

Breyer, Friedrich; Kifmann, Mathias; Stolte, Klaus

Working Paper

Rentenzugangsalter und Beitragssatz zur Rentenversicherung

Diskussionsbeiträge - Serie II, No. 332

Provided in Cooperation with:

Department of Economics, University of Konstanz

Suggested Citation: Breyer, Friedrich; Kifmann, Mathias; Stolte, Klaus (1997) : Rentenzugangsalter und Beitragssatz zur Rentenversicherung, Diskussionsbeiträge - Serie II, No. 332, Universität Konstanz, Sonderforschungsbereich 178 - Internationalisierung der Wirtschaft, Konstanz

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/101478>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

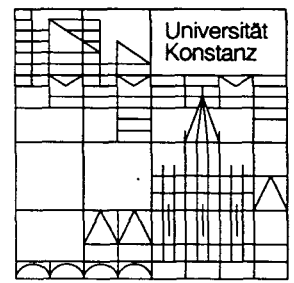
Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.



Sonderforschungsbereich 178
„Internationalisierung der Wirtschaft“

Diskussionsbeiträge

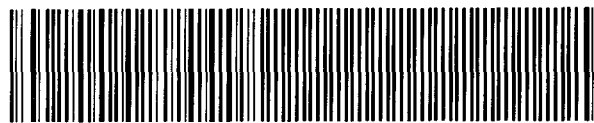
Juristische
Fakultät

Fakultät für Wirtschafts-
wissenschaften und Statistik

Friedrich Breyer
Mathias Kifmann
Klaus Stolte

**Rentenzugangsalter und Beitragssatz
zur Rentenversicherung**

W 113 (332)



07. MRZ. 1997 Wirtschaft
Kiel

W 113 (332)

Handwritten signature: M. Kifmann

Rentenzugangsalter und Beitragssatz zur Rentenversicherung

Friedrich Breyer

Mathias Kifmann

Klaus Stolte*

737983

Serie II - Nr. 332

Februar 1997

*Universität Konstanz
Postfach 5560 D135
78434 Konstanz
Friedrich.Breyer@uni-konstanz.de*

9. Januar 1997

** Wir danken Volker Reinthaler für die Erstellung der numerischen Simulation.*

Zusammenfassung

Diese Arbeit untersucht die Auswirkungen einer Erhöhung der Lebensarbeitszeit für den Beitragssatz einer umlagefinanzierten Rentenversicherung. Dabei werden die von der längeren Lebensarbeitszeit betroffenen Personen durch versicherungsmathematische Zuschläge entschädigt. Es wird gezeigt, daß der Beitragssatz zunächst sinkt. Schrumpft die Bevölkerung, ist er jedoch langfristig höher als ohne eine Erhöhung der Lebensarbeitszeit. Die unvermeidlichen Verluste aus der Umlagefinanzierung werden dann lediglich auf zukünftige Generationen verteilt. Es ist daher zu bezweifeln, daß die Erhöhung der Lebensarbeitszeit in der Bundesrepublik Deutschland die Finanzierungskrise der Rentenversicherung dauerhaft bewältigen kann.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	2
2	Anlaß, Ziele und Methoden einer Verschiebung der Altersgrenze	3
3	Verzögerter Renteneintritt, versicherungsmathematische Zuschläge und Beitragssatzentwicklung	4
3.1	Das Ziel der Analyse	4
3.2	Formale Darstellung	5
3.2.1	Das Modell	5
3.2.2	Die Referenzsituation	7
3.2.3	Erhöhung der Lebensarbeitszeit	7
3.2.4	Vergleich der beiden Szenarien	9
3.3	Interpretation der Modellergebnisse	10
3.4	Eine numerische Simulation	12
4	Schlußfolgerungen	13
5	Literaturverzeichnis	15

1 Einführung

Einer der Eckpunkte der Rentenreform von 1992 war der Versuch der Verlängerung der Lebensarbeitszeit durch die graduelle Verschiebung und letztendliche Abschaffung der flexiblen Altersgrenze. Durch diese und andere Maßnahmen ist es gelungen, die (prognostizierte) Beitragssatzentwicklung in der gesetzlichen Rentenversicherung deutlich abzubremsen. Nach dem Gutachten der PROGNOSE AG von 1995 ist der Gipfel der Beitragssatzkurve im 4. Jahrzehnt des nächsten Jahrhunderts mit einem Wert zwischen 26,3 und 28,7 Prozent zu erwarten. Angesichts der Gesamtbelastung der Erwerbseinkommen mit Steuern und Sozialabgaben wird auch dieses Niveau von den verantwortlichen Politikern und Rentenexperten noch als zu hoch angesehen, und es wird nach Wegen gesucht, die Beitragssatzspitze weiter abzuflachen.

Da der Beitragssatz in einem System der dynamischen Rente durch die beiden Parameter „Lohnersatzrate“ und „Rentnerquotient“ eindeutig bestimmt ist, muß jeder Versuch zu seiner Beeinflussung an einer dieser beiden Größen ansetzen und entweder die Rentenformel modifizieren oder den Rentnerquotienten ändern. Unter den zahlreichen Vorschlägen, die dazu unterbreitet wurden, spielt der einer weiteren Verlängerung der Lebensarbeitszeit durch Erhöhung des Rentenzugangsalters eine wichtige Rolle,¹ da hierdurch sowohl der Zähler des Rentnerquotienten sinken als auch der Nenner steigen würde (vgl. Schmähl (1988), S.190). Bei der ökonomischen Bewertung einer solchen Option ist allerdings danach zu unterscheiden,

1. ob die Verlängerung der durchschnittlichen Lebensarbeitszeit durch eine Verschiebung der allgemeinen Altersgrenze oder durch eine Erschwerung des vorzeitigen Renteneintritts vorgenommen werden soll, und
2. ob die betroffenen Versicherten für einen verzögerten Renteneintritt durch versicherungsmathematische Zuschläge zu ihrer Rente kompensiert werden sollen.

