

Dannenberg, Henry

Working Paper

Die Verlustverteilung des unternehmerischen Forderungsausfallrisikos – Eine simulationsbasierte Modellierung

IWH Discussion Papers, No. 10/2006

Provided in Cooperation with:

Halle Institute for Economic Research (IWH) – Member of the Leibniz Association

Suggested Citation: Dannenberg, Henry (2006) : Die Verlustverteilung des unternehmerischen Forderungsausfallrisikos – Eine simulationsbasierte Modellierung, IWH Discussion Papers, No. 10/2006, Leibniz-Institut für Wirtschaftsforschung Halle (IWH), Halle (Saale), <https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:gbv:3:2-3205>

This Version is available at:

<https://hdl.handle.net/10419/23755>

Standard-Nutzungsbedingungen:

Die Dokumente auf EconStor dürfen zu eigenen wissenschaftlichen Zwecken und zum Privatgebrauch gespeichert und kopiert werden.

Sie dürfen die Dokumente nicht für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, öffentlich zugänglich machen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Sofern die Verfasser die Dokumente unter Open-Content-Lizenzen (insbesondere CC-Lizenzen) zur Verfügung gestellt haben sollten, gelten abweichend von diesen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Terms of use:

Documents in EconStor may be saved and copied for your personal and scholarly purposes.

You are not to copy documents for public or commercial purposes, to exhibit the documents publicly, to make them publicly available on the internet, or to distribute or otherwise use the documents in public.

If the documents have been made available under an Open Content Licence (especially Creative Commons Licences), you may exercise further usage rights as specified in the indicated licence.

**Die Verlustverteilung des unternehmerischen
Forderungsausfallrisikos
Eine simulationsbasierte Modellierung**

Henry Dannenberg

Mai 2006

Nr. 10

**Die Verlustverteilung des unternehmerischen
Forderungsausfallrisikos
Eine simulationsbasierte Modellierung**

Henry Dannenberg

Mai 2006

Nr. 10

Autor: Henry Dannenberg

Abteilung Industrie- und Regulierungsökonomik
Email: Henry.Dannenberg@iwh-halle.de
Tel.: (0345) 77 53-871

The responsibility for discussion papers lies solely with the individual authors. The views expressed herein do not necessarily represent those of the IWH. The papers represent preliminary work and are circulated to encourage discussion with the author. Citation of the discussion papers should account for their provisional character; a revised version may be available directly from the author.

Anregungen und kritische Bemerkungen zu den dargestellten Untersuchungsergebnissen sind jederzeit willkommen und erwünscht.

Herausgeber:

INSTITUT FÜR WIRTSCHAFTSFORSCHUNG HALLE – IWH

Prof. Dr. Ulrich Blum (Präsident), Dr. Hubert Gabrisch (Forschungsdirektor)

Das IWH ist Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft

Hausanschrift: Kleine Märkerstraße 8, 06108 Halle (Saale)

Postanschrift: Postfach 11 03 61, 06017 Halle (Saale)

Telefon: (0345) 77 53-60

Telefax: (0345) 77 53-8 20

Internetadresse: <http://www.iwh-halle.de>

ISSN 1860-5303

Die Verlustverteilung des unternehmerischen Forderungsausfallrisikos – eine simulationsbasierte Modellierung

Zusammenfassung

Ein wichtiges Instrument des Risikocontrollings stellt die Unterlegung von Risiken mit Eigenkapital- bzw. Liquiditätsreserven dar. Hierfür ist es erforderlich, für alle wesentlichen Einzelrisiken Wahrscheinlichkeitsverteilungen der möglichen Verluste zu bestimmen, auf deren Grundlage die Ermittlung des Eigenkapitalbedarfs erfolgen kann. In der vorliegenden Arbeit wird ein simulationsbasiertes Modell vorgestellt, daß eine Bewertung des Forderungsausfallrisikos eines gewerblichen Unternehmens ermöglicht. Es werden Wege aufgezeigt, wie die Risikokomponenten Ausfallwahrscheinlichkeit, Ausfallquote und Forderungshöhe zum Ausfallzeitpunkt geschätzt werden können. Dabei werden sowohl Unsicherheiten bei der Bestimmung der Inputfaktoren als auch deren Variabilität berücksichtigt. Für den Fall, daß ein Unternehmen nicht in der Lage ist, alle Risikokomponenten selbständig zu schätzen, werden auf Grundlage einer empirischen Erhebung Verteilungsfunktionen zur Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit und der Ausfallquote zur Verfügung gestellt.

JEL-Kategorie: D81, G33

Keywords: Simulation, Forderungsausfallrisiko, Risikobewertung

The Statistical Distribution of Risk of Bad Debt Losses – a Simulation based Model

Abstract

The risk of bad debt losses evolves for companies which grant payment targets. Possible losses have to be covered by these companies equity and liquidity reserves. The question of how to quantify the level of risk of bad debt losses will be discussed in this paper. Input values of this risk are the probability of default, exposure at default and loss given default. It is shown how companies can derive probability functions to describe uncertainty and variability for each input value. Based on these probability functions a simulation model is developed to quantify the risk of bad debt losses. Based on an empirical study probability functions for probability of default and loss given default are presented.

JEL-Kategorie: D81, G33

Keywords: simulation, risk of bad debt losses, risk assessment

1. Einleitung

Die Bewertung von Risiken ist ein wesentlicher Bestandteil des Risikocontrollings. Ein bedeutendes Instrument des Risikocontrollings stellt die Unterlegung von Risiken mit Eigenkapital dar. Dieses Instrument wurde bisher allerdings primär für Finanzinstitute modelltheoretisch analysiert und angewandt.¹ So entwickelten beispielsweise finanzwirtschaftliche Aufsichtsbehörden Regulierungsregime, durch die eine risikobedingte Überschuldung beziehungsweise Zahlungsunfähigkeit von Banken verhindert werden soll.² Die der Regulierung zugrundeliegende Idee, daß Banken ihre relevanten Risiken (Adreßausfallrisiken, operationelle Risiken und Marktrisiken)³ mit hinreichend Eigenkapital hinterlegen, um so im Schadensfall eine Überschuldung zu verhindern, gilt im Grundsatz aber auch für gewerbliche Unternehmen⁴ und stellt ein übergeordnetes Ziel des Risikocontrollings dar.⁵ Eine wesentliche Voraussetzung zur Bestimmung des Eigenkapitalbedarfs von Unternehmen ist in der Ermittlung des jeweiligen Gesamtrisikos zu sehen.

Das Gesamtrisiko eines Unternehmens kann durch Aggregation aller Einzelrisiken ermittelt werden.⁶ Hierzu müssen diese zunächst durch geeignete Wahrscheinlichkeitsverteilungen beschrieben und quantitativ bewertet werden. Die Aggregation der Einzelrisiken zum Gesamtrisiko des Unternehmens ist unter Verwendung einer Monte-Carlo-Simulation möglich.⁷ Aus der durch Aggregation ermittelten Wahrscheinlichkeitsverteilung des Gesamtrisikos, kann bei einer vorgegebenen Insolvenzwahrscheinlichkeit der Eigenkapitalbedarf (RAC)⁸ eines Unternehmens direkt abgeleitet werden.⁹ Der zur Deckung eines zusätzlichen Risikos erforderliche Kapitalbedarf ist bei dieser Vorgehensweise verhältnismäßig einfach zu bestimmen, indem die marginale Veränderung der RAC vor und nach Berücksichtigung des zusätzlichen Risikos im Gesamtrisikoportfolio des Unternehmens ermittelt wird.¹⁰ Eine entscheidende Voraussetzung für diese

1 Vgl. *Homburg, Uhrig-Homburg* (2004), S. 311.

2 Vgl. *Burghof, Rudolph* (1996), S. 121 oder *Paul*, (2002), S. 7 ff.

3 Vgl. hierzu die einleitenden Ausführungen von *Basel Committee on Banking Supervision* (2005), S. 1 ff.

4 Zur Pufferung von Risiken durch Eigenkapital siehe beispielsweise *Emmerich* (1999) S. 1084 f., *Homburg, Uhrig-Homburg* (2004), S. 311 ff und dort zitierte Literatur, *Altman et al.* (2003), S. 9.

5 Vgl. *Arbeitskreis Finanzierungsrechnung* (2001), S. 32 f.

6 Die Bewertung des Gesamtrisikos eines Unternehmens durch Aggregation von Einzelrisiken wird beispielsweise von *Gleißner* (2004), S. 31 oder *Weizäcker, Krempel* (2004), S. 808 ff. vorgeschlagen.

7 Vgl. *Gleißner* (2005), S. 220.

8 Das "risk adjusted Capital" (RAC) wird aus dem "value at risk" abgeleitet, indem von diesen der erwartete Gewinn abgezogen wird. Siehe *Gleißner* (2005), S. 221.

9 Vgl. *Gleißner* (2005), S. 221.

10 Siehe hierzu auch die Verwendung des „marginalen Value at risk“, wie ihn beispielsweise *Wilkens et al* (2002), S. 57 ff. beschreibt.

Vorgehensweise stellt die Bestimmung von geeigneten Wahrscheinlichkeitsverteilungen und die quantitative Bewertung der Einzelrisiken dar.¹¹

Im vorliegenden Artikel wird für das Forderungs- beziehungsweise Adreßausfallrisiko eines gewerblichen Unternehmens ein Modell entwickelt, anhand dessen ein Unternehmen individuell eine quantitative Bewertung dieses Einzelrisikos vornehmen und daraus die zugrundeliegende Wahrscheinlichkeitsverteilung ableiten kann. Das Forderungsausfallrisiko beschreibt dabei die Gefahr, daß eine Rechnung beziehungsweise ein Kredit nicht vollständig zurückgezahlt wird. Dieses Risiko stellt dabei nicht nur für Banken ein Schwerpunktrisiko dar,¹² sondern es zählt auch für Unternehmen, die Handelskredite vergeben, zu den relevanten Einzelrisiken.¹³

Gemäß der Aussage von Homburg und Uhrig-Homburg (2004) wurde das Instrument der Eigenkapitalunterlegung bisher „... ausschließlich für Finanzinstitute modelltheoretisch analysiert ...“.¹⁴ In der Literatur werden entsprechend dieser Aussage derzeit keine Modelle diskutiert, die es ermöglichen für Nicht-Finanzinstitute unternehmensspezifische Wahrscheinlichkeitsverteilungen des Forderungsausfallrisikos zu ermitteln, welche in die Bewertung des Kapitalbedarfs eines Unternehmens einfließen können. Zur Schließung dieser Lücke wird in der vorliegenden Arbeit ein entsprechendes Modell vorgestellt. Dieses orientiert sich in seinen Grundzügen an dem in Basel II verwendeten IRB-Ansatz¹⁵ und den dort beschriebenen Risikokomponenten Ausfallwahrscheinlichkeit (*PD*), Ausfallquote (*LGD*) und Forderungshöhe (*EAD*).¹⁶ Die Bestimmung dieser drei Risikokomponenten stellt eine wesentliche Voraussetzung für eine Modellierung des Forderungsausfallrisikos dar und wird daher im Artikel explizit beschrieben. Ausgehend von im Finanzsektor verfügbaren Methoden wird diskutiert, inwiefern diese auch für gewerbliche Unternehmen genutzt werden können. Es werden Grenzen der Übertragbarkeit dieser Methoden auf gewerbliche Unternehmen aufgezeigt und entsprechend alternative Lösungsvorschläge zur Bewertung der Risikokomponenten erarbeitet. Hierbei werden speziell die Informationsverfügbarkeit bezüglich der Kunden und die zum Teil begrenzten internen historischen Datenmengen zur individuellen Kalibrierung der Risikokomponenten berücksichtigt. Dabei ist ein wesentlicher Vorteil des Modells darin zu sehen, daß, anders als im Bankensektor üblich, bei einer unternehmensinternen Schätzung alle Risikokomponenten als Verteilungsfunktionen modelliert werden. Da-

11 Vgl. *Arbeitskreis Finanzierungsrechnung* (2001), S. 44 ff.

12 Vgl. hierzu beispielsweise *Burghof, Rudolph* (1996), S. 121 ff.

13 Vgl. *Wiedemann* (2003), S. 3, *Blum et al.* (2005), S. 30 ff.

14 *S. Homburg, Uhrig-Homburg* (2004), S. 311.

15 IRB-Ansatz: Internal Ratings-Based Approach.

16 Die Ausfallwahrscheinlichkeit wird im IRB-Ansatz als PD (Probability of Default), die Ausfallquote als LGD (Loss given Default) und die Forderungshöhe zum Zeitpunkt des Ausfalls als EAD (Exposure at default) bezeichnet. Siehe hierzu *Basel Committee on Banking Supervision* (2005), S. 63 ff.

durch können Schätzunsicherheiten und periodische Veränderungen berücksichtigt werden.¹⁷ Ausgehend von der Annahme, daß Unternehmen nicht in jedem Fall in der Lage sind, alle Risikokomponenten zu bewerten, wird eine empirische Erhebung unter ostdeutschen Unternehmen durchgeführt. Auf Grundlage dieser Erhebung werden erstmals Verteilungsfunktionen der Ausfallhäufigkeit und der Ausfallquote für diese Unternehmensgruppe geschätzt. Dabei stellt abweichend von den derzeit in Banken verwendeten Verfahren nicht mehr der Debitor sondern der Kreditor bei der Bestimmung des Forderungsausfallrisikos den Untersuchungsgegenstand dar. Durch die externe Vorgabe dieser Verteilungsfunktionen können Unternehmen approximativ auch die Forderungen bei der Ermittlung des Forderungsausfallrisikos berücksichtigen, bei denen nicht zu allen Risikokomponenten unternehmensinterne Informationen vorliegen.

