

Der Open-Access-Publikationsserver der ZBW – Leibniz-Informationzentrum Wirtschaft  
*The Open Access Publication Server of the ZBW – Leibniz Information Centre for Economics*

Kruschwitz, Lutz

Working Paper

## Zum Problem der Anschlussverzinsung

School of Business & Economics Discussion Paper: FACTS, No. 2009/15

**Provided in cooperation with:**

Freie Universität Berlin

*Suggested citation:* Kruschwitz, Lutz (2009) : Zum Problem der Anschlussverzinsung,  
School of Business & Economics Discussion Paper: FACTS, No. 2009/15, <http://hdl.handle.net/10419/30160>

**Nutzungsbedingungen:**

Wir als Repositoriumsbetreiber räumen Ihnen als Nutzerin/Nutzer das unentgeltliche, räumlich unbeschränkte und zeitlich auf die Dauer des Schutzrechts beschränkte einfache Recht ein, das ausgewählte Werk im Rahmen der unter  
→ <http://www.econstor.eu/dspace/Nutzungsbedingungen>  
nachzulesenden vollständigen Nutzungsbedingungen zu vervielfältigen, mit denen die Nutzerin/der Nutzer sich durch die erste Nutzung einverstanden erklärt.

**Terms of use:**

*We, the repository administrators, grant you, the user, the non-exclusive right to use the selected work free of charge, territorially unrestricted and within the time limit of the term of the property rights according to the terms specified at:*  
→ <http://www.econstor.eu/dspace/Nutzungsbedingungen>  
By the first use of the selected work the user agrees and declares to comply with these terms of use.

## Zum Problem der Anschlussverzinsung

Lutz Kruschwitz

Fachbereich Wirtschaftswissenschaft

Diskussionsbeiträge

FACTS

2009/15

978-3-941240-09-4

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Problemstellung</b>	<b>1</b>
1.1 Vorbemerkung . . . . .	1
1.2 Worum geht es? . . . . .	1
1.3 Ist das Problem wichtig? . . . . .	3
<b>2 Zeitpräferenzraten und Duplikation</b>	<b>4</b>
2.1 Zeitpräferenzraten . . . . .	4
2.2 Bewertung und Duplikation . . . . .	7
2.2.1 Gesetz des einheitlichen Preises . . . . .	7
2.2.2 Duplikation immerwährender Zahlungsströme . . . . .	8
2.2.3 Grenzen der Duplikation . . . . .	11
<b>3 Kritik bisheriger Vorschläge zur Anschlussverzinsung</b>	<b>13</b>
3.1 Gegenstand des Interesses . . . . .	13
3.1.1 Vorbereitungen . . . . .	13
3.1.2 Drei verschiedene Interpretationen . . . . .	15
3.2 Methoden der Informationsgewinnung . . . . .	17
3.2.1 Prognose von Anschlusszinsen . . . . .	18
3.2.2 Schätzung erwarteter Anschlusszinsen . . . . .	20
3.2.3 Annahmen über Anschlusszinsen . . . . .	22
<b>4 Resümee und Fazit</b>	<b>24</b>

„(Der) Zusammenhang der vorgetragenen Gedanken (dürfte) kaum leiden, wenn der Leser über diejenigen Stellen, welche ihm je nach seiner Einstellung allzu fachwissenschaftlich oder allzu trivial erscheinen, kurz hinweggeht.“

Max Planck (1929), *Das Weltbild der modernen Physik*

## 1 Problemstellung

### 1.1 Vorbemerkung

In der Theorie der Unternehmensbewertung gibt es ein Problem, das die Literatur unter dem Etikett der Anschlussverzinsung diskutiert. Damit habe ich mich am 13. Februar 2009 in meiner Abschiedsvorlesung auseinandergesetzt. Das hier vorliegende Essay stellt eine überarbeitete Fassung dieser Vorlesung dar. Ich bezeichne den Text mit Bedacht als Essay. Die Franzosen verstehen darunter bekanntlich einen Versuch; und wer einen Beitrag wie diesen einen Versuch nennt, dämpft auf jeden Fall die möglicherweise zu hoch gespannten Erwartungen des Lesers. Ich beginne damit, das Problem zunächst einmal nur zu beschreiben.

### 1.2 Worum geht es?

Wer ein Unternehmen zu bewerten hat, geht in der Regel davon aus, dass dieses Unternehmen sehr lange existieren wird. Orientiert sich der Bewerter an den künftigen Zahlungsströmen, so pflegt er zu unterstellen, dass das interessierende Unternehmen an seine Kapitalgeber dauerhaft freie Cashflows verteilen wird. Verkürzt wird gern davon gesprochen, dass das Unternehmen eine ewige Rente zu zahlen verspricht. Nehmen wir aus Gründen der Bequemlichkeit an, dass diese Rente sich jährlich auf  $CF$  beläuft, absolut sicher ist, nicht wächst sowie unendlich lange gezahlt wird. Nehmen wir ferner an, dass der risikolose Zinssatz mit  $i > 0$  gegeben ist, so rechnet man den Wert des Unternehmens bequem mit

$$V_0 = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^T \frac{CF}{(1+i)^t} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{(1+i)^T - 1}{i(1+i)^T} CF = \frac{CF}{i} \quad (1)$$

aus. Das ist nur ein wenig Finanzmathematik. Zahlreiche Studienanfänger haben das so bei mir lernen können. Und viele Studierende mussten entsprechende Klausuraufgaben lösen.

In solchen Aufgaben gibt der für die Prüfung Verantwortliche typischerweise den Zinssatz, mit dem gerechnet werden soll, einfach vor. Wer keine Klausuraufgaben lösen, sondern sich mit einem realen ökonomischen Bewertungsproblem auseinandersetzen muss, hat sich Gedanken darüber zu machen, woher er geeignete Informationen über „den“ risikolosen Zinssatz bekommt.

Das beginnt mit der Frage, welche Kapitalanlagen denn wirklich risikolos seien. Auf dieser Welt ist nichts absolut sicher. Aber Staatsanleihen gelten als „so gut wie sicher“. Zumindest sagt man das (noch) über deutsche Staatsanleihen.

Nun müssen wir uns technischen Details zuwenden. Dabei empfiehlt es sich, zwischen Nullkuponanleihen (auch: Zero Bonds) einerseits und Kuponanleihen andererseits zu unterscheiden. Nullkuponanleihen sind für akademische Überlegungen besonders angenehm.<sup>1</sup> Eine Nullkuponanleihe zeichnet sich dadurch aus, dass für den Käufer der Anleihe nur zwei Zeitpunkte relevant sind, nämlich der Zeitpunkt des Erwerbs ( $t = 0$ ) und der Zeitpunkt der Fälligkeit ( $t > 0$ ). Das sind die beiden einzigen Zeitpunkte, an denen Zahlungen stattfinden. Aus der Perspektive des Erwerbers und späteren Inhabers der Nullkuponanleihe wird heute der Preis  $\pi_{0,t}$  ausgezahlt; im Gegenzug erhält der Erwerber in  $t > 0$  vom Schuldner die Einzahlung  $z_t$ . Weitere Zahlungen zu anderen Zeitpunkten gibt es bei der Nullkuponanleihe

<sup>1</sup>Leider sind sie viel seltener anzutreffen als Kuponanleihen.

nicht. Kennt man den Preis des Zero Bonds sowie die Rückzahlung bei Fälligkeit, so ergibt sich die jährliche Rendite dieses Wertpapiers aus

$$i_{0,t} = \sqrt[t]{\frac{Z_t}{\pi_{0,t}}} - 1, \quad (2)$$

sofern man die Restlaufzeit der Anleihe in Jahren misst. Zinssätze gemäß Gleichung (2) bezeichnet man als Kassa-Zinssätze (spot rates).

Kuponanleihen unterscheiden sich von Zero Bonds dadurch, dass ihr Käufer nach dem Erwerb mehr als eine einzige Einzahlung erhalten kann. Erwirbt er beispielsweise eine  $4\frac{1}{2}\%$ -Anleihe mit einem Nennwert von 1.000 € und einer Restlaufzeit von drei Jahren, so bekommt er am Ende jedes Jahres Zinszahlungen in Höhe von jeweils 45 € und bei Fälligkeit, also am Ende des dritten Jahres, außerdem noch 1.000 €. Die Ermittlung von Kassa-Zinssätzen ist ein schwierigeres Geschäft, wenn man es mit einem Markt zu tun hat, an dem nur Kuponanleihen gehandelt werden. Jedoch muss uns das an dieser Stelle nicht weiter interessieren. Wir kommen später darauf zurück.<sup>2</sup>

Gehen wir von der Annahme aus, dass am Markt hinreichend viele Zero Bonds gehandelt werden, so dass wir Kassa-Zinssätze für unterschiedliche Laufzeiten gewinnen können, oder vertrauen wir darauf, dass der Markt für Kuponanleihen es irgendwie erlaubt, solche Kassa-Zinssätze zu berechnen, dann können wir nicht ohne Weiteres davon ausgehen, dass  $i_{0,1} = i_{0,2} = \dots = i_{0,T}$  gegeben ist. Sollten die Kassa-Zinssätze für unterschiedliche Laufzeiten indessen alle gleich groß sein, spricht man von einer flachen Zinskurve. Das wird empirisch allerdings fast nie beobachtet. Hat man es mit einer nicht-flachen Zinskurve zu tun, so bedeutet das zunächst, dass man den Barwert künftiger Cashflows nicht mehr mit Gleichung (1) berechnen kann. Statt dessen muss man mit

$$V_0 = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^T \frac{CF}{(1 + i_{0,t})^t}$$

arbeiten.

Nach all diesen Vorbereitungen stehen wir unmittelbar vor dem Problem, das ich diskutieren will. Wir müssen nämlich zur Kenntnis nehmen, dass es Staatsanleihen mit Laufzeiten von mehr als 30 Jahren praktisch nicht gibt.<sup>3</sup> Infolgedessen kann man aus den Kapitalmarktdaten gehandelter Staatsanleihen auch keine Kassa-Zinssätze für Laufzeiten ableiten, die jenseits dieses Horizonts liegen. Aus diesem Grunde schreiben wir unsere Bewertungsgleichung besser in der Form

$$V_0 = \underbrace{\sum_{t=1}^{\tau} \frac{CF}{(1 + i_{0,t})^t}}_{\text{Term 1}} + \underbrace{\lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{t=\tau+1}^T \frac{CF}{(1+?)^t}}_{\text{Term 2}} \quad \text{mit } \tau \approx 30.$$

Und damit haben wir endlich unser Problem identifiziert. Es lautet so:

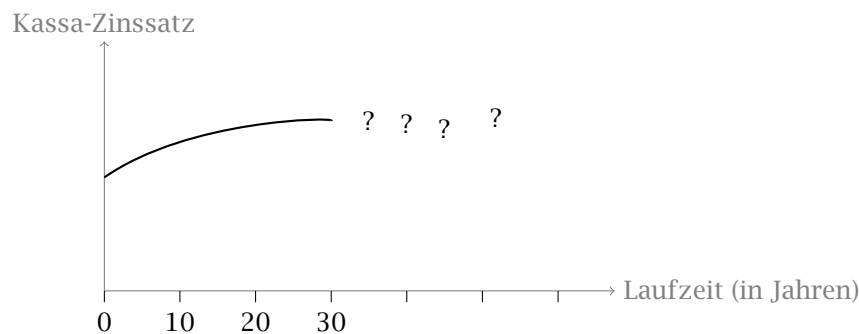
*Mit welchen Zinssätzen soll man Cashflows diskontieren, die so weit in der Zukunft liegen, dass aus aktuellen Marktdaten keine Kassa-Zinssätze mit entsprechender Laufzeit abgeleitet werden können?*

Abbildung 1 veranschaulicht das Problem. Es geht um die Frage, was wir an die Stelle der Fragezeichen zu setzen haben. Im Folgenden werde ich den Zeitraum zwischen dem Bewertungstichtag und jenem Zeitpunkt, an dem die Zinskurve abbricht, als „nahe Phase“ bezeichnen. Die sich anschließende Phase nenne ich „ferne Phase“. Mithin geht es um die Frage, wie man Zinssätze gewinnen kann, mit denen die Cashflows zu diskontieren sind, die erst in der fernen Phase anfallen.

<sup>2</sup>Siehe dazu unten die Abschnitte 2.2.2 und 2.2.3, insbesondere Seite 12.

<sup>3</sup>Auch Unternehmen emittieren so gut wie nie Anleihen mit Laufzeiten von mehr als 30 Jahren.

Abbildung 1: Das Problem



### 1.3 Ist das Problem wichtig?

Um sich ein Urteil darüber zu bilden, ob mein Thema überhaupt wichtig ist, braucht man ein Kriterium, anhand dessen sich seine Bedeutung messen lässt. Solch ein Kriterium ist selbstverständlich etwas ganz Subjektives. Beispielsweise könnte man sagen, dass das Problem schon deswegen bedeutend sein muss, weil ein Professor darüber spricht, der – wenn auch nur noch für kurze Zeit – aktives Mitglied einer exzellenten deutschen Universität ist. Um mich nicht dem Vorwurf auszusetzen, stärker als zulässig in mich selbst verliebt zu sein, und weil ich ferner nicht übersehen darf, dass die Glaubwürdigkeit von so genannten Fachleuten für Finanzfragen während meines letzten aktiven Semesters ganz erheblich in Mitleidenschaft gezogen worden ist,<sup>4</sup> möchte ich ein Kriterium verwenden, das von Dritten leichter akzeptiert werden kann. Allerdings muss ich darauf hinweisen, dass das schwieriger ist als man zunächst vermuten möchte.

Zum Zwecke der Abschätzung der Bedeutung meines Problems mache ich folgenden Vorschlag: Ich unterstelle einmal, dass eine flache Zinskurve gegeben ist. Ich unterstelle ferner, dass das zu bewertende Unternehmen sichere Cashflows verspricht, die sich auf dem Niveau von  $CF$  befinden. Ich unterstelle schließlich, dass dieses Unternehmen unendlich lange existieren wird. Der gesamte Unternehmenswert ergibt sich in diesem Fall aus Gleichung (1), also

$$V_0^\infty = \frac{CF}{i}.$$

Nun überlege ich, welchen Wert die Cashflows der ersten  $\tau$  Jahre am Bewertungsstichtag besitzen. Und wenn Sie jemals an einer Vorlesung für finanzwirtschaftliche Studienanfänger teilgenommen haben sollten, dann wissen Sie natürlich, dass sich die Antwort ergibt, indem man den Barwert einer nachschüssigen endlichen Rente berechnet, wofür sich

$$V_0^\tau = \frac{(1+i)^\tau - 1}{i(1+i)^\tau} CF$$

eignet. Beide Gleichungen zusammen bieten mir nun die Grundlage, folgende Frage zu beantworten: Wie groß muss der Zinssatz  $i$  sein, welcher der Berechnung des Unternehmenswerts zugrunde zu legen ist, damit die ersten  $\tau$  Jahre  $x\%$  des Gesamtwerts erklären? Einsetzen und Kürzen ergibt

$$x = \frac{V_0^\tau}{V_0^\infty} = \frac{(1+i)^\tau - 1}{(1+i)^\tau},$$

was man zu

$$i = \frac{1}{\sqrt[\tau]{1-x}} - 1 \quad (3)$$

<sup>4</sup>Der frühere US-Notenbankchef *Alan Greenspan* hat die aktuelle Finanzkrise am 23.10.2008 als „Kredit-Tsunami, den es nur einmal in hundert Jahren gibt,“ bezeichnet.

umstellen kann. Will man also beispielsweise mit den ersten 30 Jahren 99% des gesamten Unternehmenswerts erklären, so muss sich der Zins auf

$$i = \frac{1}{\sqrt[30]{1 - 0,99}} - 1 \approx 16,6\%$$

belaufen. Das liegt sehr deutlich über dem gegenwärtigen Zinsniveau für risikolose Kapitalanlagen. Üblicherweise unterstellt man, dass die Cashflows mit einer bestimmten Rate wachsen. Würde man das hier berücksichtigen, wäre der Zinssatz, mit dem man  $x\%$  des Gesamtwerts durch die ersten  $\tau$  Jahre erklären kann, selbstverständlich noch größer.<sup>5</sup>

Gleichung (3) kann aber die Frage nach der Bedeutung des Themas Anschlussverzinsung nicht wirklich befriedigend beantworten. Um nämlich auf diese Gleichung zu kommen, musste ich unterstellen, dass ich das Aussehen der Zinskurve bis zum „Sankt-Nimmerleins-Tag“ kenne und damit das Problem der Anschlussverzinsung eigentlich gar nicht habe.

