észak-Magyarország	itc3 Liguria
bg32 Severen tsentralen	itg2 Sardegna
gr14 Thessalia	itf6 Calabria
es63 Ciudad Autónoma de Ceuta (ES)	mt00 Malta
si02 Zahodna Slovenija	fr42 Alsace
lu Luxembourg (Grand-Duché)	be22 Prov. Limburg (B)

3.1.1. Következtetés

A fenti **3.1. Táblázat** és az alábbi **3.1. EU-27 régiók Térképe** jól mutatja, hogy a tőkemegtérülésük alapján az Appennini félsziget (piros régiók) valamint a Kárpátok és a három Balti állam (zöld régiók) alkotják rendre az Alsó- és Felső- (EU-27 régiók) decilisét. Ezért az EU-27 országok átlagos növekedési kilátásai szempontjából nyilvánvalónak tűnhet egy masszív tőkeátcsoportosítás a két régió-csoport között.

EU-27 régiók Térképe



3.2. GLOBÁLIS–LOKÁLIS KOORDINÁTARENDSZER

A **Globális–Lokális** koordinátarendszert háromféleképpen állítjuk fel:

A) Először is alkalmazzuk Gerschenkron: “hátrányok előnye” nevű hipotézisét s ezért egy regressziót keresünk az USA-hoz viszonyított lemaradás és a növekedés között.

B) A β -konvergenciát alkalmazzuk, melynek növekedési egyenletét egy egyszerű lineáris regressziós analízis által igazolunk és amelyet ezért a teljes növekedés globális (európai) összetevőjének tekinthetünk.

C) Egy Vezető–Követő modellt alkalmazva megmutatjuk, hogy a globális összetevő – melyet a fenti A) és B) módon már bevezettünk – felfogható úgy is, mint a követők imitációjából származó, egyfajta növekedési multiplikátor.