Die folgenden Betrachtungen sind ökonomisch zu rechtfertigen, da sie dazu beitragen „... in unvollkommenen Märkten positive Effekte auf die Kontraktbeziehungen der Anteilseigner mit anderen Stakeholdern ...“ zu erzeugen, wodurch „... die Agency-Problematik entschärft ...“¹⁸ werden kann. Das heißt, durch Kenntnis der unsystematischen Risikostruktur eines Unternehmens, kann eine Ermittlung des Unternehmenswertes auch in unvollkommenen Märkten erfolgen,¹⁹ wodurch eine effiziente Kapitalallokation unterstützt wird. Weiterhin ist zu berücksichtigen, daß das im Unternehmen verfügbare Risikodeckungskapital eine Investitions- beziehungsweise Handlungsrestriktion darstellt, welche unmittelbare Rückwirkungen auf Managemententscheidungen hat.²⁰ Ist das Management aufgrund fehlender Methoden nicht in der Lage die Höhe des erforderlichen Risikodeckungskapitals exakt einzuschätzen, erfolgen ineffiziente Rückwirkungen auf die zu treffenden Entscheidungen. Aufgrund hieraus resultierender Fehlentscheidungen werden beispielsweise Konkurse begünstigt, die zu volkswirtschaftlich unerwünschten Folgen, wie Arbeitslosigkeit, Steuerausfälle, Belastung der Sozialkassen, etc. führen können.

Der Artikel ist wie folgt gegliedert. In Abschnitt 2 wird zunächst das Modell vorgestellt, auf dessen Grundlage die Bewertung des Forderungsausfallrisikos erfolgen kann. In Abschnitt 3 werden die jeweiligen Risikokomponenten modelliert, wobei komponentenabhängig ein Literaturüberblick vorangestellt wird. In Abschnitt 4 werden Elemente des Modells auf Grundlage einer empirischen Erhebung unter ostdeutschen Industrieunternehmen parametrisiert. Abschließend wird in Abschnitt 5 das vorgestellte Modell zusammengefaßt und weiterer Forschungsbedarf aufgezeigt.

17 Insbesondere ist es bei Banken üblich, die Ausfallwahrscheinlichkeit durch einen Punktschätzer zu beschreiben

18 S. Homburg, *Uhrig-Homburg* (2004), S. 311

19 Vgl. *Gleißner* (2005), S. 217 ff.

20 *Homburg, Uhrig-Homburg* (2004), S. 314 ff., stellen diese Problematik beispielsweise anhand des einer Division zur Verfügung stehenden Risikodeckungskapitals dar.

2. Das Modell

Das Adreßausfallrisiko stellt ein Schwerpunktrisiko für Banken dar.²¹ Im Rahmen von Basel II wurden daher in Säule 1 Rahmenvereinbarungen für Berechnungsvorschriften entwickelt, anhand derer Finanzinstitute künftig den erforderlichen Mindesteigenkapitalbedarf bestimmen müssen, den sie bei einer Kreditgewährung als Risikopuffer zu hinterlegen haben. Zur Bestimmung des regulatorischen Mindestkapitals für Kreditrisiken stehen sowohl der Standard- als auch der IRB-Ansatz zur Verfügung, wobei beim IRB-Ansatz zwischen Basisansatz und fortgeschrittenem Ansatz unterschieden wird. Der wesentliche Unterschied zwischen beiden Ansätzen besteht darin, daß beim Standardansatz zur Bestimmung von Bonitätsgewichten Rückgriff auf externe Ratings genommen wird, während beim IRB-Ansatz Ergebnisse interner Ratings die Basis für die Bestimmung der Bonitätsgewichte bilden.²² Risikokomponenten im IRB-Ansatz für Kredite an Unternehmen, Staaten und Banken stellen die Ausfallwahrscheinlichkeit (*PD*), Verluste bei Ausfall, im folgendem als Ausfallquote bezeichnet (*LDG*), Forderungshöhe bei Ausfall (*EAD*) und effektive Restlaufzeit (*M*) dar. Im Basisansatz ist von den Banken nur die Ausfallwahrscheinlichkeit zu schätzen, während im fortgeschrittenen Ansatz alle vier Größen geschätzt werden.²³ Darüber hinaus ist es im IRB-Ansatz Banken bei der Berechnung der Korrelation zwischen einzelnen Krediten gestattet, eine Größenanpassung zwischen kleinen und mittelgroßen Unternehmen vorzunehmen. Auf Grundlage dieser Risikokomponenten erfolgt unter Verwendung einer Risikogewichtungsfunktion die Ermittlung der Eigenkapitalanforderung, die sich aus einem spezifischen Kredit ergeben.²⁴

Im Grundsatz folgt der IRB-Ansatz zur Ermittlung des Eigenkapitalbedarfs dem VaR²⁵-Gedanken. Das heißt, das vorzuhaltende regulatorische Eigenkapital wird so bestimmt, damit bei einem Zeithorizont von einem Jahr ein noch höherer Verlust im Kreditportfolio nur mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit α auftritt. Dabei wird, gemessen durch den marginalen Value at Risk, ermittelt, welchen Beitrag ein zusätzlicher Kredit zum VaR des gesamten Kreditportfolio leistet.²⁶

21 Vgl. *Burghof, Rudolph* (1996), S. 121 ff.

22 Vgl. *Dartsch, Weinreich* (2002), S. 134

23 Vgl. *Basel Committee on Banking Supervision* (2005), S. 56

24 Vgl. ebenda S. 60

25 Der VaR (Value at Risk) stellt eine verbreitete Kennzahl zur Risikomessung dar [vgl. beispielsweise *Kapalanski* (2002), *Luciano, Kast* (2001), *Pedersen, Satchell* (1998) und *Hull, White* (1998)]. Die Kennzahl ist definiert als der maximale Verlust, der bei einem gegebenen Konfidenzniveau eintreten kann. Das heißt, er entspricht dem Quantilswert einer Verteilungsfunktion, mit der mögliche Verluste abgebildet werden [vgl. *Luciano, Kast* (2001), S. 92].

26 Vgl. *Wilkins et al* (2002), S. 56 ff.

Für das hier entwickelte Modell zur Bewertung des Forderungsausfallrisikos eines Unternehmens soll vom Grundsatz her ähnlich vorgegangen werden. Es wird allerdings darauf verzichtet wie im IRB-Ansatz eine pauschale Gewichtungsfunktion für gewerbliche Unternehmen zu entwickeln, um den marginalen VaR und damit das marginale RaC einer zusätzlichen Forderung zu ermitteln. Vielmehr wird das marginale RaC unter Verwendung einer Monte Carlo Simulation ermittelt. Dieses Vorgehen wird gewählt, da auf diese Weise nicht nur ein spezifischer Wert, sondern eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der möglichen Verluste für das aggregierte Forderungsausfallrisiko ermittelt werden kann. Dies ist für die Bestimmung des RaC für das gesamte Unternehmensrisiko aufgrund von Portfolioeffekten von Bedeutung. Ein weiterer technischer Vorteil, der sich aus der Verwendung der stochastischen Simulation ergibt, ist darin zu sehen, daß Unsicherheiten beziehungsweise Variabilitäten²⁷ bei der Bestimmung von Risikofaktoren berücksichtigt werden können, die das Forderungsausfallrisiko eines Unternehmens determinieren.²⁸ Das heißt, daß die Faktoren, die das Risiko bestimmen, durch Verteilungsfunktionen abgebildet werden können.²⁹ Aus Vereinfachungsgründen wird im hier vorgestellten Modell unterstellt, daß zwischen den Kunden der untersuchten Unternehmen und damit zwischen einzelnen Forderungen keine Korrelation vorliegt. Die im IRB-Ansatz in die Risikogewichtungsfunktion explizit einfließende Restlaufzeit eines Kredites, wird im vorgestellten Modell nur implizit berücksichtigt.

Unter dem Begriff „Kunde“ werden im folgenden solche Kunden verstanden, denen vom Kreditgeber Zahlungskonten gewährt werden. Dabei ist es unerheblich, ob eine ausstehende Zahlung bereits als Forderung verbucht ist oder ob ein Unternehmen im Leistungserstellungsprozeß in Vorleistung getreten ist. Der Begriff Forderung an einen Kunden faßt alle Forderungen an diesen zusammen. Daher entspricht die Anzahl der Forderungen der Anzahl der Kunden. Der Begriff „Unternehmen“ beschreibt den Kreditgeber.

Für ein Unternehmen, das über n Forderungen verfügt wird das Forderungsausfallrisiko im hier vorgestellten Modell durch die Risikokomponenten Ausfallwahrscheinlichkeit, Ausfallquote und Forderungshöhe beschrieben. Der Verlust V , der innerhalb einer bestimmten, vom Unternehmen zu definierenden Periode infolge des Forderungsausfallrisikos auftritt, ergibt sich aus der Summe der Verluste der einzelnen Forderungsausfälle V_i .

$$V = \sum_{i=1}^n V_i \quad (1)$$

27 Unsicherheit stellt ein Grad der Unkenntnis dar. Variabilität beschreibt Veränderungen im Zeitverlauf. Zur Unterscheidung zwischen Unsicherheit und Variabilität siehe beispielsweise auch *Thompson* (2002), S. 648 oder *Vose* (2005), S. 18 ff.

28 Vgl. beispielsweise *Helton* (1993), S. 335 und *Kleijnen* (1997), S. 128 f.

29 Vgl. beispielsweise *Helton* (1993), S. 330

Die Verluste der einzelnen Forderungsausfälle V_i werden durch die Forderungshöhe zum Zeitpunkt des Ausfalls EAD_i und der Ausfallquote LGD_i bestimmt. Die Ausfallquote beschreibt dabei, welcher prozentuale Anteil einer Forderung nicht bezahlt wird.

$$V_i = LGD_i * EAD_i \quad \text{für } i = 1, \dots, n \quad (2)$$

Es wird im folgenden angenommen, daß nicht für alle Kunden zum Zeitpunkt der Risikoanalyse der Forderungsbetrag EAD_i und die Ausfallquote LGD_i zum Zeitpunkt eines möglichen Ausfalls exakt bestimmt werden können. Das ist dadurch zu begründen, da die Forderungshöhe gegenüber einem Kunden innerhalb einer zu betrachtenden Periode Schwankungen unterliegen kann. Ebenfalls ist die Einschätzung der Ausfallquote mit Unsicherheiten verbunden, da auch diese erst nach dem Schadensereignis bekannt wird. Aus diesem Grund werden die Forderungshöhe und die Ausfallquote jeweils in Abhängigkeit einer diesen Risikokomponenten zugrundeliegenden Verteilungsfunktion als eine stochastische Größe abgebildet. Hierdurch wird es ermöglicht, die bei der Bestimmung der Risikokomponenten auftretenden Unsicherheiten bei der Berechnung des RaC des Unternehmens beziehungsweise des marginalen RaC einer spezifischen Forderung zu berücksichtigen.³⁰

$$V_i = LGD_i(f_{LGD_i}) * EAD_i(f_{EAD_i}) \quad \text{für } i = 1, \dots, n \quad (3)$$

Ein aus dem Ausfall einer Forderung resultierender Verlust tritt dann ein, wenn diese Forderung nicht vollständig zurückgezahlt wird. Hierfür ist die Ausfallwahrscheinlichkeit (PD_i) zu schätzen. Dazu muß bei einzelnen Kunden auf Schätzungen zurückgegriffen werden. Aus diesem Grund wird auch die Ausfallwahrscheinlichkeit in diesen Fällen nicht deterministisch sondern stochastisch modelliert $PD_i(f_{PD_i})$. Da eine Forderung entweder ausfällt oder nicht ausfällt, kann unterstellt werden, daß der Ausfall durch eine Bernoulliverteilung $B_i(PD_i(f_{PD_i}))$ modellierbar ist, die durch die Ausfallwahrscheinlichkeit $PD_i(f_{PD_i})$ parametrisiert wird. Nimmt eine Zufallsvariable Z_i , die innerhalb eines Simulationsschrittes auf Grundlage von $B_i(PD_i(f_{PD_i}))$ ermittelt wird, den Wert Null an, fällt die Forderung i in diesem Simulationsdurchlauf nicht aus. Nimmt hingegen die Zu-

³⁰ Der Einfluß der Unsicherheit auf das RaC hängt vom Grad der Unsicherheit ab. Eine Simulationsstudie für ein fiktives Unternehmen, welches über 30 Forderungen verfügt und keine weiteren Risiken außer dem Forderungsausfallrisiko aufweist, soll dies verdeutlichen. Dabei werden folgende Modellannahmen getroffen: Die Ausfallquoten der einzelnen Forderungen sind im Intervall [0,1] mit dem Mittelwert 0,5 gleichverteilt. Die Forderungshöhen sind im Intervall [€100;€1.000] mit dem Mittelwert €550 gleichverteilt und die Ausfallwahrscheinlichkeiten werden durch eine Dreiecksverteilung mit den Parametern (Min = 0,01; Mod = 0,02; Max = 0,03) und dem Mittelwert 0,02 für jede Forderung beschrieben. In diesem Modell liegt das RaC, wenn es nur auf Grundlage der Mittelwerte der Risikokomponenten geschätzt wird, 23% unter dem RaC, welches sich ergibt, wenn die Risikokomponenten als Verteilungsfunktionen dargestellt werden. Vgl. auch ein Beispiel von *De Servigny, Renault* (2004), S. 138 f. das zeigt, inwieweit sich der VaR erhöht, wenn die LGD [im Beispiel wird die Erlösquote verwendet (1-LGD)] einmal als Konstante und einmal als Verteilung dargestellt wird.

fallsvariable Z_i den Wert Eins an, fällt die entsprechende Forderung aus und es ist der Schaden V_i zu bestimmen. Zusammenfassend wird das Modell in Gleichung (4) dargestellt.

$$V = \sum_{i=1}^n V_i \quad (4)$$

$$\text{mit : } V_i = \begin{pmatrix} 0 & \text{für } Z_i = 0 \\ LGD_i(f_{LGD_i}) * EAD_i(f_{EAD_i}) & \text{für } Z_i = 1 \end{pmatrix} \text{ für } i = 1, \dots, n$$

Die Bestimmung von f_{EAD_i} , f_{LGD_i} , f_{PD_i} , durch ein Unternehmen wird im folgenden beschrieben.