## 2 Zeitpräferenzraten und Duplikation

Als ich vor etwas mehr als 40 Jahren die Stelle eines wissenschaftlichen Mitarbeiters an der Freien Universität Berlin antrat und erste Überlegungen darüber anstellte, womit ich mich in meiner Dissertation auseinandersetzen könnte, gab mir ein älterer Kollege einen nützlichen Ratschlag, den ich oft mit Erfolg beherzigt habe. Diese Empfehlung lautete:

*Wenn du klare Antworten suchst, musst du klare Fragen stellen.*

Auch heute will ich mich darum bemühen, dieser Richtschnur zu folgen. Ich möchte zwei Fragen stellen, von denen ich hoffe, dass sie hinreichend präzise sind, und den Versuch unternehmen, sie zu beantworten. Die Fragen lauten wie folgt:

1. Wie lassen sich (weit) in der Zukunft liegende sichere Zahlungen bewerten, wenn es nicht möglich ist, Geld zu Zinssätzen anzulegen oder zu borgen?
2. Wie ist vorzugehen, um (weit) in der Zukunft liegende Zahlungen zu bewerten, wenn es gut funktionierende Kapitalmärkte gibt, an denen Nullkuponanleihen, Kuponanleihen und Anleihen mit ewiger Laufzeit gehandelt werden?

### 2.1 Zeitpräferenzraten

Um den Kern meiner Frage herauszuschälen, will ich sie extrem stark vereinfachen. Im simpelsten Fall, den man sich vorstellen kann, geht es um eine einzige sichere Zahlung, die heute in einem Jahr fällig ist. Welchen Wert hat also diese Zahlung  $CF_1$  heute, wenn sich kein Zinssatz beobachten lässt?

Jemand, der gewohnt ist, den heutigen Wert einer künftigen Zahlung dadurch zu ermitteln, dass er die Zahlung mit einem Zinssatz diskontiert, dürfte mit dem Gedanken spielen, die Flinte ins Korn zu werfen und resignierend festzustellen, dass man keinen Hebel ansetzen kann, wenn es keinen Ansatzpunkt gibt. Aber man soll nicht das Kind mit dem Bade ausschütten. Das bekommt weder dem Kind noch der Reinlichkeit. Kein wirtschaftlich denkender Mensch würde die Frage, welchen Preis er für  $CF_1$  heute zu zahlen bereit wäre, einfach unbeantwortet lassen. Vielmehr würde er einen nicht-negativen Preis nennen. Und die Höhe dieses Preises hinge davon ab, wie ungeduldig er ist. Je mehr Geduld der Gefragte aufbringt, um so höher wäre der Preis; je geringer seine Geduld ist, um so weniger würde er zahlen. Vermutlich wäre bei kaum jemandem die Zahlungsbereitschaft größer als  $CF_1$ . Warum sollte man auch für den

---

<sup>5</sup>Er beliefe sich auf

$$i = \frac{1+g}{\sqrt[\tau]{1-x}} - 1,$$

wenn eine gleich bleibende Wachstumsrate  $g$  unterstellt wird.

Anspruch auf 100€ in einem Jahr heute mehr als 100€ bezahlen? Schließlich könnte man das Geld ja einfach in die Kasse legen und nach einem Jahr wieder entnehmen.<sup>6</sup>

Natürlich werde ich kaum einen Leser überraschen können, wenn ich mit der Mitteilung heraussrücke, dass man künftige sichere Zahlungen in Abwesenheit von Zinssätzen bewerten kann, falls man eine Nutzenfunktion zur Hand hat. Der Nutzen soll von zwei Größen abhängen, und zwar vom Konsum in den Zeitpunkten  $t = 0$  und  $t = 1$ . Bezeichnen wir den heutigen Konsum mit  $C_0$  und den Konsum in einem Jahr mit  $C_1$ , dann können wir eine Nutzenfunktion in der Form

$$U(C_0, C_1)$$

notieren. Das totale Differential dieser Nutzenfunktion beträgt

$$dU = \frac{\partial U}{\partial C_0} dC_0 + \frac{\partial U}{\partial C_1} dC_1.$$

Will man beantworten, um welchen Betrag man den künftigen Konsum erhöhen müsste, um sicherzustellen, dass der Nutzen bei einer Verminderung des Gegenwartskonsums unverändert bleibt, setzt man  $dU = 0$  und löst vorstehende Gleichung mit dem Ergebnis

$$\frac{\partial U / \partial C_0}{\partial U / \partial C_1} = - \frac{dC_1}{dC_0}$$

auf. Auf der linken Seite dieser Gleichung haben wir das Verhältnis vom Grenznutzen des heutigen Konsums zum Grenznutzen des Konsums in einem Jahr; auf der rechten Seite steht die Grenzrate der Substitution, also die Steigung einer Indifferenzkurve im  $C_0$ - $C_1$ -Diagramm. Als Zeitpräferenzrate bezeichnet man die um den Betrag eins verminderte Grenzrate der Substitution, also

$$\zeta_{0,1} = - \frac{dC_1}{dC_0} - 1 = \frac{\partial U / \partial C_0}{\partial U / \partial C_1} - 1. \quad (4)$$

Um die Zeitpräferenzrate zur Lösung eines Bewertungsproblems heranziehen zu können, muss man erstens die Nutzenfunktion des Individuums kennen, in dessen Interesse die Bewertung vorgenommen wird und zweitens in Erfahrung bringen, an welcher Stelle der Nutzenfunktion die ersten Ableitungen gebildet werden sollen. Beides ist ganz sicher nicht trivial. Ohne Bestimmung des für das Individuum optimalen Konsumplans geht es gewiss nicht. Ist das Optimum allerdings gefunden, so lässt sich der Wert einer künftigen Zahlung mit

$$V_0 = \frac{CF_1}{1 + \zeta_{0,1}}$$

berechnen.<sup>7</sup>

Wäre dies eine gewöhnlichen Lehrveranstaltung, würde ich den Studierenden jetzt folgende Aufgabe stellen:

- Nehmen Sie an, dass das betrachtete Individuum eine Nutzenfunktion besitzt, die man zweimal stetig differenzieren kann.
- Nehmen Sie ferner an, dass das Individuum eine Budgetrestriktion beachten muss.
- Nehmen Sie drittens an, dass es einen funktionierenden Markt gibt.
- Lösen Sie nun das Entscheidungsproblem unter Verwendung einer *Lagrange*-Funktion.

<sup>6</sup>Vorsichtige Zeitgenossen machen sich klar, dass das Geld in der Zwischenzeit gestohlen werden könnte. Ängstliche Personen wären angesichts derartiger Gefahren vielleicht dazu bereit, eine Versicherungsprämie dafür zu zahlen, dass ihnen solche Verluste erspart bleiben.

<sup>7</sup>Siehe dazu *Kruschwitz* (2007, Seite 4).

Alle diejenigen unter Ihnen, die sich noch an ihre Anfängervorlesung über Mikroökonomie erinnern können, wissen, dass sich die Lösung durch eine wunderbare Eigenschaft auszeichnet, die man sich leicht einprägen kann. Im Optimum entspricht das Verhältnis der Grenznutzen-terme aus Gleichung (4) den Preisen der beteiligten Güter. Was heißt das im hier diskutierten Zusammenhang? Auf einem funktionierenden Kapitalmarkt – unter Sicherheit – kostet 1 €, den man sofort haben will, 1 €, während man für 1 €, der erst in einem Jahr fällig wird, heute  $\frac{1}{1+i}$  € zu bezahlen hat. Mithin bekommt man unter den Voraussetzungen einer gewöhnlichen Vorlesung

$$\zeta_{0,1} = \frac{1}{1+i} - 1 = i, \quad (5)$$

und alles scheint „in Butter“ zu sein. Im Gleichgewicht entspricht die (optimale) Zeitpräferenzrate schlicht dem risikolosen Zins. Ob man den Zinssatz oder die Zeitpräferenzrate kennt, ist dasselbe. Und das ist für Manager, die im Interesse ihrer Kapitalgeber handeln wollen oder müssen,<sup>8</sup> eine extrem nützliche Botschaft. Sie brauchen sich nicht darum zu bemühen, die Nutzenfunktionen ihrer Kapitalgeber kennen zu lernen, sondern sie müssen nur die Bank fragen, wie hoch gerade der risikolose Zinssatz ist. Ich halte hier aber heute keine Standardvorlesung. Vielmehr hatte ich die Existenz eines Zinssatzes gerade ausgeschlossen, weswegen uns Gleichung (5) bei der Lösung des heute zu diskutierenden Problems nicht im mindesten weiterhilft.

Ich will die Diskussion der Ermittlung von Zeitpräferenzraten nicht beenden, ohne mich einem speziellen Aspekt zugewandt zu haben. Bislang habe ich unterstellt, dass zwischen den Zeitpunkten  $t = 0$  und  $t = 1$  ein Jahr liegt. Ein Jahr kommt uns gelegentlich lang vor. Je älter man wird, um so rascher scheint die Zeit dahin zu fliegen. Aus der Perspektive eines Unternehmens mit ewiger Lebensdauer ist aber ein Jahr so gut wie nichts. Um mein besonderes Anliegen herauszuschälen, will ich ganz generell Nutzenfunktionen

$$U(C_0, C_t) \quad \text{mit } t = 1, \dots, T$$

betrachten. Es muss absolut klar sein, dass der Zeitpunkt  $t$  in der Zukunft liegt und kein Mensch sicher sein kann, dass er diesen Zeitpunkt überhaupt noch erlebt. Sollte das Individuum davon ausgehen, dass es sein irdisches Leben erst nach  $t$  beendet, kann es zumindest nicht genau wissen, in welchen Lebensumständen es sich befinden wird. Je weiter  $t$  in der Zukunft liegt, um so dichter wird der vor uns liegende Nebel. Als *Irving Fisher* sein berühmtes Buch über die Zinstheorie verfasste, wies er mit großer Klarheit darauf hin, dass die Bereitschaft, den Gegenwartskonsum einzuschränken, um dafür zusätzliches künftiges Konsumpotential zu gewinnen, mit zunehmendem Alter geringer zu werden pflegt.<sup>9</sup> Meines Erachtens kann man aber mehr dazu sagen, und dabei will ich zwei Fälle unterscheiden:

- *Nahe Zukunft*: Wenn die Zukunft so nahe ist, dass sie mit positiver Wahrscheinlichkeit noch erlebt wird, wird es eine Menge Menschen geben, die im Interesse ihres eigenen Wohlergehens Vorsorge treffen. Dabei stimme ich *Fisher* zu, wenn er vermutet, dass dieses Interesse mit zunehmendem Alter abnimmt. Das Bedürfnis, noch zu eigenen Lebzeiten zu konsumieren, nimmt wohl mit steigendem Lebensalter zu.
- *Ferne Zukunft*: Die Zukunft soll so weit entfernt sein, dass man sie sicher nicht mehr selbst erleben wird. Das eigene Wohlergehen kann dann nicht mehr den Antrieb dafür liefern, für die Zukunft vorzusorgen, indem man investiert oder spart. Stattdessen mag allenfalls das Wohlergehen der Kinder und Enkelkinder das Motiv dafür liefern, seinen Gegenwartskonsum einzuschränken und heute zu sparen. Man kann das auch Solidarität, Nächstenliebe oder Verantwortungsbewusstsein für künftige Generationen nennen. Mit diesem Verantwortungsbewusstsein ist es, wie wir wohl alle zugeben müssen, beim

<sup>8</sup>Ich lasse offen, ob es solche Manager tatsächlich gibt.

<sup>9</sup>Siehe *Fisher* (1930, Seite 84 f.). *Fisher* bezieht sich hier auf *Rae* (1905, Seite 53 f.), dessen Werk ihn sehr angeregt und geprägt hat.

modernen Menschen nicht allzu weit her. Und es scheint extrem gering zu sein, sofern es um Menschen geht, die in 100 oder 1000 Jahren auf dem Planeten Erde leben müssen beziehungsweise dürfen. Daher behaupte ich, dass das Bedürfnis, für eine sehr weit entfernte Zukunft vorzusorgen, bei zahlreichen Menschen gegen null geht. Jedoch bin ich im Begriff, mich zu Fragen zu äußern, die über Finanzierungstheorie weit hinausgehen.

Ob Menschen überhaupt dazu willens und in der Lage sind, Nutzenfunktionen zu artikulieren, für die

$$U(C_0, C_t) \quad \text{mit } t \rightarrow \infty$$

gilt, halte ich jedenfalls für zweifelhaft.

## 2.2 Bewertung und Duplikation

Wer in der Praxis ein Unternehmen zu bewerten hat und dabei Bewertungsformeln verwendet, macht das fast immer, ohne sich Rechenschaft darüber abzulegen, von welchen Überlegungen sich Theoretiker leiten ließen, als sie derartige Formeln entwickelten. Jede solche Formel hat sowohl eine mathematische als auch eine ökonomische Dimension. Ich liebe zwar die Mathematik, bin aber schließlich doch ein Ökonom<sup>10</sup> und will mich aus diesem (guten) Grund an ökonomische Argumente halten, was nicht ausschließt, dass ich mich auf mathematische Wahrheiten verlasse, wenn es darum geht, aus ökonomisch begründeten Voraussetzungen logische Schlussfolgerungen zu ziehen.

### 2.2.1 Gesetz des einheitlichen Preises

Viele, wenn nicht die meisten Wirtschaftswissenschaftler sind davon überzeugt, das Verhalten der Menschen weitgehend mit Rationalität erklären zu können. Sie unterstellen gerne, dass Individuen mit wohldefinierten und zeitlich unveränderlichen Präferenzen auf Märkten interagieren, die schließlich geräumt werden, weil die Preise sich entsprechend einstellen. Für ein wissenschaftliches Projekt ist es sehr hilfreich, wenn man auf bewährte Gesetze zurückgreifen kann. Das Gesetz des einheitlichen Preises (law of one price) ist ein solches Gesetz.

*Ein und dasselbe Gut, das auf zwei verschiedenen Märkten gehandelt wird, muss auf beiden Märkten denselben Preis haben, wenn es weder Handelsbeschränkungen noch Transportkosten gibt.*

Es handelt sich nicht um ein juristisches Gesetz, dessen Befolgung von der Polizei überwacht und dessen Nichteinhaltung von Strafverfolgungsbehörden geahndet wird. Trotzdem kann man recht gut darauf vertrauen, dass das Gesetz eingehalten wird. Wäre es nämlich anders, so träten Arbitrageure auf den Plan und würden beliebig reich werden, indem sie zum niedrigen Preis einkaufen und zum höheren Preis gleich wieder verkaufen. Mit diesen Aktivitäten sorgen sie dafür, dass die Preise sich einander angleichen, bis die Möglichkeit, Arbitragegewinne zu erzielen, schließlich vernichtet wäre. Sollte es also dumme Marktteilnehmer geben, die das

---

<sup>10</sup>Manche meiner betriebswirtschaftlichen Kollegen unterscheiden sorgfältig zwischen Betriebswirten und Ökonomen. Wenn sie von Ökonomen sprechen, meinen sie damit Wissenschaftler, die „keine richtigen Betriebswirte“ sind, sondern volkswirtschaftliche Mikroökonomie betreiben. Das habe ich nie nachvollziehen können, weil mir die Grenzen immer fließend zu sein schienen. Ein früherer Kollege von der Technischen Universität Berlin, dem ich einiges zu verdanken habe, machte mich vor vielen Jahren darauf aufmerksam, dass die Gräben zwischen Betriebs- und Volkswirten in kaum einem Land tiefer sind als in Deutschland. Als Finanzierungstheoretiker pflegt man jedenfalls eine Arbeitstechnik, die sich von jener der Mikroökonomien nicht nennenswert unterscheidet. Sofern man empirisch arbeitet, sucht man zwangsläufig die Nähe zur Statistik und Ökonometrie und befindet sich damit schon wieder bei „den“ Volkswirten. Kurz gesagt: Ich fand es stets bereichernd, Volkswirte an meinem Fachbereich zu haben, denen ich wissenschaftliche Fragen vorlegen konnte, um mir bei ihnen Ratschläge und Anregungen - oder zumindest aufmerksames Interesse - zu holen. Oft genug habe ich davon profitiert.