Unter dem Gesichtspunkt der Gerechtigkeit ist dabei zudem zu berücksichtigen, ob die demographische Ursache für die ansonsten zu erwartende Erhöhung des Rentnerquotienten eher in einer gestiegenen Lebenserwartung oder in einer gesunkenen Fertilität zu suchen ist. Es ist das Ziel dieser Arbeit, die Auswirkungen einer Erhöhung des allgemeinen Rentenzugangsalters für den Fall zu untersuchen, in dem der Beitragssatzanstieg primär auf den Rückgang der Geburten zurückzuführen ist. Dazu wird in Abschnitt 3 ein Modell entwickelt, mit dem die zeitliche Entwicklung des Beitragssatzes bei Erhöhung der Lebensarbeitszeit untersucht werden kann. Eine Simulationsrechnung illustriert die Ergebnisse. Abschnitt 4 beschließt die Arbeit mit einer Zusammenfassung und nennt mögliche

¹Vgl. das jüngste Papier der CDU-MdB Volker Kauder und Julius Louven.

sozialpolitische Konsequenzen. Zunächst wird jedoch in Abschnitt 2 eine allgemeine Diskussion der Rechtfertigung einer Erhöhung des Rentenzugangsalters vorgenommen.

2 Anlaß, Ziele und Methoden einer Verschiebung der Altersgrenze

Bei konstantem Renteneintrittsalter kann ein Anstieg des Rentnerquotienten auf drei verschiedenen Wegen zustandekommen. Zum einen kann der Zähler, die Anzahl der Rentner, durch einen Rückgang der Mortalität in den höheren Altersgruppen zunehmen. Ein Maß hierfür ist die „ferne Lebenserwartung der 65jährigen“. Zweitens kann der Nenner, die Zahl der beitragspflichtig Versicherten, aufgrund eines vorangegangenen Rückgangs der Geburtenzahlen sinken; und drittens kann der Nenner auch wegen eines Rückgangs der Erwerbsbeteiligung abnehmen. Dieser dritte Fall ist allerdings derzeit in Deutschland nicht relevant und braucht daher im folgenden nicht weiter beachtet zu werden.

Ein Anstieg der fernen Lebenserwartung für 65jährige bedeutet für sich genommen aus der Sicht des einzelnen Beitragszahlers immer eine Erhöhung der impliziten Rendite aus der Mitgliedschaft in der GRV, da er den Erwartungswert der Rentenansprüche erhöht. War vor der betrachteten Änderung im Rentensystem trotz Umlagefinanzierung die (versicherungstechnische) Äquivalenz zwischen Beiträgen und Leistungen erfüllt, so erhält nunmehr die erste Generation, für die sich die Lebenserwartung erhöht hat, einen Renditevorteil, der zu Lasten der Rendite aller späteren Generationen geht, da deren Beitragszahlungen steigen. Versteht man unter intergenerativer Gerechtigkeit entweder eine Angleichung der impliziten Renditen aller Generationen aus dem Rentensystem oder zumindest die Minimierung der maximalen negativen Rendite (vgl. Schulenburg 1990), so erscheint es ohne weiteres einsichtig, daß die entstandene Gerechtigkeitslücke durch ein Hinausschieben der Altersgrenze auf den Wert geschlossen werden kann, bei dem die vorher geltende Relation von Lebensarbeitszeit und (mittlerer) Rentenbezugsdauer wiederhergestellt wird. Strenggenommen ist ein solcher Vorschlag allerdings nur dann haltbar, wenn die Lebenserwartung innerhalb jeder Generation homogen ist.²

Problematischer ist eine solche Maßnahme hingegen dann, wenn die Ursache für den Anstieg des Rentnerquotienten in einem Rückgang der Geburten zu finden ist, der ja als solcher die Rendite der von einer etwaigen Verschiebung betroffenen Gruppe älterer Arbeitnehmer aus dem Rentensystem nicht erhöht hat. Auch wenn ein Geburtenrückgang in diesem Fall auf das generative Verhalten der betroffenen Generation zurückgeht, dürfte es dem allgemeinen Gerechtig-

²Der Einfluß der Rentenbezugsdauer auf die Fairness des Rentensystems wird auch in Breyer (1996c) thematisiert.

keitsempfinden widersprechen, dafür jedes einzelne Mitglied dieser Generation - auch diejenigen, die eine überdurchschnittliche Kinderzahl haben - in einer Art kollektiver Haftung mit einer Verlängerung der Lebensarbeitszeit für das „Versagen“ der Generation insgesamt zu bestrafen. Daher erscheint in diesem Falle eine Erhöhung der Altersgrenze ohne entsprechende Kompensation der betroffenen Arbeitnehmer nicht akzeptabel.

Zu unterscheiden ist ferner nach den Methoden, durch die eine Erhöhung des durchschnittlichen Renteneintrittsalters erreicht werden soll. So dürfte die Reduktion der arbeitsmarktpolitisch motivierten vorzeitigen Verrentung wenig kontrovers sein: Die damit verbundenen Kosten sollten verursachungsgerecht von der Arbeitslosenversicherung aufgebracht werden.

Schwieriger wird es schon bei den Renteneintritten wegen Erwerbsunfähigkeit, da es wohl kaum eine perfekte Möglichkeit geben wird, echte Erwerbsunfähigkeit, auf deren Anerkennung ein sozialversicherungsrechtlicher Anspruch besteht, von dem bloßen Wunsch, mehr Freizeit zu genießen, zu unterscheiden. Hierbei und beim Versuch einer allgemeinen Anhebung der Altersgrenze wird der Erfolg maßgeblich von den finanziellen Anreizen abhängen, die der einzelne Arbeitnehmer zur freiwilligen Fortsetzung der Erwerbsbeteiligung erhält.

Dies bedeutet in erster Linie, daß die Nettozahlungen an die Rentenversicherung durch die Entscheidung, *nicht* mehr zu arbeiten, nicht gesenkt werden können. Es muß marginale versicherungstechnische Äquivalenz in dem Sinne gewährleistet sein, daß die zusätzlich zu leistenden Beitragszahlungen und der entgangene Rentenanspruch durch Zuschläge zur späteren Rente voll ausgeglichen werden.³ Nach Berechnungen von Börsch-Supan/Schmidt (1996) sind die seit der Rentenreform von 1992 geltenden Zuschläge dafür noch nicht ausreichend. Ein entsprechendes System der Begründung von Rentenansprüchen wird im nächsten Abschnitt untersucht.