3. Bestimmung der Verteilungsfunktionen der Risikokomponenten

3.1 Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit

3.1.1 Literaturüberblick

Die Ausfallwahrscheinlichkeit einer Forderung i wird im folgenden mit der Ausfallwahrscheinlichkeit des Kunden, dem die Forderung gewährt wird, gleichgesetzt. In der Literatur werden verschiedene, insbesondere für Finanzinstitute entwickelte, Verfahren diskutiert, auf deren Grundlage Bonitätsbewertungen von Kreditnehmern vorgenommen werden. Durch diese ist es möglich, die Ausfallwahrscheinlichkeit beziehungsweise Insolvenzwahrscheinlichkeit eines Kreditnehmers zu bestimmen.³¹ Das heißt, durch die Kalibrierung der Bonitätsurteile von Kreditnehmern auf Grundlage von historischen Beobachtungen können Ausfallwahrscheinlichkeiten abgeleitet werden.³² Es kann dabei zwischen drei Modelltypen zur Bonitätsbewertung unterschieden werden: den Heuristischen Modellen, Empirisch-Statistischen Modellen und Kausalanalytischen Modellen.³³

Heuristische Modelle basieren auf subjektiven und praktischen Erfahrungen und Beobachtungen eines Kreditexperten. Das heißt, daß ein Bonitätsurteil und damit die Ableitung einer Ausfallwahrscheinlichkeit maßgeblich von subjektiven Erfahrungswerten abhängt.³⁴ Bei Empirisch-Statistischen Modellen wird hingegen versucht, auf Grundlage empirischer Datenbestände diese Verfahren zu verifizieren. Diese Techniken zählen zu den in Banken am stärksten verwendeten Methoden.³⁵ Sehr verbreitete Empirisch-Statistische Modelle sind Diskriminanzanalysen³⁶ und Regressionsmodelle.³⁷ Weitere

31 Für einen Überblick über verschiedene Insolvenzprognoseverfahren siehe beispielsweise *Günther, Grüning* (2000), S. 40 f., *Österreichische Nationalbank* (2004), S. 32 ff., de *Servigny, Renault* (2004), S. 63 ff., *Van Gestel et al.* (2005), S.32 f., *Dimitras et al.* (1996), S. 487 ff. *Jain et al.* (2000), S. 4 ff. geben darüber hinaus einen allgemeinen Überblick über Projektionsmethoden.

32 Vgl. *Van Gestel et al.* (2005), S. 32 oder *Österreichische Nationalbank* (2004), S. 56.

33 Vgl. *Österreichische Nationalbank* (2004), S. 32.

34 Vgl. ebenda S. 33.

35 So ermitteln *Günther, Grüning* (2000), S. 44, daß Diskriminanzanalysen bei deutschen Kreditinstituten zu den beliebtesten Insolvenzprognoseverfahren zählen. In den USA nutzen beispielsweise 97% der Banken solche Modelle zur Kreditwürdigkeitsprüfung [vgl. de *Servigny, Renault* (2004), S.74 und dort zitierte Literatur]

36 Die Diskriminanzanalyse beruht auf dem von Fisher (1936) entwickelten Diskriminanzkonzept. Dabei wird auf Grundlage mehrerer unabhängiger Bonitätskriterien eine Diskriminanzfunktion geschätzt, anhand derer zwischen Kreditnehmern mit guter und schlechter Bonität differenziert wird. Die Diskriminanzanalyse bildet beispielsweise die Grundlage des Z-Score's von *Altman* (1968).

37 Regressionsmodelle können sowohl Logit- als auch Probit-Regressionsmodelle sein. Das Logit-Modell wird allerdings aufgrund seiner einfacheren mathematischen Darstellung häufiger eingesetzt [siehe *Österreichische Nationalbank* (2004), S. 44]. Das Logit-Verfahren wurde erstmals durch

Verfahren sind beispielsweise Künstliche Neuronale Netze, Support Vector Machines³⁸ oder Nearest Neighbour Modelle.³⁹ Empirisch-Statistische Modelle werden auf Grundlage historischer Daten darauf trainiert, zwischen Kreditnehmern mit hohen und geringen Ausfallrisiken zu unterscheiden. Kausalanalytische Modelle⁴⁰ basieren hingegen auf ökonomischen Theorien und leiten die Ausfallwahrscheinlichkeit beispielsweise aus der Bewertung der Kapitalstruktur eines Kreditnehmers ab.⁴¹

Im Prinzip könnten auch gewerbliche Unternehmen die für Finanzinstitute entwickelten Modelle zur Bonitätsbeurteilung von Kreditnehmern nutzen, um eine Bewertung der Zahlungsfähigkeit der eigenen Debitoren vorzunehmen. Es ist jedoch zu vermuten, daß in gewerblichen Unternehmen in vielen Fällen für Empirisch-Statistische Modelle nicht genügend trennscharfe Bonitätskriterien über einen Kunden vorliegen, um diese Modelle anzuwenden beziehungsweise nicht genügend Ausfalldaten zur Verfügung stehen, um entsprechende Modelle zu trainieren.⁴² Für Kausalanalytische Modelle ist es erforderlich, daß eine Marktbewertung der Kunden vorliegt.⁴³ Da diese Voraussetzung in vielen Fällen nicht erfüllt werden kann, erscheinen Kausalanalytische Modelle ebenfalls wenig geeignet, um von gewerblichen Unternehmen zur Ermittlung der Ausfallwahrscheinlichkeit ihrer Forderungen genutzt zu werden. Es ist daher zu vermuten, daß Heuristische Verfahren die Grundlage der unternehmensinternen Bonitätsbeurteilung in gewerblichen Unternehmen bilden und daher auch auf deren Grundlage Ausfallwahrscheinlichkeiten abzuleiten sind. Diese Vermutung wird auch durch eine empirische Untersuchung unter mittelständischen Unternehmen von Kokalj et al. (2000) nahe gelegt. Demnach sind die wichtigsten Informationsquellen neben den Auskünften von Inkassounternehmen die Auskünfte von befreundeten beziehungsweise verbundenen Unternehmen, Erfahrung oder Intuition des Unternehmers, Bankauskünfte, das eigene Rechnungswesen und der eigene Außendienst.⁴⁴ Neben der Ableitung der Ausfallwahrscheinlichkeit eines Kunden aus der unternehmensinternen Bonitätsbeurteilung kann

Martin (1977), S. 249 ff.; *Ohlson* (1980), S. 109 ff. und *Wiginton* (1980), S. 757 ff. als Insolvenzprognosemodell eingesetzt.

38 Eingeführt durch *Cortes, Vapnik* (1995), S. 273 ff.

39 Vgl. *Österreichische Nationalbank* (2004), S. 46 und *de Servigny, Renault* (2004), S. 83 ff.

40 Zum Beispiel das Modell von *Merton* (1974), S. 449 ff.

41 Vgl. *Van Gestel et al.* (2005) oder *Österreichische Nationalbank* (2004), S. 49.

42 Beispielsweise werden Diskriminanzfunktionen von Banken primär auf Grundlage von Finanzbeziehungsweise Erfolgskennzahlen des Kreditnehmers gebildet [vgl. *Günther, Grüning* (2000), S. 46], die einem gewerblichen Unternehmen in der Regel nicht zur Verfügung stehen, da diese häufig über weniger Informationen zur Zahlungsfähigkeit und Zahlungswilligkeit der Kunden verfügen als Banken [vgl. *Paul* (2004), S. 410]. Weiterhin ist es erforderlich Kunden, mit denen aufgrund einer schlechten Bonitätsbeurteilung keine Geschäftsbeziehung zustande kam, weiter zu beobachten, um einen Ausfall zu erkennen und in das entsprechende Modell integrieren zu können. Vermutlich werden entsprechende Daten aber nur wenigen Unternehmen zur Verfügung stehen.

43 Vgl. *de Servigny, Renault* (2004), S. 68.

44 Vgl. *Kokalj et al.* (2000), S. 116 ff.

auch auf externe Bonitätsbeurteilungen beispielsweise von Inkassounternehmen oder Ratingagenturen zurückgegriffen werden.⁴⁵ Hierbei ist allerdings zu berücksichtigen, daß nicht alle Unternehmen sämtliche ihrer Kunden durch externe Agenturen bewerten lassen.⁴⁶ Das heißt, es ist erforderlich für die Kunden, die nicht extern bewertet werden, interne, in der Regel Heuristische Verfahren zu verwenden, auf deren Grundlage die Ausfallwahrscheinlichkeit des Kunden abzuleiten ist.

3.1.2 Verwendung interner Ratings

Die Verwendung interner Modelle zur Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit setzt voraus, daß geeignete historische Daten zur Kalibrierung der Bonitätsurteile beziehungsweise der auf Grundlage der Bonitätsurteile gebildeten Ratingklassen⁴⁷ zur Verfügung stehen. Diese Daten können zum einen öffentlichen Statistiken entnommen werden, wenn für ein zu untersuchendes Ratingkriterium entsprechende Statistiken verfügbar sind⁴⁸ oder sie können zum anderen auf Grundlage von unternehmensinternen Datenbeständen geschätzt werden. Für den Fall, daß nicht auf externe Daten zurückgegriffen werden kann, um die internen Ratings zu kalibrieren, soll im folgenden ein Verfahren beschrieben werden, wie die Ausfallwahrscheinlichkeit einer Ratingklasse k vom Unternehmen zu ermitteln ist.

Zur Schätzung der einer Ratingklasse zugrundeliegenden durchschnittlichen Ausfallwahrscheinlichkeit $PD_{\text{Ratingklasse}}$ wird unterstellt, daß diese durch die Ausfallhäufigkeit einer früheren Periode t in dieser Ratingklasse geschätzt werden kann.

$$PD_{\text{Ratingklasse}} = \frac{\text{Anzahl Forderungsausfälle}}{\text{Anzahl Kunden, denen ein Zahlungsziel gewährt wurde}} \quad (5)$$

45 Beispielsweise Standard and Poor's, Moody's, Fitch, Creditreform, Bürgel.

46 So ermittelt *Kokalj et al.* (2000), daß nur 56% der mittelständischen Unternehmen Auskünfte von Inkassounternehmen nutzen, wobei allerdings nicht untersucht wird, welchen Anteil ihrer Kunden diese Unternehmen durch Inkassounternehmen bewerten lassen und bei welchem Anteil sie sich auf eigene Einschätzungen beschränken. Die Verwendung von Ratingurteilen der großen Ratingagenturen kann auch nur bei einer geringen Anzahl von Kunden genutzt werden, da entsprechende Ratings nur für wenige Unternehmen zur Verfügung stehen. So weist beispielsweise Standard and Poor's nur für 76 deutsche Unternehmen (ohne Banken und Versicherungen) ein Rating aus [vgl. *Standard and Poor's* (2006)].

47 Eine Ratingklasse faßt alle Unternehmen mit gleicher Bonitätseinschätzung zusammen.

48 So kann beispielsweise ein Rating, das als Bonitätskriterien nur Branche und Rechtsform des Kunden verwendet, auf Grundlage von Insolvenzstatistiken [siehe *Statistisches Bundesamt* (2005)] kalibriert werden [vgl. zur Verwendbarkeit von Insolvenzstatistiken zur Ausfallprognose beispielsweise auch Untersuchungen von *Bemmann* (2005), S. 51 ff.]. Dabei ist allerdings zu beachten, daß nicht alle Forderungsausfälle bedeuten, daß der Kunde Insolvenz anmeldet [vgl. *de Servigny, Renault* (2004), S. 120], so daß die Schätzung der Ausfallwahrscheinlichkeit auf Grundlage von Insolvenzstatistiken das tatsächliche Forderungsausfallrisiko unterschätzen könnte.