Gesetz des einheitlichen Preises nicht einhalten wollen, bereicherten sich clevere Arbitrageure auf ihre Kosten. Das ist eine recht zuverlässige Form, jemanden zu sanktionieren, der sich nicht an Gesetze hält. Bekanntlich wird man ja durch Schaden klug.<sup>11</sup>

Die Voraussetzungen, unter denen das Gesetz gilt, sind bei finanziellen Ansprüchen besonders gut erfüllt, also bei Aktien, Anleihen, Optionen, Devisen und ähnlichen Assets. Aus diesem Grunde erfreut sich das Prinzip der Duplikation in der Finanzierungstheorie bei der Bewertung von Zahlungsansprüchen besonderer Beliebtheit. Die grundlegende Idee ist folgende:

- Zahlungsansprüche besitzen Eigenschaften, die sich charakterisieren lassen, indem man ihre zeitliche Dynamik und ihre Unsicherheit beschreibt.
- Wenn es möglich ist, eindeutig charakterisierte Zahlungsansprüche auf zwei verschiedenen Wegen zu erwerben, müssen die damit jeweils verbundenen Preise übereinstimmen.

Wenn nun Finanzierungstheoretiker ein Unternehmen zu bewerten haben, so reduzieren sie das Unternehmen darauf, dass es für seine Kapitalgeber eine Einkunftsquelle darstellt. Und es geht schlicht um die Frage, welchen Grenzpreis diese Einkunftsquelle am Bewertungsstichtag besitzt. Sollte es möglich sein, Ansprüche auf den für diese Einkunftsquelle charakteristischen Zahlungsstrom zu erwerben, ohne das Unternehmen zu kaufen, und kennt man den Preis, welchen man dafür zu zahlen hat, dann kennt man auch den Grenzpreis des Unternehmens. Es gibt ja – so das Gesetz des einheitlichen Preises – keinen vernünftigen Grund, für identische Zahlungsansprüche nicht-identische Preise zu zahlen.

Will man den für ein konkretes Unternehmen typischen Zahlungsstrom mit dem hier beschriebenen Konzept bewerten, muss man am Kapitalmarkt nach Wertpapieren suchen, die einzeln oder in Kombination denselben Zahlungsstrom erzeugen. Wird man fündig, so braucht man nur den Preis dieses Wertpapierpakets (Portfolios) zu berechnen und hat das Bewertungsproblem gelöst. Ein Wertpapierportfolio, welches dieselben künftigen Zahlungen verspricht wie das zu bewertende Unternehmen, pflegen die Finanzierungstheoretiker als Duplikationsportfolio zu bezeichnen. Jede Unternehmensbewertung, die der hier beschriebenen Leitlinie folgt, läuft darauf hinaus, ein geeignetes Duplikationsportfolio zu konstruieren und dessen Preis auszurechnen. Die grundlegende Idee ist eigentlich ganz einfach. Der Teufel steckt – wie immer – im Detail. Dazu aber später mehr.

## 2.2.2 Duplikation immerwährender Zahlungsströme

Für meine weiteren Überlegungen blende ich Risiken künftiger Zahlungsströme aus, beschränke mich also auf sichere Zahlungsströme, will aber zulassen, dass die künftigen Cashflows sich im Zeitablauf ändern. Um einen Zahlungsstrom mit unbegrenzter Laufzeit unter diesen Bedingungen duplizieren können, muss man geeignete Wertpapiere finden. Ich will drei Fälle diskutieren.

**Nullkuponanleihen.** Die Duplikation wäre ein Kinderspiel, wenn am Kapitalmarkt Nullkuponanleihen mit jeder beliebigen Laufzeit  $t = 1, 2, \dots, \infty$  gehandelt würden. Aus Gründen der Bequemlichkeit nehme ich an, dass alle diese Nullkuponanleihen bei Fälligkeit einen Zahlungsanspruch in Höhe von 1 € verbrieften und am Bewertungsstichtag zu Preisen von  $\pi_{0,t}$  gehandelt werden. Dann gäbe es genau zwei Möglichkeiten, sich Ansprüche auf die Cashflows zu sichern, die für das Unternehmen charakteristisch sind.

- Entweder erwirbt man das Unternehmen und bekommt dessen Cashflows  $CF_1, \dots, CF_\infty$ ,
- oder man erwirbt ein Portfolio von Nullkuponanleihen mit allen Laufzeiten  $t = 1, \dots, \infty$  derart, dass die Zahl der Zero Bonds, welche in  $t$  fällig sind, genau  $CF_t$  beträgt.

<sup>11</sup>Es darf aber nicht verschwiegen werden, dass sich auf Märkten mitunter Situationen beobachten lassen, die auf das Gegenteil hindeuten, vgl. *Lamont und Thaler* (2003).

Beide Alternativen generieren identische Cashflows. Der Preis des vollständigen Zero Bond-Portfolios beläuft sich auf  $\sum_{t=1}^{\infty} CF_t \pi_{0,t}$ . Aufgrund des Gesetzes vom einheitlichen Preis müsste das dem Wert des Unternehmens entsprechen.<sup>12</sup>

„Natürlich“ ist das kein Konzept, das praktisch funktioniert. Nullkuponanleihen mit hinreichend langen Laufzeiten werden nicht gehandelt. Nullkuponanleihen mit Laufzeiten von mehr als 30 Jahren sind extrem selten.<sup>13</sup>

**Kuponanleihen.** Man versteht unter einer Kuponanleihe, die im Zeitpunkt  $t$  fällig ist, ein Wertpapier, dessen Besitzer in den Zeitpunkten  $1, \dots, t$  Kuponzahlungen erhält und im Zeitpunkt  $t$  darüber hinaus eine Tilgungsleistung bekommt. Wenn der Markt für Kuponanleihen bestimmte Eigenschaften hat,<sup>14</sup> dann lassen sich Preise fiktiver Nullkuponanleihen  $\pi_{0,t}$  berechnen, die denselben Bewertungsmechanismus zulassen wie im Falle der Existenz hinreichend vieler Nullkuponanleihen.

Allerdings muss es Kuponanleihen über den kompletten Laufzeitbereich  $t = 1, \dots, \infty$  geben. Das können wir in der Realität nicht beobachten.<sup>15</sup> Und daher ist auch die Duplikation mit Hilfe von Kuponanleihen praktisch nicht möglich.

**Nullkuponanleihen, Kuponanleihen und immerwährende Anleihen.** Ich betrachte nun den Fall, dass am Markt Nullkuponanleihen und Kuponanleihen mit endlichen Laufzeiten (z.B.  $\tau \leq 30$  Jahre) gehandelt werden. Ferner soll es an dem Markt eine Anleihe mit ewiger Laufzeit geben. Derartige Anleihen werden in der Fachwelt auch als perpetual bonds oder Konsols bezeichnet. Der Schuldner einer derartigen Anleihe ist dazu verpflichtet, an den (jeweiligen) Gläubiger ewig bestimmte wiederkehrende Zahlungen zu leisten. Solche immerwährenden Anleihen gibt es, wenn auch nicht gerade häufig.<sup>16</sup>

Wie und unter welchen Bedingungen man mit einer Kombination von solchen Anleihen die Cashflows eines ewig lebenden Unternehmens duplizieren kann, will ich an einem einfachen Beispiel zeigen. Zu bewerten sei ein Unternehmen, das Cashflows gemäß nachstehender Tabelle verspricht. Die Cashflows steigen von anfänglich 1.500 über 1.700 auf 2.000 und bleiben

$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$ ff.
1.500	1.700	2.000

vom dritten Jahr aus konstant auf diesem Niveau. Von diesem Jahr an haben wir es also mit einer gleich bleibenden ewigen Rente zu tun.

Alternativ könnte der Erwerber des Unternehmens auch in Wertpapiere investieren, die an einem Kapitalmarkt gehandelt werden. Um diesen Kapitalmarkt zu veranschaulichen,

<sup>12</sup>Die Kassa-Zinssätze ließen sich im Übrigen leicht aus  $\pi_{0,t} = \frac{1}{(1+i_0,t)^t}$  berechnen.

<sup>13</sup>Langlaufende Zero Bonds kommen immer dann in Mode, wenn die Zinssätze hoch sind. Das ist mit der Tatsache zu erklären, dass deren Kurse sehr stark steigen, wenn die Zinssätze nach der Emission fallen. Dieser Effekt ist um so größer, je länger die Nullkuponanleihen noch laufen.

<sup>14</sup>Finanzierungstheoretiker sprechen davon, dass er vollständig sein muss.

<sup>15</sup>Im Jahre 1904 (und tranchenweise wohl auch schon davor) begab die - heute nicht mehr existierende - West Shore Railroad Company eine Anleihe, die im Jahre 2361 fällig werden sollte. Es handelt sich um eine Kuriosität.

<sup>16</sup>Staatsanleihen mit ewiger Laufzeit gibt es in Großbritannien. Sie wurden im Jahre 1752 durch den damaligen Premierminister Sir Henry Pelham begeben und „consolidated annuities“ (kurz: consols) genannt. Die Kuponzahlungen beliefen sich ursprünglich auf 3,5% je Jahr, wurden aber später in mehreren Schritten auf 2,5% je Jahr abgesenkt. Aufgrund des niedrigen Kupons hat die britische Regierung keinen Anreiz, diese Consols am Markt zurückzukaufen, weswegen sie noch immer existieren. Allerdings machen sie nur einen verschwindenden Anteil des gesamten britischen Schuldenportfolios aus. Auch von Banken, insbesondere von Hypothekenbanken, werden gelegentlich Anleihen beziehungsweise Pfandbriefe mit immerwährender Laufzeit begeben. Im August 2008 habe ich allerdings insgesamt nur sechs Wertpapiere dieses Typs gefunden, die von Banken mit Sitz in Deutschland begeben worden sind. Emittenten waren die Deutsche Pfandbrief AG, eine Tochter der Hypo Real Estate Holding AG, beziehungsweise die Dexia Kommunalbank AG, eine Tochter der Crédit Communal de Belgique und der Crédit Local de France. Die jeweiligen Mütter sind im Oktober 2008 von der Finanzmarktkrise heftig in Mitleidenschaft gezogen worden. Von risikolosen Kapitalanlagen kann bei diesen Papieren daher auf gar keinen Fall gesprochen werden.

betrachte man Tabelle 1. Dort erkennt man, dass auf dem Markt drei Anleihen gehandelt

Tabelle 1: Ein vollständiger Kapitalmarkt

Nr.	Wertpapier	Preis in $t = 0$	Cashflows in $t =$		
			1	2	3 ff.
1	7,00% Kuponanleihe	100,47	107,00		
2	6,50% Kuponanleihe	99,56	6,50	106,50	
3	7,00%-Anleihe mit ewiger Laufzeit	100,00	7,00	7,00	7,00

werden, und zwar zwei Kuponanleihen mit endlicher Laufzeit sowie ein Konsol.

Ich werde nun aus den in dieser Tabelle aufgeführten Wertpapieren ein Portfolio konstruieren, das die Cashflows des Unternehmens perfekt dupliziert. Zu diesem Zweck brauche ich nur drei lineare Gleichungen mit drei Unbekannten aufzustellen und zu lösen. Das ist ziemlich einfach.

- Ich beginne damit, die Unbekannten zu definieren. Es soll sich um die Stückzahlen handeln, mit denen die drei Wertpapiere in das Duplikationsportfolio aufzunehmen sind. Sie seien mit  $x_1$ ,  $x_2$  und  $x_3$  bezeichnet.
- Als nächstes konzentriere ich mich auf den Zeitpunkt  $t = 1$ . Zu duplizieren sind Cashflows in Höhe von 1.500. Infolgedessen müssen die Unbekannten so gewählt werden, dass

$$107,00 x_1 + 6,50 x_2 + 7,00 x_3 = 1.500$$

eingehalten wird.

- Das zu bewertende Unternehmen verspricht im Zeitpunkt  $t = 2$  Cashflows von 1.700. Daher muss für die Wertpapierstückzahlen im Duplikationsportfolio

$$0,00 x_1 + 106,50 x_2 + 7,00 x_3 = 1.700$$

gelten.

- Schließlich muss für alle Zeitpunkte ab  $t = 3$  die Gleichung

$$0,00 x_1 + 0,00 x_2 + 7,00 x_3 = 2.000$$

eingehalten werden.

- Löst man dieses Gleichungssystem, erhält man das Ergebnis

$$x_1 = -4,50 \quad x_2 = -2,82 \quad x_3 = 285,71 .$$

Was heißt das? Es sind 285,71 Stück des Konsols zu kaufen und 4,50 Stück der 7,00%-Kuponanleihe beziehungsweise 2,82 Stück der 6,50%-Kuponanleihe zu verkaufen.

- Abschließend muss nur noch der Preis des Duplikationsportfolios ausgerechnet werden. Er ergibt sich zu

$$-4,50 \cdot 100,47 - 2,82 \cdot 99,56 + 285,71 \cdot 100,00 \approx 27.839 \text{ €} .$$

Das entspricht wegen des Gesetzes vom einheitlichen Preis dem Wert des Unternehmens. Jedenfalls gibt es für Personen, die das Duplikationsportfolio erwerben können, keinen vernünftigen Grund, für das Unternehmen mehr als diesen Betrag zu zahlen.

Selbstverständlich könnte man aus den Kapitalmarktinformationen der Tabelle 1 auch Zinssätze ableiten, mit denen sich die Cashflows des Unternehmens so diskontieren

lassen, dass der Unternehmenswert zum Vorschein kommt. Ich verzichte hier (zunächst) darauf, weil es unökonomisch ist, ein Ergebnis, das man bereits kennt, noch einmal auszurechnen.

Ich halte vielmehr fest, dass sich „das Problem der Anschlussverzinsung“ in meinem Beispiel nicht stellt, wenn am Markt Konsols gehandelt werden.

Allerdings gibt es einen Wermutstropfen, über den ich nicht hinweggehen kann. Wenn der Konsol eine gleich bleibende Zahlung verspricht, dann muss auch das zu bewertende Unternehmen gleich bleibende Zahlungen versprechen. Wird also unterstellt, dass das Unternehmen eine Rente zahlt, die mit einer bestimmten Rate wächst, so lassen sich die Cashflows des Unternehmens nicht mit einem Konsol duplizieren, dessen Kupons gleich bleiben.

### 2.2.3 Grenzen der Duplikation

Die Argumentation eines Finanzierungstheoretikers im Zusammenhang mit der Bewertung eines Unternehmens folgt einem im Prinzip sehr leicht zu durchschauenden Muster: Würde der Verkäufer des Unternehmens mehr verlangen als den Preis des Duplikationsportfolios, hielte man ihm entgegen, dass man einzig und allein an den Cashflows des Unternehmens interessiert sei, diese Cashflows auch am Kapitalmarkt erwerben könne, indem man bestimmte Wertpapiere kauft und verkauft, und diese Vorgehensweise eben genau den genannten Preis erfordern würde. Jemand, der sich darauf nicht einlassen möchte, könnte sich allenfalls mit den Worten abwenden: „Dann kaufen Sie sich doch die von Ihnen gewünschten Ansprüche am Kapitalmarkt!“ Und in diesem Fall müsste der Finanzierungstheoretiker zum Finanzierungspraktiker mutieren. Er könnte sich nicht auf die Mathematik zurückziehen, sein Gleichungssystem beschreiben und lächelnd dazu auffordern, die Lösung auf ihre Richtigkeit zu überprüfen. Nein, er müsste sich aufmachen und tatsächlich das Duplikationsportfolio erwerben. Dabei könnte es nun gewisse Schwierigkeiten geben. Ich will drei solche Probleme ansprechen.

- Das Duplikationsportfolio unseres Beispiels enthält positive und negative Einträge. Bei positiven Einträgen muss gekauft werden, bei negativen Einträgen ist zu verkaufen. Wie aber sollte man Wertpapiere verkaufen, die man gar nicht hat? Der Finanzierungstheoretiker, bei dem man noch einmal zurückfragen könnte, würde antworten, dass so genannte Leerverkäufe vorzunehmen sind.<sup>17</sup> Ob solche Geschäfte allerdings im Einzelfall zulässig sind, müsste juristisch geklärt werden und kann gegebenenfalls mit negativem Ergebnis enden. Dann versagt der Duplikationsmechanismus.
- Das Duplikationsportfolio enthält Einträge mit Nachkommastellen. Die Einträge sind also nicht notwendigerweise ganzzahlig. Um duplizieren zu können, müssen wir unterstellen, dass die Wertpapiere in hinreichender Weise teilbar sind. Auch das ist in der Wirklichkeit nicht unbedingt erfüllt.
- Das Duplikationsportfolio kann Einträge enthalten, die in diesem Umfang nicht erworben (verkauft) werden können, weil das Angebot (die Nachfrage) nicht ausreicht. In diesem Fall ist die Duplikation zwar nicht prinzipiell unmöglich. Sie kann aber gegebenenfalls nicht auf dem angestrebten Niveau stattfinden. Man kann also nicht den Zahlungsstrom  $CF_1, \dots, CF_\infty$  duplizieren, sondern nur den Zahlungsstrom  $\alpha CF_1, \dots, \alpha CF_\infty$  mit  $0 < \alpha < 1$ . Anders gesagt: Die Duplikationstechnik erlaubt es nicht, den Grenzpreis für das gesamte Unternehmen zu ermitteln, sondern eignet sich nur für die Bewertung einer Beteiligung im Umfang von höchstens  $\alpha$ .