3 Verzögerter Renteneintritt, versicherungsmathematische Zuschläge und Beitragssatzentwicklung

3.1 Das Ziel der Analyse

Im folgenden soll die Frage beantwortet werden, welcher Effekt auf die Beitragssatzentwicklung von einer Verlängerung der Lebensarbeitszeit ausgeht, für die der einzelne Arbeitnehmer durch einen versicherungsmathematischen Zuschlag zum Rentenanspruch genau entschädigt wird. Wir betrachten dabei ein Ren-

³Man beachte, daß die aus Anreizgründen notwendige marginale versicherungstechnische Äquivalenz im allgemeinen nicht bedeutet, daß die Versicherungsnehmer dadurch gleich gestellt sind wie in der Situation ohne Verlängerung der Lebensarbeitszeit.

tensystem mit fester Altersgrenze. Die Rentenhöhe sei als konstanter Anteil des Arbeitseinkommens definiert. Schließlich gehen wir von einer konstanten Bevölkerungswachstumsrate aus. Bei konstanter Erwerbsbeteiligung impliziert dies einen konstanten Rentnerquotienten und somit einen zeitlich konstanten Beitragssatz im Status Quo. Zu untersuchen ist, wie die Beitragssatzentwicklung beeinflusst wird, wenn von einem bestimmten Zeitpunkt an der Renteneintritt jeder nachfolgenden Alterskohorte – unter der oben genannten Bedingung marginaler versicherungsmathematischer Äquivalenz – um eine Periode verschoben wird. Insbesondere wird zu fragen sein, ob das maximale Niveau des Beitragssatzes dadurch gesenkt wird.

Gegen die Relevanz dieser Fragestellung kann nun eingewendet werden, daß die Problematik des geltenden Rentensystems und die von ihm ausgehenden negativen Anreize auf den Arbeitsmarkt nicht in der Höhe des Beitragssatzes als solcher bestehe, sondern in der ungünstigen Relation der Rentenansprüche zu den Beitragszahlungen aus der Sicht des einzelnen Versicherten. Denn ein rationaler Arbeitnehmer wird nicht den gesamten Beitrag zur Rentenversicherung als eine gegenleistungslose Abgabe und damit als eine Steuer empfinden, sondern nur den Teil, der über den Barwert seiner Rentenansprüche hinausgeht. Dieser Teil ist positiv, wenn die Rendite des Umlageverfahrens (die Wachstumsrate der Lohnsumme) geringer ist als der Kapitalmarktzinssatz. Aus dieser Sicht lautet die relevante Frage, ob die betrachtete Reform die Nettozahlungen an die Rentenversicherung, d.h. die Differenz zwischen der Summe der Beitragszahlungen und dem Barwert der Rentenansprüche, reduziert. Diese können als der „Steueranteil“ des Beitrags aufgefaßt werden.

In der politischen Diskussion wird das Hauptaugenmerk dennoch auf den vollen Beitragssatz gelegt, vor allem auch im Hinblick auf den vom Arbeitgeber zu tragenden Anteil, der scheinbar die Arbeitskosten erhöht. Auch wenn diese Sichtweise strengen Rationalitätskriterien nicht standhält, so hat sie doch einen gewissen Realitätsbezug, wenn man das Verhalten der Gewerkschaften bei der Aufstellung ihrer Lohnforderungen betrachtet. Oftmals steht hierbei die Sicherung der (realen) Nettolöhne im Vordergrund, und Sozialabgaben werden als Kosten angesehen – unabhängig davon, ob mit ihnen eine spezifische Gegenleistung verbunden ist. Wegen der Ambivalenz der vorgetragenen Argumente werden im folgenden beide Parameter, der Beitragssatz und die Nettozahlungen an die Rentenversicherung, als Indikatoren für den Erfolg einer rentenpolitischen Maßnahme herangezogen werden.

3.2 Formale Darstellung

3.2.1 Das Modell

Im folgenden betrachten wir ein stilisiertes Modell einer umlagefinanzierten Rentenversicherung. Um unnötige Komplikationen zu vermeiden, werden durch ver-

einfachende Annahmen Aspekte der Realität ausgeklammert, die für die hier zu untersuchende Fragestellung nicht relevant sind, vor allem die Unsicherheit über die Lebensdauer, das Risiko der Erwerbsunfähigkeit und die Hinterbliebenenversorgung. Es handelt sich um ein Modell mit diskreter Zeit.

Das ökonomisch bedeutsame Leben jedes Individuums erstreckt sich über T Perioden, von denen das Erwerbsleben die ersten E und der Rentenstand die verbleibenden $T - E$ Perioden umfaßt. Bezeichnet N_s die Kohortenstärke der in Periode s ins Erwerbsleben eintretenden Individuen, so gibt es also in Periode t

$$A_t := \sum_{s=t-E+1}^t N_s \quad (1)$$

viele Erwerbstätige und

$$P_t := \sum_{s=t-T+1}^{t-E} N_s \quad (2)$$

viele Rentner. Um Aussagen über den Beitragssatz in einem Steady State treffen zu können, unterstellen wir ein konstantes Bevölkerungswachstum, d.h. die Kohortenstärken entwickeln sich gemäß

$$N_s = N_0 q^s \quad (3)$$

mit $N_0 > 0$ und einem konstanten Wachstumsfaktor $q > 0$. Für die Anzahl der Erwerbstätigen und Rentner in Periode t gilt dann (geometrische Reihe)

$$A_t = \begin{cases} N_0 q^{t-E+1} \frac{1-q^E}{1-q} & \text{falls } q \neq 1 \\ N_0 E & \text{falls } q = 1 \end{cases}, \quad (4)$$

$$P_t = \begin{cases} N_0 q^{t-T+1} \frac{1-q^{T-E}}{1-q} & \text{falls } q \neq 1 \\ N_0 (T-E) & \text{falls } q = 1 \end{cases} \quad (5)$$

und folglich ergibt sich ein von t unabhängiger Rentnerquotient

$$r := \frac{P_t}{A_t} = \begin{cases} \frac{1}{q^{T-E}} \frac{1-q^{T-E}}{1-q^E} & \text{falls } q \neq 1 \\ \frac{T-E}{E} & \text{falls } q = 1 \end{cases}. \quad (6)$$