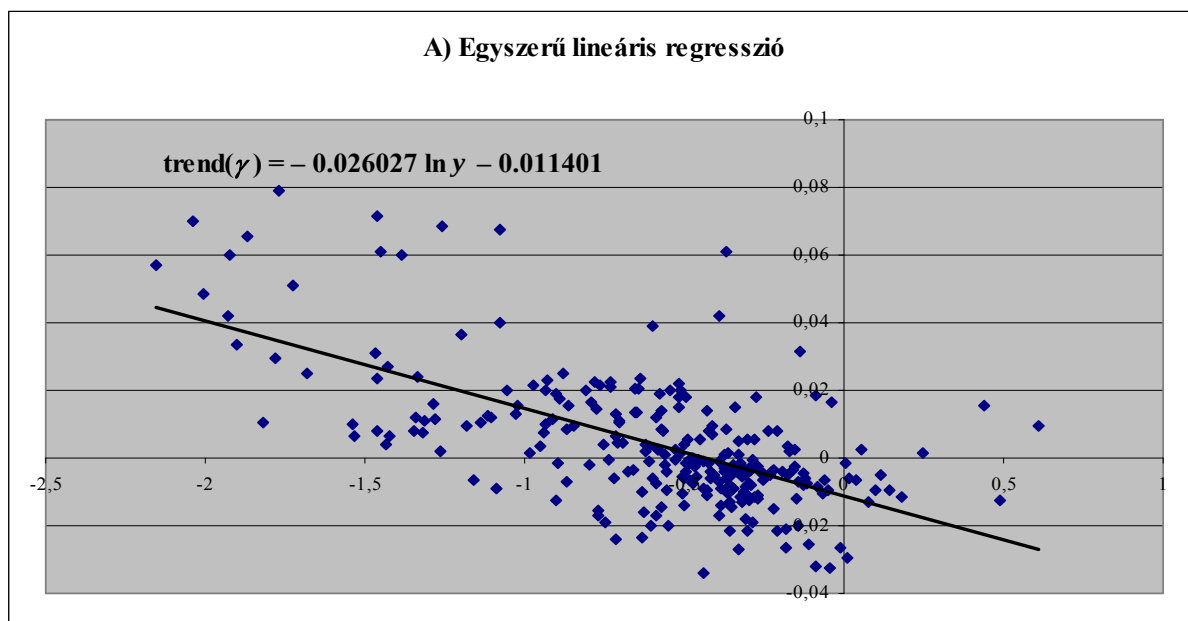
A) Gerschenkron hipotézis alkalmazása

Azért, hogy a követők USA-hoz viszonyított növekedését felosszuk **Globális–Lokális** összetevőkre, először is, egy **egyszerű lineáris regressziós analízist** hajtunk végre az USA-hoz viszonyított lemaradás, $\ln y$ – mint független változó – és $\gamma_y = (\gamma_y - x)$, az USA-hoz viszonyított növekedés, mint függő változó között. Mivel elég nagy számú régió van, a

$$\hat{\gamma}_y \equiv \text{trend}(\gamma) = A \ln y + B = -0.026027 \ln y - 0.011401$$

regressziós egyenes paraméterei jól reprezentálják az épp érvényesülő, európai globális tendenciákat, jól egybeesengve Gerschenkron: “hátrányok előnye” hipotézisével.

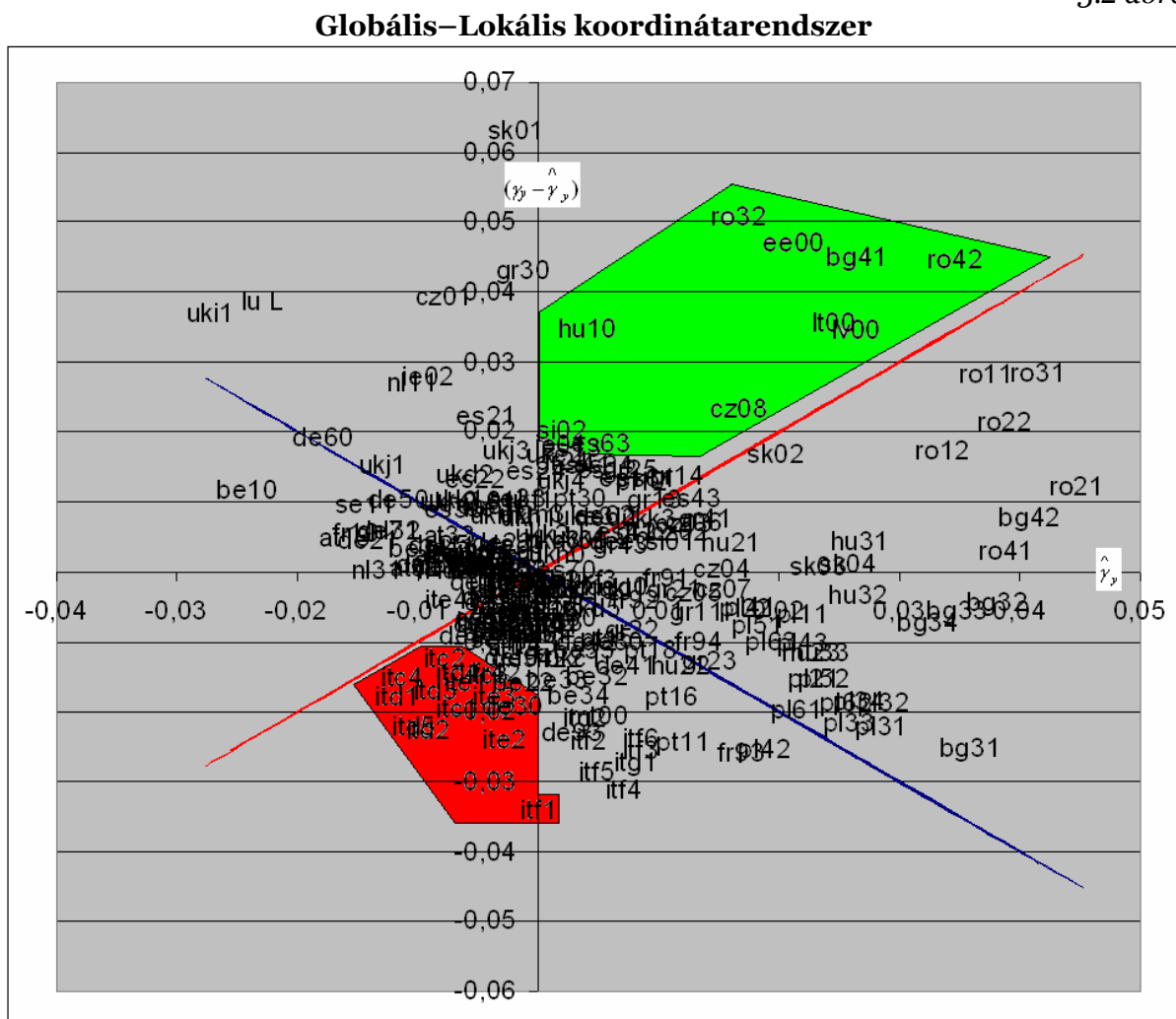
Nyilvánvalóan, az európai tendenciákat pedig nagyban befolyásolják a globális világ-tendenciák is.