---

<sup>17</sup>Man borgt sich die Wertpapiere, verkauft sie heute und kauft sie später wieder zurück, um sie dem Wertpapierverleiher zurückgeben zu können.

Ob der Markt hinreichend liquide ist, um den Zahlungsstrom eines Unternehmens duplizieren zu können, mag man im Einzelfall so oder anders beurteilen.<sup>18</sup> Allerdings lässt sie sich im Kern nicht beantworten, indem man lediglich das Volumen der Wertpapiere in einem bestimmten Laufzeitbereich anschaut, die gehandelt werden, und dann zu dem Ergebnis kommt, der Markt sei hinreichend liquide oder auch nicht. Es kommt ja nicht nur darauf an, ob die Cashflows des Unternehmens dupliziert werden könnten, mit dem man sich gerade auseinandersetzt. Vielmehr müssten alle (!) Unternehmen ins Visier genommen, deren Bewertung zu einem bestimmten Stichtag gerade ansteht. Und darüber verlässliche Informationen zu bekommen, dürfte unmöglich sein. Ob also der Zahlungsstrom eines Unternehmens praktisch tatsächlich dupliziert werden könnte, lässt sich gar nicht verlässlich beantworten. Das mag desillusionierend sein, ist aber trotzdem nicht zu ändern.

Alle drei Überlegungen lassen sich vor dem Hintergrund eines Duplikationsportfolios leicht erkennen und diskutieren. Sie zeigen klar die Grenzen auf, die mit unserem Bewertungskonzept verbunden sind. Das geht in dieser Deutlichkeit leider verloren, wenn wir uns eine andere Brille aufsetzen. Um das zu erkennen, erinnern wir daran, dass ein praktisch tätiger Unternehmensbewerter einen ganz anderen Weg gehen würde, um unser Beispielsunternehmen zu bewerten. Er würde doch kein Duplikationsportfolio konstruieren. Die meisten in der Praxis tätigen Betriebswirte wissen gar nicht, was das ist. Sie haben es möglicherweise von einem „praxisfernen“ Professor einmal erklärt bekommen, aber spätestens nach der letzten Klausur wieder vergessen und sich nur noch gemerkt, dass man zukünftige Cashflows mit geeigneten Zinssätzen diskontieren muss.

Wo aber sollen diese Zinssätze herkommen, wenn wir es mit einem Kapitalmarkt wie in Tabelle 1 zu tun haben? Wir könnten solche Zinssätze leicht gewinnen, wenn es sich nicht um einen Markt mit Kuponanleihen und Konsols handelte, sondern um einen Markt mit Nullkuponanleihen. Nun lassen sich aber die in Tabelle 1 angegebenen Wertpapiere ihrerseits als Portfolios interpretieren, die aus Zero Bonds bestehen, welche bei Fälligkeit einen Cashflow in Höhe von 1 € versprechen.<sup>19</sup> Um die Preise dieser fiktiven Anleihen zu berechnen, muss man Gleichungssysteme aufstellen und lösen. Aus den Preisen dieser Anleihen lassen sich dann die benötigten Zinssätze ableiten.<sup>20</sup> Und damit könnte man endlich die Diskontierung der für das Unternehmen charakteristischen Cashflows vornehmen und würde tatsächlich auch auf diesem Wege

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{CF_1}{1 + i_{0,1}} + \frac{CF_2}{(1 + i_{0,2})^2} + \frac{CF_{3 \text{ ff.}}}{i_{3 \text{ ff.}} \cdot (1 + i_{0,2})^2} \\ &= \frac{1.500}{1 + 6,50\%} + \frac{1.700}{(1 + 6,75\%)^2} + \frac{2.000}{7,04\% \cdot (1 + 6,75\%)^2} \approx 27.839 \text{ €} \end{aligned}$$

erhalten. Wer einer derartigen Bewertungsgleichung immer noch ansieht, dass sich hinter ihr Duplikationsportfolios verbergen, war besonders aufmerksam. Die wenigsten Praktiker

<sup>18</sup>Die Tatsache, dass das Volumen der an den Märkten gegenwärtig gehandelten Konsols bei weitem nicht ausreicht, um damit ewige Zahlungsströme großer Unternehmen zu duplizieren, dürfte sich kaum bestreiten lassen, vgl. dazu auch oben Fußnote 16.

<sup>19</sup>Finanzierungstheoretiker nennen solche fiktiven Zero Bonds gern elementare Wertpapiere.

<sup>20</sup>Um beispielsweise ein Portfolio  $(x_1, x_2)$  zu konstruieren, das einen im Zeitpunkt  $t = 2$  fälligen Zero Bond nachbildet, müsste man  $x_1$  und  $x_2$  so wählen, dass

$$\begin{aligned} 107,00 x_1 + 6,50 x_2 &= 0 \\ 0,00 x_1 + 106,50 x_2 &= 1 \end{aligned}$$

erfüllt ist. Die Lösung ergibt  $x_1 = -0,00057040$  und  $x_2 = 0,00938967$ . Dieses Portfolio verursacht eine Auszahlung in Höhe von  $\pi_{0,2} = x_1 \cdot 100,47 + x_2 \cdot 99,56 = 0,87752753$ . Daraus leitet man über

$$i_{0,2} = \sqrt[2]{\frac{1}{\pi_{0,2}}} - 1 = \sqrt[2]{\frac{1}{0,87752753}} - 1 \approx 6,75\%$$

den gesuchten Kassa-Zinssatz für eine Laufzeit von zwei Jahren ab.

dürften das erkennen. Wenn sie nur Zinssätze haben, mit denen sie die ihnen vertrauten Berechnungsverfahren realisieren können, ist ihnen die dahinter verborgene ökonomische Theorie wohl auch herzlich gleichgültig.

### 3 Kritik bisheriger Vorschläge zur Anschlussverzinsung

Im Folgenden will ich einen systematischen Überblick über Vorschläge zum Thema Anschlussverzinsung geben, die von Dritten gemacht worden sind, und diese Vorschläge kritisch kommentieren. Um Ordnung in meine Überlegungen zu bekommen, ist es zweckmäßig, zwei Fragen zu stellen.

- Was ist gemeint, wenn von Anschlussverzinsung die Rede ist? (Gegenstand des Interesses)
- Wie lassen sich Informationen über die Anschlussverzinsung gewinnen? (Methode der Informationsgewinnung)

Bevor ich mich in Details vertiefe, scheint es mir zweckmäßig zu sein, noch auf einen Tatbestand aufmerksam zu machen, der ziemlich banal ist. Wenn ich trotzdem darauf aufmerksam mache, so deswegen, weil auch Banalitäten mitunter aus dem Auge verloren werden, was böse enden kann. Wer die Entwicklung eines Zinssatzes über einen längeren Zeitraum notiert, wird den Eindruck gewinnen, dass es sich um eine Zufallsvariable handelt. Denselben Eindruck wird er bekommen, wenn er sich die Zeitreihe eines Aktienkurses oder eines Kursindex anschaut. Wer nur auf die „Zahlen an sich“ fixiert ist, kann übersehen, dass sich hinter jedem Zinssatz  $i_{t,t+1}$  ein Vertrag zwischen einem Kapitalgeber und einem Kapitalnehmer verbirgt. Wenn der Kapitalgeber im Zeitpunkt  $t$  den Betrag  $X$  zur Verfügung stellt, muss der Kapitalnehmer im Zeitpunkt  $t + 1$  den Betrag  $X(1 + i_{t,t+1})$  zurückgeben. Damit so etwas tatsächlich funktioniert, muss es in  $t$  Menschen geben, die solche Verträge schließen; und es muss in  $t + 1$  Menschen geben, die ihren vertraglichen Verpflichtungen nachkommen. Ob die Menschen auf dem Planeten Erde angesichts selbst gemachter Treibhauseffekte und Nahrungsmittelprobleme in ferner Zukunft noch solche Verträge abschließen und erfüllen werden, ist schwer zu beantworten. Sicher ist es auf keinen Fall. Spätestens dann, wenn die Sonne, von der alles irdische Leben abhängt, ihren Dienst einstellt, werden die Menschen aufhören, Zinssätze miteinander zu vereinbaren. Diese elementaren Zusammenhänge darf man nicht aus dem Blick verlieren, wenn es um Zinssätze geht, mit denen (sehr) weit von heute entfernte Cashflows diskontiert werden sollen.

#### 3.1 Gegenstand des Interesses

##### 3.1.1 Vorbereitungen

Nach der Anschlussverzinsung zu fragen, ohne zu klären, was damit genau gemeint ist, ist ebenso sinnvoll, wie nach dem künftigen Wetter zu fragen. Die Frage muss präzisiert werden. Geht es um das Wetter von morgen oder um das Wetter in der nächsten Woche? Welche Eigenschaften des Wetters interessieren den Fragesteller? Sind es die Temperaturen, die Niederschläge, die Windrichtung, die Windgeschwindigkeit? Mit der Anschlussverzinsung ist es ähnlich wie mit dem Wetter. Auch sie besitzt eine Vielzahl von Merkmalen.

Um voranzukommen, will ich zunächst einmal erläutern, worum es der Literatur bei der Anschlussverzinsung nicht geht. Zu diesem Zweck betrachte ich zwei verschiedene Situationen vor einem sehr einfachen zeitlichen Hintergrund.

- Im ersten Fall kann der Bewerter am Bewertungsstichtag die Kassa-Zinssätze  $i_{0,1}$  und  $i_{0,2}$  beobachten. Sollte der Markt arbitragefrei sein, was man in der Finanzierungstheorie

gerne annimmt, so kann man daraus einen impliziten Termin-Zinssatz  $i_{1,2}$  ableiten, weil auf Märkten bei Abwesenheit von Arbitragegelegenheiten

$$(1 + i_{0,1})(1 + i_{1,2}) = (1 + i_{0,2})^2$$

gelten muss.<sup>21</sup>

- Im zweiten Fall kann der Bewerter am Stichtag nur den Kassa-Zinssatz  $i_{0,1}$  beobachten. Darüber hinaus soll er heute Vorstellungen davon haben, zu welchem Zinssatz er im Zeitpunkt  $t = 1$  für ein Jahr risikolos Geld anlegen kann. Ich nenne diesen Zinssatz  $\mathbb{V}[i_{1,2}]$  und werde von der (heute) erwarteten Anschlussverzinsung sprechen. Um Missverständnisse zu vermeiden, muss ich meine Notation erläutern. Mit dem Symbol  $\mathbb{V}[i_{s,t}]$  mit  $0 < s < t$  will ich ausdrücken, dass ein Individuum im Zeitpunkt  $t = 0$  eine Vorstellung über die Höhe eines Kassa-Zinssatzes  $i_{s,t}$  besitzt, die einwertig ist, sich also in einer Zahl ausdrücken lässt.<sup>22</sup> Wie diese Vorstellung oder „Erwartung“ gewonnen wird, lasse ich bewusst erst einmal im Dunkeln.

Dieser Anschluss-Zinssatz ist etwas vollkommen anderes als ein Termin-Zinssatz. Beim Anschluss-Zinssatz handelt es sich um einen Kassa-Zinssatz, von dem heute vermutet wird, dass er sich in der Zukunft manifestieren wird. Der Termin-Zinssatz dagegen ist ein Zinssatz für Kapitalanlagen zwischen  $t = 1$  und  $t = 2$ , den man am Bewertungsstichtag kontrahieren kann. Man darf also nicht einfach  $i_{1,2} = \mathbb{V}[i_{1,2}]$  schreiben.<sup>23</sup> Eine Gleichung des Typs

$$(1 + i_{0,1})(1 + \mathbb{V}[i_{1,2}]) = (1 + i_{0,2})^2$$

lässt sich jedenfalls nicht aus der Arbitragefreiheitsbedingungen ableiten.

Um den Unterschied zwischen heute geltenden Termin-Zinssätzen und heute erwarteten künftigen Kassa-Zinssätzen zu verdeutlichen, habe ich mir das Leben leicht gemacht und nur den Fall mit zwei Perioden ( $t = 0,1,2$ ) betrachtet. Trotzdem kann ich auf dieser Grundlage erläutern, in welcher Weise sich die Frage nach „den“ Anschlusszinsen meiner Ansicht nach präzisieren ließe. Mir fallen etwa folgende Fragen ein:

- Da künftige Kassa-Zinssätze  $i_{s,t}$  aus der Perspektive des Bewertungsstichtags unsicher sind, könnte man die Frage stellen, ob aus der Vergangenheit beobachtete Zinssätze zur Verfügung stehen. Derartige Daten können in Deutschland gegenwärtig prinzipiell beschafft werden, wenn  $t - s \leq 30$  ist, sonst nicht.

<sup>21</sup>Siehe beispielsweise *Kruschwitz* (2007, Seite 58 f.).

<sup>22</sup>Es sei betont, dass das nicht unbedingt dasselbe ist wie das, was in der Statistik unter dem Erwartungswert einer stochastischen Variablen verstanden wird. Um klar werden zu lassen, worauf ich hinaus will, schauen Sie sich in dem Raum um, in dem Sie gerade sitzen. Es ist der Hörsaal 101 unseres Fachbereichs, unser schönster und größter Hörsaal, der heute zu meiner Freude sehr gut gefüllt ist. In diesem Hörsaal gibt es exakt  $n = 420$  Sitzplätze, was nur wenige von Ihnen genau gewusst haben dürften, bevor ich es Ihnen eben sagte. Das ändert aber nichts an der Tatsache, dass  $n$  keine Zufallsvariable ist. Wenn Sie nun die Aufgabe gestellt bekommen, eine Vorstellung von der Zahl der Sitzplätze im Hörsaal 101 zu entwickeln, können Sie sehr verschieden vorgehen. Man könnte schlicht alle Reihen abschreiten und die Sitze abzählen, man könnte aber auch die Reihen zählen und überschlagen, wie viele Sitze wohl in einer Reihe sind, um anschließend zu multiplizieren. Was dabei herauskommt, sollte man aber auf keinen Fall in der Form  $E[\tilde{n}]$  notieren, denn damit würde man zum Ausdruck bringen, dass  $n$  doch eine Zufallsvariable ist. Der größeren Klarheit wegen verwende ich in diesem Essay die Schreibweise  $\mathbb{V}[n]$  und werde dieses Objekt mit dem sicher gewöhnungsbedürftigen Terminus „Vermutungswert“ bezeichnen.

Selbstverständlich kann man auch Vorstellungen von Erwartungswerten einer Zufallsvariablen haben. Ginge es darum, eine Aussage über den Erwartungswert einer Zufallsvariablen zu wagen, so hielte ich die Darstellung  $\mathbb{V}[E[\tilde{n}]]$  für zweckmäßig, wobei es wieder zahlreiche Wege gibt, derartige Vorstellungen zu entwickeln. Der Statistiker denkt vermutlich sofort an Schätzfunktionen. Jedoch gibt es auch andere Wege, was ich hier aber nicht näher ausführen muss.

<sup>23</sup>Wer der Ansicht ist, dass man von beobachtbaren Termin-Zinssätzen auf künftige Kassa-Zinssätze schließen kann, wer also darauf vertraut, dass  $i_{1,2}$  ein verlässliches Bild des in einem Jahr geltenden Kassa-Zinssatzes  $i_{0,1}$  liefert, erweist sich als Anhänger der reinen Erwartungshypothese. Mit dieser Theorie kann man viele Phänomene an Kapitalmärkten nicht erklären, zum Beispiel die Tatsache, dass normale Zinskurven häufiger zu beobachten sind als inverse. Aus diesem Grunde sind weiter gehende Theorien entwickelt worden.

- Wenn – aus welchen Gründen auch immer – keine geeigneten historischen Daten verfügbar sind, ließe sich fragen, wie ein Individuum vernünftigerweise vorgehen sollte, um Vorstellungen von Anschluss-Zinssätzen des Typs  $\forall[i_{s,t}]$  zu entwickeln.
- Sollten historische Daten verfügbar sein, könnte man untersuchen, ob diese derselben Wahrscheinlichkeitsverteilung angehören und unabhängig voneinander sind.
- Weiter ließe sich analysieren, welchem Verteilungsgesetz die beobachteten Zinssätze gehorchen. Handelt es sich beispielsweise um Normalverteilungen? Oder ist ein anderes Verteilungsgesetz wirksam?
- Man könnte danach fragen, ob der Zufallsprozess, dem die Zinssätze folgen, stationär ist oder nicht.
- Falls es sich bei den erhobenen Daten um Stichprobenvariablen handelt, könnte man fragen, wie sich deren unbekannte Erwartungswerte  $E[\tilde{i}_{s,t}]$  am besten schätzen lassen.

