

Ronning, Gerd

**Working Paper**

## Nachfrageanalyse für diskrete Alternativen

Diskussionsbeiträge - Serie II, No. 31

**Provided in Cooperation with:**

Department of Economics, University of Konstanz

*Suggested Citation:* Ronning, Gerd (1987) : Nachfrageanalyse für diskrete Alternativen, Diskussionsbeiträge - Serie II, No. 31, Universität Konstanz, Sonderforschungsbereich 178 - Internationalisierung der Wirtschaft, Konstanz

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/101497>

**Standard-Nutzungsbedingungen:**

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

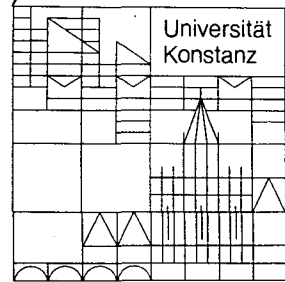
**Terms of use:**

*Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.*

*You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.*

*If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.*

Prof. / Klausur



**Sonderforschungsbereich 178**  
**„Internationalisierung der Wirtschaft“**

Diskussionsbeiträge

Juristische  
Fakultät

Fakultät für Wirtschafts-  
wissenschaften und Statistik

Gerd Ronning

**Nachfrageanalyse für diskrete Alternativen**

Nachfrageanalyse für diskrete Alternativen

Gerd Ronning

Serie II - Nr. 31

August 1987

A 9 4 081 / 87  
30  
Weltwirtschaft  
Kl. →

Gerd Ronning , Konstanz

Zusammenfassung: Modelle zur Auswahl diskreter Alternativen (discrete choice models) stellen eine spezielle Situation der ökonomischen Nachfrageanalyse dar. Die verwendeten Modelle müssen deshalb den nachfragetheoretischen Rahmen berücksichtigen. Läßt man für das ausgewählte Gut beliebige Mengen zu, so bieten sich ökonometrische Modelle vom Tobit-Typ zur Analyse an. Auch hier sollte in der Spezifikation die Beziehung zur Nachfrageanalyse sichtbar sein. Für den Fall, daß nur ein einziges Gut aus der speziell betrachteten Alternativen- bzw. Gütermenge ausgewählt werden kann, werden Ansätze aus der Literatur diskutiert und Probleme bei der Erweiterung auf den simultanen Konsum mehrerer Güter dargestellt.

## Nachfrageanalyse für diskrete Alternativen

Gerd Ronning, Konstanz \*

### 1. Vorbemerkung

Seit längerem spielen Modelle, die im Englischen als "Discrete Choice Models" bezeichnet werden, in der Mikro-Ökonometrie eine bedeutsame Rolle. Man untersucht mit ihrer Hilfe das Verhalten von Wirtschaftssubjekten in speziellen Nachfragesituationen, etwa bei der Auswahl zwischen verschiedenen Verkehrsmitteln wie Bus, Auto und Bahn. Allerdings sind die Beziehungen zur üblichen ökonomischen Nachfrageanalyse dabei weitgehend unberücksichtigt geblieben, obwohl sich eine gemeinsame Behandlung eigentlich anbietet. Sie wird spätestens dann notwendig, wenn man die Auswahl diskreter Alternativen in die übliche ökonomische Nachfrageanalyse einbeziehen will.

Oft wird die diskrete Konsumententscheidung noch durch eine quantitative Entscheidung ergänzt, worauf Tobin (1958) bereits sehr früh im Zusammenhang mit der Nachfrageanalyse für dauerhafte Konsumgüter hingewiesen hat: Neben die Entscheidung, ob ein Auto gekauft werden soll, tritt die Entscheidung über die Kaufsumme. Seit längerem wird diese Analyse durch Modelle mit gestützten abhängigen Variablen, aber ohne ausdrücklichen Bezug auf den zugrundeliegenden nachfragetheoretischen Rahmen durchgeführt.

Erst in jüngster Zeit haben einige Autoren versucht, diesen Zusammenhang formal darzustellen. Dazu gehören insbesondere McFadden (1981), Dubin und McFadden (1984) und Hanemann (1984). Dabei behandelt die zuerst genannte Arbeit nur den Aspekt der diskreten Entscheidung, während die beiden anderen Artikel beide Aspekte berücksichtigen. Allen drei Arbeiten ist die Restriktion gemeinsam, daß innerhalb des Entscheidungsbaumes nur eine einzige Alternative gewählt werden kann. Dies schließt die gleichzeitige Auswahl von mehreren Gütern aus.

Rein äußerlich gesehen geht es bei diesem Thema um das Phänomen, daß einige der angebotenen Güter konsumiert werden und andere nicht. Die Modellierung dieses sogenannten "Null-Konsums" hat Deaton (1986, S. 1809) als eines der "gegenwärtig drängendsten Probleme in der angewandten Nachfrageanalyse" bezeichnet. Einen interessanten Ansatz dazu offeriert die Arbeit von Lee und Pitt (1986), die Nullkonsum durch die Diskrepanz zwischen "virtuellen" und realisierten Preisen erklärt. Ferner hat Lancaster (1971) mit seinem Ansatz, der den Nutzen von Gütern auf deren Charakteristiken bezieht, einerseits eine plausible Begründung für Nullkonsum geliefert, und andererseits die in "Discrete Choice"-Modellen verwendete Hypothese der Maximierung einer stochastischen Nutzenfunktion (random utility maximization) bereits sehr früh in die traditionelle Nachfrageanalyse integriert <sup>1)</sup>, ohne daß dieser Ansatz dort starken Anklang fand.