Die auf diese Weise ermittelte Forderungsausfallhäufigkeit schwankt in der Regel um die tatsächliche aber unbekannt durchschnittliche Forderungsausfallhäufigkeit der Ratingklasse. Das heißt, die Prognose der Ausfallwahrscheinlichkeit eines Kunden auf Basis von Gleichung (5) berücksichtigt nicht, daß die obige Schätzung die Ausfallwahrscheinlichkeit nur innerhalb eines bestimmten Konfidenzintervalls statistisch gesichert abbilden kann. Diese Unsicherheit soll im folgenden dadurch Berücksichtigung finden, indem die Ausfallwahrscheinlichkeit als eine Verteilungsfunktion dargestellt wird.⁴⁹

Da ein Kunde entweder ausfällt oder nicht ausfällt, kann unterstellt werden, daß der Ausfall eines Kunden durch eine Binomialverteilung darstellbar ist. Das heißt, durch Verwendung dieser Verteilung kann die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, daß eine bestimmte Anzahl Forderungsausfälle m bei n Kunden auftritt. Dabei muß die Wahrscheinlichkeit PD eines Forderungsausfalls in der zu betrachtenden Ratingklasse bekannt sein. Für den Fall, daß m und n aber nicht PD bekannt sind, ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine bestimmte Anzahl Forderungsausfälle m bei n Kunden auftreten, als eine Verteilungsfunktion in Abhängigkeit von der Forderungsausfallwahrscheinlichkeit PD darstellbar. Die Bestimmung dieser Funktion erfolgt auf Grundlage des in den 30-er Jahren von Fischer entwickelten Fiduzialkonzepts.⁵⁰ Die Fiduzialverteilung für den Parameter PD der Binomialverteilung entspricht einer Betaverteilung.⁵¹

$$f_{Rating,k}(PD_k | m, n) = \frac{PD_k^m (1 - PD_k)^{n-m}}{\int_0^1 PD_k^m (1 - PD_k)^{n-m} dPD_k} \quad (6)$$

Diese Verteilung beschreibt die ratingklassenspezifische Ausfallwahrscheinlichkeit eines Kunden in der Ratingklasse k . Sie wird durch die Anzahl der Forderungsausfälle und der Anzahl der Kunden in dieser Ratingklasse innerhalb einer Periode bestimmt. Ihre Dichtefunktion wird im folgenden als die ratingklassenspezifische Dichtefunktion der Forderungsausfallwahrscheinlichkeit $f_{Rating,k}$ bezeichnet. Stehen in einer Ratingklasse nur wenige Daten zu gewährten Zahlungszielen zur Verfügung, ist die Unsicherheit bezüglich der tatsächlichen Ausfallwahrscheinlichkeit im Vergleich zu einer Ratingklasse, die viele Forderungen enthält, verhältnismäßig groß. Das heißt, in einer Ratingklasse der viele Forderungen zugeordnet werden, kann die Forderungsausfallwahrscheinlichkeit in einem kleineren Intervall abgebildet werden als in einer Ratingklasse, der nur wenige Kunden zugeordnet werden.

⁴⁹ Zur Berücksichtigung von Unsicherheiten durch Verteilungsfunktionen siehe z. B. *Helton, Davis* (2002), S. 592.

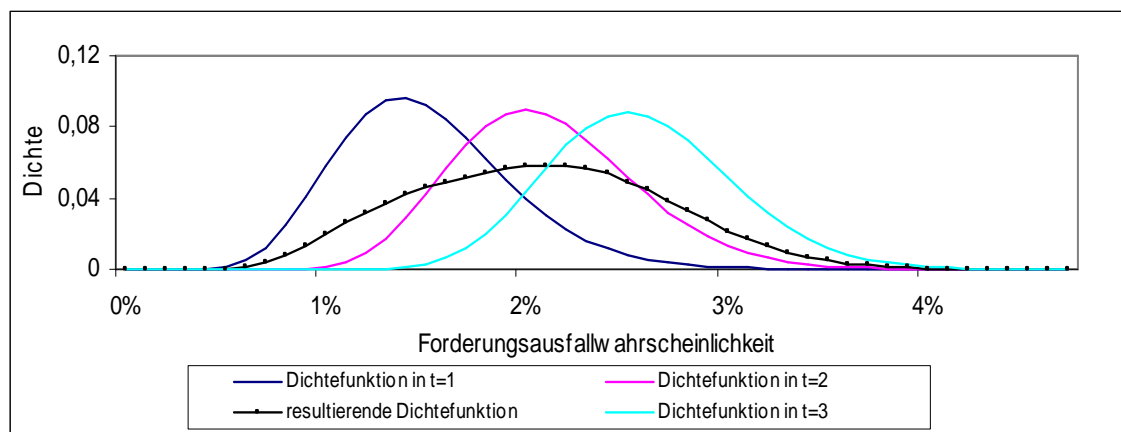
⁵⁰ Vgl. *Fischer* (1935), S. 391 ff.

⁵¹ Vgl. *Gladitz*, (1994), S. 21 ff. und dort zitierte Literatur.

Neben der Unsicherheit kann die Ausfallhäufigkeit in einer Ratingklasse im Periodenvergleich auch Schwankungen unterliegen.⁵² Diese Variabilität kann zum einen durch makroökonomische Rahmenbedingungen verursacht sein.⁵³ Es ist aber auch vorstellbar, daß die von den Unternehmen angewandten Ratingverfahren, die beispielsweise auch durch die Intuition eines Verantwortlichen beeinflusst werden können,⁵⁴ in verschiedenen Perioden zu unterschiedlichen Zuordnungen der Kunden zu den Ratingklassen führen und daher zeitlich nicht stabil sind. Demzufolge ist die Variabilität neben der Unsicherheit als ein Element des Risikos zu modellieren.⁵⁵

Abbildung 1:

Einbezug von Variabilität und Unsicherheit zur Ermittlung von $f_{Rating-jus,k}$



Die Bestimmung der ratingklassenspezifischen Dichtefunktion $f_{Rating,k}$ erfolgt oben auf Grundlage der Anzahl der Kunden und Forderungsausfälle in einer Ratingklasse innerhalb einer bestimmten Periode t . Die Variabilität läßt sich hingegen nur über mehrere Perioden beobachten. Es sind daher für beobachtete Perioden in der Vergangenheit, die ratingklassenspezifischen Dichtefunktionen $f_{Rating,k,t}$ (mit $t = 1, \dots, T$, wobei T die Anzahl der beobachteten Perioden darstellt) entsprechend der oben beschriebenen Vorgehensweise zur Bestimmung von $f_{Rating,k}$ zu ermitteln. Die justierte ratingklassenspezifische Dichtefunktion $f_{Rating-jus,k}$ ist basierend auf den Dichtefunktionen $f_{Rating,k,t}$ abzuleiten. Zur Verknüpfung der einzelnen Dichtefunktionen zu $f_{Rating-jus,k}$ kann ein simulationsbasierter Ansatz gewählt werden. Dadurch ist es auch möglich, das Gewicht einzelner Perioden bei der Bestimmung von $f_{Rating-jus,k}$ unternehmensabhängig zu berücksichtigen.⁵⁶ In Abbildung 1 wird die beschriebene Vorgehensweise anhand eines 3-Perioden Beispiels

⁵² Vgl. hierzu auch *de Servigny, Renault* (2004), S. 30 ff.

⁵³ Vgl. ebenda S. 30 ff.

⁵⁴ Siehe *Kokalj et al.* (2000), S. 116 ff.

⁵⁵ Vgl. *Helton* (1993), S. 338 oder *Thompson* (2002), S. 647 ff.

⁵⁶ Beispielsweise indem die Perioden gewichtet in die resultierende Funktion einfließen.

veranschaulicht. Hierbei werden für drei verschiedene Jahre die Funktionen $f_{Rating,k,t}$ ermittelt und aus diesen wird $f_{Rating-jus,k}$ abgeleitet.

3.1.3 Verwendung unternehmensgruppenspezifischer Merkmale

Neben den oben diskutierten Wegen zur Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit eines Kunden basierend auf internen und externen Ratings soll abschließend ein Verfahren vorgestellt werden, in dem die Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit einer Forderung aufgrund von Eigenschaften des Kreditors erfolgt und dadurch die Bewertung eines Kunden nicht erforderlich ist. Solch ein Verfahren ist vor allem für Unternehmen interessant, die nur über wenige historische Daten (z. B. Neugründungen) verfügen und auf dieser Grundlage die Ausfallwahrscheinlichkeit ihrer Ratingklassen nur mit hohen Unsicherheiten bestimmen können. Auch für Kreditoren, die nur über wenige Informationen bezüglich ihrer Kunden verfügen und daher (oder auch aus anderen Gründen) keine Bonitätsbeurteilungen vornehmen können, kann diese Vorgehensweise interessant sein.⁵⁷ Für das Verfahren wird vorausgesetzt, daß Merkmale von kreditgebenden Unternehmen identifiziert werden können, anhand derer zwischen Unternehmensgruppen mit hohen und Unternehmensgruppen mit geringen Forderungsausfallrisiken unterschieden werden kann.⁵⁸ Das heißt, abweichend von derzeit verwendeten Verfahren stellt nicht mehr der Debitor, sondern der Kreditor den Untersuchungsgegenstand dar. Der Vorteil einer solchen Vorgehensweise ist darin zu sehen, daß die Zuordnung zu einer Unternehmensgruppe anhand von Merkmalen erfolgt, die im Unternehmen einfach ermittelt werden können. Für die entsprechenden Gruppen sind Verteilungsfunktionen f_{ugPD} der Forderungsausfallhäufigkeiten zu ermitteln. Zum Zwecke einer größeren Differenzierung der Ausfallrisiken ist es auch vorstellbar, auf Grundlage von Unternehmen gegebenen Kundeneigenschaften, wie beispielsweise Neu- und Bestandskunden oder Inlands- und Auslandskunden, Ratingklassen innerhalb der Unternehmensgruppen zu bilden. Auf diese Weise können unternehmensgruppenspezifische Verteilungsfunktionen $f_{ugPD,k}$ der Forderungsausfallhäufigkeit unter Berücksichtigung von Ratingklassen k bestimmt werden. Auf Grundlage dieser Verteilungsfunktionen kann durch eine Simulation für jeden Simulationsschritt und dadurch für jede modellierte Periode die durchschnittliche Ausfallhäufigkeit innerhalb einer Ratingklasse in einem Unternehmen geschätzt werden. Diese Ausfallhäufigkeit kann wiederum als Schätzung der Ausfallwahrscheinlichkeit eines Kunden, der dieser Ratingklasse zuzuordnen ist, verwendet werden (siehe oben). Die Bestimmung der unternehmensgruppentypischen Verteilungsfunktionen kann aller-

57 So ergab eine Untersuchung von *Kokalj et al.* (2000), S. 113, daß ca. 19% der Unternehmen keine Bonitätsprüfungen vornehmen.

58 *Dannenberg* (2005), S. 388 ff. stellt fest, daß Merkmale wie Umsatzstruktur, Unternehmensgröße oder Auslandsaktivität von Kreditoren als Indikatoren zur Bestimmung von Risikogruppen genutzt werden könnten.

dings nicht durch das Unternehmen selbst erfolgen,⁵⁹ sondern muß extern zur Verfügung gestellt werden.

In diesem Abschnitt wurden drei verschiedene Wege zur Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit PD_i zu Grunde liegenden Verteilungsfunktion f_{PD_i} vorgestellt. Dabei werden externe Ratings von Ratingagenturen oder Inkassounternehmen in der Regel Punktschätzer zur Verfügung stellen, so daß f_{PD_i} in diesem Fall nur den dort gegebenen Wert PD_i annimmt. Bei Verwendung interner Ratings wird f_{PD_i} durch $f_{Rating-jus,k}$ beschrieben und bei Nutzung unternehmensgruppenspezifischer Merkmale entspricht f_{PD_i} der Verteilung $f_{ugPD,k}$.

$$f_{PD_i} = \left(\begin{array}{ll} PD_i & \text{bei Vorliegen eines externen Ratings} \\ f_{Rating-jus,k} & \text{bei Vorliegen eines internen Ratings} \\ f_{ugPD,k} & \text{bei Verwendung unternehmensgruppenspezifischer Daten} \end{array} \right) \quad (7)$$

3.2 Bestimmung der Ausfallquote

3.2.1 Literaturüberblick

Neben der Ausfallwahrscheinlichkeit stellt die Erlös- oder Ausfallquote⁶⁰ (LGD) den zweiten Schlüsselindikator des Forderungsausfallrisikos dar. Diese ist allerdings, speziell außerhalb der USA, im Verhältnis zur Ausfallwahrscheinlichkeit relativ wenig erforscht.⁶¹ Im Rahmen von Basel II fließt die Ausfallquote in den IRB-Ansatz ein. Sie stellt den Verlust in Prozent zur Forderungshöhe zum Ausfallzeitpunkt dar und wird im Basisansatz für vorrangige nicht besicherte Forderungen mit 45% und für nachrangige nicht besicherte Forderungen mit 75% durch die Behörde vorgegeben. Bei Vorliegen von Sicherheiten können diese bei der Bestimmung der LGD eines Kredites berücksichtigt werden. Im fortgeschrittenen Ansatz kann die Bank die LGD selbstständig auf Basis historischer Erlösquoten bestimmen. Dabei ist eine zyklische Variabilität zu berücksichtigen.⁶²

⁵⁹ Die Kenntnisse der Risikostruktur in einer Unternehmensgruppe erfordert ebenfalls historisches Datenmaterial, das den Unternehmen in der Regel nicht zur Verfügung stehen wird.

⁶⁰ Erlösquote = 1-Ausfallquote.

⁶¹ Vgl. de Servigny, Renault (2004), S. 117, für Deutschland liegen zwei Untersuchungen von Franks et al. (2004): S. 1 ff. und Grunert, Weber (2005), S. 1 ff. vor.

⁶² Vgl. Basel Committee on Banking Supervision (2005): S. 63 ff.