Von Produktivitätsfortschritt wird ebenso abgesehen wie von Inflation: Die Erwerbstätigen aller Generationen erhalten dasselbe Periodeneinkommen von einer Geldeinheit. Der Zinssatz beträgt 0 in allen Perioden. Jeder Rentner erhält eine Rente in Höhe von x Prozent des konstanten Periodeneinkommens, und der Beitragssatz b_t werde in jeder Periode t so festgesetzt, daß die Bilanzgleichung der Rentenversicherung

$$A_t b_t = P_t x + Z_t \quad (7)$$

erfüllt ist. Dabei bezeichnet Z_t von der Rentenkasse in Periode t gegebenenfalls zu leistende Zuschläge. Die Nettozahlungen D_t eines Versicherten der Kohorte s an die Rentenversicherung über den gesamten Lebenszyklus, d.h. die Differenz zwischen den gesamten Rentenansprüchen und den gesamten Beitragszahlungen, belaufen sich damit auf

$$D_t = \sum_{t=s}^{s+E-1} b_t - (T - E)x. \quad (8)$$

3.2.2 Die Referenzsituation

In der Referenzsituation arbeiten alle Versicherungsnehmer E^0 Perioden und es werden keine Zuschläge bezahlt. Verwenden wir hier für alle Variablen den oberen Index 0, so ergibt sich aus (7) einen Beitragssatz von

$$b^0 = r^0 x \quad (9)$$

und wegen (8) Nettozahlungen in Höhe von

$$D^0 = E^0 b^0 - (T - E^0)x. \quad (10)$$

Beitragssatz und Nettozahlungen sind in der Referenzsituation zeitlich konstant.

3.2.3 Erhöhung der Lebensarbeitszeit

Ab Periode 0 wird in $E^0 + 1$ statt wie zuvor in E^0 Perioden gearbeitet. Wir verwenden in dieser Situation für alle Variablen den Index 1 oben. Von der längeren Lebensarbeit betroffene Personen, also die Kohorten $s \geq -E^0$, werden während ihrer Rentenzeit durch versicherungsmathematische Zuschläge $(b_{s+E^0}^1 + x)/(T - E^0 - 1)$ zu ihrer jährlichen Rente x entschädigt. In Periode t hat also die Rentenkasse neben den Renten Zuschläge in Höhe von

$$Z_t^1 = \begin{cases} 0 & \text{für } t \leq 0 \\ \sum_{s=-E^0}^{t-E^0-1} N_s \frac{b_{s+E^0}^1 + x}{T - E^0 - 1} & \text{für } 1 \leq t \leq T - E^0 - 2. \\ \sum_{s=t-T+1}^{t-E^0-1} N_s \frac{b_{s+E^0}^1 + x}{T - E^0 - 1} & \text{für } T - E^0 - 1 \leq t \end{cases} \quad (11)$$

zu tragen. Für den Beitragssatz in Periode t ergibt sich aus (7)

$$b_t^1 = \begin{cases} r^0 x & \text{für } t \leq -1 \\ r^1 x + \frac{Z_t^1}{A_t^1} & \text{für } 0 \leq t \end{cases} \quad (12)$$

und als Nettobeitragszahlungen eines Versicherten der Kohorte s erhält man

$$\begin{aligned}
D_s^1 &= \begin{cases} \sum_{t=s}^{s+E^0-1} b_t^1 - (T - E^0)x & \text{für } s \leq -E^0 - 1 \\ \sum_{t=s}^{s+E^0} b_t^1 - (T - E^0 - 1)\left(x + \frac{b_{s+E^0}^1 + x}{T - E^0 - 1}\right) & \text{für } -E^0 \leq s \end{cases} \\
&= \sum_{t=s}^{s+E^0-1} b_t^1 - (T - E^0)x. \quad (13)
\end{aligned}$$

Anhand der Gleichungen (11) und (12) können bereits Aussagen über die kurz- und mittelfristige Entwicklung des Beitragssatzes getroffen werden. In Periode 0 fallen noch keine Zuschläge an und deshalb ist nach (12) der Beitragssatz das Produkt aus Rente und neuem Rentnerquotienten: $b_0^1 = r^1 x$. Da es bei erhöhter Lebensarbeitszeit in jeder Periode weniger Rentner und mehr Erwerbstätige gibt, ist $r^1 < r^0$ und damit der neue Beitragssatz in Periode 0 kleiner als der alte. Mittelfristig, d.h. von der ersten bis zur $(T - E^0 - 2)$ -ten Periode wachsen die insgesamt zu zahlenden Zuschläge Z_t^1 von Periode zu Periode an (vgl. (11)). Nimmt also die Zahl der Erwerbstätigen nicht zu, d.h. ist $q \leq 1$, so wächst der Beitrag in diesem Zeitraum kontinuierlich (vgl. (12)). Bei zunehmender Bevölkerung ist lediglich $b_0^1 < b_1^1$ sicher.

Von besonderem Interesse ist die langfristige Entwicklung. Ab Periode $T - E^0 - 1$ entwickelt sich der Beitragssatz gemäß der Rekursionsgleichung

$$\begin{aligned}
b_t^1 &\stackrel{(12),(11)}{=} r^1 x + \frac{1}{A_t^1} \sum_{s=t-T+1}^{t-E^0-1} N_s \frac{b_{s+E^0}^1 + x}{T - E^0 - 1} \\
&\stackrel{(2),(6)}{=} r^1 x + \frac{1}{T - E^0 - 1} \left(r^1 x + \frac{1}{A_t^1} \sum_{s=1}^{T-E^0-1} N_{t-E^0-s} b_{t-s}^1 \right) \\
&\stackrel{(3),(4)}{=} \frac{T - E^0}{T - E^0 - 1} r^1 x + \frac{1}{(T - E^0 - 1)A_{E^0}^1} \sum_{s=1}^{T-E^0-1} N_{-s} b_{t-s}^1. \quad (14)
\end{aligned}$$