In der vorliegenden Arbeit sollen die bereits kurz skizzierten Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Ansätzen sowie deren Vor- und Nachteile für die (erweiterte) Nachfrageanalyse überblicksartig dargestellt werden. Abschnitt 2 behandelt die verschiedenen Verhaltensannahmen, die zu einem Nullkonsum führen können und eng mit der Frage des Aggregationsniveaus verknüpft sind. Abschnitt 3 skizziert den Ansatz von Lancaster, soweit dies für die folgenden Ausführungen wesentlich ist. Abschnitt 4 beschäftigt sich mit der Entscheidung zwischen diskreten Alternativen, während Abschnitt 5 die zusätzliche quantitative Konsumententscheidung ebenfalls in Betracht zieht. Probleme, die bei der simultanen Auswahl mehrerer Güter auftreten, werden in Abschnitt 6 angesprochen. Abschnitt 7 enthält abschließende Bemerkungen.

## 2. Nullkonsum und seine Bestimmungsgründe

Unter Nullkonsum wird hier die Tatsache verstanden, daß ein Wirtschaftssubjekt innerhalb eines bestimmten Zeitraums ein bestimmtes Gut nicht kauft, d.h. die latente Variable Konsum wird mit der beobachtbaren Variablen Ausgabe gleichgesetzt. Dies kann einerseits mit der Präferenzstruktur, andererseits mit dem Einkaufsverhalten der Konsumenten zusammenhängen. Für den zweitgenannten Grund denke man an Güter wie Waschmittel oder Textilien, bei denen der Kauftakt im allgemeinen groß ist. Bei entsprechenden kurzem Beobachtungszeitraum (14 Tage, 1 Monat) kann dies dazu führen, daß Haushalte ein Gut zwar konsumieren, aber nicht kaufen. Aus ökonomischer Sicht ist natürlich nur die Präferenzstruktur als Bestimmungsgrund interessant. In der empirischen Analyse kann allerdings üblicherweise nicht zwischen den beiden Bestimmungsgründen diskriminiert werden. Dies führt zu Problemen bei der Modellierung und Schätzung des Nachfragemodells (siehe Keen (1986)).

In der üblichen ökonometrischen Nachfrageanalyse, die aggregierte Daten benutzt, ist die Zahl der Güter mit Nullkonsum meistens gering: Verschiedene Haushalte kaufen verschiedene Güter und in unterschiedlichem Takt. Außerdem werden aus Gründen der Parametrisierung (beispielsweise bei flexiblen funktionalen Formen) oft nur sehr wenige Gütergruppen berücksichtigt, so daß der Nullkonsum einzelner Güter nicht mehr sichtbar ist.

## 3. Gütercharakteristiken und stochastische Nutzenfunktion

Lancaster (1971) hat darauf hingewiesen, daß nicht die Güter selbst, sondern deren Charakteristiken uns Nutzen verschaffen, wobei die Charakteristiken quantitative, physisch meßbare Merkmale wie Gewicht, Dichte, Leistung etc. sein sollen. Damit bekommt die Vorstellung von "ähnlichen" Gütern, die in der traditionellen Nachfrageanalyse keinen Platz hat, einen Sinn: Eine geringfügige Qualitätsänderung eines Gutes läßt sich durch eine (kleine) Variation bestimmter Charakteristiken beschreiben, während im traditionellen Ansatz ein neues Gut zu definieren wäre.

Unterstellt man <sup>2)</sup> eine linear additive Beziehung zwischen den Gütermengen und den Meßeinheiten der einzelnen Charakteristiken, dann kann man schreiben:

$$z_i = \sum_{j=1}^n b_{ij} x_j, \quad i = 1, \dots, m. \quad (1)$$

Dabei ist  $z_i$  die Menge der Charakteristik (Eigenschaft)  $i$  und  $x_j$  die Menge des Gutes  $j$ .  $b_{ij}$  gibt die Quantität der  $i$ -ten Eigenschaft an, die durch eine Gütereinheit "produziert" wird. Kompakt schreiben wir (1) auch als

$$z = B x, \quad (2)$$

wobei  $z$  und  $x$  Vektoren und  $B$  eine  $(m \times n)$ -Matrix ist. Ferner sei  $y$  das fest vorgegebene Einkommen und  $p_j$  der Preis des  $j$ -ten Gutes. Dann lautet die bei der Konsumentenentscheidung zu berücksichtigende Budget-Restriktion

$$\sum_{j=1}^n p_j x_j = y. \quad (3)$$

Es wird angenommen, daß  $z$  und  $x$  nichtnegative Vektoren sind, was eine nichtnegative Matrix  $B$  impliziert. Die Budgetmenge, d.h. die unter Beachtung der Budget-Restriktion erreichbare Menge der Konsumpunkte  $x$  ist konvex und durch  $n+1$  Eckpunkte  $x^i$  vollständig charakterisiert, wobei  $x_s^i = y/p_s$  für  $i = s$  (und Null sonst) gilt. Aus der linearen Beziehung (1) folgt dann, daß die Budgetmenge im Charakteristik-Raum (C-Raum) ebenfalls konvex ist und durch höchstens  $n+1$  Eckpunkte  $z^i$  bestimmt wird, wobei die einzelnen Koordinaten der Eckpunkte durch  $z_s^i = b_{is} y/p_s$  gegeben sind.