In der Literatur wird die Ausfall- beziehungsweise Erlösquote nur im Zusammenhang mit Bankschulden oder Anleihen diskutiert.⁶³ Als die für eine Prognose der Ausfallquote wichtigsten Faktoren werden im wesentlichen die vorhandenen Sicherheiten, der Rang der Verbindlichkeit (vorrangig vs. nachrangig), die Branche des Kunden, makroökonomische Rahmenbedingungen, der Rechtsrahmen (speziell das Insolvenzrecht), die Verhandlungsmacht der beteiligten Parteien und die Art der Schuld (z. B. Bankverbindlichkeiten oder Anleihen) angeführt.⁶⁴ Ebenfalls ein Element der gegenwärtigen Diskussion stellt die Untersuchung der Korrelation zwischen Ausfallwahrscheinlichkeit und Erlösquote dar.⁶⁵ Als ein wesentliches Ergebnis der vorliegenden empirischen Studien läßt sich feststellen, daß die Ausfallquote sehr stark um den Mittelwert streut.⁶⁶ Daher wird vorgeschlagen, die Ausfallquote nicht durch einen Punktschätzer sondern durch eine Verteilungsfunktion zu beschreiben.⁶⁷ Hierfür wird in der Regel eine Beta-Verteilung unterstellt.⁶⁸ Die Ausfallquoten von Forderungen an Kunden basierend auf empirischen Erhebungen zu Erlösquoten von Bankkrediten oder Anleihen zu schätzen, erscheint allerdings nicht sinnvoll. Zum einen ist davon auszugehen, daß Banken über eine wesentlich größere Verhandlungsmacht verfügen als Lieferanten und dementsprechend gerade im Vorfeld einer Insolvenz ihre Ausfallquoten stärker positiv beeinflussen können als diese. Andererseits besteht für Kunden, die in finanzielle Schwierigkeiten geraten, ein Anreiz zur ineffizienten Gläubigerbefriedigung.⁶⁹ Auch erscheinen die durchschnittlichen Ausfallquoten für Bankverbindlichkeiten in Deutschland mit durchschnittlich 28%⁷⁰ bis 39%⁷¹ im Vergleich zu einer Schätzung der Ausfallquote durch

63 Vgl. beispielsweise *de Servigny, Renault* (2004), S. 117 ff.; *Gupton* (2005), S. 186 ff.; *Moody's Investors Service* (2000), S. 1 ff.; *Altman, Kishore* (1996), S. 57 ff.; *Araten et al.* (2004), S. 28 ff.; *Asarnow, Edwards* (1995), S. 11 ff.; *Bosworth, Eales* (1998), S. 58 ff. und *Davydenko, Franks* (2005), S. 1 ff. Für einen weiteren Überblick über empirische Studien zur Erlös- beziehungsweise Ausfallquote siehe auch *Grunert, Weber* (2005), S. 5.

64 Vgl. beispielsweise *Gupton* (2005), S. 193 f.; *de Servigny, Renault* (2004), S. 136 ff.; *Grunert, Weber* (2005), S. 5; *Davydenko, Franks* (2005), S. 1 ff. und *Altman, Kishore* (1996): S. 57 ff.

65 Vgl. *Frye* (2000a), S. 91 ff.; *Frye* (2000b), S. 1 ff.; *Altman et al.* (2001), S. 1 ff.; *de Servigny, Renault* (2004), S. 130 ff. und *Altman et al.* (2003), S. 1 ff. und dort zitierte Literatur.

66 Vgl. *Araten et al.* (2004), S. 28 ff.; *Moody's Investors Service* (2000), S. 1 ff.; *Altman, Kishore* (1996), S. 57 ff. und *Altman et al.* (2001), S. 86 gibt eine weitere Übersicht über verschiedene empirische Studien und die dort beobachteten Standardabweichungen.

67 Vgl. beispielsweise *de Servigny, Renault* (2004), S. 117 ff.

68 Zum Beispiel in Modellen wie CreditMetrics®, CreditPortfolioView® und CreditManager® [vgl. *Altman et al.* 2001 oder *de Servigny, Renault* (2004), S. 139 ff.].

69 So hätte beispielsweise ein Kunde, der über Verbindlichkeiten gegenüber einer Bank verfügt, die er ganz oder zum Teil durch eine private Bürgschaft abgesichert hat, einen Anreiz, diese im Vorfeld einer Insolvenz vorrangig zu behandeln, um auf diese Weise sein Privatvermögen im Insolvenzfall zu schützen [vgl. hierzu auch *Bigus* (2002), S. 1 ff.].

70 Siehe *Grunert, Weber* (2005), S. 17.

71 Siehe *Franks et al.* (2004), S. 44.

das Statistische Bundesamt (90%-95%)⁷² für die gesamte Wirtschaft als verhältnismäßig gering. Sicher ist ein solcher Vergleich nur unter Vorbehalt möglich, da in der Insolvenzstatistik die Fälle, bei denen eine außergerichtliche Einigung erfolgte, nicht berücksichtigt werden. Dennoch ist zu vermuten, daß sich die Ausfallquoten für Lieferantenforderungen wesentlich von denen der Bankverbindlichkeiten unterscheiden. Im weiteren werden Wege aufgezeigt, wie die Ausfallquote einer Forderung im Unternehmen zu bestimmen ist.

3.2.2 Schätzung der Ausfallquote von Unternehmen

Die in der Literatur vorgeschlagene Beschreibung der Ausfallquote durch eine Verteilungsfunktion soll auch im vorliegenden Artikel erfolgen. Die Schätzung dieser Verteilung ist auf Grundlage der historischen Ausfallquoten des Unternehmens in einer vergangenen Periode möglich. Dabei wird eine theoretische Verteilung an die jeweils vorliegende empirische Verteilung der Ausfallquote angepaßt.⁷³ Ähnlich wie bei der Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit beschrieben, kann auch diese unternehmensspezifisch ermittelte Verteilung der Ausfallquote im Periodenvergleich Änderungen unterliegen. Diese Variabilität ist zu berücksichtigen. Hierfür kann eine ähnliche Methodik, wie oben für die Ausfallwahrscheinlichkeit beschrieben, zur Anwendung kommen. Das heißt, es werden für verschiedene Perioden t die unternehmensspezifischen Verteilungsfunktionen der Ausfallquote bestimmt. Aus diesen wird eine resultierende Verteilungsfunktion der Ausfallquote abgeleitet $f_{us-jusLGD}$. Auf Grundlage der resultierenden unternehmensspezifisch ermittelten Verteilungsfunktion der Ausfallquote kann innerhalb eines Simulationsschrittes die Ausfallquote einer spezifischen Forderung ermittelt werden. Dieses Konzept ist insofern erweiterbar, daß entsprechende Verteilungsfunktionen nicht auf Ebene des gesamten Unternehmens, sondern für bestimmte Kundengruppen erhoben werden.⁷⁴

Die spezifische Schätzung einer Verteilungsfunktion der Ausfallquote für ein bestimmtes Unternehmen wird in der Regel allerdings an der geringen Datenverfügbarkeit in den Unternehmen scheitern. Das heißt, fallen in einem Unternehmen im Schnitt beispielsweise zwei Forderungen pro Jahr aus, stehen nach fünf Jahren nur zehn Ausfallquoten für eine Analyse zur Verfügung, was für eine statistische Auswertung zu gering wäre. Eine Lösung könnte darin bestehen, daß eine unternehmensgruppenspezifische Dichtefunktion der Ausfallquote bestimmt wird (f_{ugLGD}) und auf Grundlage dieser Funktion die

⁷² Vgl. *Statistisches Bundesamt* (2004), S. 31.

⁷³ Für die Anpassung einer theoretischen an eine empirische Verteilung stehen Softwarepakete wie Crystal Ball zur Verfügung. Siehe zur Anpassung einer theoretischen an eine empirische Verteilung auch die beschriebene Vorgehensweise zur Schätzung der unternehmensgruppenspezifischen Ausfallquote und Ausfallhäufigkeit in Abschnitt 4.

⁷⁴ Hierbei könnten Kunden entsprechend den in Abschnitt 3.2.1 aufgeführten Kriterien differenziert werden.

Ausfallquoten der Forderungen für ein Unternehmen ermittelt werden. Der Vorteil dieser Vorgehensweise ist darin zu sehen, daß mit f_{ugLGD} ein Eindruck vom Verteilungstyp der Ausfallquote vermittelt würde. Ein Nachteil liegt darin, daß unternehmensspezifische beziehungsweise forderungsspezifische Informationen unberücksichtigt blieben.⁷⁵

Um sowohl forderungsspezifische als auch unternehmensgruppenspezifische Informationen berücksichtigen zu können, wird folgender Ansatz vorgeschlagen: Werden vom Unternehmen für eine bestimmte Forderung keine Sicherungsinstrumente wie beispielsweise Eigentumsvorbehalt, Sicherungsübereignung, Forderungsabtretung, Bürgschaften, Pfandrecht, Grundschuld etc.⁷⁶ genutzt und bestehen keine sonstigen Gründe, die vermuten lassen, daß ein Unternehmen eine von der Unternehmensgruppe abweichende Risikostruktur der Ausfallquote aufweist, kann unterstellt werden, daß die unternehmensgruppenspezifische Verteilungsfunktion der Ausfallquote f_{ugLGD} eine gute Approximation der Struktur der forderungsspezifischen Ausfallquote darstellt. Nutzt das Unternehmen für eine Forderung allerdings entsprechende Sicherungsinstrumente, ist eine individuelle Verteilung der Ausfallquote zu schätzen. So würde beispielsweise die maximale Ausfallquote im Falle eines Eigentumsvorbehalts durch eine mögliche Wiederbeziehungsweise Weiterverwertung des gelieferten Produkts reduziert werden. Es wird daher vorgeschlagen, daß ein Unternehmen einschätzt, welcher Betrag einer Forderung bei Verwendung entsprechender Sicherungsinstrumente maximal verloren gehen kann. Für den nicht abgesicherten Betrag könnte die Ausfallquote wiederum durch f_{ugLGD} beschrieben werden. Das bedeutet, daß der Forderungsanteil, der nicht durch das Unternehmen explizit abgesichert wurde, durch die unternehmensgruppenspezifische Risikostruktur f_{ugLGD} approximiert wird, insofern keine forderungsspezifischen Gründe vorliegen, aufgrund derer diese Vorgehensweise abzulehnen ist. Liegen entsprechende Gründe vor, ist f_{LGD_i} forderungsspezifisch vom Unternehmen zu bestimmen.⁷⁷

Durch die beschriebene unternehmensgruppenspezifische Vorgehensweise können die in der Literatur für die Höhe der Ausfallquote als relevant erachteten Merkmale „vorhandene Sicherheiten“ oder „Rechtsrahmen“⁷⁸ berücksichtigt werden. Auch sind Merk-

⁷⁵ Ein weiterer (eher praktischer) Nachteil ist darin zu sehen, daß entsprechende Verteilungsfunktionen mit Ausnahme der in Abschnitt 4 für ostdeutsche Industrieunternehmen vorgestellten, bisher nicht bestimmt wurden und daher vor einer praktischen Implementierung in den Unternehmen noch erheblicher Forschungsbedarf besteht.

⁷⁶ Untersuchungen zur Verbreitung von Sicherungsinstrumenten finden sich beispielsweise bei *Kokalj et al.* (2000), S. 131.

⁷⁷ Verfügt ein Unternehmen beispielsweise über eine Forderung in Höhe von 100 Geldeinheiten (GE) und ist bekannt, daß aufgrund eines Eigentumsvorbehalts durch die Weiterverwertung des gelieferten Produkts 40 GE zu Erlösen sind, beträgt die maximale Ausfallquote noch 60%. Ist davon auszugehen, daß diese 60% vom Kunden unternehmensgruppentypisch bezahlt werden, ist f_{ugLGD} entsprechend nur auf den Restbetrag von 60 GE anzuwenden.

⁷⁸ Theoretisch könnten unternehmensgruppenspezifische Verteilungsfunktionen beispielsweise auch für bestimmte Kundengruppen der Unternehmen (ausländische vs. inländische) bestimmt werden.

male wie Branche des Kreditors einbeziehbar, wobei hier wiederum nicht die Debitoren sondern die Kreditoren den Untersuchungsgegenstand bilden.⁷⁹ Auch ist es möglich, makroökonomische Rahmenbedingungen zu berücksichtigen. So können ähnlich wie bei der Bestimmung der Variabilität der Ausfallwahrscheinlichkeit beschrieben, für verschiedene vergangene Perioden Verteilungsfunktionen der unternehmensgruppenspezifischen Ausfallquote ermittelt werden. Liegt eine Variabilität im Periodenvergleich vor, kann dies bei der Prognose durch entsprechende Gewichtungen der historischen Perioden berücksichtigt werden. Es ist weiterhin zu vermuten, daß Lieferantenkredite in der Praxis allgemein nicht als vorrangige Forderungen vereinbart werden, daher wird auf eine Differenzierung nach dem Rang eines Lieferantenkredites verzichtet. Die Berücksichtigung einer möglichen Korrelation zwischen Ausfallwahrscheinlichkeit und Ausfallquote wäre im Modell vorstellbar, soll an dieser Stelle jedoch nicht näher untersucht werden.

Für Unternehmen, die weder auf Grundlage interner Schätzungen noch auf Basis extern zur Verfügung gestellter unternehmensgruppenspezifischer Verteilungsfunktionen eine Bewertung der Ausfallquote vornehmen können, kann deren Ermittlung wie im IRB-Ansatz auf Basis eines Punktschätzers erfolgen. Hierfür wird vorgeschlagen, wie im IRB-Ansatz einen Wert von 75% auf den ungesicherten Forderungsbetrag anzuwenden. Dieser Betrag entspricht auch in etwa der durchschnittlichen Ausfallquote der in Abschnitt 4 vorgestellten empirischen Untersuchung (79%).

Es wurden drei Wege aufgezeigt, wie die forderungsspezifische Verteilungsfunktion der Ausfallquote f_{LGD_i} bestimmt werden kann. Dabei kann sie bei Vorliegen unternehmensspezifischer Schätzungen durch $f_{us-jusLGD}$ beziehungsweise bei Vorliegen unternehmensgruppenspezifischer Schätzungen durch f_{ugLGD} modelliert werden. Können diese beiden Verfahren nicht angewandt werden, ist f_{LGD_i} durch einen Punktschätzer darstellbar.

$$f_{LGD_i} = \left(\begin{array}{ll} 75\% & \text{Wenn keine externen Schätzungen vorliegen} \\ f_{us-jusLGD} & \text{Wenn unternehmensspezifische Schätzungen vorliegen} \\ f_{ugLGD} & \text{Wenn unternehmensgruppenspezifische Schätzungen vorliegen} \end{array} \right) \quad (8)$$

Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, wie der Forderungsbetrag zum Ausfallzeitpunkt modelliert werden kann.