Ennél fogva tekintsük a teljes γ_y növekedés $\hat{\gamma}_y$ lineáris összetevőjét, **globális** komponensként, míg a $(\gamma_y - \hat{\gamma}_y)$ reziduális részt pedig **lokális** komponensként. Így az EU-27 országok 265 NUTS2-régiójának növekedését felrajzolhatjuk egy **Globális–Lokális** koordinátarendszerben (lásd az alábbiakban), ahol a vízszintes tengelyen $\hat{\gamma}_y \equiv \text{trend}(\gamma)$ a globális komponenseket, míg a függőleges tengelyen pedig $(\gamma_y - \hat{\gamma}_y)$ a lokális komponenseket ábrázoljuk.

Az alábbi **Globális–Lokális** koordinátarendszerben a piros, átlós vonal azokat a pontokat jelenti, ahol a **Globális** és **Lokális** komponenseik épp egyenlők. E piros vonal és a függőleges, felfelé tartó (pozitív) tengely között azon régiók (4-karakteres) kódjai láthatók, melyeknek lokális növekedési komponense nagyobb, mint globális összetevője míg alul meg a piros átlós vonal és a negatív függőleges tengely sík-nyolcadában azon régiók, melyeknek lokális növekedési hátrányuk nagyobb az össz EU-átlaghoz mérve, mint globális irányú lemaradásuk.

3.2 ábra



Lokális $\geq$ Globális	Lokális $\leq$ Globális
ro42 Vest	itf1 Abruzzo
ro32 Bucuresti - Ilfov	itd2 Provincia Autonoma Trento
ee00 Estonia	itd5 Emilia-Romagna
bq41 Yugoapaden	ite2 Umbria
lv00 Latvia	itd1 Provincia Autonoma Bolzano-Bozen
lt00 Lithuania	ite1 Piemonte
hu10 Közép-Magyarország	itd3 Veneto
cz08 Moravskoslezsko	itc4 Lombardia
si02 Zahodna Slovenija	de30 Berlin
es63 Ciudad Autónoma de Ceuta (ES)	ite1 Toscana

3.2.1. Következtetés

Mivel a **3.2. Táblázat** 20 régiójának két oszlopa (kivétel nélkül) a **3.1. Táblázat** 50 régiójának az alsó-felső deciliseiből származó, két oszlopba rendezett, halmazának egy részhalmazát képezi; arra következtethetünk, hogy a két rangsorolás nagyban összefügg. Ezért a **Globális–Lokális koordinátarendszer** csak megerősíti a tőkeemegtérüléseken alapuló rangsorolásunkat. Ezenfelül még azt is sugallja, hogy a helyi politikák nagyban hozzájárulhatnak az EU-27 átlagos növekedésének emeléséhez.