Ein Beispiel (Lancaster 1971, Example 2, S. 30) soll dies verdeutlichen: Es seien  $n = 3$  Güter mit jeweils  $m = 2$  (relevanten) Charakteristiken gegeben.  $B$ ,  $p$  und  $y$  seien wie folgt spezifiziert:



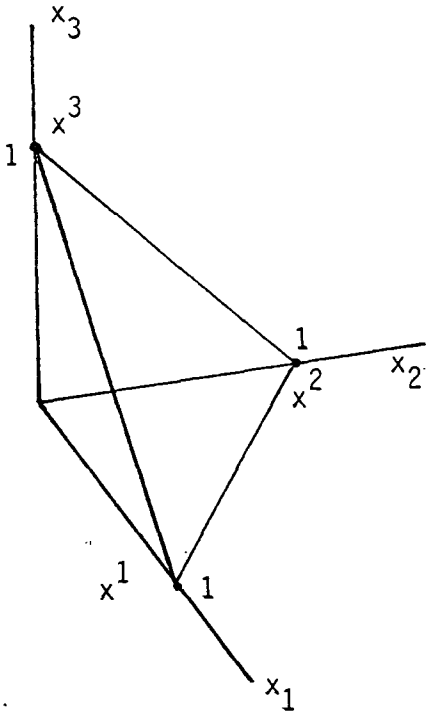


Abbildung 1a

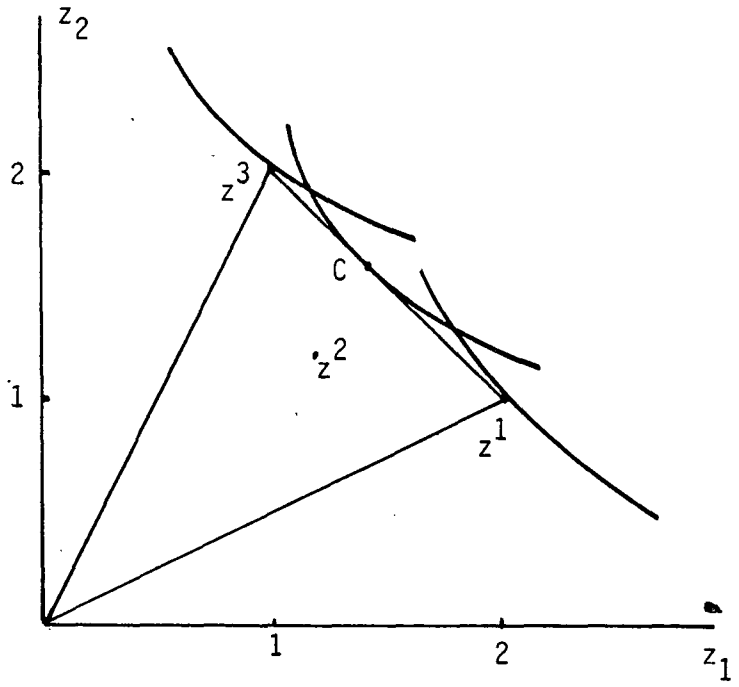


Abbildung 1b

Abbildung 1

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1,2 & 1 \\ 1 & 1,2 & 2 \end{pmatrix}, p = (1, 1, 1), y = 1$$

Im dreidimensionalen Güter-Raum ergibt sich ein Tetraeder als Budgetmenge, wie dies in Abbildung 1a dargestellt ist. Überführung in den zweidimensionalen C-Raum ergibt ein Dreieck als Budgetmenge. Siehe Abbildung 1b. Man beachte, daß der Punkt  $z^2$  mit den Koordinaten (1,2 ; 1,2) kein Eckpunkt im C-Raum ist, so daß die Budgetmenge nur durch den Ursprung und zwei Eckpunkte bestimmt wird.

Überträgt man nun die in der traditionellen Mikroökonomie üblichen Präferenzannahmen für Gütermengen auf die Charakteristiken  $z$ , so ergeben sich je nach Präferenz der Konsumenten die Konsumpunkte  $z^1$ ,  $z^3$  oder C, wobei die beiden ersten einen Eckpunkt bezeichnen, C dagegen einen Tangentialpunkt. Man kann zeigen, daß die beiden Eckpunkte eineindeutig den ausschließlichen Konsum von Gut 1 (=Punkt  $z^1$ ) und von Gut 3 (=Punkt  $z^3$ ) repräsentieren. Ferner stellt sich für den Tangentialpunkt C heraus, daß er durch den Konsum der beiden Güter 1 und 3 bestimmt ist, d.h. Gut 2 wird in diesem Punkt nicht konsumiert. Siehe Lancaster (1971, S. 31).

Das Resultat dieses Beispiels läßt sich wie folgt verallgemeinern: Im Rahmen des Lancaster-Ansatzes werden bei Berücksichtigung von  $r$  Eigenschaften maximal  $r$  Güter gleichzeitig konsumiert. Wenn man davon ausgeht, daß die Anzahl der für den Konsumenten relevanten Eigenschaften deutlich niedriger liegt als die Zahl der verfügbaren Güter, dann bedeutet dieses Ergebnis einen Nullkonsum bei mindestens  $n - r$  Gütern. Diese Vorstellung ist vor allem dann intuitiv plausibel, wenn man verschiedene Marken und Packungsgrößen bzw. -arten als verschiedene Güter ansieht, wie dies bei Lancaster der Fall ist.

Andererseits folgt aus diesem durch Betrachtung der Güter-Charakteristiken bedingten Nullkonsum, daß die Auffassung vom "repräsentativen Konsumenten", der alle Güter gleichzeitig verbraucht, nicht mehr aufrechtzuerhalten ist:

Vielmehr muß die Verteilung der Präferenzen in der betrachteten Grundgesamtheit berücksichtigt werden. Bildet man Präferenzen in einer Nutzenfunktion ab, so gelangt man zu der Auffassung von einer stochastischen Nutzenfunktion, die sowohl bezüglich der Gütermengen als auch bezüglich der Charakteristiken formuliert sein kann. Im ersten Fall muß allerdings die Form der Nutzenfunktion Ecklösungen wie  $x^1$  und  $x^3$  in Abbildung 1a zulassen. Dies wäre beispielsweise für lineare oder konkave Indifferenzkurven möglich.