⁷⁹ Beispielsweise diskutiert *Dannenber* (2005), S. 388 ff. Kreditorenmerkmale, anhand derer zwischen Unternehmen mit hohen und geringen Ausfallquoten unterschieden werden kann.

3.3 Bestimmung der Forderungshöhe

Der Forderungsbetrag zum Ausfallzeitpunkt kann verhältnismäßig einfach determiniert werden, wenn zum Zeitpunkt der Risikoanalyse bekannt ist, daß ein Kunde nur einmalig beliefert wird und keine Teilzahlungen erfolgen. In diesem Fall entspricht die Forderungshöhe dem Rechnungsbetrag. Ist hingegen bekannt, daß ein bereits spezifizierter Kunde mehrmals innerhalb einer Periode beliefert wird oder werden Teilzahlungen vereinbart, dann besteht bezüglich der Forderungshöhe Unsicherheit. Das heißt, ein Kunde könnte beispielsweise bereits vor Zahlung der ersten Rate oder erst vor Zahlung der letzten Rate ausfallen, wodurch sich unterschiedliche Forderungshöhen ergeben können. Andererseits kann die Forderungshöhe gegenüber einem Kunden, der mehrmals in einer Periode beliefert wird, entsprechend des jeweiligen Bestellvolumens schwanken. Diese Unsicherheit bezüglich der möglichen Forderungshöhe kann ebenfalls durch die Verwendung einer Dichtefunktion f_{EAD_i} berücksichtigt werden. Die Art der zugrunde zu legenden Verteilung ist vom Kunden abhängig und vom Unternehmen zu spezifizieren. Der Vorteil dieser Vorgehensweise ist unter anderem darin zu sehen, daß vom Unternehmen genutzte Forderungsmanagementinstrumente, wie beispielsweise das setzen vom Limits, berücksichtigt werden können.

4. Empirische Untersuchung zur Verteilungsfunktion der Ausfallhäufigkeiten und Ausfallquoten ostdeutscher gewerblicher Unternehmen

4.1 Datensatz

Eine Voraussetzung für das vorgeschlagene Modell besteht darin, daß unternehmensgruppenspezifische Verteilungen der Ausfallwahrscheinlichkeit f_{ugPD} und der Ausfallquote f_{ugLGD} bestimmt werden können. Hierfür sind empirische Untersuchungen erforderlich, auf deren Grundlage eine Spezifizierung von f_{ugPD} und f_{ugLGD} erfolgen kann. Im folgenden wird auf Grundlage einer empirischen Erhebung f_{ugPD} und f_{ugLGD} für eine Unternehmensgruppe geschätzt. Die Unternehmensgruppe bilden hierbei ostdeutsche Industrieunternehmen. Als Periodenlänge wurde ein Jahr gewählt.

Die empirische Erhebung erfolgte in Form einer Befragung unter 400 Unternehmen des ostdeutschen verarbeitenden Gewerbes, von denen 131 die im folgenden genutzten Daten zur Verfügung stellten. Da nicht alle Unternehmen die Fragen vollständig beantworteten, variiert die Anzahl der verfügbaren Daten zwischen den Untersuchungen (siehe Tabelle 1). Es wurde erhoben, mit wie vielen gewerblichen Kunden die befragten Unternehmen in den Jahren zwischen 2001 und 2004 Zahlungsziele vereinbarten und wie viele dieser Kunden nicht in der Lage waren, ihre Rechnungen vollständig zu begleichen. Zur Einschätzung des Schadens, der den Unternehmen im Falle eines Forderungsausfalls entstand, wurde die jeweilige Ausfallquote der Forderung erhoben. Auf Grundlage der Anzahl der gewährten Zahlungsziele und der Anzahl der nicht vollständig zurückgezahlten Forderungen wurde entsprechend Gleichung (5) die Ausfallhäufigkeit der Forderungen des Unternehmens im jeweiligen Jahr berechnet. In Tabelle 1 werden die durchschnittlichen Ausfallhäufigkeiten und Ausfallquoten dargestellt. In Tabelle 2 wird der erzielte Umsatz und die Mitarbeiterstruktur der Unternehmen im Jahr 2004 dargestellt.

Tabelle 1:
Überblick zum Forderungsausfallrisiko in der Stichprobe

		2001	2002	2003	2004	Ø 2001-
Relative Ausfallhäufigkeit	Mittelwert	2,1%	2,3%	2,1%	2,4%	2,2%
	N	76	86	98	120	380 ^{a)}
Ausfallquote	Mittelwert	83%	80%	76%	80%	79%
	A	69	84	129	137	419 ^{b)}

N = Anzahl der in den einzelnen Jahren in die Untersuchung einbezogenen Unternehmen beziehungsweise a) Summe der in den einzelnen Jahren einbezogenen Unternehmen. – A = Anzahl der einbezogenen Forderungsausfälle beziehungsweise b) Summe der in den einzelnen Jahren einbezogenen Forderungsausfälle. Da ein Unternehmen mehr als einen Forderungsausfall pro Jahr erleiden kann, ist die Anzahl der einbezogenen Forderungsausfälle nicht mit der Anzahl der untersuchten Unternehmen identisch. Für die vorliegende Auswertung stellten insgesamt 55 Unternehmen Daten zu ihren Ausfallquoten zur Verfügung.

Tabelle 2:

Anzahl Mitarbeiter und Umsatzstruktur (in Tausend Euro) der untersuchten Unternehmen

	MW	SA	5% Qu.	25% Qu.	50% Qu.	75% Qu.	95% Qu.
Mitarbeiter	128	253	7	21	56	122	428
Umsatz	14.258	25.794	149	1.691	5.000	16.250	46.950

MW = Mittelwert, SA = Standardabweichung, Qu. = Quantil.

Die an der Umfrage teilnehmenden Unternehmen sind dem ostdeutschen verarbeitenden Gewerbe zuzuordnen. Die in der Erhebung vertretenen Wirtschaftszweige sind die Branchen: Herstellung von chemischen Erzeugnissen (Stichprobenanteil 15%), Maschinenbau (15%), Ernährungsgewerbe (11%), Herstellung von Metallernzeugnissen (10%), Medizin-, Mess-, Steuertechnik, Optik, Herstellung von Uhren (7%), Textilgewerbe (6%), Verlags- und Druckgewerbe, Vervielfältigung (5%), Glasgewerbe, Herstellung von Keramik, Verarbeitung von Steinen und Erden (5%), Herstellung von Möbeln, Schmuck, Musikinstrumenten, Sportgeräten, usw. (5%), Herstellung von Gummi und Kunststoffwaren (4%), Rundfunk und Nachrichtentechnik (4%), sonstige (13%).

4.2 Empirische Bestimmung der Verteilungen der Ausfallhäufigkeit und der Ausfallquote

Die Bestimmung der Verteilungsfunktionen f_{ugPD} und f_{ugLGD} erfolgt durch die Anpassung einer theoretischen stetigen Verteilung an die der Stichprobe zugrundeliegenden empirischen Verteilung. Die Anpassung erfolgt mittels der Simulationssoftware Crystal Ball. Als Test für die Güte der Anpassung wird der Kolmogorov-Smirnoff-Anpassungstest⁸⁰ verwendet.

In den Jahren 2001-2004 stehen 380 Beobachtungen zu den relativen Ausfallhäufigkeiten der untersuchten Unternehmen zur Verfügung (siehe Tabelle 1). Es werden zunächst zur Schätzung der unternehmensgruppenspezifischen Dichtefunktion der Ausfallwahrscheinlichkeit (f_{ugPD}) die erhobenen Daten zu einer Stichprobe zusammengefaßt, um auf diese Weise einen Eindruck von der durchschnittlichen Struktur der Ausfallhäufigkeit zu vermitteln. Um die auf diese Weise geschätzte durchschnittliche Verteilung auch für die einzelnen Jahre verwenden zu können, ist es erforderlich, daß die Ausfallhäufigkeiten in den einzelnen Perioden identisch verteilt sind und somit eine mögliche Variabilität vernachlässigt werden kann. In einem zweiten Schritt wird daher überprüft, ob die auf den aggregierten Werten basierende Schätzung von f_{ugPD} auch für die einzelnen Jahre verwendet werden kann. Eine Beobachtung wird im folgenden als Unternehmensjahr bezeichnet, da sie beschreibt, welcher Anteil der Kunden innerhalb eines Jah-

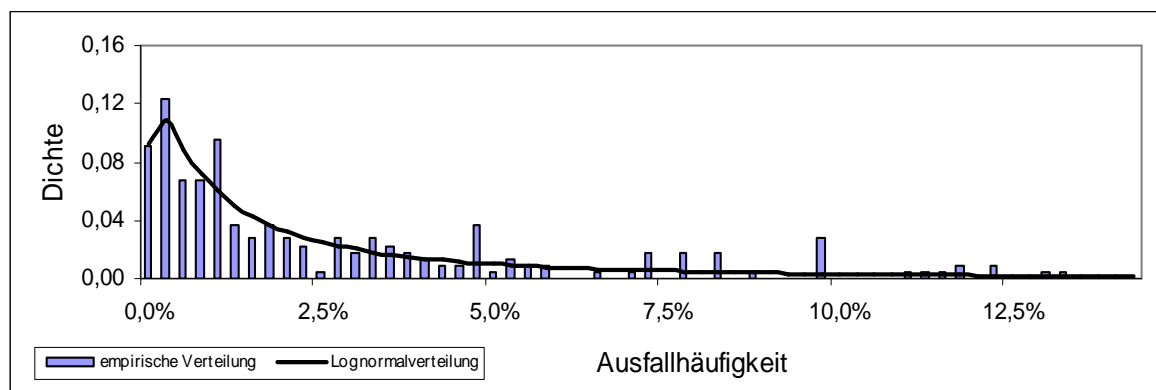
⁸⁰ Vgl. Kolmogorov (1933), S. 83-91.

res in einem Unternehmen ausgefallen ist. Dabei traten in 42,4% der Unternehmensjahre keine Forderungsausfälle auf. In den verbleibenden Fällen fielen in den Unternehmen zwischen 0,01% und 35,29% der Kunden aus. Das heißt, es liegt eine rechtsschiefe Verteilung vor.

Da bei der Einbeziehung der relativen Ausfallhäufigkeit von 0% einige theoretische Verteilungen bei der Bestimmung von f_{ugPD} definitionsgemäß nicht genutzt werden können,⁸¹ wird vorgeschlagen die empirische Verteilung zu zerlegen. Das heißt f_{ugPD} soll durch eine gemischte Verteilungsfunktion definiert werden. Der Umstand, daß in einem Unternehmen innerhalb eines Jahres Forderungsausfälle eintreten oder nicht eintreten, kann durch eine Bernoulli-Verteilung beschrieben werden, die durch $p_{BernoulliPD}$ parametrisiert wird ($B(p_{BernoulliPD})$). Wobei $p_{BernoulliPD}$ entsprechend der vorliegenden empirischen Erhebung den Wert $1 - 0,424 = 0,576$ annimmt.⁸² Das heißt, f_{ugPD} ist Null, wenn $B(p_{BernoulliPD}) = 0$. Für $B(p_{BernoulliPD}) = 1$ ist im folgenden eine theoretische Verteilungsfunktion zu bestimmen, welche die empirische Verteilung approximieren kann. Hierfür stehen 220 Unternehmensjahre zur Verfügung. Als am besten angepaßte theoretische Verteilung wird eine Lognormalverteilung ($LN(\mu; \sigma)$) mit dem Lageparameter $\mu = 0,04577$ und einer Standardabweichung $\sigma = 0,11772$ ermittelt. Die Verteilung ist rechtsschief und für alle Ausfallhäufigkeiten > 0 definiert. Abbildung 2 veranschaulicht die Güte der Anpassung anhand des Histogramms der empirischen Daten und der Dichtefunktion der Lognormalverteilung für Ausfallhäufigkeiten > 0 .

Abbildung 2:

Gegenüberstellung des Histogramms (Klassengröße 0,25%) der empirischen Daten der Ausfallhäufigkeiten > 0 und der Dichte der Lognormalverteilung



81 Zum Beispiel ist die Lognormalverteilung nur für $x > 0$ definiert, vgl. Müller (1991), S. 552.

82 Alternativ könnte $p_{BernoulliPD}$ auch als Verteilungsfunktion dargestellt werden, um Unsicherheiten bei der Schätzung zu berücksichtigen. Aufgrund des relativ großen Stichprobenumfangs und der damit verbundenen geringen Schätzunsicherheit wird hier allerdings darauf verzichtet.