Selbstverständlich kann man noch weitere Fragen ausdenken, die die Anschlussverzinsung betreffen. Aber ich will es hiermit bewenden lassen.

### 3.1.2 Drei verschiedene Interpretationen

Was interessiert nun andere Autoren, wenn es um die Anschlussverzinsung geht? Alle Literaturstellen, die ich dazu studiert habe, bleiben verhältnismäßig vage. Keinesfalls sind sie einheitlich. Das will ich im Folgenden belegen.

**Erwartete Wiederanlage-Zinssätze.** Für *Drukarczyk* geht es um den „am Laufzeitende der Erstanlage geltenden Wiederanlage-Zinssatz“.<sup>24</sup>

*Drukarczyk* überspielt mit seiner Formulierung ein Problem, auf das ich aufmerksam machen will. Er spricht vom Wiederanlage-Zinssatz im Singular, wird aber einräumen müssen, dass die Zinsstrukturkurve, welche sich am Laufzeitende der Erstanlage manifestiert, nicht notwendigerweise flach ist. Er wird ferner einräumen müssen, dass die Zinsstrukturkurve, welche man im Zeitpunkt  $t = \tau$  beobachten wird, voraussichtlich nach  $\tau$  weiteren Jahren auch wieder abbrechen wird, was auf einen unendlichen Regress führt. Um diese Zusammenhänge zu präzisieren, stelle ich fest, dass es zunächst um ein System von vermuteten Wiederanlage-Zinssätzen geht, das sich in der Form

$$\begin{array}{cccc} \forall[i_{\tau,\tau+1}] & \forall[i_{\tau,\tau+2}] & \cdots & \forall[i_{\tau,\tau+\tau}] \\ \forall[i_{2\tau,2\tau+1}] & \forall[i_{2\tau,2\tau+2}] & \cdots & \forall[i_{2\tau,2\tau+\tau}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \forall[i_{n\tau,n\tau+1}] & \forall[i_{n\tau,n\tau+2}] & \cdots & \forall[i_{n\tau,n\tau+\tau}] \end{array}$$

mit  $n \rightarrow \infty$  notieren lässt. Wie all diese vermuteten Zinssätze zu einer einzigen Zahl verdichtet werden sollen, wird von *Drukarczyk* nicht thematisiert.

**Effektiv-Zinssätze von Anleihen mit unendlicher Laufzeit.** *Ballwieser* verwendet unterschiedliche Formulierungen, wenn er sich mit der Anschlussverzinsung auseinandersetzt.

- So spricht er einerseits davon, dass es um die „Ermittlung des unendlich lange geltenden Zinses“<sup>25</sup> ginge.

<sup>24</sup>*Drukarczyk* (2003, Seite 355). *Schwetzer* (1996, Seite 1091) spricht von „zukünftigen Marktzinssätzen“, was noch etwas allgemeiner als bei *Drukarczyk* ist, weil sowohl Anlage- als auch Kredit-Zinssätze gemeint sein könnten.

<sup>25</sup>*Ballwieser* (2003, Seite 30).

- An anderer Stelle schreibt er von der „Effektivverzinsung einer unendlich lange laufenden Anleihe“.<sup>26</sup>

Studiert man den Kontext seiner Ausführungen, so interessiert ihn in beiden Fällen offensichtlich dasselbe. Daher muss ich versuchen, seine Formulierungen – so gut wie ich nur kann – zu interpretieren.

Unter einem „unendlich lange geltenden Zinssatz“ könnte man sich einen Kassa-Zinssatz für ein Engagement in Form eines Zero Bonds vorstellen, bei dem der Kreditgeber heute (in  $t = 0$ ) den Preis  $\pi_{0,\infty}$  bezahlt, um Anspruch auf eine Einzahlung nach unendlicher langer Zeit (in  $t = \infty$ ) zu erwerben. Einen derartigen Anschluss-Zinssatz hätte ich unter Verwendung der von mir eingeführten Symbolik in der Form  $\mathbb{V}[i_{0,\infty}]$  zu notieren. Das meint *Ballwieser* mit Sicherheit nicht. Mit einem solchen Zinssatz dürfte man ja auch gar nicht sämtliche Cashflows der fernen Phase diskontieren, sondern ausschließlich diejenigen Cashflows, welche im Unendlichen liegen. Das Problem der Diskontierung von Cashflows der fernen Phase (in  $t$  mit  $\tau < t \ll \infty$ ) bliebe damit vollkommen ungelöst.

Unter einem „unendlich lange geltenden Zinssatz“ könnte man auch irgendeinen (und irgendwann geltenden) Zinssatz verstehen, dessen Höhe sich niemals ändert. Das meint *Ballwieser* ebenfalls ganz sicher nicht.

Wenn *Ballwieser* von der Effektivverzinsung einer unendlich lange laufenden Anleihe spricht, kann man ihn dagegen nicht missverstehen. Es gibt hier keine Interpretationsspielräume. Was eine unendlich lange laufende Anleihe ist, ist in der finanzwirtschaftlichen Literatur ebenso klar definiert wie das, was man sich unter ihrer Effektivverzinsung vorzustellen hat. Anleihen mit immerwährender Laufzeit werden in der Finanzierungslehre auch als *consol bonds* (deutsch: *Konsols*) oder *perpetuities* bezeichnet. Sie haben im Zeitpunkt  $t$  einen Preis von  $\pi_t$  und versprechen (bei jährlicher Zahlweise) unaufhörlich regelmäßig wiederkehrende Zahlungen in Höhe von  $Z_{t+1} = Z_{t+2} = \dots = Z_{t+\infty} = z$ . Die Effektivverzinsung eines solchen *consols* ergibt sich rechnerisch aus  $\frac{z}{\pi_t}$ . Ich verwende dafür die Darstellung  $i_{t \text{ ff.}}$ .

Falls ich *Ballwieser* gerecht werde, wenn ich behaupte, dass es ihm um die Effektivverzinsung von *consol bonds* geht, so gibt es noch zwei Möglichkeiten, die unterschieden werden müssen: Entweder meint er *consol bonds*, die am Bewertungsstichtag gehandelt werden, oder er meint *consol bonds*, die am Ende der nahen Phase gehandelt werden. Im ersten Fall müsste er sich für

$$\mathbb{V}[i_{0 \text{ ff.}}]$$

interessieren, im zweiten für

$$\mathbb{V}[i_{t \text{ ff.}}]$$

mit  $t \geq \tau$ . In der Literatur wird zumeist behauptet, dass Anleihen mit ewiger Laufzeit Seltenheitswert besitzen.<sup>27</sup> Wenn das eine empirische Tatsache ist, die seit langer Zeit gilt, muss man sich fragen, wie es denn kommen könnte, dass es am Ende der nahen Phase plötzlich einen liquiden Markt für *consols* gibt. Mir ist kein Argument bekannt, das sich für so eine Entwicklung ins Feld führen ließe.

Die Vorstellungen von *Ballwieser* und *Drukarczyk* über das, was Anschlussverzinsung sein soll, sind jedenfalls offenkundig nicht identisch. Effektiv- und Kassa-Zinssätze sind einfach nicht dasselbe.<sup>28</sup>

Darüber hinaus ist festzuhalten, dass sich Anschlusszinsen im Sinne von *Ballwieser* für die Diskontierung von Cashflows der fernen Phase überhaupt nur unter der sehr speziellen Voraussetzung eignen, dass sie nicht wachsen.<sup>29</sup>

<sup>26</sup> *Ballwieser* (2003, Seite 31).

<sup>27</sup> Siehe dazu oben Fußnote 16.

<sup>28</sup> Siehe *Kruschwitz* (2007, Seite 55-61).

<sup>29</sup> Zu Details siehe oben Seite 11.

**Weiterer Verlauf der Zinsstrukturkurve.** *Reese und Wiese* sowie *Obermaier* definieren den Gegenstand ihres Interesse noch anders als die bisher erwähnten Autoren, indem sie mitteilen, dass „über den weiteren Verlauf der Zinsstrukturkurve“ nachgedacht werden müsse.<sup>30</sup>

Der Begriff der Zinsstrukturkurve ist nicht absolut eindeutig, weil es sich entweder um Kassa-Zinssätze (spot rates) oder um Effektiv-Zinssätze (yields) handeln kann. Ich konzentriere mich auf Kassa-Zinssätze. Wenn nun jedoch vom „weiteren Verlauf“ einer solchen Kurve die Rede ist, dann kann es sich eigentlich nur um jene Zinsstrukturkurve handeln, die am Bewertungsstichtag gilt, und nicht um Zinsstrukturkurven, mit denen man es in späteren Jahren zu tun haben wird. Das ist dann jene in Abbildung 1 gezeichnete Kurve, die die nahe Phase überdeckt und am Ende abbricht. Wer abschätzen möchte, wie diese Kurve in der fernen Phase verläuft und nicht auf Marktdaten zurückgreifen kann, muss herauszubekommen versuchen, welche Werte sich für Kassa-Zinssätze ergeben würden, wenn sich Marktteilnehmer am Bewertungsstichtag auf Kapitalüberlassungsverträge mit längeren Laufzeiten einließen.

Es muss deutlich hervorgehoben werden, dass es sich jetzt um etwas ganz anderes handelt als das, was *Drukarczyk* oder *Ballwieser* ansprechen. Besonders klar wird das, wenn man die Anschluss-Zinssätze im Sinne von *Reese und Wiese* und *Obermaier* mit Hilfe von

$$\forall [i_{0,\tau+1}], \forall [i_{0,\tau+2}], \dots, \forall [i_{0,\tau+\infty}]$$

formal präzisiert.

### 3.2 Methoden der Informationsgewinnung

In der Literatur werden drei verschiedene Konzepte genannt, mit denen sich Informationen über den Gegenstand des Interesses gewinnen lassen. Es handelt sich um folgende:

- *Prognose*: Oft wird gesagt, dass es notwendig wäre, eine Prognose der Anschlusszinsen zu wagen. So heißt es ganz unmissverständlich bei *Drukarczyk*: „Das Problem besteht in der notwendigen Prognose des am Laufzeitende der Erstanlage geltenden Wiederanlage-Zinssatzes.“<sup>31</sup> Die Literatur erörtert verschiedene Verfahren der Vorhersage, auf die ich weiter unten genauer eingehen werde.
- *Schätzung*: Es ist auch davon die Rede, dass man die Anschlussverzinsung zu schätzen habe. So schreibt *Schwetzer*: „Hier ist eine Schätzung der zukünftigen Marktzinssätze erforderlich.“<sup>32</sup>
- *Annahme*: Eine dritte Idee erwähnt *Obermaier* mit den Worten, dass „eine Annahme über den weiteren Verlauf der Zinsstrukturkurve erforderlich“ sei, wenn „keine Anleihen mit unendlicher Laufzeit“ existieren.<sup>33</sup>

Schaut man nüchtern auf die vorstehenden Zitate, so darf man zumindest etwas irritiert sein. In der Wissenschaft meint man nämlich üblicherweise durchaus nicht dasselbe, wenn man davon spricht, dass Prognosen abgegeben, Schätzungen vorgenommen oder Annahmen getroffen werden müssen. Liest man die vorgenannten Autoren (und andere) sorgfältiger, so gewinnt man allerdings den Eindruck, als wenn sie alle über dasselbe diskutieren wollen und es wohl nur aus Gründen der sprachlichen Abwechslung einmal so und einmal anders nennen. Insofern würde ich den Verfassern entsprechender Beiträge wohl nicht gerecht werden, wenn ich ihnen attestierte, dass sie wirklich an drei verschiedene Methoden der Informationsgewinnung denken. Das tun sie nicht. Ich erlaube mir trotzdem der Frage nachzugehen, welche Folgen es hätte, wenn die Autoren das, was sie schreiben, wirklich ganz ernst meinen würden.<sup>34</sup>

<sup>30</sup>*Reese und Wiese* (2007, Seite 43) beziehungsweise *Obermaier* (2008, Seite 496).

<sup>31</sup>*Drukarczyk* (2003, Seite 353).

<sup>32</sup>*Schwetzer* (1996, Seite 1091).

<sup>33</sup>*Obermaier* (2008, Seite 496).

<sup>34</sup>Die Vermutung, dass Wissenschaftler ihre Aussagen ernst meinen könnten, ist ja wohl auch nicht abwegig.

### 3.2.1 Prognose von Anschlusszinsen

Im Zusammenhang mit der Prognose von Anschlusszinsen unterscheiden *Ballwieser* und andere<sup>35</sup> zwischen expliziter und impliziter Prognose. Wer wissen will, was damit gemeint sein könnte, muss *Moxter* lesen, der diese Begriffe wohl „erfunden“ hat, und bedenken, dass *Ballwieser* ein Schüler von *Moxter* ist. *Moxter* beschäftigte sich mit der Frage, wie Betriebswirte vorgehen sollten, wenn sie eine Aussage darüber machen wollen, ob ein Unternehmen in einer zurückliegenden Periode erfolgreich gearbeitet hat oder nicht. Dabei sah er zwei verschiedene Alternativen, die sich wie folgt beschreiben lassen: Entweder liest man einen Gewinn aus einem Jahresabschluss ab, der den Erfolg der vergangenen Periode mit Hilfe von objektivierten (d.h. ermessensbegrenzenden) Regeln ermittelt. Oder man versucht ermessensabhängig zu beurteilen, ob die Zukunftsaussichten des Unternehmens aufgrund der Manageraktivitäten des vergangenen Jahres besser geworden sind. Im ersten Fall spricht *Moxter* von impliziter, im zweiten von expliziter Prognose. Konkret schreibt er: „Es ist unmöglich, ein Urteil über die wirtschaftliche Situation eines Unternehmens bzw. über die in der Rechnungsperiode eingetretene Veränderung dieser Situation zu fällen, ohne zugleich eine Prognose abzugeben. Wer die explizite Prognose (Schätzgewinnermittlung und Schätzgewinnanalyse) scheut, der wählt, ob ihm das nun bewußt ist oder nicht, die implizite Prognose (Bilanzgewinnermittlung).“<sup>36</sup>

*Ballwieser* überträgt die *Moxtersche* Begriffsprägung auf die Vorhersage von Anschlusszinsen. Von impliziter Prognose der Anschlusszinsen ist bei ihm (und anderen) genau dann die Rede, wenn man für die gesamte ferne Phase den heute beobachtbaren Kassa-Zinssatz mit der längsten Laufzeit verwendet.<sup>37</sup> Das bedeutet in formaler Schreibweise

$$\begin{aligned} \mathbb{V}[i_{\tau,\tau+1}] &= \mathbb{V}[i_{\tau,\tau+2}] = \dots = \mathbb{V}[i_{\tau,\tau+\infty}] = \\ &\mathbb{V}[i_{2\tau,2\tau+1}] = \mathbb{V}[i_{2\tau,2\tau+2}] = \dots = \mathbb{V}[i_{2\tau,2\tau+\tau}] = \dots = \\ &\mathbb{V}[i_{n\tau,n\tau+1}] = \mathbb{V}[i_{n\tau,n\tau+2}] = \dots = \mathbb{V}[i_{n\tau,n\tau+\tau}] = i_{0,\tau} \quad (6) \end{aligned}$$

mit  $n \rightarrow \infty$ , wenn es sich um Anschlusszinsen im Sinne von *Drukarczyk* oder *Schwetzer* handelt, beziehungsweise

$$\mathbb{V}[i_{0,\tau+1}] = \mathbb{V}[i_{0,\tau+2}] = \dots = \mathbb{V}[i_{0,\tau+\infty}] = i_{0,\tau} , \quad (7)$$

falls es um Anschlusszinsen im Sinne von *Reese und Wiese* sowie *Obermaier* geht.

Was unter expliziter Prognose von Anschlusszinsen zu verstehen ist, wird in der Literatur bedauerlicherweise nicht ausdrücklich definiert. Diese Tatsache lässt zu, dass man geradezu jedes Vorhersageverfahren, welches nicht implizit ist, darunter verstehen kann.<sup>38</sup> Belastbare Aussagen über die Qualität expliziter Prognosen lassen sich auf solch einer Grundlage kaum machen. Wie könnte man denn die Richtigkeit einer Behauptung über die Leistungsfähigkeit eines Verfahrens prüfen, solange gar nicht mitgeteilt wird, wie das Verfahren arbeitet? Dessen ungeachtet äußern sich einige Autoren sehr dezidiert darüber, ob implizite oder explizite Prognosen vorzuziehen sind.