Mit $a_s := -\frac{N_{-s}}{(T-E^0-1)A_{E^0}^1}$ und $c := \frac{T-E^0}{(T-E^0-1)}r^1 x$ läßt sich dies auch als

$$b_t^1 + a_1 b_{t-1}^1 + \dots + a_{T-E^0-1} b_{t-(T-E^0-1)}^1 = c$$

schreiben, d.h. (14) ist eine lineare Differenzgleichung $(T - E^0 - 1)$ -ter Ordnung (mit konstanten Koeffizienten). Eine solche Differenzgleichung ist genau dann stabil, wenn sämtliche Wurzeln der zugehörigen charakteristischen Gleichung

$$x^{T-E^0-1} + a_1 x^{T-E^0-2} + \dots + a_{T-E^0-1} = 0 \quad (15)$$

einen Absolutbetrag kleiner als eins haben.⁴ Da sich aus (15) die Abschätzung

$$|x| < 1 \quad \vee \quad |x| \leq \sum_{s=1}^{T-E^0-1} |a_s|$$

ergibt, ist (14) stabil falls

$$1 > \sum_{s=1}^{T-E^0-1} |a_s| = \frac{1}{(T-E^0-1)A_{E^0}^1} \sum_{s=1}^{T-E^0-1} N_{-s} \stackrel{(2),(6)}{=} \frac{r^1}{T-E^0-1}$$

gilt. Ist also $r^1 < T - E_0 - 1$, so konvergiert b_t^1 für $t \rightarrow \infty$ gegen einen neuen Steady State b^1 und dieser Grenzübergang liefert in (14)

$$\begin{aligned} b^1 &= \frac{T-E^0}{T-E^0-1} x r^1 + \frac{1}{(T-E^0-1)A_{E^0}^1} \sum_{s=1}^{T-E^0-1} N_{-s} b^1 \\ &\stackrel{(2),(6)}{=} \frac{T-E^0}{T-E^0-1} x r^1 + \frac{r^1}{T-E^0-1} b^1. \end{aligned}$$

Auflösen nach b^1 ergibt schließlich

$$\boxed{b^1 = \frac{(T-E^0)r^1}{T-E^0-1-r^1} x}. \quad (16)$$

Ergänzend läßt sich ohne große Schwierigkeit zeigen, daß b_t^1 bestimmt gegen ∞ divergiert, falls $r^1 \geq T - E^0 - 1$ ist. Betrachtet man r^1 als Funktion des Wachstumsfaktors $q > 0$,⁵ so kann daraus die Existenz eines q^1 zwischen 0 und 1 mit

$$\lim_{t \rightarrow \infty} b_t^1 = \begin{cases} b^1 & \text{für } q > q^1 \\ \infty & \text{für } q \leq q^1 \end{cases}$$

gefolgert werden. Für realistische Werte von T , E^0 und q ist die Konvergenz jedoch gesichert.⁶

3.2.4 Vergleich der beiden Szenarien

Als nächstes soll gezeigt werden, daß der neue Steady State genau dann kleiner ist als der alte, wenn die Bevölkerung wächst – genauer

$$b^1 \stackrel{<}{\leq} b^0 \iff q \stackrel{>}{\leq} 1. \quad (17)$$

⁴vgl. Chiang (1984), S.601

⁵Als solche ist r^1 stetig, streng monoton fallend mit Bildbereich $(0, \infty)$ und nimmt für $q = 1$ einen Wert kleiner als $T - E^0 - 1$ an (vgl. (6)). Es gibt also genau ein $q_1 \in (0, 1)$ mit $r^1 = T - E^0 - 1$.

⁶In der Situation $T = 60$, $E = 45$ ist beispielsweise $q^1 \approx 0.8241$.

Zunächst einmal hat man die Äquivalenz

$$\begin{aligned} b^1 \underset{>}{\leq} b^0 &\stackrel{(9),(16)}{\iff} (T - E^0)r^1 \underset{>}{\leq} (T - E^0 - 1 - r^1)r^0 \\ &\iff r^0(1 + r^1) \underset{>}{\leq} (T - E^0)(r^0 - r^1). \end{aligned} \quad (18)$$

Nun ist zum einen

$$r^0(1 + r^1) \stackrel{(6)}{=} \frac{P_T^0}{A_T^0} \frac{A_T^1 + P_T^1}{A_T^1} \stackrel{(1),(2)}{=} \frac{P_T^0(A_T^0 + P_t^0)}{A_T^0 A_T^1},$$

zum anderen

$$r^0 - r^1 \stackrel{(6)}{=} \frac{P_T^0}{A_T^0} - \frac{P_T^1}{A_T^1} \stackrel{(1),(2)}{=} \frac{P_T^0(A_T^0 + N_{T-E_0}) - (P_t^0 - N_{T-E_0})A_T^0}{A_T^0 A_T^1} = \frac{N_{T-E_0}(A_T^0 + P_T^0)}{A_T^0 A_T^1},$$

und mit (18) ergibt sich daraus wie behauptet

$$b^1 \underset{>}{\leq} b^0 \iff P_T^0 \underset{>}{\leq} (T - E_0)N_{T-E_0} \stackrel{(2)}{\iff} q \underset{>}{\geq} 1.$$

Ein analoges Resultat läßt sich für die Nettozahlungen

$$D^1 := \lim_{t \rightarrow \infty} D_t^1 \stackrel{(13)}{=} E_0 b^1 - (T - E_0)x$$

im neuen Steady State herleiten: Wegen (10) und (17) ist

$$D^1 \underset{>}{\leq} D^0 \iff q \underset{>}{\geq} 1.$$

Der angestrebte Effekt langfristig kleinerer Beiträge oder Nettozahlungen tritt also genau dann ein, wenn die Bevölkerung wächst.

3.3 Interpretation der Modellergebnisse

Das Hauptergebnis unseres Modells ist, daß einzig die Wachstumsrate der Bevölkerung bestimmt, in welcher Weise eine Erhöhung der Lebensarbeitszeit bei versicherungsmathematischen Zuschlägen den Beitragssatz und die Nettozahlungen beeinflusst. Wächst die Bevölkerung, so werden diese beiden Größen langfristig steigen. Bei einer Bevölkerungsschrumpfung dagegen nehmen beiden Größen zu. In der kurzen Frist kommt es aber in jedem Fall zu einer Beitragssenkung.

Dieses Ergebnis überrascht nicht, wenn man die Erhöhung der Lebensarbeitszeit bei versicherungsmathematischen Zuschlägen als Einführung eines zusätzlichen Umlageverfahrens interpretiert. Dieses zusätzliche Umlageverfahren unterscheidet sich zwar in zwei Aspekten von einer einfachen Rentenerhöhung,⁷ hat

⁷Seine Einführung wird zum einen von einer Änderung des Rentnerquotienten begleitet, zum anderen erfolgt sie nicht in einer Periode, sondern entsteht erst im Rahmen des durch Gleichung (11) beschriebenen Prozesses.

jedoch mit ihr die Eigenschaft gemeinsam, daß durch einen Eingriff in das Rentensystem zum Zeitpunkt dieses Eingriffs lebende Generationen besser gestellt werden.