B) β -konvergencia alkalmazása

Hajtsunk most végre, csak egy kissé eltérő lineáris regressziós analízist. Az előbbi független változó, $\ln y$ helyett a β -konvergencia³² növekedési egyenletének jobb oldalát

$\gamma_y \equiv y'(t)/y(t) = \beta e^{-\beta t} \ln [y^*/y(0)]$, a $t = 0$ -ban, azaz a $v \equiv \beta \ln [y^*/y(0)]$ -t független változóként, míg függő változóként ugyanazt a γ_y -t, mint azt az előbbi A)-ban tettük. Ekkor az újonnan választott v független változóra, az alábbi regressziós egyenes áll fenn³³:

$$\hat{\gamma}_y \equiv \text{trend}(\gamma) = -A v / \beta + A \ln y^* + B = v + 0.000215$$

³² Jegyezzük meg, hogy a β -konvergenciára vonatkozó (2.33) egyenlet (Lásd Barro – Sala-i-Martin [1995] 80. o.) az alábbi

(2.33) $\ln y(t) = e^{-\beta t} \ln y(0) + (1 - e^{-\beta t}) \ln y^* \Rightarrow \gamma_y \equiv y'(t)/y(t) = \beta e^{-\beta t} \ln [y^*/y(0)]$,

míg a mi (2.7) mozgásegyenletünk, ami az előző, második fejezetben található pedig

(2.7) $\gamma_y = -[(1-\alpha)x/\ln y^*] \ln[y^*/y(t)] + [(1+x)(r-r^*) + (1-\alpha)(\delta^* - \delta)]/(y^*/k^* + 1 - \delta^*)$.

Így a $t = 0$ időpontban a β -konvergenciára vonatkozó (2.33) egyenlet a (2.7) mozgásegyenlettel, az utóbbi konstans jobboldali tagjától eltekintve, megegyezik.

Lásd Barro – Sala-i-Martin [1995] 80. o. (2.34) képletet is, ahol β az alábbi

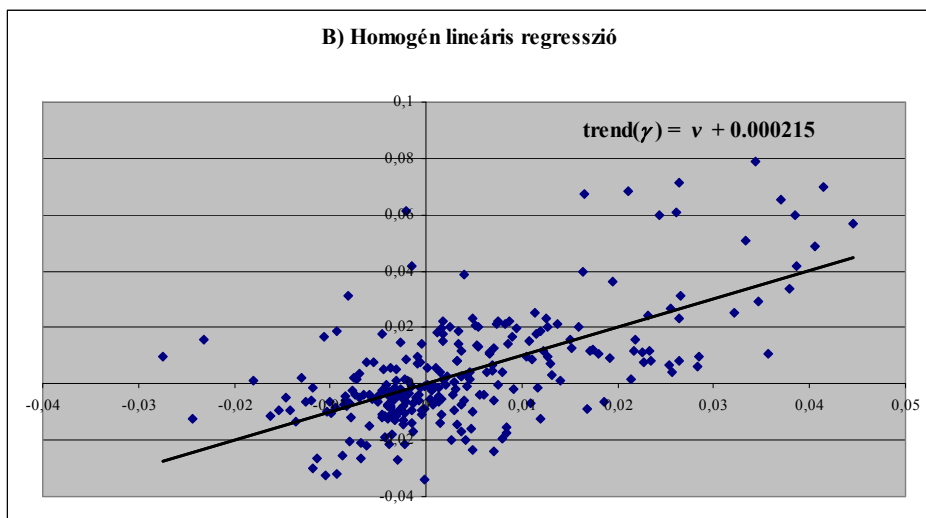
(2.34) $2\beta = \{[\rho - (1-\theta)x]^2 + 4(1-\alpha)(\rho + \delta + \theta x)[(\rho + \delta + \theta x)/\alpha - (x + \delta)]/\theta\}^{0.5} - [\rho - (1-\theta)x]$

Ha a paraméterek választása pl. $\rho = 0.04$; $\theta = 0.5091$; $\delta = 0.08$; $\alpha = 0.88$; $x = 0.0186$ és ekkor β -ra $\beta = 0.026027$ áll fenn.