#### 4. Diskrete Alternativen in der Nachfrageanalyse <sup>3)</sup>

Im Rahmen der ökonomischen Nachfrageanalyse bezeichnen wir Güter oder Dienstleistungen dann als "diskrete Alternativen", wenn von ihnen entweder eine Einheit oder nichts gekauft wird. Der Begriff "Alternative" deutet zusätzlich darauf hin, daß von genau einem Gut gekauft und von allen anderen nicht gekauft wird. Es seien insgesamt  $m$  diskrete Alternativen  $A_i$  mit Charakteristikenvektor  $z^i$  verfügbar, deren Preis ("Kosten")  $q_i$  betrage. Dann ergibt sich ein Entscheidungsbaum wie in Abbildung 2. Alle sonstigen Güter (und Dienstleistungen) seien in beliebigen Mengen verfügbar, d.h. für sie soll die Situation gelten, wie sie in der traditionellen Nachfrageanalyse unterstellt wird, wobei wie im vorigen Abschnitt die Symbole  $x$ ,  $p$  und  $y$  für Mengen, Preise und das Einkommen stehen. Im Gegensatz zum vorhergehenden Abschnitt betrifft der Nullkonsum jedoch nur die  $m$  diskreten Alternativen, nicht die in  $x$  repräsentierten Güter. Für gegebene ausgewählte Alternative  $i$  besteht dann die bedingte Konsumentenentscheidung im folgenden Optimierungsproblem:

$$\max_x u(x, z^i, i, s, v) \text{ unter Beachtung von } p'x + q_i \leq y \quad (4)$$

Dabei ist  $u$  die Nutzenfunktion, die außer von den Gütermengen  $x$  und den Eigenschaften  $z^i$  der ausgewählten Alternative auch von einem Zufallsvektor  $v$  und dem Vektor sozio-ökonomischer Merkmale  $s$  abhängt, so daß die Verteilung von  $v$  durch  $s$  bestimmt wird und damit die bereits bei Lancaster angesprochene unterschiedliche Präferenzstruktur der Konsumenten modelliert.

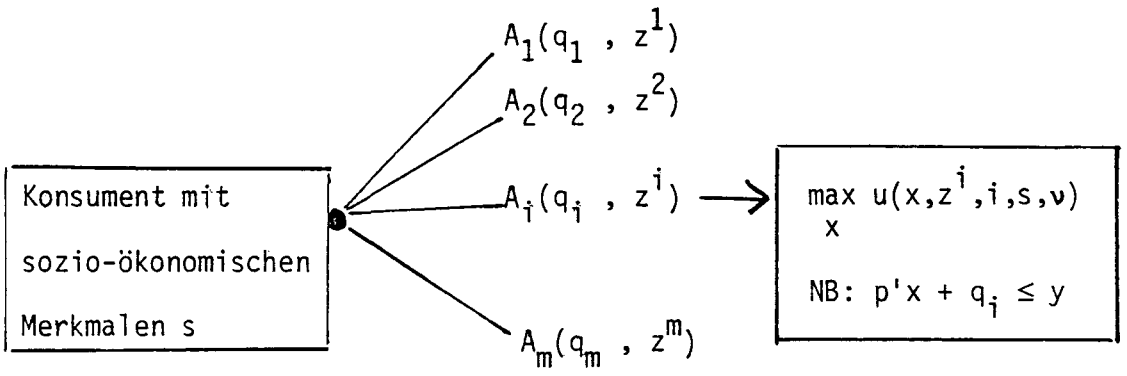


Abbildung 2

Ergebnis der Optimierung ist eine bedingte indirekte Nutzenfunktion  $v_i = v(x^*, z^i, i, s, v)$ , wobei  $x^*$  der aus (4) resultierende Konsumvektor ist, für den (unter geeigneten Annahmen für  $v$ ) aufgrund der Roy-schen Identität gilt:

$$x^* = - \frac{\delta v_i / \delta p}{\delta v_i / \delta y} \quad (5)$$

Wegen der Zufallskomponente  $v$  sind alle  $v_i$  Zufallsvariable. Unter der Hypothese, daß die Alternative mit maximalem Nutzen ausgewählt wird (RUM = random utility maximization), ergibt sich für die ausgewählte Alternative  $i$  der Nutzen

$$v^* = \max_i v_i \quad (6)$$

und die Wahrscheinlichkeit, mit der diese Alternative  $i$  ausgewählt wird, beträgt

$$W_i = \Pr\{ v_i > v_j \quad , \quad j \neq i, j=1, \dots, m \} \quad (7)$$

Da (direkte und) indirekte Nutzenfunktion die Parameter des Nachfragemodells bestimmen, ist die Auswahl-Wahrscheinlichkeit  $W_i$  an das nachfragetheoretische Modell gekoppelt. Explizite parametrische Formen werden in Abschnitt 5 behandelt. Bei Annahme extremwert-verteilter  $v_i$  gelangen wir zu einem Logit-Modell, bei Vorgabe normalverteilter  $v_i$  zu einem Probit-Ansatz.

Im restlichen Teil dieses Abschnittes soll noch die Frage behandelt werden, wann Auswahlwahrscheinlichkeiten als für eine (bezüglich der sozioökonomischen Struktur homogene) Grundgesamtheit repräsentativ angesehen werden können, d.h. wann diese Wahrscheinlichkeiten aus einer sozialen, sprich aggregierten Nutzenfunktion abgeleitet werden können. "The parameters of the aggregate demand function will then be the parameters of the underlying probability distribution of taste coefficients" (McFadden 1981, S. 200). Dies führt uns zu der auch bereits in der traditionellen Nachfrageanalyse vor allem von Gorman gestellten Frage zurück, wann indivi-

duelles rationales Verhalten als für die Gesamtheit repräsentativ angesehen werden kann. Wie bei allen Aggregations-Resultaten sind auch hier die Bedingungen für die Existenz einer entsprechenden - sozialen - Nutzenfunktion recht restriktiv. In Anlehnung an McFadden (1981, Kap. 5.7 und 5.8) sei das Ergebnis hier kurz skizziert:

Es sei  $V := E_{u/s} \max_i v_i$  der Erwartungswert von (6) bezüglich der Zufallsvariablen  $u$  gegeben  $s$ . Die Funktion  $V$  wird als soziale indirekte Nutzenfunktion bezeichnet, falls sie einerseits auf einer direkten Nutzenfunktion  $U$  mit der Eigenschaft

$$V = \max_{x, \delta} U(x, \delta / p'x + q'\delta \leq y) \quad (8)$$

basiert und andererseits aus der Roy-schen Identität die Auswahl-Wahrscheinlichkeiten  $W_i$  resultieren:

$$W_i = - \frac{\delta V / \delta q_i}{\delta V / \delta y}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (9)$$

Dabei ist  $\delta$  ein Anteilsvektor mit  $\delta_i \geq 0$  und  $\sum_{j=1}^m \delta_j = 1$ . Die soziale indirekte Nutzenfunktion betrachtet also die (bezüglich einer bestimmten sozio-ökonomischen Gruppierung  $s$ ) durchschnittliche Nutzenfunktion; in der direkten Nutzenfunktion kommt dies durch die Maximierung der Anteile  $\delta_i$ , die sich für die verschiedenen diskreten Alternativen entscheiden, zum Ausdruck. <sup>4)</sup> Für eine bestimmte, bereits von Gorman und anderen benutzte indirekte Nutzenfunktion lassen sich Bedingungen derart angeben, daß die soziale Nutzenfunktion die oben beschriebenen Eigenschaften besitzt. Die Eingeschränktheit des Ergebnisses sieht man beispielsweise an der Forderung, daß die Auswahlwahrscheinlichkeiten konstant bleiben, wenn statt der Kosten  $q_i$  die Kosten  $q_i + c$  für alle  $i$  betrachtet werden. Siehe McFadden (1981, Bedingung TCPS 5.3. S.212).

5)

5. Gegenseitige Ausschließlichkeit von Gütern (Markenwahl)

Die Darstellung von Lancasters Ansatz in Abschnitt 3 hat deutlich gemacht, daß Nullkonsum bei einzelnen Gütern durch die Berücksichtigung von Charakteristiken bzw. Eigenschaften dieser Güter erklärt werden kann. Wir wollen hier den Extremfall betrachten, daß aus einer Gruppe von  $m$  Gütern ("Marken") nur exakt ein Gut gekauft wird, während für die restlichen Güter nur die Gesamtausgabe relevant sei. Offensichtlich haben wir es hier mit einer zweistufigen Konsumentenentscheidung zu tun, in der zuerst die Marke und dann die Quantität für diese Marke bestimmt wird, wobei allerdings beide Entscheidungen nicht unabhängig sind und deshalb simultan modelliert werden müssen. Wie in Abschnitt 4 wird nur der Konsum eines einzigen Gutes aus der Menge von  $m$  Gütern zugelassen ; im Gegensatz zum vorigen Abschnitt ist jedoch jetzt die Quantität des gewählten Guts beliebig.<sup>6)</sup>

Wir bezeichnen mit  $x_i$  die Mengen und mit  $p_i$  die Preise der  $m$  Güter, aus denen eins ausgewählt wird. Ferner sei  $r$  ein Gut mit Preis 1 (Numeraire), das die Ausgaben für die restlichen Güter symbolisieren soll. Die  $m$  Güter besitzen Vektoren von Charakteristiken  $z^i = (z_{i1}, \dots, z_{iK})$ , d.h. es gibt  $K$  relevante Eigenschaften der Güter. Wir schreiben  $z = (z^1, \dots, z^m)$ . Ferner bezeichne wie bisher  $s$  den Vektor der sozio-ökonomischen Merkmale und  $y$  das Einkommen. Dann lautet das Konsumenten-Entscheidungsproblem bei Vorgabe der Nutzenfunktion  $u(x,z,r,s)$  :

$$\max_{x,r} u(x,z,r,s) \text{ unter Beachtung von } p'x + r \leq y \text{ und}$$

$$x_i > 0, i \in \{1, \dots, m\}, x_j = 0, j \neq i$$

$$r \geq 0 \tag{10}$$

Die bezüglich  $x$  verfügbaren Restriktionen implizieren natürlich spezielle Nutzenfunktionen, die zu linearen oder konkaven Indifferenzkurven führen.

Für die ökonometrische Analyse unterstellen wir, daß die einzelnen Komponenten von  $z^i$  und  $s$  nicht genau beobachtbar seien, und daß dies durch einen Zufallsvektor  $v$  mit gemeinsamer Dichtungsfunktion  $f_v(v_1, \dots, v_m)$  beschrieben werden könne. Dies führt zu der stochastischen Nutzenfunktion  $u(x, z, r, s, v)$ , deren Verteilung durch  $f_v$  bestimmt ist. Für gegebene Auswahl eines bestimmten Gutes  $i$  erhalten wir die bedingte Nachfrage  $x_i$  und die daraus resultierende bedingte indirekte Nutzenfunktion  $v_i$  durch Maximierung von  $u_i := u(x_i, z^i, r, s, v)$  unter Beachtung der bedingten Budget-Restriktion  $p_i x_i + r = y$ . Genau wie in Abschnitt 4 ergibt sich dann als Auswahlwahrscheinlichkeit

$$W_i = \Pr \{ v_i > v_j, \quad j=1, \dots, m; \quad j \neq i \} \quad (11)$$

Allerdings ist nicht diese Auswahl-Wahrscheinlichkeit, sondern die nachgefragte Menge  $x_i$  in diesem Abschnitt die zentrale Größe. Im Folgenden sei  $B_i = \{v/v_i > v_j, \text{ alle } j\}$  und  $v \in B_i$  bezeichne das Ereignis, daß Gut  $i$  gewählt wird. Dann ergibt sich die Verteilung von  $x_i$  durch