Ferner ist zu berücksichtigen, daß dem Modell ein Zins und ein Produktivitätswachstum von 0 zugrundeliegen. Eine wachsende Bevölkerung impliziert somit ein Wachstum des realen Sozialprodukts überhalb der Kapitalmarktverzinsung. Hier ist spätestens seit Aaron (1966) bekannt, daß der Ausbau eines Umlageverfahrens alle Generationen besser stellen kann. Die Erhöhung der Lebensarbeitszeit bei versicherungsmathematischen Zuschlägen führt genau zu diesem Ergebnis: Kurzfristig werden die Beitragszahler in jedem Fall entlastet und auch langfristig ist der Beitragssatz auf niedrigerem Niveau als in der Ausgangssituation. Bei schrumpfender Bevölkerung hingegen wächst das reale Sozialprodukt mit einer geringeren Rate als der Kapitalmarktzins. Deshalb muß der Ausbau eines Umlageverfahrens zu einer intergenerativen Umverteilung führen. Die Pioniergenerationen werden auf Kosten zukünftiger Generationen besser gestellt. Genau dies ist auch das Ergebnis unseres Modells.

Um die Intuition unseres allgemeinen Ergebnisses zu untermauern, vergleichen wir abschließend noch die Steady-States für den einfachen Fall, in dem alle Generationen genau 3 Perioden leben und die Lebensarbeitszeit von einer auf zwei Perioden erhöht wird. In der Ausgangssituation lautet die Bilanzgleichung der Rentenversicherung

$$N_t b^0 = (N_{t-1} + N_{t-2})x. \quad (19)$$

Nach Erhöhung der Lebensarbeitszeit bei versicherungsmathematischen Zuschlägen gilt im neuen Steady State

$$(N_t + N_{t-1})b^1 = 2N_{t-2}x + N_{t-2}b^1 \quad (20)$$

Auf der rechten Seite sind zu der ursprünglichen Rentenzahlung x noch der versicherungsmathematische Zuschlag $b^1 + x$ für jedes Mitglied der Rentnergeneration $t - 2$ hinzugekommen. Durch Umformen von (20) erhalten wir

$$N_t b^1 + (N_{t-1} - N_{t-2})b^1 = 2N_{t-2}x \quad (21)$$

Unterstellen wir eine schrumpfende Bevölkerung, d.h. $N_{t-1} < N_{t-2}$ so lassen sich anhand der Gleichungen (19) und (21) zwei Effekte isolieren, die einen höheren Beitragssatz im neuen Steady-State verursachen. Der erste wird beim Vergleich der rechten Seiten der Gleichungen deutlich: $2N_{t-2}x > (N_{t-1} + N_{t-2})x$. Der zweite Effekt zeigt sich beim Vergleich der linken Seiten: $N_t b^1 + (N_{t-1} - N_{t-2})b^1 < N_t b^0$ für $b^0 = b^1$. Bei unverändertem Beitragssatz kann bei schrumpfender Bevölkerung somit kein Steady State vorliegen. Der Beitragssatz im neuen Steady State muß höher sein.

Diese Effekte lassen sich ökonomisch interpretieren. Der erste Effekt besagt, daß bei sinkender Bevölkerung im neuen Steady State eine höhere Rentenzahlung auch ohne Beitragsausgleich geleistet werden muß, weil die größte lebende

Generation $t - 2$ die doppelte Rente erhält. Im alten Steady State erhielt die größte Generation $t - 2$ und die zweitgrößte Generation $t - 1$ jeweils nur eine Rentenzahlung. Der zweite Effekt beruht auf folgendem Zusammenhang: Zwar ist im neuen Steady State die Generation $t - 1$ hinzugekommen, jedoch muß die größere Generation $t - 2$ für ihre Beitragszahlungen voll entschädigt werden. Blicke der Beitragsatz unverändert, so würden die zusätzlichen Beitragseinnahmen hierfür nicht ausreichen. Folglich muß im neuen Steady State bei sinkender Bevölkerung der Beitragssatz aus zwei Gründen steigen: Erstens, weil auch ohne versicherungsmathematischen Ausgleich die Rentenleistungen steigen und zweitens, weil die zusätzlich arbeitende Generation die größere Rentnergeneration voll für deren Beitragszahlungen kompensieren muß.

3.4 Eine numerische Simulation

In diesem Abschnitt illustrieren wir die Folgen einer Erhöhung der Lebensarbeitszeit bei versicherungsmathematischen Zuschlägen anhand einer Simulationsrechnung.⁸ Wir nehmen an, daß das ökonomisch bedeutende Leben für alle Individuen genau $T = 60$ Perioden dauert. Die Bevölkerung nimmt in jeder Periode um ein Prozent ab, d.h. $q = 0,99$. Dies entspricht einer Halbierung der Bevölkerung in 69 Jahren. In der Referenzsituation beträgt die Lebensarbeitszeit $E^0 = 45$ Jahre. Bei einer Rente in Höhe von 60 Prozent des Arbeitskommens ergibt sich dann ein Beitragssatz b^0 von 26,83 Prozent. Die Nettozahlungen D^0 belaufen sich auf 308 Prozent des Jahreseinkommens.

In der Periode 0 werde die Arbeitszeit auf 46 Perioden erhöht. Abbildung 1 zeigt die Entwicklung des Beitragssatzes für dieses Szenario. In Periode 0 sinkt er auf 24,49 Prozent. Danach steigt er kontinuierlich an – schon in Periode 14 hat er mit 26,98 Prozent den ursprünglichen Beitragssatz überschritten. Dieser Wert entspricht bereits annäherungsweise dem in Gleichung (16) angegebenen neuen Steady-State-Beitragssatz von $b^1 = 27,03$ Prozent. Diese schnelle Anpassung stellt ein wichtiges Ergebnis dar, weil der neue Steady State-Beitragssatz für $t \rightarrow \infty$ berechnet wurde. Unter dieser Bedingung strebt jedoch auch die Bevölkerung gegen Null. Die Simulationsrechnung zeigt aber, daß der Beitragssatz sein neues gleichgewichtiges Niveau bereits annäherungsweise erreicht hat, wenn die Bevölkerung noch relativ groß ist. In Periode 14 ist sie im Vergleich zu Periode 0 um weniger als fünfzehn Prozent gesunken.