³³ Fogalmazzuk meg egy kissé általánosabban ezt a v , független változóra vonatkozó transzformációt. Legyen f egy tetszőleges invertálható függvénye az $\ln y$ változónak, azaz $v \equiv f(\ln y) \Leftrightarrow \ln y = f^{-1}(v)$. Könnyen belátható, hogy az új lineáris regressziós egyenes az alábbi alakú lesz:

$\hat{\gamma}_y \equiv \text{trend}(\gamma) = A f^{-1}(v) + B$, ugyanazon A és B konstansokkal, mint A)-ban.

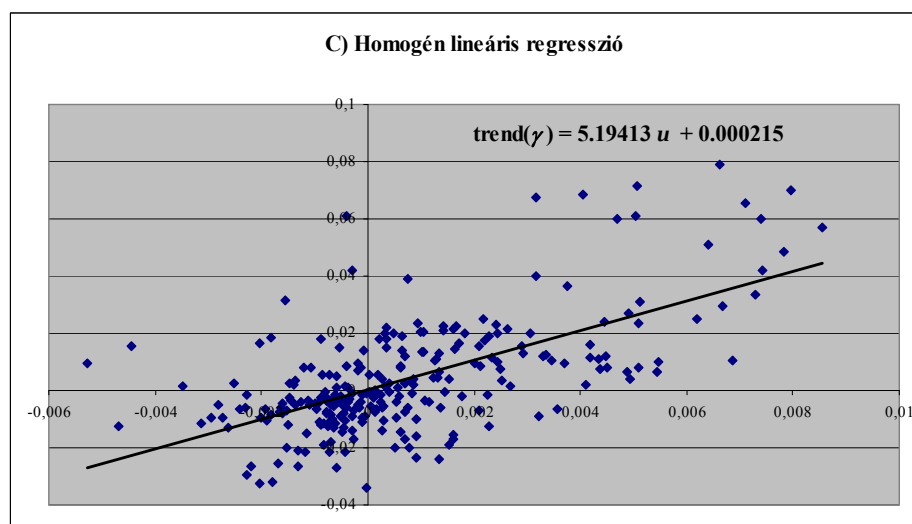
Azt tapasztaljuk, hogy ez a regresszió már egy **homogén lineáris** egyenlet v -ben, egyszerűen azért, mert 0.000215, a nem-homogén tag gyakorlatilag, zérónak tekinthető.



C) Vezető-Követő modell alkalmazása

Most pedig egy harmadik lineáris regressziós analízist hajtunk végre. Az előbbi független változó, $\ln y$ helyett most pedig a *Vezető-Követő* modell (2.7) mozgásegyenletének első tagját választjuk $u \equiv (1-\alpha) x (\ln y / \ln y^* - 1)$ -t választjuk független változónak, amiről azt tételeztük fel, hogy az imitációval arányos, míg függő változóként ugyanazt a γ_y -t, mint azt már A)-ban és B)-ben tettük. Ekkor az újonnan választott u független változóra, az alábbi regressziós egyenes áll fenn³⁴:

$$\hat{\gamma}_y \equiv \text{trend}(\gamma) = A \ln y^* u / [(1-\alpha) x] + A \ln y^* + B = 5.19413 u + 0.000215$$



Azt tapasztaljuk, hogy ez a regresszió – a fenti B)-hez hasonlóan – szintén egy **homogén lineáris** egyenlet, de most u -ban, hiszen itt is, a nem-homogén tag, elhanyagolható. Egy

lehetséges interpretációja ennek a ténynek az lehet, hogy az imitációból eredő növekedési tag, u alkotja a globalizáció hajtotta rész magját és az egész meg mint az u mag egy multiplikátoraként működik. Esetünkben ez egy 5.19-es multiplikátor a 2000-2005-ös időszakra. Mindez, közgazdasági nyelven megfogalmazva, az alábbi harmadik következtetéshez vezet.