$$f_{x_i}(x) = \begin{cases} 1 - W_i & , \quad x = 0 \\ W_i \cdot f_{x_i/v \in B_i}(x) & x > 0 \end{cases} \quad (12)$$

d.h.  $x_i$  hat eine (an der Stelle  $x = 0$ ) gestutzte Verteilung, und die unbedingte Dichte für  $x_i$  ergibt sich aus dem Produkt der Dichte von  $x_i$  gegeben  $v \in B_i$  und der Auswahlwahrscheinlichkeit  $W_i$ . Dabei läßt sich die bedingte Dichte  $f_{v/v \in B_i}$  aus der gemeinsamen Dichte  $f_v$  gewinnen, und  $f_{x_i/v \in B_i}$  folgt dann aus der Beziehung zwischen  $x_i$  und  $v_i$ , die durch die Roy-sche Identität gegeben ist:



$$x_i = - \frac{\delta v_i / \delta p_i}{\delta v_i / \delta y} \quad (13)$$

Dies soll nun anhand eines parametrischen Beispiels illustriert werden. Dazu nimmt Hanemann (1984, S. 547) an, daß die in  $z^i$  enthaltenen Charakteristiken durch einen Qualitätsindex von der Form

$$\psi_i = \exp(\alpha_i + \sum_k \gamma_k z_{ik}) \exp(v_i) \quad (14)$$

beschrieben werden können, d.h. die bei der Abschätzung der Charakteristiken entstehende Unsicherheit wird durch den Zufallsvektor  $v$  beschrieben. Dabei sollen die  $v_i$  voneinander unabhängig, identisch extremwert-verteilt sein mit Skalierungsparameter  $\mu > 0$ . Dies führt zu der gemeinsamen Verteilungsfunktion<sup>7)</sup>

$$F_v(v_1, \dots, v_m) = \exp(- \sum_j \exp(-v_j/\mu)) \quad (15)$$

Eine besonders einfache Form der Nutzenfunktion, die die gewünschten Ecklösungen zuläßt und gleichzeitig die Qualität der Güter berücksichtigt, ist durch

$$u(x, \psi, r) = u^*(\sum \psi_j x_j, r) \quad (16)$$

gegeben. Siehe dazu die Diskussion bei Deaton und Muellbauer (1980, Kap. 10.3). Da  $\psi_i$  als multiplikativer Faktor bei der Menge  $x_i$  steht, gilt  $p_i x_i = (p_i/\psi_i)(\psi_i x_i)$ , d.h. das Optimierungsproblem unter Beachtung unterschiedlicher Qualitäten führt zu demselben Ergebnis wie das "ordinäre" Optimierungsproblem für Mengen  $\psi_i x_i$  und Preise  $p_i/\psi_i$ . Deshalb hängt die aus der Nutzenfunktion  $u^*$  resultierende bedingte indirekte Nutzenfunktion  $v_i$  außer vom Einkommen nur noch vom "Preis"  $p_i/\psi_i$  ab:

$$v_i = v_i(p_i/\psi_i, y) \quad (17)$$

Da  $v_j^b$  monoton sinkend bezüglich des ersten Arguments ist, ergibt sich die Wahl des Gutes  $i$  durch Vergleich der qualitätsbereinigten Preise  $p_j / \psi_j$ , und für die Auswahlwahrscheinlichkeit  $W_i$  gilt unter Beachtung von (14):

$$W_i = \Pr \{ \ln(p_i) - \ln(\psi_i) < \ln(p_j) - \ln(\psi_j) \quad , \text{ alle } j \} \quad (18)$$

$$= \Pr \{ \alpha_i + \sum_k \gamma_k z_{ik} - \ln p_i + v_i > \alpha_j + \sum_k \gamma_k z_{jk} - \ln p_j + v_j, \text{ alle } j \}$$

Zu diesem Ausdruck sind zwei Bemerkungen notwendig: (a) Offensichtlich spielt die funktionale Form der Nutzenfunktion  $v_j^b$  keine Rolle für die Bestimmung der  $W_i$ . (b) Eine Multiplikation der Ungleichung in der zweiten Zeile mit  $(1/\mu)$ ,  $\mu > 0$ , läßt das Ergebnis unverändert, gestattet andererseits eine flexible Gewichtung von Preis und Qualitätsindex. Dies spiegelt sich auch in der resultierenden Auswahlwahrscheinlichkeit wider:

$$W_i = \frac{\exp(\alpha_i^* + \sum_k \gamma_k^* z_{ik} - \frac{1}{\mu} \ln p_i)}{\sum_j \exp(\alpha_j^* + \sum_k \gamma_k^* z_{jk} - \frac{1}{\mu} \ln p_j)} \quad (19)$$

Zur Ableitung im Einzelnen siehe Hanemann (1984, S. 549). Dabei gilt  $\alpha_i^* = \alpha_i / \mu$  und  $\gamma_k^* = \gamma_k / \mu$ .

Wir müssen jetzt die Dichte für  $x_i$  bestimmen. Als erstes berechnen wir

$$f_{v/v \in B_i} = f_v / W_i \quad (20)$$

Um daraus die bedingte Dichte für  $x_i$  zu gewinnen, muß jetzt jedoch eine explizite Form der indirekten Nutzenfunktion vorgegeben werden. Bei Verwendung von

$$v_i^b(p_i, \psi_i, y) = \frac{\theta}{\rho-1} \left( \frac{p_i}{\psi_i} \right)^{1-\rho} - \frac{\exp(-\eta y)}{\eta} \quad , \theta > 0, \eta \neq 0, \rho \neq 1 \quad (21)$$

erhalten wir mittels der Roy-schen Identität

$$x_i^b = \left( \frac{1}{\psi_i} \right)^{1-\rho} \theta p_i^{-\rho} \exp(\eta y) \quad (22)$$

Da  $\psi_i$  über (14) von  $v_i$  abhängt, kann aus (22) die bedingte Dichte für  $x_i$  bestimmt werden. Unter den gemachten Annahmen bezüglich Nutzenfunktion und Verteilung ergibt sich schließlich (Hanemann 1984, S. 551) ein Ausdruck für den bedingten Erwartungswert von  $\ln(p_i x_i)$ :

$$E(\ln(p_i x_i) / v \in B_i) = \ln(\theta) + \eta y + (\rho - 1) [\mu \ln(\sum \exp(\lambda_i / \mu)) + 0,577\mu] \quad (23)$$

wobei  $\lambda_i = \alpha_i + \sum \gamma_k \cdot i_k - \ln(p_i)$  ist.