Die Entwicklung der Nettozahlungen der einzelnen Generationen ist in Abbildung 2 dargestellt. An der Abszisse sind dort die Generationen durch das Jahr des Eintritts in das Erwerbsleben gekennzeichnet. Bis Generation -46 entsprechen die Nettozahlungen selbstverständlich dem Niveau D^0 der Referenzsituation, da diese Generationen noch nicht von der Erhöhung der Lebensarbeitszeit betroffen sind. Auch für Generation -45 bleibt D_t^1 auf demselben Stand: Sie muß zwar ei-

⁸Die numerischen Simulationsergebnisse sind auf Anfrage von den Autoren erhältlich.

ne Periode länger arbeiten, wird jedoch versicherungsmathematisch entschädigt. Erst für die Generation -44 wirkt sich die Erhöhung der Lebensarbeitszeit positiv aus, weil sie von den gesunkenen Beitragssätzen profitiert. Bis Generation -31 sinken dann die Nettozahlungen auf 290,4 Prozent des Jahreseinkommens. Anschließend erfolgt ein kontinuierlicher geringer Anstieg bis zur Generation 0. Dies ist die letzte Generation, die von dem starken Rückgang des Beitragssatzes in Periode 0 profitiert. Mit der folgenden Generation steigen deshalb die Nettozahlungen rapide an. Bereits Generation 6 muß höhere Nettozahlungen leisten als in dem Fall, in dem die Lebensarbeitszeit nicht erhöht worden wäre. Nimmt man an, daß die Individuen in einem Alter von 20 Jahren in das Erwerbsleben eintreten, so bedeutet dies, daß zum Zeitpunkt der Erhöhung der Lebensarbeitszeit neben den noch nicht geborenen Generationen alle Kinder bis zum Alter von 14 Jahren schlechter gestellt würden. Bei Generation 17 schließlich sind mit $D_t^1 = 316,02$ Prozent die neuen gleichgewichtigen Nettozahlungen $D^1 = 316,15$ Prozent annähernd erreicht.

4 Schlußfolgerungen

Wir haben gezeigt, daß nach der Erhöhung der Lebensarbeitszeit bei versicherungsmathematischen Zuschlägen der Beitragssatz zunächst sinkt. Ebenso gehen die Nettozahlungen für einige Generationen, die der erstmals länger arbeitenden Generation unmittelbar folgen, zurück. Langfristig jedoch können beide Größen im Vergleich zur Ausgangssituation steigen. Dies ist bei einem Zins und Produktivitätsfortschritt von Null genau dann der Fall, wenn die Bevölkerung schrumpft.

Interpretiert man eine Erhöhung der Lebensarbeitszeit bei versicherungsmathematischen Zuschlägen als Ausbau des Umlageverfahrens und berücksichtigt man, daß in unserem Modell die Wachstumsrate der Bevölkerung der des realen Sozialprodukts entspricht, so bestätigen diese Ergebnisse eine grundlegende Erkenntnis aus der Theorie der Rentenversicherung: Bei einem Ausbau eines Umlageverfahrens sind nur dann alle Generationen besserzustellen, wenn die Wachstumsrate des realen Sozialprodukts über der Kapitalmarktverzinsung liegt (vgl. Spremann (1984)). Trifft dies nicht zu, so werden gegenwärtig lebende Generationen auf Kosten zukünftiger Generationen besser gestellt. Aus diesem Grund sind wir der Überzeugung, daß unser Ergebnis auch bei positivem Zins und Produktivitätswachstum Bestand hat. Die kritische Bevölkerungswachstumsrate entspricht dann der Differenz zwischen Kapitalmarktzins und der Produktivitätswachstumsrate.

Bei der zukünftigen Gestaltung des Rentensystems in Deutschland kann es nur darum gehen, die unvermeidlichen Verluste aus der Umlagefinanzierung möglichst „gerecht“ auf die Generationen zu verteilen. Auch die in Fachkreisen oft als Patentrezept zur Bewältigung der Finanzierungsprobleme vorgeschlagene Verschiebung der Altersgrenze kann an dieser Problematik nichts ändern, sondern lediglich

die Belastungen des Umlageverfahrens in einer bestimmten Weise auf die Generationen verteilen. Um die Beurteilung dieses Vorschlags zu erleichtern, fassen wir abschließend die hier angestellten theoretischen Überlegungen und numerischen Modellrechnungen in drei Thesen zusammen:

1. Soweit der für die nächsten 50 Jahre prognostizierte drastische Anstieg des Rentnerquotienten nicht durch einen Anstieg der Lebenserwartung, sondern durch einen Rückgang der Geburten bedingt ist, wird eine Verlängerung der Lebensarbeitszeit ohne Kompensation von den betroffenen Arbeitnehmern als ungerecht empfunden werden und läßt sich ohne Anreize zur Mehrarbeit vermutlich nicht durchsetzen.
2. Eine Verlängerung der Lebensarbeitszeit mit versicherungsmathematisch äquivalenter Kompensation bei den Rentenansprüchen verringert den Beitragsatz nur vorübergehend und führt langfristig sogar zu einer Verschärfung der maximalen Beitragsbelastung.
3. Ferner vergrößert eine derart kompensierte Verschiebung der Altersgrenze die den nachfolgenden Generationen von Beitragszahlern aufgebürdete Last und damit die Höhe des maximalen Verlustes, der dem einzelnen Versicherten aus der Teilnahme am Umlageverfahren entsteht.

Der zuletzt genannte Punkt ist nicht nur unter dem Aspekt der Gerechtigkeit wichtig, sondern auch unter dem der politischen Ökonomie. Denn die vielleicht größte Gefahr einer Verschiebung der Belastung auf zukünftige Generationen besteht darin, daß eine dieser Generationen sich ihrer Verpflichtung individuell oder kollektiv entzieht und damit vorangehende Generationen einen noch größeren Verlust erleiden. Die hier präsentierten Ergebnisse unterstützen die Vermutung, daß für eine nachhaltige Erhöhung der politischen Sicherheit unseres Rentensystems andere Maßnahmen als die einer Verschiebung der Altersgrenze dringend erforderlich sind.⁹

⁹Vgl. hierzu Breyer (1996a).