- *Ballwieser* weist auf die unbestreitbare Tatsache hin, dass man sich mit jeder Prognose irren kann und zieht daraus eine auf den ersten Blick überraschende Schlussfolgerung:

„Trotz des Prognoserisikos einer jeden Prognose würde ich explizite Prognosen impliziten vorziehen.“<sup>39</sup>

<sup>35</sup>Beispielsweise *Drukarczyk und Schüler* (2007, Seite 249) und *Obermaier* (2008, Seite 494).

<sup>36</sup>*Moxter* (1982, Seite 227).

<sup>37</sup>Vgl. *Ballwieser* (2003, Seite 33).

<sup>38</sup>Daran ändert sich auch nichts, wenn man von expliziten Expertenprognosen spricht. Es bleibt nämlich immer offen, wie diese Experten denn vorgehen, um zu ihren Prognosen zu kommen. Es wird nicht einmal ausgeschlossen, dass die Fachleute ihrerseits implizite Prognosen vornehmen. Dann aber wären explizite und implizite Prognosen dasselbe.

<sup>39</sup>*Ballwieser* (2003, Seite 33).

Nach dem ersten Lesen des vorstehenden Satzes war ich der Auffassung, dass *Ballwiesers* Aussage folgende Struktur hat:

- (a) Es gibt zwei Verfahren *A* und *B*.
- (b) Ein Verfahren, welches weniger fehleranfällig ist, verdient den Vorzug.
- (c) Mit *A* kann man ebenso wie mit *B* Fehler machen.
- (d) Verfahren *B* wird vorgezogen ( $A < B$ ).

Da die Schlussfolgerung (d) nicht zwingend aus den vorangehenden Sätzen folgt und ich keinen Grund zu der Annahme habe, dass *Ballwieser* das verborgen geblieben wäre, denke ich, dass für ihn andere Beweggründe maßgeblich waren, um zu der Präferenz des Satzes (d) zu gelangen. Diese Beweggründe könnten mit der Tatsache zu tun haben, dass explizite Prognosen aus seinem Blickwinkel die Eigenschaft besitzen, dass sie „transparenter“ sind als implizite Prognosen. Jemand, der mit einer expliziten Prognose arbeitet, muss die Gründe nennen, die ihn zu seiner Prognose führen, während implizite Prognosen sozusagen automatisch ablaufen. Die Struktur der *Ballwieserschen* Überlegung ändert sich damit wie folgt:

- (a) Es gibt zwei Verfahren *A* und *B*.
- (b) Ein Verfahren, welches transparenter ist, verdient den Vorzug.
- (c) *A* ist weniger transparent als *B*.
- (d) Verfahren *B* wird vorgezogen ( $A < B$ ).

Das ist auf jeden Fall logisch zwingend. Man muss sich diesem Urteil allerdings nur anschließen, wenn man Transparenz für hinreichend wichtig hält und die Behauptung akzeptiert, dass *B* tatsächlich transparenter als *A* sei.

- *Drukarczyk und Schüler* halten explizite Prognosen im Gegensatz zu *Ballwieser* für weniger zweckmäßig und begründen ihre Ansicht mit folgenden Worten:

„Für die implizite Prognose spricht, daß explizite Expertenprognosen eine Überlegenheit über implizite Prognosen bislang nicht belegen konnten.“<sup>40</sup>

Die Struktur der Argumentation ist folgende:

- (a) Es gibt zwei Verfahren *A* und *B*.
- (b) Ein Verfahren, welches weniger fehleranfällig ist, verdient den Vorzug.
- (c) Es konnte bisher nicht empirisch nachgewiesen werden, dass *B* zu besseren Resultaten führt als *A*.
- (d) Verfahren *A* wird (zumindest schwach) präferiert ( $A \geq B$ ).

Die Schlussfolgerung scheint logisch widerspruchsfrei zu sein.

Allerdings steht und fällt sie mit der Stichhaltigkeit der Behauptung (c). Bemerkenswerterweise zitieren *Drukarczyk und Schüler* keine Quellen, aus denen sich ableiten lässt, dass (c) tatsächlich zutrifft. Und es gibt auch gar keinen vernünftigen Grund zu der Vermutung, dass es solche Quellen gibt. Wie sollten derartige Quellen auch aussehen? Um zu untersuchen, ob eine Prognose zutrifft oder nicht, muss man sie so formulieren, dass sie überprüft werden kann. Wer aber prognostiziert, dass der Wiederanlage-Zinssatz  $i_{t,t+1}$  eine bestimmte Höhe haben wird, kann dies frühestens im Zeitpunkt  $t$  bestätigen beziehungsweise widerlegen. Falls nun  $t$  von heute aus unendlich weit entfernt ist, dann muss man auch noch entsprechend lange auf das Ergebnis der Prüfung warten. Daher kann man mit demselben Recht die entgegengesetzte Behauptung (c') aufstellen und sagen: *Es konnte bisher nicht empirisch belegt werden, dass A zu besseren Resultaten führt als B*. Wenn aber sowohl (c) als auch (c') richtig sind, dann ist die Schlussfolgerung (d) nicht mehr zwingend.

<sup>40</sup>*Drukarczyk und Schüler* (2007, Seite 249).

- *Obermaier* vertritt die Ansicht, dass sich der Rückgriff auf Expertenprognosen ökonomisch nicht rechtfertigen lässt.<sup>41</sup> Allerdings lässt er offen, welche Kriterien er heranziehen will, um entscheiden zu können, ob sich eine der hier zu diskutierenden Prognose-techniken ökonomisch rechtfertigen lässt oder nicht. Mir ist kein Weg bekannt, auf dem ich mich mit einer so unklaren Aussage sachlich auseinandersetzen könnte.

### 3.2.2 Schätzung erwarteter Anschlusszinsen

Statistiker, die etwas schätzen wollen, haben regelmäßig empirische Daten in Form von Stichproben zur Verfügung, bei denen sie Variablen beobachten, die einem Zufallsprozess folgen. Das können beispielsweise Haushaltseinkommen, Preise oder auch Zinssätze sein. Sie möchten nun Erkenntnisse über diese mit Unsicherheit verbundenen Vorgänge gewinnen. Wenn Statistiker ganz konventionell arbeiten, gehen sie in drei Schritten vor:

- Sie versuchen zunächst zu beurteilen, ob die erhobenen Daten derselben Wahrscheinlichkeitsverteilung angehören und unabhängig voneinander sind. Ist dieser Fall gegeben, liegen Stichprobenvariablen vor.
- In einem zweiten Schritt entscheiden sie sich nach einer Inaugenscheinnahme der Stichprobenvariablen für einen bestimmten Verteilungstyp, zum Beispiel für eine Gleichverteilung oder für eine Normalverteilung.
- Im dritten und letzten Schritt schätzen sie auf dieser Grundlage gewisse Parameter der Verteilung, beispielsweise Erwartungswerte oder Streuungen.

Eine auf dem Stichprobenraum definierte Zufallsvariable, die jeder Stichprobe einen Schätzwert zuordnet, heißt Schätzfunktion oder Schätzer. Ein guter Schätzer sollte mehrere Eigenschaften erfüllen. Insbesondere sollte er erwartungstreu, effizient und konsistent sein.<sup>42</sup> Es gibt gut fundierte Prinzipien, wie man Schätzer mit solchen Eigenschaften konstruiert. Das bekannteste ist das Maximum-Likelihood-Prinzip.<sup>43</sup>

Wenn Betriebswirte davon sprechen, dass die Anschlussverzinsung zu schätzen sei, lassen sie in der Regel jede weiter gehende Präzision vermissen. Insbesondere vermeiden sie klare Aussagen über empfehlenswerte Schätzfunktionen. Daher ist es nicht abwegig zu vermuten, dass sie den Begriff des Schätzens so benutzen, wie es in der Alltagssprache üblich ist. Schätzen bedeutet hier lediglich „etwas für mehr oder minder wahrscheinlich halten“ oder „etwas für plausibel befinden“.

*Ballwieser, Drukarczyk* und auch *Obermaier* verwenden aber nun in ihren Ausführungen zur Anschlussverzinsung Formulierungen, mit denen zumindest der Eindruck erweckt werden könnte, dass sie doch dasselbe oder wenigstens etwas sehr ähnliches im Kopf haben wie ein Statistiker.

- So heißt es bei *Ballwieser* :

„Den gegenwärtigen Zins für eine lang laufende endliche Anleihe kann man aber nur unter engen Bedingungen als besten Schätzer für eine unendlich lange laufende Anleihe nehmen.“<sup>44</sup>

Hier ist immerhin von der Qualität eines Schätzers die Rede. Welche Bedingungen erfüllt sein müssen, damit sich diese Schätzfunktion als brauchbar erweist, lässt *Ballwieser* allerdings im Dunkeln. Er deutet nur an, dass diese nicht näher beschriebenen Bedingungen selten erfüllt sind. Viel gesagt ist damit nicht. Und es bleibt eine Hintertür offen, den

<sup>41</sup> *Obermaier* (2008, Seite 506).

<sup>42</sup> Zu Einzelheiten siehe beispielsweise *Bamberg, Baur und Krapp* (2007, Seite 147 ff.).

<sup>43</sup> Üblicherweise wird *Fisher* (1922) als Wegbereiter der Maximum-Likelihood-Methode genannt. Jedoch ist das Prinzip bereits im 18. Jahrhundert diskutiert worden, siehe insbesondere *Lambert* (1760) und *Bernoulli* (1777). Weitere historische Hinweise findet man bei *Secades, Pliego und del Cerro* (2006).

<sup>44</sup> *Ballwieser* (2003, Seite 25).

gegenwärtigen Zins für eine lang laufende endliche Anleihe bei passender Gelegenheit doch für brauchbar zu erklären.

- *Drukarczyk* schreibt:

„Als pragmatischen Näherungsvorschlag könnte man die historische Durchschnittsverzinsung für lang laufende Anleihen erster Bonität als Schätzer für die unbekannte Rendite der Nachfolge-Anleihen verwenden.“<sup>45</sup>

Er gibt keine Auskunft darüber, wie die Durchschnittsverzinsung im Einzelnen bestimmt werden soll.<sup>46</sup> Er behauptet auch nicht, dass dieser Schätzer gut oder weniger gut als ein anderer sei, sondern sagt nur, dass es sich um einen pragmatischen Näherungsvorschlag handelt, den man verwenden könnte. Das ist eine Feststellung mit sehr wenig Informationsgehalt. Auch die Charakterisierung des Vorschlags als Approximation ist – vorsichtig formuliert – wenig hilfreich.<sup>47</sup> Es wäre klarer, einfach nur von einem pragmatischen Vorschlag zu sprechen und dem Leser nicht das Gefühl zu geben, damit der unbekanntes Wahrheit wenigstens nahe zu kommen. Ob das der Fall ist, bleibt ja schließlich völlig offen. Wie sollte es auch überprüft werden?

- Bei *Obermaier* liest man:

„In der Praxis der Unternehmensbewertung überwog bislang – auch durch die Rechtsprechung hervorgerufen – das Abstellen auf historische Durchschnittswerte, die als plausibelste Schätzer für die Anschlussverzinsung angesehen werden.“<sup>48</sup>

Die Charakterisierung eines Schätzers als „plausibel“ ist eine besondere Bemerkung wert, zumal Statistiker diese Bezeichnung nicht verwenden, wenn sie über die Qualität von Schätzfunktionen sprechen. Plausibilität ist eine Kategorie, mit der man sich als Wissenschaftler auf dünnes Eis begibt. Man bezeichnet etwas als plausibel, wenn es „intuitiv einleuchtet“ oder „subjektiv überzeugt“. Unter welchen Bedingungen das auf eine Aussage zutrifft, ist schwer zu sagen und ganz offenkundig davon abhängig, welche Erfahrungen man gemacht hat und in welcher Epoche man lebt.<sup>49</sup> Mir fehlt es daher an einer Grundlage, mich mit der zitierten Aussage *Obermaiers* sachlich auseinander zu setzen.

Abschließend möchte ich der Frage nachgehen, ob sich erwartete Anschlusszinsen im Sinne „historischer Durchschnittszinsen“ für den hier diskutierten Zweck überhaupt eignen können. In vielen stochastischen Zinsmodellen wird davon ausgegangen, dass sich der Zinssatz mit größerer Wahrscheinlichkeit verringert als noch weiter zu steigen, wenn das derzeitige Zinsniveau hoch ist. Umgekehrt werden eher steigende Zinsen erwartet, wenn das Zinsniveau im Augenblick niedrig ist. Man spricht in diesem Zusammenhang von Mean-Reversion. Es wird also ein Trend unterstellt, der den gegenwärtigen Zins wie an einem Gummiband immer wieder zu einem mittleren Zinsniveau zurückzieht.<sup>50</sup> Insoweit ist es nahe liegend, auf die

<sup>45</sup> *Drukarczyk* (2003, Seite 355).

<sup>46</sup> Neben dem arithmetischen Mittel gibt es weitere Lageparameter, die in Frage kommen könnten.

<sup>47</sup> Wenn Mathematiker sich über Näherungslösungen äußern, bemühen sie sich in der Regel darum, die Größe des Fehlers abzuschätzen.

<sup>48</sup> *Obermaier* (2008, Seite 496 f.).

<sup>49</sup> Vor 3000 Jahren hätte wohl kaum jemand widersprochen, wenn man behauptet hätte, dass die Erde eine flache Scheibe sei. Ebenso würde man heute mit der Behauptung, dass Schwarze in intellektueller Hinsicht den Weißen unterlegen seien, einen Sturm der Entrüstung auslösen, während solche Ansichten vor 150 Jahren noch gang und gäbe waren, vgl. beispielsweise *Meyers Conversations-Lexikon* (1840-1854, Band 21, Seite 222).

<sup>50</sup> Eines der bekanntesten Modelle dieses Typs wurde von *Vašiček* (1977) entworfen. Das Modell beruht auf einem *Ornstein-Uhlenbeck*-Prozess. Ist beispielsweise  $r_t$  der Zinssatz im Zeitpunkt  $t$ , so gehorcht die Veränderung des Zinssatzes der Differentialgleichung

$$dr_t = \underbrace{\theta(\mu - r_t)}_{\text{Driftterm}} dt + \underbrace{\sigma dW_t}_{\text{Störterm}}$$

historische Durchschnittsverzinsung als Schätzer für die erwarteten Anschlusszinsen einzugehen. Dabei lasse ich – ebenso wie *Drukarczyk* – offen, wie diese im Einzelfall ermittelt wird, ob also beispielsweise eine Stichprobe aus Anleihen mit einer Laufzeit von 10, 20 oder 30 Jahren verwendet wird, welche Regeln beim Ziehen der Stichprobe benutzt werden, ob der Erwartungswert mit Hilfe des arithmetischen Mittels oder mit Hilfe eines anderen Mittelwerts geschätzt wird und so fort. Vielmehr will ich mich auf einen Sachverhalt konzentrieren, der mit dem Kern meines Problems zu tun hat. Was hätte man denn vor sich, wenn es gelänge, den unbekanntem Erwartungswert eines zufällig verteilten Zinssatzes  $E[\tilde{i}_{s,t}]$  zu schätzen? Man besäße eine Zahl, von der man mit ziemlich ruhigem Gewissen sagen könnte, dass sie vom Bewertungsstichtag unabhängig ist.

Gleichgültig, wie solche Zinssätze nun im Einzelnen geschätzt werden, sollen sie zur Diskontierung von weit in der Zukunft liegenden Cashflows benutzt werden. Das ist einzig und allein dann sinnvoll, wenn man der Meinung ist, dass der Wert künftiger Cashflows unabhängig davon ist, an welchem Tag man die Bewertung vornimmt. Hinsichtlich der Cashflows aus der nahen Phase würde man immer mit den tagesaktuellen Kassa-Zinssätzen diskontieren. Welchen Sinn macht es dann, die Cashflows aus der fernen Phase mit Zinssätzen zu diskontieren, von denen nicht behauptet werden kann, dass sie tagesaktuell sind? Überhaupt keinen! Der Terminal Value eines Unternehmens wäre dann vom aktuellen Zinsniveau unabhängig. *Wenger* vertritt mit Recht die Meinung, dass eine solche Vorgehensweise absurd ist.<sup>51</sup> Und aus diesem Grunde will ich mich mit der Schätzung erwarteter Anschlusszinsen im Sinne eines mittleren Zinsniveaus auch nicht länger beschäftigen.