Diese Beziehung läßt sich formal als ein (nichtlineares) "Switching-Regression"-Modell mit  $m$  verschiedenen "Regimes" auffassen, dessen - zweistufige - Schätzung beispielsweise bei Maddala (1983, Kap. 8.3) behandelt wird. Dabei werden in der ersten Stufe die Parameter  $\alpha_i$ ,  $\gamma_k$  und  $\mu$  aus dem Logit-Modell (19) bestimmt. Die betreffenden Schätzwerte werden dann in der zweiten Stufe in (23) eingesetzt und wie empirische Einflußgrößen behandelt. Die resultierende Kovarianzmatrix der Schätzung ist bei Maddala (1983, S. 22) zu finden.

Das in Anlehnung an Hanemann präsentierte Beispiel vernachlässigt gänzlich die sozio-ökonomischen Einflußgrößen. Ihre Modellierung würde in der Bestimmung der Auswahlwahrscheinlichkeiten unerheblich sein, da diese Merkmale nicht über die  $m$  Alternativen variieren. Dagegen ist für die Bestimmung der nachgefragten Quantität  $x_i$  der Einfluß dieser Merkmale von Bedeutung. Bei Berücksichtigung in der direkten und indirekten Nutzenfunktion resultieren diese sozio-ökonomischen Merkmale als zusätzliche Einflußgrößen in einer Beziehung entsprechend (23). Siehe beispielsweise Dubin und McFadden (1984, Abschnitt 4).

## 6. Modelle für die simultane Wahl mehrerer Güter

In den beiden letzten Abschnitten wurde jeweils aus einer Menge von  $m$  Gütern nur ein einziges ausgewählt. In Abschnitt 4 wurde eine Entscheidungssituation, wie sie beispielsweise bei der Wahl eines Verkehrsmittels besteht, unterstellt. In Abschnitt 5 ging es um die Markenwahl bei einem bestimmten Produkt, z.B. Zigaretten. Für viele Anwendungsfälle mag diese eingegrenzte Fragestellung sinnvoll sein, so etwa bei der optimalen Organisation eines Verkehrsverbundes (siehe etwa Ben-Akiva und Lerman, 1985) oder bei der Bestimmung der Komponenten der Elektrizitätsnachfrage (Dubin und McFadden 1984). Andererseits drängt sich bei der Lektüre der in den vorangegangenen Abschnitten behandelten Arbeiten die Frage auf, ob nicht Erweiterungen möglich sind, die eine Wahl von mehr als zwei Gütern zulassen.

Für die in Abschnitt 4 behandelte Situation könnte man sich vorstellen, daß zwei Mengen von Alternativen,  $S_1$  und  $S_2$ , gegeben sind, und der Konsument aus beiden Mengen jeweils eine Alternative wählt. Sei  $S_1$  die Menge der Verkehrsmittel und  $S_2$  die Menge möglicher Arbeitsformen für Beschäftigte (Gleitzeit, Teilzeit, Schichtarbeit etc.). Dies würde zu einer gemeinsamen Entscheidung über die Arbeitsform (bzw. den Arbeitsplatz) und das verwendete Verkehrsmittel führen. Als ökonometrische Modelle bieten sich simultane Logit- und Probitmodelle an. Die Auswahlwahrscheinlichkeiten  $w_{1i}$  für  $S_1$  und  $w_{2i}$  für  $S_2$  würden über einen Vergleich der zweifach bedingten indirekten Nutzenfunktionen  $v_{ij}$  erfolgen:

$$\Pr \{v_{ij} > v_{kl} \text{ , alle } k \text{ und } l, k \neq i, l \neq j\}$$

aus denen sich die eigentlich interessierenden Randwahrscheinlichkeiten bestimmen lassen.

Bei der Schätzung eines solchen simultanen "Discrete Choice" Modells sind neben numerischen Problemen die Parameter-Restriktionen zu beachten, die die

Kohärenz des Systems sichern. Siehe dazu Schmidt und Strauss (1975) für den Fall simultaner Logitmodelle und Schmidt (1981) für simultane Probitmodelle sowie Gourieroux und andere (1980) für eine allgemeine Darstellung.

Im Rahmen von Abschnitt 5 kann man  $S_1$  und  $S_2$  als zwei Mengen von Marken (z.B. Zigaretten und Kaffee) interpretieren. Die Möglichkeit des gleichzeitigen Konsums von zwei Gütern sollte hier auch den Fall einschließen, daß nur ein Gut (entweder Zigaretten oder Kaffee) konsumiert wird. Die Probleme bei der adäquaten Modellierung sind hier allerdings weit größer und sollen nur kurz angedeutet werden: Die Nutzenfunktionen müssen nun die Möglichkeit des Konsums von einem (oder!) zwei Gütern zulassen. Die Auswahlwahrscheinlichkeiten können sich nicht mehr wie in (18) auf den Vergleich der Preise der einzelnen Güter beschränken. Die stochastische Spezifikation hat von der gemeinsamen Verteilung von zwei gestutzten abhängigen Variablen auszugehen und führt zu einem simultanen Tobit-Modell, in dem wieder Kohärenz-Restriktionen für die Struktur-Parameter zu beachten sind, deren inhaltliche Interpretation jedoch oft unmöglich ist.<sup>8)</sup>