5 Literaturverzeichnis

- Aaron, H.J. (1966), The Social Insurance Paradox, *Canadian Journal of Economics and Political Science* 33, S.371-374.
- Börsch-Supan, A., Schmidt, P. (1996), Early Retirement in East and West Germany, in: R. Riphahn, D. Snower und K. Zimmermann (Hrsg.), *Employment Policy in the Transition: Lessons from German Integration*. London.
- Breyer, F. (1990), *Ökonomische Theorie der Alterssicherung*. München.
- Breyer, F. (1996a), Leitlinien für eine Systemkorrektur in der Rentenversicherung, in: H. Siebert (Hrsg.), *Sozialpolitik auf dem Prüfstand. Leitlinien für Reformen*, Tübingen, S.59-84.
- Breyer, F. (1996b), On the Pareto-Improving Abolition of Unfunded Public Pension Systems: An Application of Growth Theory, erscheint in: K. Jaeger, K.-J. Koch (Hrsg.), *Growth, Trade and Economic Policy in Open Economies. Essays in Honor of Hans-Jürgen Vosgerau*, Berlin.
- Breyer, F. (1996c), Sind äquivalente Renten fair?, erscheint in: R. Hauser (Hrsg.), *Reform des Sozialstaats I*, Berlin.
- Chiang, Alpha C. (1984), *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, Singapur.
- Schmähl, W. (1988), Geburtenentwicklung, Altersgrenze und Beitragssätze in der Rentenversicherung - einige quantitative Zusammenhänge für die Bundesrepublik Deutschland, in: ders., *Beiträge zur Reform der Rentenversicherung*. Tübingen, S.185-194.
- Schulenburg, J.-M. Gf. (1990), Von der Marktwirtschaft zur „sozialen Marktwirtschaft“ - eine Operationalisierung des Begriffs „sozial“, in: W. Fischer (Hrsg.), *Währungsreform und Soziale Marktwirtschaft. Erfahrungen und Perspektiven nach 40 Jahren*. Berlin.
- Spremann, K. (1984), Intergenerational Contracts and Their Decomposition, *Zeitschrift für Nationalökonomie / Journal of Economics* 44, S. 237-253.

Abbildung 1

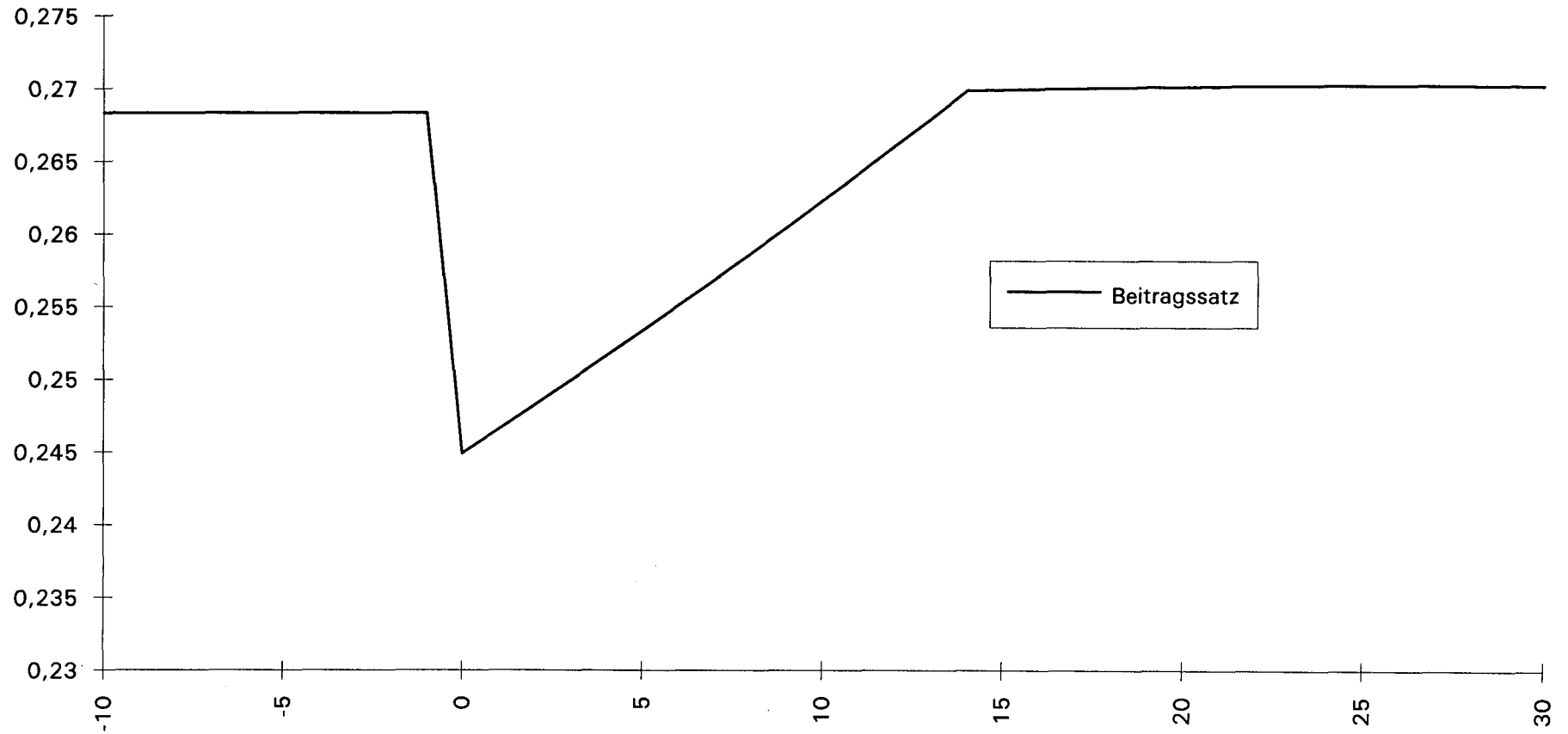


Abbildung 2