Die Teststatistik des Kolmogorov-Smirnoff-Anpassungstests weist eine Testgröße von 0,04 auf. Die Hypothese, daß die vorliegende empirische Verteilung einer Lognormalverteilung $LN(\mu; \sigma)$ mit den Parametern $\mu = 0,04577$ und $\sigma = 0,11772$ folgt, kann für den zweiseitigen K-S-Test selbst zum Signifikanzniveau von $\alpha = 20\%$ nicht abgelehnt werden. Daraus folgt, daß f_{ugPD} als eine gemischte Bernoulli-Lognormalverteilung dargestellt werden kann.

$$f_{ug} = \begin{cases} 0 & \text{wenn } B(p_{BernoulliPD}) = 0 \\ LN(\mu; \sigma) & \text{wenn } B(p_{BernoulliPD}) = 1 \end{cases} \quad (9)$$

Nachdem auf Basis der Jahre 2001-2004 eine theoretische Verteilungsfunktion geschätzt wurde, wird im folgenden überprüft, ob diese Verteilung auch die den einzelnen Jahren zugrundeliegenden Verteilungen abbilden kann. In Tabelle 3 wird gezeigt, daß die Hypothese, daß die empirischen Verteilungsfunktionen in den Jahren 2001-2004 der oben ermittelten theoretischen Verteilung entsprechen, nicht abzulehnen ist. Verwendung findet wiederum der zweiseitige K-S-Test. Es wird jeweils die Anzahl der berücksichtigten Unternehmensjahre, die Testgröße des K-S-Tests und das Signifikanzniveau angegeben, zu dem die Hypothese, daß die empirische der theoretischen Verteilung entspricht, nicht abgelehnt werden kann.

Tabelle 3:

Test auf Anpassung der jährlichen empirischen Verteilungen an die geschätzte theoretische Verteilung der Ausfallhäufigkeit

Jahr	2001	2002	2003	2004
Anzahl Daten	76	86	98	120
Testgröße:	0,082	0,078	0,081	0,082
Signifikanzniveau:	$\alpha = 20\%$	$\alpha = 20\%$	$\alpha = 20\%$	$\alpha = 20\%$

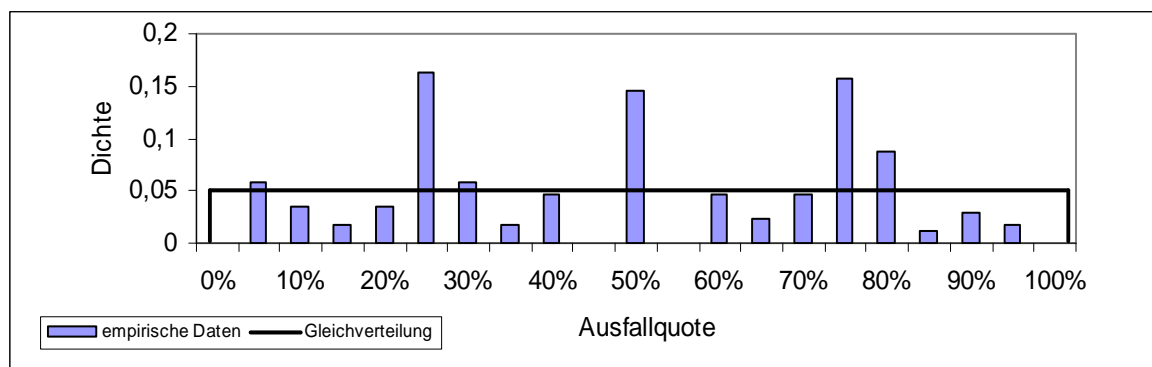
Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die gruppenspezifische Dichtefunktion der Forderungsausfallwahrscheinlichkeit für die Unternehmen in der vorliegenden Stichprobe durch eine gemischte Bernoulli-Lognormalverteilung dargestellt werden kann. Da auch in den einzelnen Jahren die ermittelte theoretische Verteilung nicht abzulehnen ist, kann geschlußfolgert werden, daß der zeitlichen Variabilität der Forderungsausfallhäufigkeit in dieser Unternehmensgruppe keine beziehungsweise nur eine geringe Bedeutung zukommt.

Zur empirischen Bewertung der Ausfallquote wurden die untersuchten Unternehmen befragt, welcher Anteil einer ausgefallenen Forderung nicht bezahlt wurde. Im Durchschnitt der Jahre 2001-2004 mußten die Unternehmen bei 59,2% der Forderungsausfälle den gesamten Forderungsbetrag als Verlust verbuchen. Es wird vorgeschlagen, ähnlich wie bei der Bestimmung von f_{ugPD} beschrieben, eine Zerlegung der Verteilungsfunktion f_{ugLGD} vorzunehmen. Das heißt, f_{ugLGD} soll ebenfalls durch eine gemischte Verteilungs-

funktion definiert werden. Der Umstand, daß ein Unternehmen bei einem Forderungsausfall entweder den gesamten Forderungsbetrag oder einen geringeren Forderungsbetrag als Verlust verbuchen muß, kann durch eine Bernoulliverteilung beschrieben werden, die durch $p_{BernoulliLGD}$ parametrisiert wird ($B(p_{BernoulliLGD})$). Dabei nimmt $p_{BernoulliLGD}$ entsprechend der Erhebung den Wert 0,592 an.⁸³ Das heißt, f_{ugLGD} ist 100%, wenn $B(p_{BernoulliLGD}) = 1$. Für den Fall, daß $B(p_{BernoulliLGD}) = 0$, ist im folgenden eine Verteilungsfunktion zu bestimmen auf deren Grundlage die empirische Verteilung zu approximieren ist.

Abbildung 3:

Gegenüberstellung des Histogramms (Klassengröße 5%) der empirischen Daten der Ausfallquote und der Dichte der Gleichverteilung



Die erhobenen Daten weisen darauf hin, daß die befragten Unternehmen dazu neigten gerundete Werte anzugeben. Auf diese Weise ergeben sich beispielsweise Dichtekonzentrationen um 25%, 50% und 75% (siehe Abbildung 3). Darüber hinaus wurden die Daten häufig nur in 5% Intervallen zur Verfügung gestellt. Es wird im folgenden die Hypothese geprüft, daß die empirische Verteilung durch eine Gleichverteilung im Intervall I zwischen 1% und 99% $[GV(I)]$ dargestellt werden kann.⁸⁴ Das heißt, daß die Ausfallquoten in diesem Intervall jeweils die selben Eintrittswahrscheinlichkeiten aufweisen. Die Hypothese, daß die Ausfallquote im Intervall zwischen 1% und 99% gleichverteilt ist, kann auf Grundlage des K-S-Testes für ein Signifikanzniveau von $\alpha = 1\%$ nicht abgelehnt werden. Dabei ergibt sich ein Testwert von 0,12. In die Untersuchung flossen 171 Ausfallquoten aus den Jahren zwischen 2001 und 2004 ein. Die Abbildung 3 veranschaulicht die Anpassung der Gleichverteilung an die empirische Verteilung im Intervall zwischen 1% und 99%. Es wird das Histogramm der empirischen Verteilung und die Dichtefunktion der angepaßten theoretischen Verteilung abgebildet.

⁸³ Auch hier wird aufgrund des Stichprobenumfangs auf die Bestimmung einer Verteilungsfunktion zur Beschreibung von $p_{BernoulliLGD}$ verzichtet (siehe vorherige Fußnote).

⁸⁴ Die Hypothese wird aufgrund der Struktur der empirischen Verteilung formuliert, wobei vermutet wird, daß die Spitzen bei 25%, 50% und 75% durch das Antwortverhalten der Unternehmen künstlich erzeugt werden (Vgl. Abb. 3).

Zusammenfassend ist festzustellen, daß auf Grundlage der vorliegenden Stichprobe die Annahme, daß die Ausfallquote der empirischen Verteilungsfunktion im Intervall [1%;99%] gleichverteilt ist, vor allem vor dem Hintergrund der vermutlich durch gerundete Werte erzeugten Sprungstellen, noch akzeptiert werden kann.

Nachdem auf Basis aller verfügbaren Ausfallquoten der Jahre 2001-2004 überprüft wurde, ob für diese im Intervall zwischen 1% und 99% gleiche Eintrittswahrscheinlichkeiten unterstellt werden können, wird im folgenden überprüft, ob die Ausfallquoten der einzelnen Jahre in diesem Intervall ebenfalls durch eine Gleichverteilung darstellbar sind.

Tabelle 4 zeigt, daß auf Grundlage der erhobenen Daten der Jahre 2001-2004 die Hypothese einer Gleichverteilung der Ausfallquoten durch den K-S-Test im Intervall zwischen 1% und 99% nicht abzulehnen ist. Demnach kann unterstellt werden, daß die Daten in den Jahren identisch verteilt sind und der Variabilität nur eine geringe Bedeutung beizumessen ist. Es erscheint daher sinnvoll f_{ugLGD} in diesem Intervall unter Verwendung einer Gleichverteilung zu definieren.

Tabelle 4:

Test auf Anpassung der jährlichen empirischen Verteilungen an die geschätzte theoretische Verteilung der Ausfallquote im Intervall [1%;99%]

Jahr	2001	2002	2003	2004
Anzahl Daten	27	34	56	54
Testgröße	0,26	0,18	0,16	0,13
Signifikanzniveau	$\alpha = 1\%$	$\alpha = 10\%$	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 20\%$

Auf Grundlage der empirischen Erhebung kann f_{ugLGD} wie folgt spezifiziert werden:

$$f_{ugAQ} = \begin{pmatrix} GV(I) & \text{wenn } B(p_{BernoulliAQ}) = 0; \text{ mit } I = [1\%;99\%] \\ 1 & \text{wenn } B(p_{BernoulliAQ}) = 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

Anhand der in diesem Abschnitt ermittelten Funktionen f_{ugLGD} und f_{ugPD} und unter Verwendung von unternehmensspezifisch zu erfassenden Daten, kann das in Abschnitt 2 entwickelte Modell unternehmensabhängig spezifiziert werden. Eine Verbesserung wäre vorstellbar, wenn auf Grundlage der vorliegenden Stichprobe verschiedene Unternehmensgruppen definiert würden. Voraussetzung dafür ist, daß Kreditoreneigenschaften identifiziert werden können, anhand derer zwischen Unternehmen mit hohen und geringen Forderungsausfallrisiken unterschieden werden kann. Hierzu wurden auf Grundlage der vorliegenden Daten Zweistichprobentests durchgeführt, mittels derer Merkmale identifiziert werden konnten, die für eine Unterscheidung zwischen Unternehmensgrup-

pen mit hohen und niedrigen Forderungsausfallrisiken geeignet erscheinen.⁸⁵ Dabei handelt es sich um die Merkmale Unternehmensgröße, Anteil des Auslandsumsatzes am Gesamtumsatz und durchschnittlicher Umsatz pro Kunde. Eine umfangreiche Spezifizierung verschiedener Dichtefunktionen der Ausfallquoten und Ausfallhäufigkeiten anhand verschiedener Unternehmensmerkmale wird in der vorliegenden Arbeit aufgrund des geringen Stichprobenumfangs allerdings nicht vorgenommen.

⁸⁵ Vgl. *Dannenberg* (2005), S. 388 ff.

5. Fazit

Im vorliegenden Artikel wurde aufbauend auf Methoden, die zur Bewertung des Kreditausfallrisikos von Banken entwickelt wurden, ein Modell abgeleitet, das zur Bestimmung der dem Forderungsausfallrisiko eines gewerblichen Unternehmens zugrundeliegenden Schadensverteilung genutzt werden kann. Hierbei wurde berücksichtigt, daß gewerbliche Unternehmen anderen Rahmenbedingungen gegenüberstehen als Banken. Aus diesem Grund wurde, anders als im Finanzsektor üblich, die Ausfallwahrscheinlichkeit einer Forderung nicht als ein fester Wert sondern als Verteilung abgebildet. Dadurch kann berücksichtigt werden, daß gewerbliche Unternehmen zum Teil nur über wenige Kunden verfügen und somit eine Schätzung der Ausfallwahrscheinlichkeit einer Ratingklasse auf Grundlage weniger historischer Daten unter Unsicherheit erfolgt. Weiterhin wurde berücksichtigt, daß die einer Ratingklasse zugrundeliegende Ausfallwahrscheinlichkeit im Periodenvergleich Schwankungen unterliegen kann. Da nicht alle Unternehmen Bonitätsbewertungen ihrer Kunden vornehmen beziehungsweise nicht über genügend historische Daten zur Kalibrierung ihrer Ratingurteile verfügen, wurde ein Ansatz vorgestellt, der die Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit einer Forderung in Abhängigkeit einer unternehmensgruppenspezifischen Verteilungsfunktion beschreibt. Diese wird auf Grundlage von Kreditoreneigenschaften bestimmt. Eine für diesen Ansatz erforderliche empirische Erhebung wurde für ostdeutsche gewerbliche Unternehmen vorgestellt.

Die Modellierung der Ausfallquote erfolgt durch eine Verteilungsfunktion. Dabei wurde berücksichtigt, daß es nicht jedem Unternehmen möglich ist, diese individuell zu schätzen. Daher wurde erstmals, exemplarisch für ostdeutsche Unternehmen, eine Verteilungsfunktion der Ausfallquote bestimmt, anhand derer unternehmensgruppenspezifisch die Ausfallquote einer Forderung approximativ ermittelt werden kann.

Künftiger Forschungsbedarf ist in der empirischen Bestimmung weiterer unternehmensgruppenspezifischer Dichtefunktionen der Ausfallwahrscheinlichkeit und der Ausfallquote zu sehen. Auch wurde im vorliegenden Modell das Forderungsausfallrisiko auf mögliche Verluste beschränkt, die sich aus dem Ausfall einer Forderung ergeben. Neben dem Zahlungsausfall können aber auch Zahlungsverzögerungen zu Liquiditätsengpässen oder zur Zahlungsunfähigkeit eines Unternehmens führen. Eine Erweiterung des Modells wäre daher in einer Berücksichtigung von Liquiditätsengpässen in Folge unpünktlicher Bezahlung zu sehen.