### 3.2.3 Annahmen über Anschlusszinsen

Sowohl *Reese und Wiese* als auch *Obermaier* schreiben, dass sie es für geboten halten, Annahmen über die Höhe der Anschlussverzinsung zu treffen.<sup>52</sup> Um diesen Vorschlag zu diskutieren, will ich danach fragen, was unter einer Annahme zu verstehen ist und welche Eigenschaften Annahmen aus wirtschaftswissenschaftlicher Sicht haben sollten.

Ökonomen sind es gewohnt, mit Annahmen zu arbeiten, wenn sie Modelle entwerfen. Dabei handelt es sich um Voraussetzungen, aus denen sie unter Verwendung weiterer Modellelemente<sup>53</sup> mit Hilfe logischer Operationen Schlussfolgerungen ableiten. Welche Eigenschaften Annahmen haben sollten, ist nicht ganz leicht zu beantworten und unter Fachvertretern auch oft kontrovers. Ich vertrete den Standpunkt, dass es auf folgende drei Merkmale ankommt:

- *Widerspruchsfreiheit*: Einigkeit ist sicher gegeben, wenn gefordert wird, dass Annahmen und weitere Modellelemente in sich widerspruchsfrei sein sollen. Wird diese Forderung verletzt, kann man jede beliebige Schlussfolgerung aus einem Modell ableiten, was es wertlos werden lässt.
- *Sparsamkeit*: Vermutlich kann man sich mit fast allen Ökonomen darauf verständigen, dass die Zahl der Annahmen eines Modells so klein wie möglich sein sollte. Das ist nicht so zwingend wie die erste Forderung, befriedigt aber ein Schönheitsideal.

---

mit  $\theta, \mu > 0$ . Dabei ist  $\mu$  das Mean-Reversion-Level, zu dem der Zinssatz immer wieder hingezogen wird.  $\theta$  repräsentiert die Geschwindigkeit, mit der das geschieht.  $\sigma$  kennzeichnet die Volatilität und  $W_t$  ist ein gewöhnlicher Wiener-Prozess. Sollte der aktuelle Zinssatz kleiner (größer) sein als der langfristige Mittelwert, haben wir einen positiven (negativen) Driftterm, weswegen der Zinssatz tendenziell steigt (fällt).

<sup>51</sup>Er kommentiert das zu Recht mit bissigen Worten: „Durchschnittliche Umlaufrenditen, die in der Vergangenheit – etwa in den letzten 30 Jahren – zu verzeichnen waren, sind als Maßstab für die Verzinsung einer Alternativanlage am Bewertungsstichtag aber völlig bedeutungslos. Wer statt mit zukünftigen Zinsen aus der Sicht des Bewertungsstichtags mit Durchschnittszinsen der Vergangenheit rechnet, tut so, als könne man zum Durchschnittszins der Vergangenheit Geld anlegen. Das ist etwa genauso absurd wie die analoge Annahme, man könne Aktien heute zum Durchschnittskurs der letzten 30 Jahre anlegen.“ *Wenger* (2003, Seite 483).

<sup>52</sup>*Reese und Wiese* (2007, Seite 43) und *Obermaier* (2008, Seite 496).

<sup>53</sup>Ich denke insbesondere an Definitionen und empirische Gesetzmäßigkeiten in Form von Hypothesen.

- *Einfachheit*: Ökonomische Modelle beruhen typischerweise auf vereinfachenden Annahmen. Das ist sicher der heikelste Punkt, mit dem ich mich dann wohl auch länger auseinandersetzen muss.

Um von Vereinfachung sprechen zu können, so dass es Sinn gibt, muss geklärt werden, was denn überhaupt einfach gemacht werden soll. Offensichtlich handelt es sich dabei um etwas, was komplex oder vielgestaltig und daher schwer überschaubar ist. Gemeint ist wohl immer die so genannte *Realität*. Das passt jedenfalls sehr gut zu folgender Beobachtung: Häufig wird dem Konstrukteur eines Modells in der wissenschaftlichen Auseinandersetzung vorgeworfen, dass er seinen Analysen *wirklichkeitsfremde* Annahmen zu Grunde legt.<sup>54</sup> Es könnten keine brauchbaren Schlussfolgerungen aus einem Modell gezogen werden, das auf *fragwürdigen* Annahmen beruht.

Wer sich mit solchen Vorwürfen auseinandersetzen muss, steht vor einer schwierigen Aufgabe. Es ist nämlich so, dass auf der einen Seite *Vereinfachung bis zu einem gewissen Grade* zwingend erforderlich ist, wenn man aus Modellen Schlussfolgerungen ableiten will, die einen wünschenswerten Grad an Allgemeinheit besitzen. Auf der anderen Seite darf die Vereinfachung wohl aber auch *nicht zu weit getrieben* werden. Jedenfalls wird von niemandem ernsthaft vorgeschlagen, mit völlig absurden Annahmen zu arbeiten, und dies vielleicht nur deswegen, weil sie so schön einfach seien. Es gibt einen sehr lesenswerten Aufsatz von *Friedman* zu diesem Thema, aus dem ich zitieren will:

*The „relevant question to ask about the ‚assumptions‘ of a theory is not whether they are descriptively ‚realistic,‘ for they never are, but whether they are sufficiently good approximations for the purpose in hand. And this question can be answered only by seeing whether the theory works, which means whether it yields sufficiently accurate predictions.“<sup>55</sup>*

Darf ich mich aber im hier zu diskutierenden Zusammenhang überhaupt auf *Friedman* beziehen? Schließlich argumentiert er ausschließlich über die Eigenschaften von Annahmen im Rahmen positiver ökonomischer Theorien. Das sind Theorien, aus denen man Vorhersagen ableiten kann, die sich empirisch testen lassen. Es geht in diesem Beitrag um die Bewertung künftiger Zahlungsströme. Aus einer solchen Theorie lassen sich sehr wohl Vorhersagen über künftige Preise von Unternehmen ableiten. Und aus diesem Grunde bin ich absolut davon überzeugt, mich mit Recht auf *Friedman* berufen zu dürfen.

Wer ein Unternehmen zu bewerten hat, muss viele Annahmen treffen. Ich habe hier nicht den Platz, das im Einzelnen auszubreiten. Daher will ich nur zwei besonders markante Beispiele nennen und jeweils Fragen der *Realitätsnähe* ansprechen.

- Der Wert eines Unternehmens hängt unter anderem davon ab, wie viel Steuern künftig gezahlt werden müssen. Infolgedessen spielen gegenwärtige und künftige Steuersätze eine Rolle. Typischerweise wird mit der vereinfachenden Annahme gearbeitet, dass die gegenwärtig relevanten Steuersätze von heute bis zum Ende aller Zeiten unverändert bleiben. Das ist angesichts der Änderungsintensität (nicht nur) des deutschen Steuerrechts sehr wirklichkeitsfremd. Bemerkenswerterweise nehmen weder Wissenschaftler noch Praktiker daran Anstoß.<sup>56</sup>
- Um die künftigen freien Cashflows eines Unternehmens zu ermitteln, benötigt man die in Zukunft relevanten Zinssätze für Fremdkapital. Diese hängen erstens davon ab, wie sich die Leitzinsen entwickeln; sie hängen zweitens davon ab, wie sich die Kreditwürdigkeit des zu bewertenden Unternehmens im Zeitablauf ändert. Beides ist schwer vorherzusagen. Typischerweise geht man bei der Unternehmensbewertung vereinfachend davon aus, dass sich der gegenwärtig zu beobachtende unternehmenstypische

<sup>54</sup>Typischerweise beruhen Witze über Ökonomen genau auf dieser Tatsache.

<sup>55</sup>*Friedman* (1966, Seite 15).

<sup>56</sup>Wirtschaftsprüfer würden sich sogar dem Vorwurf der Willkür aussetzen, wenn sie Steuerrechtsänderungen zu antizipieren versuchten, für deren Inkrafttreten es noch keine gesicherten Anhaltspunkte gibt.

Fremdkapital-Zinssatz im Zeitablauf nicht ändert. Auch das wird man wohl kaum als wirklichkeitsnah bezeichnen dürfen. Und hieran nimmt ebenfalls kaum jemand Anstoß.

Was folgt daraus für die Frage, wie weit man die Vereinfachung treiben darf, wenn man eine Annahme über Anschlusszinsen treffen will? Darüber wird man im Detail sicher streiten können. Ich rechne aber mit Zustimmung meiner Fachkollegen, wenn ich folgende drei Forderungen vorschlage:

- *Stichtagsabhängigkeit*: Wenn die für die nahe Phase beobachtbaren Kassa-Zinssätze hoch (niedrig) sind, sollte auch die Anschlussverzinsung hoch (niedrig) sein. Jede davon abweichende Annahme lässt sich schlecht mit dem Stichtagsprinzip der Unternehmensbewertung in Einklang bringen.
- *Freiheit von erkennbaren Bruchpunkten*: Falls es bei der Anschlussverzinsung um jene Kassa-Zinssätze geht, die Marktteilnehmer vereinbaren würden, wenn sie Verträge schließen, die über die nahe Phase hinausgehen,<sup>57</sup> so soll sich eine Zinsstrukturkurve ergeben, die möglichst ohne erkennbaren Bruch an die Kassa-Zinssätze der nahen Phase anschließt. Die Kurve soll also insgesamt „stetig aussehen“.
- *Zunehmende Flachheit*: Falls es um Anschlusszinsen im eben genannten Sinne geht, sollte sich eine Strukturkurve ergeben, die zunehmend flacher wird. Diese Eigenschaft beobachtet man regelmäßig, solange man sich auf jenen Laufzeitbereich beschränkt, für den es am Stichtag beobachtbare Marktdaten gibt.<sup>58</sup> Es ist kein sachliches Argument bekannt, aus dem sich ableiten ließe, dass es jenseits der nahen Phase anders sein müsste.

Wer mir folgt, müsste jede Annahme als hinreichend realitätsnah akzeptieren, die diesen drei Forderungen genügt. Sollte es mehrere Alternativen geben, würde ich jene Annahme bevorzugen, die am einfachsten ist.

## 4 Resümee und Fazit

Es ist an der Zeit, zum Ende zu kommen. Ich will einen begründeten Vorschlag machen, wie vorgegangen werden sollte, um die ursprünglich gestellte Frage zu beantworten. Diese Frage lautete

*Mit welchen Zinssätzen soll man Cashflows diskontieren, die so weit in der Zukunft liegen, dass aus aktuellen Marktdaten keine Kassa-Zinssätze mit entsprechender Laufzeit abgeleitet werden können?*

Mein Vorschlag berücksichtigt die Einsichten, die ich oben vorgetragen habe. Diese seien hier in wenigen prägnanten Sätzen zusammengefasst.

- Zinssätze haben mit Zeitpräferenzraten von Kapitalanlegern zu tun. Nur wenige Investoren dürften bereit und dazu in der Lage sein, ihre Zeitpräferenzraten aufzudecken, falls es um Zeiträume geht, die über ihren Lebenshorizont deutlich hinausgehen.
- An den Kapitalmärkten werden (wenn auch nur sehr wenige) Anleihen mit ewigen Laufzeiten gehandelt. Effektiv-Zinssätze derartiger Anleihen eignen sich für die Bewertung von Cashflows mit ewiger Laufzeit nur unter sehr eingeschränkten Bedingungen. Die Cashflows dürfen nicht wachsen.
- Fragt man, was in der Literatur unter Anschlussverzinsung verstanden wird, findet man drei verschiedene Konkretisierungen, und zwar

<sup>57</sup>Siehe dazu oben Seite 17.

<sup>58</sup>Vgl. dazu auch Dybvig, Ingersoll jr. und Ross (1996).

- vermutete Kassa-Zinssätze vom Typ  $\mathbb{V}[i_{n\tau, n\tau+1}], \mathbb{V}[i_{n\tau, n\tau+2}], \dots, \mathbb{V}[i_{n\tau, n\tau+\tau}]$  mit  $n = 1, \dots, \infty$ ,
  - Effektiv-Zinssätze von Anleihen mit ewiger Laufzeit  $\mathbb{V}[i_{t \text{ ff.}}]$  oder
  - vermutete Kassa-Zinssätze für Laufzeiten, die über die nahe Phase hinausgehen, also  $\mathbb{V}[i_{0, \tau+1}], \mathbb{V}[i_{0, \tau+2}], \dots, \mathbb{V}[i_{0, \tau+\infty}]$ .
- Untersucht man die Vorschläge, welche zur Gewinnung von Informationen genannt worden sind, so werden ebenfalls drei Alternativen genannt, nämlich Prognosen, Schätzungen (von Erwartungswerten) oder Annahmen.

Ich plädiere nun dafür, unter Anschluss-Zinssätzen vermutete Kassa-Zinssätze für Laufzeiten zu verstehen, die über die nahe Phase hinausgehen, also Zinssätze vom Typ  $\mathbb{V}[i_{0, \tau+1}], \mathbb{V}[i_{0, \tau+2}], \dots, \mathbb{V}[i_{0, \tau+\infty}]$ . Andere Interpretationen sind nach meiner Überzeugung unzweckmäßig.<sup>59</sup> Wenn man solche Zinssätze erst einmal besitzt, kann man den Wert eines unendlich lange laufenden sicheren Zahlungsstroms mit Hilfe von

$$V_0 = \sum_{t=1}^{\tau} \frac{CF_t}{(1 + i_{0,t})^t} + \sum_{t=\tau+1}^{\infty} \frac{CF_t}{(1 + \mathbb{V}[i_{0,t}])^t}$$

berechnen. Die Zinssätze  $i_{0,t}$  lassen sich aus beobachtbaren Marktdaten ableiten. Um die Anschluss-Zinssätze zu gewinnen, empfehle ich eine geeignete Annahme. Prognosen beziehungsweise Schätzungen verbieten sich nach meiner Meinung, weil es einerseits nicht darum geht, etwas vorherzusagen, was sich erst in der Zukunft manifestieren wird, und weil andererseits auch nicht davon ausgegangen werden kann, dass hinsichtlich der Zinssätze  $\mathbb{V}[i_{0, \tau+1}], \mathbb{V}[i_{0, \tau+2}], \dots, \mathbb{V}[i_{0, \tau+\infty}]$  Stichproben vorliegen, die sich zum Gegenstand statistischer Schätzungen machen ließen.

Jetzt muss ich mich nur noch auf eine geeignete Annahme festlegen. In der Literatur habe ich drei verschiedene Möglichkeiten gefunden, die abschließend zu diskutieren sind.

- *Jonas, Wieland-Blöse und Schiffrath* (2005) haben vorgeschlagen, die Zinsstrukturkurve nach *Svensson* mit den von der Bundesbank publizierten Parametern zu berechnen und über 249 Jahre zu extrapolieren.<sup>60</sup> Wie aus bestens unterrichteter Quelle zu erfahren ist, lässt sich die willkürlich erscheinende Zahl 249 auf die Tatsache zurückzuführen, dass ein Arbeitsblatt in Excel bis zur Version 2003 nicht mehr als  $2^8 = 256$  Spalten unterstützte. Seit 2007 kann ein Excel-Tabellenblatt 16.384 Spalten haben. Daher ließe sich die Extrapolation heutzutage auf einen weitaus größeren Zeitraum ausdehnen. Man bekäme auf diese Weise zwar nur eine endliche Menge von Anschluss-Zinssätzen.<sup>61</sup> Würde man jedoch Cashflows, die weiter als 16.000 Jahre vom Bewertungsstichtag entfernt sind, schlicht unberücksichtigt lassen, wäre der daraus resultierende Bewertungsfehler wohl vernachlässigbar klein.

Ich hatte oben auf Seite 24 drei Forderungen für die Realitätsnähe von Annahmen über die Anschlussverzinsung formuliert. Allen diesen Forderungen wird mit dem (erweiterten) Vorschlag von *Jonas, Wieland-Blöse und Schiffrath* genügt.<sup>62</sup>

<sup>59</sup>Erwartete Kassa-Zinssätze müssten deswegen, weil sie sich nach heutiger Erfahrung jeweils nur auf einen Zeitraum von  $\tau \approx 30$  Jahren beziehen, hinsichtlich ihrer Laufzeiten spezifiziert werden und führen auf einen unendlichen Regress. Anleihen mit ewiger Laufzeit (Konsols) eignen sich für die Duplikation immerwährender Cashflows lediglich dann, wenn diese nicht wachsen.