3.2.2. Következtetés

Európában – átlagosan véve – 1 egységnyi, imitációból eredő növekedés, 4.19 egységnyi további növekedést von maga után a tőkemegtérülési rátán keresztül, a 2000-2005-ös időszakra vonatkozóan. Más szavakkal, minden imitációs lehetőség, azaz un. “gerschenkroni hátrányok előnye” felfogható, mint egy fajta tőke-vonzóképesség.

³⁴ Tekintsük a fenti 2 végjegyzetben található érvelést, csak most az $u \equiv (1-\alpha) x (\ln y / \ln y^* - 1)$ változóra.

HIVATKOZÁSOK

- Aghion, P. – Howitt, P. [1992]: A Model of Growth through Creative Destruction. *Econometrica*, 60:323-351.
- Aghion, P. – Howitt, P. [2006]: Appropriate Growth Policy: A Unifying Framework, *Journal of the European Economic Association* 4:269-314.
- Arrow, K. J. [1962]: The Economic Implications of Learning by Doing. *Review of Economic Studies*, 29:155-173.
- Barro, R. J.–Sala-I-Martin, X. [1995]: *Economic Growth*. McGraw-Hill, New York.
- Benhabib, J. – Spiegel, M. [1994]: The Role of Human Capital in Economic Development: Evidence from Aggregate Cross-Country Data. *Journal of Monetary Economics*, 34:143-173.
- Benhabib – Spiegel [2002]: Human Capital and Technology Diffusion In: *Handbook of Economic Growth* <http://www.econ.nyu.edu/user/benhabib/growthhandbook10.pdf>
- Conlisk, J. [1967]: A Modified Neo-Classical Growth Model with Endogenous Technical Change. *Southern Economic Journal* 11:421-432.
- Csillik, P. – Tarján, T. [2007]: Is convergence rate monotonic? *Acta Oeconomica*, 57(3):247-261
- Csillik, P. – Tarján, T [2008]: Globalisation and Local Development in the light of a Leader-Follower Growth Model. A cross-region analysis for the EU-27 regions, *SLD Working Papers*, WP 7/2008.
- http://portale.unitn.it/bpmapp-upload/download/fstore/7f0000016c9f2f72_186c6b2_124120d936e_-4393/WP7_2008_Csillik_Tarjan.pdf
- Csillik, P. – Tarján, T [2009]: Reconstruction Paths in Europe between 1945-70, Planned and Market Economies Compared. In: Bonoldi, A. -Leonardi, A. (eds.): *Recovery and Development in the European Periphery*, Bologna-Berlin, pp. 29-42.
- Day, R. H. – Fan Y-K. [1976]: Myopic Optimizing, Economic Growth and the Golden Rule. *Hong Kong Economic Papers*, 10:12–20.
- Dumke R. [1990]: Reassessing the Wirtschaftswunder: Reconstruction and Postwar Growth in West Germany in an International Context. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 52(2):451-491.
- EUROSTAT [2006]: Gross domestic product indicators - European System of Accounts (ESA95) Regional gross domestic product (PPS per inhabitant in % of the EU-27 average), by NUTS 2 regions - [tgs00006]
- <http://epp.eurostat.ec.europa.eu/tgm/table.do?tab=table&init=1&language=en&pcode=tgs00006&plugin=1>
- Gerschenkron, Alexander [1962]: *Economic Backwardness in Historical Perspective: A Book of Essays*. Cambridge, Belknap Press of Harvard University Press
- Jánosy Ferenc [1966]: *A gazdasági fejlődés trendvonala és a helyreállítási periódusok*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- Jánosy Ferenc [1971]: Még egyszer a trendvonalról. *Közgazdasági Szemle*, 18(7–8):841–867.