## 7. Abschließende Bemerkungen

Ziel der vorangegangenen Ausführungen war es, auf die notwendige Verbindung von traditioneller Nachfrageanalyse und Modellen zur Auswahl diskreter Alternativen hinzuweisen und operationale Ansätze vorzustellen. Es ist geplant, diese Methoden bei der Erklärung individuellen Nachfrageverhaltens im Zusammenhang mit dem Auslandstourismus einzusetzen: Neben die Entscheidung, in welches Land man reist, tritt die Entscheidung, welchen finanziellen und zeitlichen Umfang die Reise haben soll. Zusätzlich soll, im Rahmen eines hierarchischen Entscheidungsmodells ("nested logit"), die Entscheidung zwischen Inlands- und Auslandsurlaub simultan mit der Entscheidung über das ausländische Ziel-Land analysiert werden.<sup>9)</sup> Die vorliegende Arbeit sollte aber auch deutlich gemacht haben, daß der wirklichkeitsnähere Fall, in dem mehrere diskrete Alternativen bzw. mehrere Güter gleichzeitig gewählt werden können, zur Zeit noch an die Grenzen des ökonometrisch Machbaren stößt.<sup>10)</sup>

### Fußnoten

- \* ) Die Arbeit steht im Zusammenhang mit einem Projekt, das von der DFG im Rahmen des SFB 178 "Internationalisierung der Wirtschaft" finanziell gefördert wird.
- 1) Der Hinweis auf die enge Verwandtschaft zwischen Lancaster-Modell und dem "Discrete Choice"-Ansatz findet sich bei Lerman und Ben-Akiva (1985, S.43).
- 2) Siehe für das Folgende Lancaster (1971, S. 15-16 und 25-26).
- 3) Dieser Abschnitt nimmt vorwiegend auf den Artikel von McFadden (1981) Bezug.
- 4) Sei  $N$  die Gesamtzahl Konsumenten und  $N_i$  die Zahl derer, die  $i$  wählen. Ferner sei  $Q := \sum N_i q_i$ . Dann sind die Anteile durch  $\delta_i = N_i/N$  gegeben, und  $q'\delta = Q/N$  sind die Durchschnittskosten pro Konsument für die Auswahl aus dem Entscheidungsbaum.
- 5) Dieser Abschnitt basiert hauptsächlich auf Hanemann (1984).
- 6) In Abschnitt 6 wird die Frage behandelt, wie die Auswahl von mehr als einem Gut modelliert werden kann. Es handelt sich bei der Konsumentenentscheidung nicht mehr um diskrete Alternativen im oben definierten Sinne.
- 7) Diese Formulierung ist nicht die übliche. Siehe z.B. Amemiya (1985, S. 296). Ihre Notwendigkeit hier wird im Zusammenhang mit der Formel (18) deutlich werden.
- 8) Bei der Bewertung der Ergebnisse für simultane Probit-Modelle schreibt Schmidt (1981, S. 433): "The result is to make simultaneous equations models recursive, in one way or another. The implications of this appear not yet to be fully understood." Für den Tobitansatz siehe Maddala (1983, S.208-216).
- 9) Siehe für diesen Ansatz Amemiya (1985, Kap. 9.3.5) oder McFadden (1981). Solche Modelle basieren auf der Annahme miteinander korrelierter Nutzenwerte für verschiedene Alternativen.
- 10) Siehe auch das Resümee bei Lee und Pitt (1986, S. 1242).

Literatur

- Amemiya, T. (1985), *Advanced Econometrics*. Basil Blackwell, New York.
- Ben-Akiva, M. und S.R. Lerman (1985), *Discrete Choice Analysis. Theory and Application to Travel Demand*. MIT Press, Cambridge (Mass.).
- Deaton, A. (1986), Demand Analysis. Kapitel 30 im "Handbook of Econometrics", (Herausgeber: Z. Griliches und M.D. Intriligator), Volume III. North-Holland, Amsterdam.
- Deaton, A. und J. Muellbauer (1980), *Economics and Consumer Behavior*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Dubin, J.A. und D. McFadden (1981), An Econometric Analysis of Residential Electric Appliance Holdings and Consumption. *Econometrica* 52:345-362.
- Gourieroux, C., J.J. Laffont und A. Monfort (1980), Coherency Conditions in Simultaneous Linear Equation Models With Endogenous Switching Regimes. *Econometrica* 48: 675-695.
- Hanemann, W.M. (1984), Discrete/Continuous Models of Consumer Demand. *Econometrica* 52: 541-561.
- Keen, M. (1986), Zero Expenditures and the Estimation of Engel Curves. *Journal of Applied Econometrics* 1: 277-286.
- Lancaster, K. (1971), *Consumer Demand: A New Approach*. Columbia University Press, New York.
- Lee, L.-F. and M.M. Pitt (1986), Microeconomic Demand Systems with Binding Nonnegativity Constraints: The Dual Approach. *Econometrica* 54: 1237-1242.
- Maddala, G.S. (1983), *Limited-Dependent and Qualitative Variables in Econometrics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Manski, C.F. and D. McFadden (Herausgeber) (1981), *Structural Analysis of Discrete Data With Econometric Applications*. MIT Press, Cambridge (Mass.).
- McFadden, D. (1981), Econometric Models of Probabilistic Choice. In: Manski and McFadden (1981): 198-272.
- Schmidt, P. (1981), Constraints on the Parameters in Simultaneous Tobit and Probit Models. In: Manski and McFadden (1981): 422-434.
- Schmidt, P. and R.P. Strauss (1975), Estimation of Models with Jointly Dependent Qualitative Variables: A Simultaneous Logit Approach. *Econometrica* 43: 745-755.
- Tobin, J. (1958), Estimation of Relationships for Limited Dependent Variables. *Econometrica* 26: 24-36.