<sup>60</sup>Die Arbeit von *Svensson* (1995) stellt die Weiterentwicklung eines Beitrags von *Nelson und Siegel* (1987) dar. Diese haben sich zur Extrapolation in dem hier angegebenen Sinne sehr zurückhaltend geäußert. So heißt es bei *Nelson und Siegel* (1987, Seite 487): „A function may have the flexibility to fit data over a specific interval but may have very poor properties when extrapolated outside that interval.“

<sup>61</sup>Das ist sicher einer der Gründe dafür, warum *Jonas, Wieland-Blöse und Schiffrath* die mit der Extrapolation gewonnenen Anschluss-Zinssätze in einem zweiten Schritt in einen Durchschnittswert überführen, den sie dann auch zur Diskontierung von weiter in der Zukunft liegenden Cashflows empfehlen.

<sup>62</sup>Zu einem ähnlichen Resultat kommen auch *Reese und Wiese* (2007, Seite 43 f.). Sie kritisieren allerdings, dass *Jonas, Wieland-Blöse und Schiffrath* die mit der beschriebenen Technik gefundenen Anschluss-Zinssätze zu Durchschnittswerten verdichten wollen.

- Die *Svensson*-Methode läuft darauf hinaus, aus am Markt beobachtbaren Daten für Staatsanleihen mit endlicher Laufzeit sechs Parameter ( $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1$  und  $\tau_2$ ) einer Zinsstrukturfunktion zu schätzen, aus denen sich Kassa-Zinssätze  $i_{0,t}$  mit Hilfe der Gleichung

$$i_{0,t} = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\frac{t}{\tau_1}} \right) + \beta_2 \left( \frac{1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right) + \beta_3 \left( \frac{1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\frac{t}{\tau_2}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)$$

berechnen lassen. Man erkennt leicht, dass für die vorstehende Funktion  $\lim_{t \rightarrow \infty} i_{0,t} = \beta_0$  gilt. Es ist vorgeschlagen worden, den Parameter  $\beta_0$  als einheitlichen Anschluss-Zinssatz zu verwenden.<sup>63</sup>

Es gibt mehrere Gründe, diesem Vorschlag nicht zu folgen. Zunächst verstößt er gegen eine Forderung an eine realitätsnahe Annahme, die ich oben auf Seite 24 formuliert hatte. Da  $t$  sehr groß werden muss, um gegen  $\beta_0$  zu konvergieren, hat man oft nennenswerte Differenzen zwischen dem letzten noch auf Marktdaten beruhenden Kassa-Zinssatz  $i_{0,30}$  und den Anschluss-Zinssätzen  $\forall [i_{0,31}] = \dots = \forall [i_{0,\infty}] = \beta_0$ .<sup>64</sup> Die Fortsetzung der Zinsstrukturkurve würde infolgedessen an der Stelle  $t \approx 30$  meistens einen deutlichen Bruch aufweisen. Es kommt hinzu, dass der Parameter  $\beta_0$  mitunter von Tag zu Tag sehr stark schwankt, und zwar unverhältnismäßig viel stärker als die Kassa-Zinssätze im nahen Laufzeitbereich.<sup>65</sup>

- Ich schlage vor, davon auszugehen, dass die Anschluss-Zinssätze alle identisch und ebenso groß sind wie der Kassa-Zinssatz mit der längsten Laufzeit, den man gerade noch aus Marktdaten ableiten kann.<sup>66</sup> Für den Fall, dass die nahe Phase bei  $t = 30$  endet, also  $\forall [i_{0,31}] = \dots = \forall [i_{0,\infty}] = i_{0,30}$ . Diese Annahme führt nicht zu logischen Widersprüchen, erfüllt das Prinzip der Sparsamkeit sowie die drei auf Seite 24 genannten Forderungen. Sie ist im Übrigen an Einfachheit kaum zu überbieten.<sup>67</sup> Daher ende ich mit folgender Empfehlung:

*Cashflows, die so weit in der Zukunft liegen, dass aus aktuellen Marktdaten keine Kassa-Zinssätze mit entsprechender Laufzeit abgeleitet werden können, sollen mit dem Kassa-Zinssatz der längsten Laufzeit diskontiert werden, den man gerade noch aus aktuellen Marktdaten gewinnen kann.*

Die dem Vorschlag entsprechende Bewertungsgleichung lautet

$$V_0 = \sum_{t=1}^{\tau} \frac{CF_t}{(1 + i_{0,t})^t} + \sum_{t=\tau+1}^{\infty} \frac{CF_t}{(1 + i_{0,\tau})^t}.$$

Wer damit arbeitet, darf sich nur hinsichtlich der ersten Phase darauf berufen, dass dahinter eine rigorose ökonomische Argumentation steht.

<sup>63</sup>Beispielsweise *Obermaier* (2008, Seite 499 f.).

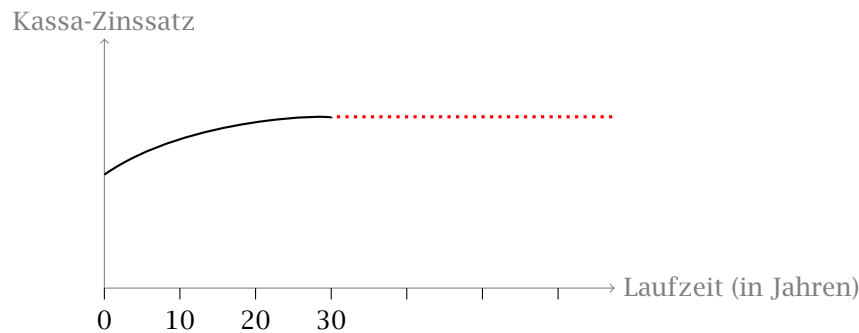
<sup>64</sup>Vgl. *Lampenius, Obermaier und Schüler* (2008, Seite 251).

<sup>65</sup>Siehe *Obermaier* (2008, Seite 503).

<sup>66</sup>Mit dieser Empfehlung stehe ich nicht allein da. Beispielsweise ist bei *Ballwieser* (2007, Seite 85) mit Bezug auf *Reese und Wiese* (2007) zu lesen: „Es spricht vieles dafür, den Letztjahreswert konstant zu lassen und insofern die Kurve parallel zur Zeitachse ‚zu verlängern‘.“ Argumente, die dagegen sprechen könnten, werden von ihm an der zitierten Stelle nicht konkret vorgetragen.

<sup>67</sup>Gewöhnliche Menschen werden daher fragen, warum ich dem Thema dann überhaupt so viel Aufmerksamkeit gewidmet habe. Professoren sind keine gewöhnlichen Menschen. Sie müssen zumindest versuchen, auch sehr einfach erscheinende Antworten gut zu begründen. Ob mir das gelungen ist, mögen andere beurteilen.

Abbildung 2: Ein Vorschlag zur Lösung des Problems



## Literatur

- Ballwieser, Wolfgang (2003) "Zum risikolosen Zins für die Unternehmensbewertung", in: Frank Richter; Andreas Schüler und Bernhard Schwetzler (Hg.), *Kapitalgeberansprüche, Marktwertorientierung und Unternehmenswert*: Festschrift für Jochen Drukarczyk zum 65. Geburtstag, 19-35, Vahlen, München.
- (2007) *Unternehmensbewertung: Prozeß, Methoden und Probleme*, 2. Auflage, Schäffer-Poeschel, Stuttgart.
- Bamberg, Günter; Baur, Franz und Krapp, Michael (2007) *Statistik*, 13. Auflage, R. Oldenbourg, München, Wien.
- Bernoulli, Daniel (1777) "The most probable choice between several discrepant observations and the formation therefrom of the most likely induction", Englische Übersetzung von C. G. Allen, *Biometrika*, (48) 1961 (1-2), 3-13.
- von Böhm-Bawerk, Eugen (1921) *Kapital und Kapitalzins*: 2. Abteilung: Positive Theorie des Kapitals, Band 1 (Buch I - IV), 4. Auflage, Fischer, Jena.
- Canefield, Dominica (1999) "Some remarks on the valuation of firms", *The Journal of Valuation*, 4, 23-25.
- Drukarczyk, Jochen (2003) *Unternehmensbewertung*, 4. Auflage, Franz Vahlen, München.
- Drukarczyk, Jochen und Schüler, Andreas (2007) *Unternehmensbewertung*, 5. Auflage, Franz Vahlen, München.
- Dybvig, Philip H.; Ingersoll jr., Jonathan E. und Ross, Stephen A. (1996) "Long forward and zero-coupon rates can never fall", *Journal of Business*, 69, 1-25.
- Fisher, Irving (1930) *The Theory of Interest: As Determined by Impatience to Spend Income and Opportunity to Invest it*, Macmillan, New York. (Reprint: Augustus M. Kelley: New York 1965).
- Fisher, Ronald Aylmer (1922) "On the mathematical foundations of theoretical statistics", *Philosophical Transactions of the Royal Society London (Ser. A)*, 309-368.
- Friedman, Milton (1966) "The methodology of positive economics", in: *Essays in Positive Economics*, 3-16 und 30-43, University of Chicago Press (1953), Chicago.
- Gebhardt, Georg und Daske, Holger (2005) "Kapitalmarktorientierte Bestimmung von risikofreien Zinssätzen für die Unternehmensbewertung", *Die Wirtschaftsprüfung*, 58, 649-655.

- Hachmeister, Dirk und Wiese, Jörg (2009) "Der Zinsfuß in der Unternehmensbewertung: Aktuelle Probleme und Rechtsprechung", *Die Wirtschaftsprüfung*, 62, 54-65.
- Jonas, Martin; Wieland-Blöse, Heike und Schiffrath, Stefanie (2005) "Basiszinssatz in der Unternehmensbewertung", *FinanzBetrieb*, 7, 647-653.
- Knoll, Leonhard und Deininger, Claus (2004) "Der Basiszins der Unternehmensbewertung zwischen theoretisch Wünschenswertem und praktisch Machbarem", *Zeitschrift für Bankrecht und Bankwirtschaft*, 16, 371-381.
- Kruschwitz, Lutz (2007) *Finanzierung und Investition*, 5. Auflage, R. Oldenbourg, München, Wien.
- Lambert, Johann Heinrich (1760) *Photometria sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae*, Augustae Vindelicorum.
- Lamont, Owen A. und Thaler, Richard H. (2003) "The law of one price in financial markets", *Journal of Economic Perspectives*, 17, 191-202.
- Lampenius, Niklas; Obermaier, Robert und Schüler, Andreas (2008) "Der Einfluss stichtags- und laufzeitäquivalenter Basiszinssätze auf den Unternehmenswert: eine empirische Untersuchung", *Zeitschrift für Bankrecht und Bankwirtschaft*, 20, 245-254.
- Metz, Volker (2007) *Der Kapitalisierungszinssatz bei der Unternehmensbewertung: Basiszinssatz und Risikozuschlag aus betriebswirtschaftlicher Sicht und aus Sicht der Rechtsprechung*, Deutscher Universitäts-Verlag, Wiesbaden.
- Meyers Conversations-Lexikon (1840-1854) *Das große Conversations-Lexicon für die gebildeten Stände*. In Verbindung mit Staatsmännern, Gelehrten, Künstlern und Technikern herausgegeben von J[oseph] Meyer (so genannter „Wundermeyer“ oder „nullte Auflage“), Verlag des Bibliographischen Instituts, Hildburghausen, Amsterdam, Paris und Philadelphia.
- Montaigne, Michel de (1992) *Essais*, (Versuche) nebst des Verfassers Leben, nach der Ausgabe von Pierre Coste, ins Deutsche übersetzt von Johann Daniel Tietz, Diogenes-Verlag, Zürich.
- Moxter, Adolf (1982) *Betriebswirtschaftliche Gewinnermittlung*, Mohr, Tübingen.
- Munkert, Michael J. (2005) *Der Kapitalisierungszinssatz in der Unternehmensbewertung: Theorie, Gutachtenpraxis und Rechtsprechung in Spruchverfahren*, Deutscher Universitäts-Verlag, Wiesbaden.
- Nelson, Charles R. und Siegel, Andrew F. (1987) "Parsimonious modeling of yield curves", *Journal of Business*, 60, 473-489.
- Obermaier, Robert (2006) "Marktzinsorientierte Bestimmung des Basiszinssatzes in der Unternehmensbewertung", *FinanzBetrieb*, 8, 472-479.
- (2008) "Die kapitalmarktorientierte Bestimmung des Basiszinssatzes für die Unternehmensbewertung: the Good, the Bad and the Ugly", *FinanzBetrieb*, 10, 493-507.
- Planck, Max (1929) *Das Weltbild der neuen Physik*, Johann Ambrosius Barth, Leipzig.
- Rae, John (1905) *The Sociological Theory of Capital: Being a Complete Reprint of the New Principles of Political Economy, 1834*, edited, with biographical sketch and notes, by Charles Whitney Mixter, MacMillan, New York.
- Reese, Raimo und Wiese, Jörg (2007) "Die kapitalmarktorientierte Ermittlung des Basiszinses für die Unternehmensbewertung", *Zeitschrift für Bankrecht und Bankwirtschaft*, 19, 38-52.

- Samuelson, Paul A. (2008) "Asymmetric and symmetric time preference and discounting in many facets of economic theory: a miscellany", *Journal of Risk and Uncertainty*, 37, 107–114.
- Schwetzler, Bernhard (1996) "Zinsänderungsrisiko und Unternehmensbewertung: Das Basiszinsfuß-Problem bei der Ertragswertermittlung", *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 66, 1081–1101.
- Secades, M[arta] García; Pliego, F[rancisco] J[avier] Martín und del Cerro, J[esús] Santos (2006) "Study of the origin of the maximum-likelihood method", *Journal of Mathematical Sciences*, 132, 672–676.
- Svensson, Lars E.O. (1995) "Estimating forward interest rates with the extended Nelson & Siegel method", *Sveriges Riksbank Economic Review*, 13–26.
- Vašíček, Oldřich A[lfons] (1977) "An equilibrium characterization of the term structure", *Journal of Financial Economics*, 5, 177–188.
- Wenger, Ekkehard (2003) "Der unerwünscht niedrige Basiszins als Störfaktor bei der Ausboottung von Minderheiten", in: Frank Richter; Andreas Schüler und Bernhard Schwetzler (Hg.), *Kapitalgeberansprüche, Marktwertorientierung und Unternehmenswert: Festschrift für Jochen Drukarczyk zum 65. Geburtstag*, 475–495, Vahlen, München.
- Wiese, Jörg und Gampenrieder, Peter (2007) "Kapitalmarktorientierte Bestimmung des Basiszins: Möglichkeiten und Grenzen", *Der Schweizer Treuhänder*, 81, 442–448.
- Zeckhauser, Richard J. und Viscusi, W. Kip (2008) "Discounting dilemmas: editor's introduction", *Journal of Risk and Uncertainty*, 37, 95–106.

**Diskussionsbeiträge  
des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaft  
der Freien Universität Berlin**

**2009**

- 2009/1      ENGLER, Philipp  
Global Rebalancing in a Three-Country Model  
*Volkswirtschaftliche Reihe*
- 2009/2      MUCHLINSKI, Elke  
Is there a need for a coded language in central banking?  
*Volkswirtschaftliche Reihe*
- 2009/3      EICHFELDER, Sebastian  
Tax compliance costs  
*Volkswirtschaftliche Reihe*
- 2009/4      SALIM, Claudia  
Optional linear input prices in vertical relations  
*Volkswirtschaftliche Reihe*
- 2009/5      BUSCH, Ulrike / Dieter NAUTZ  
Controllability and Persistence of Money Market Rates along the Yield Curve  
*Volkswirtschaftliche Reihe*
- 2009/6      BÖNKE, Timm / Carsten SCHRÖDER  
The German spatial poverty divide  
*Volkswirtschaftliche Reihe*
- 2009/7      BESTER, Helmut  
Investments and the Holdup Problem in a Matching Market  
*Economics*
- 2009/8      MELLER, Barbara / Dieter NAUTZ  
The Impact of the European Monetary Union on Inflation Persistence in the Euro Area  
*Economics*
- 2009/9      KREMER, Stephanie / Alexander BICK / Dieter NAUTZ  
Inflation and Growth  
*Economics*
- 2009/10     SCHÖB, Ronnie  
Climate Policy  
*Economics*
- 2009/11     KEREKES, Monika  
Growth Miracles and Failures in a Markov Switching Classification Model of Growth  
*Economics*
- 2009/12     KNABE, Andreas / Steffen RÄTZEL  
Income, happiness, and the disutility of labor  
*Economics*
- 2009/13     KNABE, Andreas / Steffen RÄTZEL / Ronnie SCHÖB / Joachim WEIMANN  
Dissatisfied with life, but having a good day  
*Economics*

- 2009/14 ROCHA-AKIS, Silvia / Ronnie SCHÖB  
Welfare policy in the presence of unionised labour and internationally mobile firms  
*Economics*
- 2009/15 KRUSCHWITZ, Lutz  
Zum Problem der Anschlussverzinsung  
FACTS