- Kaldor, N. [1963]: Capital Accumulation and Economic Growth. Megjelent: *Lutz, F. A. – Hague, D. C* (szerk.): Proceedings of a Conference Held by the International Economics Association. Macmillan, London.
- Ligeti Zsombor [2002]: Gazdasági növekedés és felzárkózás. Budapesti Közgazdasági és Államigazgatási Egyetem, doktori értekezés.
- Lucas, R. E. Jr. [1988]: On the Mechanics of Economic Development. *Journal of Monetary Economics*, 22:3-42.
- Maddison, A. [1995]: *Monitoring the World Economy*. Párizs: OECD.
- Maddison, A. [2003]: *The World Economy: Historical Statistics* CD-ROM (OECD, Paris). <http://www.ggdc.net/maddison/>
- Mankiw, N. G.–Romer, D.–Weil D. N. [1992]: A Contribution to the Empirics of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*, 107(2):407–437.
- Meyer Dietmar [1992]: Az új növekedésméletek, *Közgazdasági Szemle*, 1995(4):387-398.
- Nelson, R. – Phelps, E. [1966]: Investment in Humans, Technological Diffusion, and Economic Growth. *American Economic Review*, Papers and Proceedings, 61:69-75.
- North, D. (1994): Economic Performance through Time. *The American Economic Review*, 84(3):359–368.
- Ramsey, F. P. [1928]: A Mathematical Theory of Saving, *Economic Journal*, 38:543-559.
- Romer, P. M. [1986]: Increasing Returns and Long Run Growth. *Journal of Political Economy*, 94:1002- 1037.
- Romer, P. M. [1990]: Endogenous technological change. *Journal of Political Economy*, 98(5):part II, S71-S102.
- Samuelson, P. A.–Nordhaus W. D. [1988]: *Közgazdaságtan I–III*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- Schumpeter, J.A. [1934]: *The Theory of Economic Development*. Cambridge, MA, Harvard
- Schultz, T. W. [1961]: Investment in Human Capital. *The American Economic Review* 1(2):1-17
- Tamás G. Tarján [2002]: Jánossy's trendline theory in the light of the new growth theory. *Acta Oeconomica*, 52(1):79–104.
- Tarján Tamás [1993]: Gazdasági növekedésünk alakulása Ausztriához viszonyítva a 20. században. *Közgazdasági Szemle*, 9:815–822.
- Tarján Tamás [1994]: Az OECD tagországok növekedésének Jánossy-féle trendvonalala. *Közgazdasági Szemle*. 10:914–925.
- Tarján Tamás [1995]: Imminent OECD membership of Hungary and the revival of Jánossy's trendline theory. *Acta Oeconomica*, 47 (1-2):111–136.
- Tarján Tamás [1996]: Professional and Technical Structures as a Barrier to Technology Transfer. Megjelent: *Kirkland, J.* (szerk.): *Barriers to International Technology Transfer*. Kluwer Academic Publishers, London, 133–145.
- Tarján Tamás [1997]: La théorie de Jánossy à la lumière de la théorie de la croissance contemporaine. *TSER Workshop Technology, economic integration and social cohesion*. Párizs, október.
- Tarján Tamás [1998]: A humán tőke szerepe az integrációban és a gazdasági növekedésben. *Bélyácz Iván-Berend Iván* (szerk.): *Nemzetgazdasági Stratégia Elemi*, 2. kötet, Janus Pannonius Egyetem Kiadó, Pécs. 293-327.
- Tarján Tamás [2000]: Jánossy elmélete az új növekedési elmélet tükrében. *Közgazdasági Szemle*, 5:457–472.

- Villanueva, D. [1994]: Openness, Human Development, and Fiscal Policies: Effects on Economic Growth and Speed of Adjustment, *IMF Staff Papers*, 41:1-29
- Vonyó, Tamás, [2008]: Post-war reconstruction and the Golden Age of economic growth. *European Review of Economic History*, Cambridge University Press, 12(02):221-241.