Zusammenfassend ist festzustellen, daß Unternehmen, die über entsprechende Simulationssoftware verfügen, auf Grundlage des vorgestellten Modells die Wahrscheinlichkeitsverteilung ihres Forderungsausfallrisikos bestimmen können. In Kombination mit den Schadensverteilungen weiterer Einzelrisiken, kann die Verlustverteilung für das gesamte Unternehmensrisiko ermittelt werden, aus welcher der Eigenkapitalbedarf ableitbar ist.

Literatur

- Altman, E. I.* (1968): „Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy“ in *Journal of Finance*, 23, 589-609.
- Altman, E. I.; Kishore, V. M.* (1996): „Almost Everything You Wanted to Know about Recoveries on Defaulted Bonds“ in *Financial Analysts Journal*, Nov./ Dec. 1996, S. 57-64.
- Altman, E. I.; Resti, A.; Sironi, A.* (2001): „Analyzing and Explaining Default Recovery Rates“ A Report Submitted to The International Swaps & Derivatives Association.
- Altman, E. I.; Resti, A.; Sironi, A.* (2003): „Default Recovery Rates in Credit Risk Modeling: A Review of the Literature and Empirical Evidence“ URL: <http://pages.stern.nyu.edu/~ealtman/Review1.pdf> (26.04.06)
- Araten, M.; Jacobs Jr. M.; Varshney, P.* (2004): „Measuring LGD on Commercial Loans: An 18-Year Internal Study“ in: *The RMA Journal*, May 2004, S. 28-35.
- Arbeitskreis Finanzierungsrechnung* der Schmalenbach-Gesellschaft für Betriebswirtschaft e.V. (2001): „Risikomanagement und Risikocontrolling in Industrie- und Handelsunternehmen“, in *Zfbf Schmalenbach Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*, Sonderheft 46, 2001.
- Asarnow, E.; Edwards, D.* (1995): „Measuring Loss on Defaulted Bank Loans: A 24-Year Study“ in *The Journal of Commercial Lending*, March 1995, S. 11-23.
- Basel Committee on Banking Supervision* (2005): „International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards A Revised Framework“, Updated November 2005, URL: <http://www.bis.org/publ/bcbs118.pdf> (06.03.06).
- Bemmann, M.* (2005): „Verbesserung der Vergleichbarkeit von Schätzgüteregebnissen von Insolvenzprognosestudien“, in *Dresden Discussion Paper in Economics* No. 08/05; ISSN 0945-4829 URL: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=738648#Paper (10.08.05).
- Bigus, J.* (2002): „Ineffiziente Gläubigerbefriedigung bei Konkurrenz zwischen Banken- und Lieferantenkrediten“ Working Paper, Universität Hamburg, Paper 16, Vol. 2002, 2002, S. 1-27.
- Blum, U.; Gleißner, W.; Leibbrand, F.* (2005): „Richtig gewichtet Erkenntnisse aus dem Sachsen-Rating-Projekt“ in: *RiskNews* 01/2005.

- Bosworth, E.; Eales, R.* (1998): „Severity of Loss in the Event of Default in Small Business and Larger Consumer Loans“ in *The Journal of Lending & Credit Risk Management*, May 1998, S. 58-65.
- Burghof, H. P.; Rudolph, B.* (1996): „Bankenaufsicht. Theorie der Regulierung und Regulierungspraxis in der Bundesrepublik Deutschland“, Wiesbaden 1996, Gabler Verlag.
- Cortes, C.; Vapnik, V.* (1995): „Support-vector networks“ in: *Machine Learning*, 20, S. 273-297.
- Dannenberg, H.* (2005): „Sind Kreditoreneigenschaften als Indikatoren zur Quantifizierung der Höhe des Forderungsausfallrisikos nutzbar?“ in: *IWH, Wirtschaft im Wandel* 12/2005, S.388-396.
- Davydenko, S. A.; Franks, J. R.* (2005): „Do bankruptcy codes matter? A study of defaults in France, Germany and the UK“ URL: <http://www.rotman.utoronto.ca/~Davydenko/Bankruptcy.pdf> (26.04.06).
- Dartsch, A.; Weinreich, G.* (2002): „Das Gesamtprojekt „Internes Rating“ – Eine Betrachtung aus Sicht kleiner und mittelständischer Banken“, in: Hofmann, G. (Hrsg.), *Basel II und MaK Vorgaben, bankinterne Verfahren, Bewertung*“, Frankfurt am Main, 2002, Bankakademie Verlag.
- de Servigny, A.; Renault, O.* (2004): „Measuring and Managing Credit risk“, New York, 2004, McGraw-Hill.
- Dimitras, A. I.; Zanakis, S. H.; Zopounidis, C.* (1996): „A survey of business failures with an emphasis on prediction methods and industrial applications“ in *European Journal of Operational Research*, 90, 1996, S. 487-513.
- Emmerich, G.* (1999): „Risikomanagement in Industrieunternehmen – gesetzliche Anforderungen und Umsetzung nach dem KonTraG“ in: *Zfbf Schmalenbach Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung* 11/1999.
- Fisher, R. A.* (1935): „The fiducial argument in statistical inference“ in: *Annals of Eugenics* 6, 1935, S. 391-398.
- Fisher, R. A.* (1936): „The use of multiple measurement in taxonomic problems“, in: *Annals of Eugenics*, 7, S. 179-188; zitiert bei de Servigny, Renault (2004).
- Franks, J.; de Servigny, A.; Davydenko, S.* (2004): „A Comparative Analysis of the Recovery Process and Recovery Rates for Private Companies in the U.K., France, and Germany“, Working Paper, Standard & Poor's Risk Solution, Mai 2004, S. 1-93.

- Frye, J.* (2000a): „Collateral Damage“, *Risk*, April 2000, S. 91-94.
- Frye, J.* (2000b): „Collateral Damage Detected“, Federal Reserve Bank of Chicago, Working Paper, Emerging Issues Series, Oktober 2000, S. 1-14.
- Gladitz, J.* (1994): „Fiduzialintervalle für den Parameter der Binomialverteilung mit SPSS 6.0 für Windows“ in: *RZ-Mitteilungen* Nr. 9, Humboldt-Universität Berlin, 1994, URL: http://edoc.hu-berlin.de/e_rzm/9/gladitz-johannes-1994-12-01/PDF/11.pdf (10.03.06).
- Gleißner, W.* (2004): „Auf nach Monte Carlo Simulationsverfahren zur Risiko – Aggregation“ in: *RiskNews* 01/2004, S. 31-37.
- Gleißner, W.* (2005): „Kapitalkosten: Der Schwachpunkt bei der Unternehmensbewertung und im wertorientierten Management“, in *Finanz Betrieb*, 4/2005, S. 217-229.
- Grunert, J.; Weber, M.* (2005): „Recovery Rates of Bank Loans Empirical Evidence for Germany“ URL: http://kreditwesen.uni-muenster.de/assettypes/SimplePage/-WS2005_JensGrunert.pdf (26.04.06).
- Günther, T.; Grüning, M.* (2000): „Einsatz von Insolvenzprognoseverfahren bei der Kreditwürdigkeitsprüfung im Firmenkundenbereich“, in *Die Betriebswirtschaft*, Heft 1/2000, S. 39-59, 2000.
- Gupton, G. M.* (2005): „Advancing Loss Given Default Prediction Models: How the Quiet Have Quickened“ in *Economic Notes by Banca Monte dei Paschi di Siena SpA*, Vol. 34, No. 2, 2005, S. 185-230.
- Helton, J. C.* (1993): „Uncertainty and sensitivity analysis techniques for use in performance assessment for radioactive waste disposal“ in: *Reliability Engineering and System Safety* 42, 1993, S. 327-367.
- Helton, J. C., Davis, F. J.* (2002): „Illustration of Sampling-Based Methods for Uncertainty and Sensitivity Analysis“ in: *Risk Analysis*, Vol. 22, No. 3, 2002.
- Homburg, C.; Uhrig-Homburg, M.* (2004): „Zentrales und dezentrales Risikocontrolling in Industrieunternehmen“ in: *Zfbf Schmalenbach Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*, 311-332, 06/2004.
- Hull, J.; White, A.* (1998): „Incorporating Volatility Updating into Historical Simulation Method for Value at Risk“ in: *Journal of Risk*, Vol. 1, No. 1, Fall 1998, S. 5-19.
- Jain, A.; Duin, R. P. W.; Mao, J.* (2000): „Statistical Pattern Recognition: A Review“ in: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 22, No. 1, 2000, S. 4-37.

- Kapalanski, G.* (2002): „VAR risk measurement vs traditional risk measures: an analysis and survey“ in: *Journal of Risk*, Volume 4/Number 3, Spring 2002, S. 1-27.
- Kleijnen, J. P. C.* (1997): „Sensitivity Analysis an Related Analyses: A Review of some Statistical Techniques“ in: *Journal Statistical Computation and Simulation*, 57, 1997, S. 111-142.
- Kokalj, L.; Paffenholz, G.; Schröer, E.* (2000): „Zahlungsverzug und Forderungsmanagement in mittelständischen Unternehmen“ in: *Schriften zur Mittelstandsforschung*, Wiesbaden 2000, Gabler Verlag.
- Kolmogorov, A. N.* (1933): Sulla determinazione empirica di una legge di distribuzione. *Giorn. dell’Inst. Ital. Degli Att.* 4, 1933, S. 83-91; zitiert bei Büning, H., Trenkler, G. (1994): *Nichtparametrische statistische Methoden*; 2. Auflage, Berlin, New York, 1994, Walter de Gruyter & Co Verlag.
- Luciano, E.; Kast, R.* (2001): „A Value at Risk Approach to Background Risk“ in: *The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory*, 26: S. 91-115, 2001.
- Martin, D.* (1977): „Early warning of bank failures: A logit regression approach“ in: *Journal of Banking and Finance*, 1, S. 249-276.
- Merton, R.* (1974): „On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates“, in: *Journal of Finance*, 29, S. 449-470.
- Moody’s Investors Service* (2000): „Bank Loan Loss Given Default“, November 2000 Special Comment, S. 1-24.
- Müller, P. H.* (Hrsg.) (1991): „Lexikon der Stochastik“, 5., bearbeitete und wesentlich erweiterte Auflage, Berlin, 1991, Akademie Verlag.
- Ohlson, J.* (1980): „Financial ratios and probabilistic prediction of bankruptcy“ in: *Journal of Accounting Research*, 28, S. 109-131.
- Österreichische Nationalbank* (Hrsg.) (2004): „Ratingmodelle und -validierung“, Leitfadenreihe zum Kreditrisiko, URL: http://www.oenb.at/de/img/ratingmodelle_tcm14-16319.pdf (09.03.06).
- Paul, S.* (2002): „Basel II im Überblick“, in: Hofmann, G. (Hrsg.), *Basel II und MaK Vorgaben, bankinterne Verfahren, Bewertung*, Frankfurt am Main, 2002, Bankakademie Verlag.
- Paul, W.* (2004): „Forderungsmanagement vor dem Hintergrund existenzbedrohender Insolvenzen“, in: *Finanzbetrieb*, 6/2004, S. 409-419.

- Pedersen, C. S.; Satchell, S. E.* (1998): „An Extended Family of Financial-Risk Measures“ in: *The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory*, 23: S. 89-117, 1998.
- Standard and Poor's* (2006): „Ratingliste: Unternehmen in Deutschland mit einem Rating von Standard & Poor's Stand: 1. März 2006“ URL: <http://www2.standardandpoors.com> (09.03.06).
- Statistisches Bundesamt* (2004): „Insolvenzen in Deutschland 2003, Struktur und Entwicklungen“, Wiesbaden, 2004.
- Statistisches Bundesamt* (2005): „Insolvenzen insgesamt und Insolvenzhäufigkeiten von Unternehmen nach ausgewählten Wirtschaftszweigen, Rechtsformen und Ländern Deutschland“ URL: <http://www.destatis.de/basis/d/insol/insoltab1.php> (10.03.06).
- Thompson, K. M.* (2002): „Variability and Uncertainty Meet Risk Management and Risk Communication“ in: *Risk Analysis*, 3/2002, S. 647-654.
- Van Gestel, T.; Baesens, B.; Van Dijcke, P.; Suykens, J. A. K.; Garcia, J.; Alderweireld, T.* (2005): „Linear and non-linear credit scoring by combining logistic regression and support vector machines“, in: *Journal of credit Risk*, 4/2005, S. 31-60.
- Vose, D.* (2005): „Risk analysis A quantitative guide“, 2. korrigierte Auflage, Chichester, New York, Weinheim, Brisbane, Singapore, Toronto, 2005, John Wiley and Sons, LTD.
- Weizsäcker v., R. K.; Krempel, K.* (2004): „Risikoadäquate Bewertung nicht-börsennotierter Unternehmen – ein alternatives Konzept“ in: *Finanz Betrieb*, 12/2004, S. 808-814.
- Wiedemann, A.* (2003): „Identifikation, Messung und Steuerung finanzieller Risiken in Unternehmen“ in: Romeike, F, Finke, R.B. (Hrsg.), „Erfolgsfaktor Risikomanagement, Chance für Industrie und Handel, Methoden, Beispiele, Checklisten“, Gabler Verlag 2003.
- Wiginton, J.* (1980): „A note on the comparison of logit and discriminant models of consumer credit behaviour“ in: *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 15, S. 757-770.
- Wilkins, M.; Baule, R.; Entrop, O.* (2002): „Erfassung des Kreditrisikos nach Basel II – Eine Reflexion aus wissenschaftlicher Sicht“, in: Hofmann, G. (Hrsg.), *Basel II und MaK Vorgaben, bankinterne Verfahren, Bewertung*“, Frankfurt am Main, 2002, Bankakademie Verlag.