2009

Judit KARSAI: The End of the Golden Age - The Developments of the Venture Capital and Private Equity Industry in Central and Eastern Europe. MT-DP. 2009/1

András SIMONOVITS: When and How to Subsidize Tax-Favored Retirement Accounts? MT-DP. 2009/2

Mária CSANÁDI: The "Chinese Style Reforms" and the Hungarian "Goulash Communism". MT-DP. 2009/3

Mária CSANÁDI: The Metamorphosis of the Communist Party: from Entity to System and from System towards an Entity. MT-DP. 2009/4

Mária CSANÁDI – Hairong LAI – Ferenc GYURIS: Global Crisis and its Implications on the Political Transformation in China. MT-DP. 2009/5

DARVAS Zsolt - SZAPÁRY György: Árszínvonal-konvergencia az új EU tagországokban: egy panel-regressziós modell eredményei. MT-DP. 2009/6

KÜRTI Andrea - KOZAK Anita - SERES Antal - SZABÓ Márton: Mezőgazdasági kisárutermelők nagy kereskedelmi láncoknak történő beszállítása a nagyvevői igények alapján a zöldség-gyümölcs ágazatban. MT-DP. 2009/7

András SIMONOVITS: Hungarian Pension System and its Reform. MT-DP. 2009/8

Balázs MURAKÖZY - Gábor BÉKÉS: Temporary Trade. MT-DP. 2009/9

Alan AHEARNE - Herbert BRÜCKER - Zsolt DARVAS - Jakob von WEIZSÄCKER: Cyclical Dimensions of Labour Mobility after EU Enlargement. MT-DP. 2009/10

Max GILLMAN - Michal KEJAK: Inflation, Investment and Growth: a Money and Banking Approach. MT-DP. 2009/11

Max GILLMAN - Mark N. HARRIS: The Effect of Inflation on Growth: Evidence from a Panel of Transition Countries. MT-DP. 2009/12

Zsolt DARVAS: Monetary Transmission in Three Central European Economies: Evidence from Time-Varying Coefficient Vector Autoregressions. MT-DP. 2009/13

Carlo ALTOMONTE - Gábor BÉKÉS: Trade Complexity and Productivity. MT-DP. 2009/14

András SIMONOVITS: A Simple Model of Tax-Favored Retirement Accounts. MT-DP. 2009/15

Ádám SZENTPÉTERI - Álmos TELEGDY: Political Selection of Firms into Privatization Programs. Evidence from Romanian Comprehensive Data. MT-DP. 2009/16

András SIMONOVITS: Pension Reforms in an Aging Society: A Fully Displayed Cohort Model. MT-DP. 2009/17

- VALENTINY Pál - KISS Károly Miklós: A nélkülözhetetlen eszközök értelmezése és a postai szolgáltatások. MT-DP. 2009/18
- Gábor BÉKÉS - Péter HARASZTOSI - Balázs MURAKÖZY: Firms and Products in International Trade: Data and Patterns for Hungary. MT-DP. 2009/19
- KARSAI Judit: Áldás vagy átok? A magántőke-befektetések hatása a gazdaságra. MT-DP. 2009/20
- László HALPERN–Balázs MURAKÖZY: Innovation, Productivity and Exports: the Case of Hungary. MT-DP. 2009/21
- Zsuzsa KAPITÁNY: Non-employment, Ill-being and Subjective Well-being. MT-DP. 2009/22
- Szilárd BENK-Max GILLMAN-Michal KEJAK: A Banking Explanation of the US Velocity of Money: 1919-2004. MT-DP. 2009/23
- Zsolt DARVAS: The Impact of the Crisis on Budget Policy in Central and Eastern Europe. MT-DP. 2009/24
- NEMES Gusztáv: Gondolatok a vidékfejlesztési programok értékeléséről: Társadalmi tanulás a LEADER programban. MT-DP. 2009/25
- Ádám SZENTPÉTERI - Álmos TELEGDY: Political Objectives and Privatization Decisions. Selection of Firms into Privatization or Long-Term State Ownership in Romania. MT-DP. 2009/26
- András SIMONOVITS: Underreported Earnings and Age-Specific Income Redistribution in Post-Socialist Economies. MT-DP. 2009/27

2010

- Gábor BÉKÉS - Péter HARASZTOSI: Agglomeration Premium and Trading Activity of Firms. MT-DP 2010/1